

DICCIONARIO
BIOGRÁFICO DE
MATEMÁTICOS

Ubaldo Usunáriz Balanzategui

Pablo Usunáriz Sala

ÍNDICE

	Páginas
Preámbulo	5
Diccionario	7
Tabla cronológica	647
Algunos de los problemas y conjeturas expuestos en el cuerpo del diccionario	729
Bibliografía consultada	741

PREÁMBULO

Este *Diccionario Biográfico de Matemáticos* incluye más de 2040 reseñas de matemáticos, entre las que hay unas 280 de españoles y 36 de mujeres (Agnesi, Blum, Byron, Friedman, Hipatia, Robinson, Scott, etc.), de las que 11 son españolas (Casamayor, Sánchez Naranjo, Sanz-Solé, etc.).

Se ha obtenido la mayor parte de las informaciones por medio de los libros recogidos en el apéndice “Bibliografía consultada”; otra parte, de determinadas obras matemáticas de los autores reseñados (estas obras no están incluidas en el citado apéndice, lo están en las correspondientes reseñas de sus autores). Las obras más consultadas han sido las de Boyer, Cajori, Kline, Martínón, Peralta, Rey Pastor y Babini, Wieleitner, las Enciclopedias Espasa, Británica, Larousse, Universalis y Wikipedia.

Entre las reseñas incluidas, destacan las siguientes, en orden alfabético: Al-Khuwairizmi, Apolonio, Arquímedes, Jacob y Johann Bernoulli, Brouwer, Cantor, Cauchy, Cayley, Descartes, Diofanto, Euclides, Euler, Fermat, Fourier, Galileo, Gauss, Hilbert, Lagrange, Laplace, Leibniz, Monge, Newton, Pappus, Pascal, Pitágoras, Poincaré, Ptolomeo, Riemann, Weierstrass, etc. Entre los matemáticos españoles destacan las de Echegaray, Etayo, Puig Adam, Rey Pastor, Reyes Prósper, Terradas (de quien Einstein dijo: “Es uno de los seis primeros cerebros mundiales de su tiempo y uno de los pocos que pueden comprender hoy en día la teoría de la relatividad”), Torre Argaiz, Torres Quevedo, los Torroja, Tosca, etc.

Se han incluido varias referencias de matemáticos nacidos en la segunda mitad del siglo XX. Entre ellos descuellan nombres como Perelmán o Wiles. Pero para la mayor parte de ellos sería conveniente un mayor distanciamiento en el tiempo para poder dar una opinión más objetiva sobre su obra.

Las reseñas no son exhaustivas. Si a algún lector le interesa profundizar en la obra de un determinado matemático, puede utilizar con provecho la bibliografía incluida, o también las obras recogidas en su reseña.

En cada reseña se ha seguido la secuencia: nombre, fechas de nacimiento y muerte, profesión, nacionalidad, breve bosquejo de su vida y exposición de su obra. En algunos casos, pocos, no se ha podido encontrar el nombre completo. Cuando sólo existe el año de nacimiento, se indica con la abreviatura “n.”, y si sólo se conoce el año de la muerte, con la abreviatura “m.”. Si las fechas de nacimiento y muerte son sólo aproximadas, se utiliza la abreviatura “h.” –hacia–, abreviatura que también se utiliza cuando sólo se conoce que vivió en una determinada época. Esta utilización es, entonces, similar a la abreviatura clásica “fl.” –floreció–. En algunos casos no se ha podido incluir el lugar de nacimiento del personaje o su nacionalidad.

No todos los personajes son matemáticos en sentido estricto, aunque todos ellos han realizado importantes trabajos de índole matemática. Los hay astrónomos como, por ejemplo, Brahe, Copérnico, Laplace; físicos como Dirac, Einstein, Palacios; ingenieros como La Cierva, Shannon, Stoker, Torres Quevedo (muchos matemáticos, considerados primordialmente como tales, se formaron como ingenieros, como Abel Transon, Bombelli, Cauchy, Poincaré); geólogos, cristalógrafos y mineralogistas como Barlow, Buerger, Fedorov; médicos y fisiólogos como Budan, Cardano, Helmholtz, Recorde; naturalistas y biólogos como Bertalanffy, Buffon, Candolle; anatomistas y biomecánicos como Dempster, Seluyanov; economistas como Black, Scholes; estadísticos como Akaike, Fisher; meteorólogos y climatólogos como Budyko, Richardson; filósofos como Platón, Aristóteles, Kant; religiosos y teólogos como Berkeley, Santo Tomás; historiadores como Cajori, Eneström; lingüistas como Chomsky, Grassmann; psicólogos y pedagogos como Brousseau, Fishbein, Piaget; lógicos como Boole, Robinson; abogados y juristas como Averroes, Fantet, Schweikart; escritores como Aristófanes, Torres de Villarroel, Voltaire; arquitectos como Le Corbusier, Moneo, Utzon; pintores como Durero, Escher, Leonardo da Vinci (pintor, arquitecto, científico, ingeniero, escritor, lingüista, botánico, zoólogo, anatomista, geólogo, músico, escultor, inventor, ¿qué es lo que

no fue?); compositores y musicólogos como Gugler, Rameau; políticos como Alfonso X, los Banu Musa, los Médicis; militares y marinos como Alcalá Galiano, Carnot, Ibáñez, Jonquières, Poncelet, Ulloa; autodidactos como Fermat, Simpson; con oficios diversos como Alcega (sastre), Argand (contable), Bosse (grabador), Bürgi (relojero), Dase (calculista), Jamnitzer (orfebre), Richter (instrumentista), etc. También hay personajes de ficción como Sancho Panza (siendo gobernador de la ínsula Barataria, se le planteó a Sancho una paradoja que podría haber sido formulada por Lewis Carroll; para resolverla, Sancho aplicó su sentido de la bondad) y Timeo (Timeo de Locri, interlocutor principal de Platón en el diálogo *Timeo*).

Se ha incluido en un apéndice una extensa “Tabla Cronológica”, donde en columnas contiguas están todos los matemáticos del Diccionario, las principales obras matemáticas (lo que puede representar un esbozo de la historia de la evolución de las matemáticas) y los principales acontecimientos históricos que sirven para situar la época en que aquéllos vivieron y éstas se publicaron. Cada matemático se sitúa en el año de su nacimiento, exacto o aproximado; si no se dispone de este dato, en el año de su muerte, exacto o aproximado; si no se dispone de ninguna de estas fechas, en el año aproximado de su florecimiento. Si sólo se dispone de un periodo de tiempo más o menos concreto, el personaje se clasifica en el año más representativo de dicho periodo: por ejemplo, en el año 250 si se sabe que vivió en el siglo III, o en el año -300 si se sabe que vivió hacia los siglos III y IV a.C.

En el apéndice “Algunos de los problemas y conjeturas expuestos en el cuerpo del Diccionario”, se ha resumido la situación actual de algunos de dichos problemas y conjeturas. También se han incluido los problemas que Hilbert planteó en 1900, los expuestos por Smale en 1997, y los llamados “problemas del milenio” (2000). No se estudian con detalle, sólo se indica someramente de qué tratan.

Esta segunda edición del *Diccionario Biográfico de Matemáticos* tiene por objeto su puesta a disposición de la Escuela de Ingenieros de Minas de la Universidad Politécnica de Madrid.

Laredo. Verano 2012

DICCIONARIO

A

Abbati, Pietro (1768-1842). Matemático italiano. Nació en Módena, donde estudió y enseñó en su Universidad. Comunicó (1802) por carta a Ruffini la demostración del teorema consistente en que el orden de un subgrupo divide el orden del grupo (resultado también obtenido por Lagrange), ampliando a las ecuaciones de grado superior a cinco la imposibilidad de su resolución, en el caso general, mediante radicaciones sucesivas partiendo de sus coeficientes.

Abd Al-Hamid Ibn-Turk (h. 830). Matemático árabe, probablemente de origen turco. Vivió y trabajó en Bagdad a principios del siglo IX. Escribió *Sobre las necesidades lógicas en las ecuaciones mixtas*. Este manuscrito debía formar parte de un libro sobre álgebra, muy parecido al de Al-Khuwarizmi y publicado aproximadamente en la misma época, o quizá antes. Las *Necesidades lógicas* presentan una estructura y una demostración geométrica similar al *Álgebra* de Al-Khuwarizmi, siendo en un aspecto más completa ya que demuestra por medio de figuras geométricas que una ecuación cuadrática no tiene solución cuando su discriminante es negativo. Las analogías entre ambas obras parecen indicar que el desarrollo del álgebra no era un fenómeno reciente cuando se escribieron.

Abdank-Abakanowicz, Bruno (1852-1900). Ingeniero e inventor polaco. Nació en Vilkmergė (hoy Lituania, entonces Rusia, por lo que a veces se le considera lituano y otras ruso). Estudió en la Universidad Técnica de Riga. Fue profesor en la Universidad Politécnica de Lvov (hoy, Lviv, Ucrania). Construyó y comercializó su intégrafo (1878), aparato que dibujaba la curva integral recorriendo una de sus puntas la gráfica de la función integrando. Escribió la obra *Intégrafos: la curva integral y sus aplicaciones. Estudio sobre un nuevo sistema de integradores mecánicos* (1886). En ella estudió la curva cuadratriz que lleva su nombre. Publicó también diversas obras de divulgación científica.

Abdel Aziz, Y. J. (h. 1971). En relación al análisis matemático del gesto deportivo mediante fotogrametría tridimensional, desarrolló (1971), junto con Karara, algoritmos por los que es posible realizar una transformación lineal directa de las coordenadas espaciales de los puntos que definen los sólidos rígidos del sistema en estudio, permitiendo obtener las coordenadas planas que representan las posiciones adoptadas por el deportista, así como las del sistema de referencia.

Abel, Niels Henrik (1802-1829). Matemático noruego. Nació en Findö, cerca de Stavanger, hijo del pastor protestante de dicha localidad, en el seno de una familia muy numerosa. Estudió en Cristianía (actual Oslo). A los dieciséis años su maestro, Berndt Michael Holboe (1795-1850), reconoció el genio de Abel, le aconsejó leer los libros de los matemáticos más eminentes, incluido *Investigaciones de aritmética* de Gauss, y predijo que se convertiría en el mejor matemático de todo el mundo. En sus lecturas, Abel se dio cuenta de que Euler sólo había demostrado el teorema del binomio para potencias racionales, y él lo demostró para el caso general. Cuando Abel tenía 18 años murió su padre, y sobre él recayó gran parte de la responsabilidad de su familia. Después de estudiar en la Universidad de Cristianía y en Copenhague, Abel recibió una beca (1825) que le permitió viajar. En París fue presentado a Legendre, Laplace, Cauchy y Lacroix, pero lo ignoraron. Agotados sus fondos, viajó a Berlín donde residió de 1825 a 1827 con Crelle. Regresó a Cristianía tan cansado que le fue necesario, según él mismo escribió, asirse a la puerta de una iglesia. Para ganar dinero impartió clases a estudiantes jóvenes. Empezó a recibir mayor atención a través de sus trabajos publicados, y Crelle pensó que le podría asegurar una plaza de profesor en la Universidad de Berlín. Pero Abel contrajo la

tuberculosis, muriendo en 1829. Dos días después de su muerte le llegaba una carta en la que se le informaba que iba a ser nombrado profesor de matemáticas en la Universidad de Berlín. Escribió *Memoria sobre las ecuaciones algebraicas* (1824), donde demostró la imposibilidad de la resolución algebraica de las ecuaciones generales de grado igual o mayor que cinco, mediante radicaciones sucesivas partiendo de los coeficientes (reciben el nombre de ecuaciones abelianas aquéllas que son resolubles por radicales). En 1826 escribió *Demostración de la imposibilidad de resolución de ecuaciones cuyo grado sea superior al cuarto*, trabajo que completaba y mejoraba su anterior escrito de 1824. Este teorema se suele llamar de Abel-Ruffini, pues Ruffini dio una demostración en 1799 sobre dicha imposibilidad, demostración no satisfactoria y que en general no fue tomada en consideración. En 1829, Abel escribió *Memoria sobre una clase singular de ecuaciones algebraicamente resolubles*, donde investigaba las ecuaciones cíclicas y las ecuaciones normales con grupo de Galois conmutativo (un grupo en el que todos los elementos conmutan dos a dos se llama grupo conmutativo o abeliano, en honor a Abel). En su memoria *Sobre la resolubilidad algebraica de las ecuaciones* (póstuma, 1839), Abel demostró una serie de teoremas relacionados con la teoría de Galois, como por ejemplo, que para que una ecuación irreducible sea resoluble por medio de radicales es necesario y suficiente que todas las raíces sean funciones racionales de dos raíces conocidas. En realidad, Abel investigó la estructura de algunas clases concretas de grupos resolubles, es decir, de grupos conmutativos, mostrando que éstos son producto de grupos cíclicos. En el campo del análisis se ocupó de las series y de la teoría de funciones. Estudió el criterio logarítmico de convergencia de las series, y las ecuaciones lineales en diferencias finitas con coeficientes variables. En una carta a Holboe (1826), Abel dice: “Las series divergentes son invención del demonio, y es una vergüenza basar en ellas cualquier demostración, sea la que fuere. Usándolas, se puede obtener cualquier conclusión que le plazca a uno y por eso han producido tantas falacias y tantas paradojas... He llegado a estar prodigiosamente atento a todo esto, pues con la excepción de las series geométricas, no existe en todas las matemáticas una sola serie infinita cuya suma se haya determinado rigurosamente. En otras palabras, las cosas más importantes en matemáticas son aquéllas que tienen menor fundamentación. Que la mayor parte de estas cosas sean correctas a pesar de ello es extraordinariamente sorprendente. Estoy tratando de encontrar una razón para esto; es una cuestión extraordinariamente interesante”. Su prematura muerte le impidió trabajar sobre esta cuestión. Se denomina teorema de Abel, el siguiente (1826): El dominio de convergencia de la serie de potencias $a_0 + a_1(z - a) + a_2(z - a)^2 + \dots + a_n(z - a)^n + \dots$ en el plano complejo, es siempre un círculo con centro en el punto a . Actualmente se denomina sumabilidad en el sentido de Abel, el criterio que aparece sugerido en el citado teorema, y que consiste en que si la serie de potencias $f(x) = \sum_{n=0, \infty} a_n x^n$ tiene radio de convergencia r y converge para $x = r$, entonces $\lim_{x \rightarrow r^-} f(x) = \sum_{n=0, \infty} a_n r^n$.

En su memoria *Investigación de la serie $1 + mx/1 + m(m - 1)x^2/1 \cdot 2 + \dots$* , donde m y x son números complejos cualesquiera, demostró los siguientes dos teoremas: 1) Si la serie $f(\alpha) = v_0 + v_1\alpha + v_2\alpha^2 + \dots$, converge para cierto $\alpha = \alpha_0$, entonces converge para los α menores que α_0 en módulo. 2) Para $f(\alpha - \beta) - f(\alpha)$, si $\beta \rightarrow 0$, $\alpha \leq \alpha_0$, esto es, la suma de una serie de potencias convergente es una función continua de su argumento.

Abel corrigió el error de Cauchy sobre la continuidad de la suma de una serie convergente de funciones continuas. Dio el siguiente ejemplo: $\sin x - 1/2 \sin 2x + 1/3 \sin 3x - \dots$, que es discontinua cuando $x = (2n + 1)\pi$ y n es entero, aunque los términos individuales sean continuos (esta serie es una expansión de Fourier de $x/2$ en el intervalo $-\pi < x < \pi$; por tanto, la serie representa la función periódica que vale $x/2$ en cada intervalo de longitud 2π ; la serie converge a $\pi/2$ cuando x tiende a $(2n + 1)\pi$ por la izquierda, y converge a $-\pi/2$ cuando x tiende a $(2n + 1)\pi$ por la derecha). Usando la idea de convergencia uniforme, Abel dio una demostración correcta de que la suma de una serie uniformemente convergente de funciones continuas es continua en el interior del intervalo de convergencia.

El primer caso de uso directo y consciente de una ecuación integral y su resolución, es de Abel, pues en 1823 y 1826 consideró el siguiente problema de mecánica: Una partícula material cae desde un punto de una curva situada en un plano vertical, deslizándose por ella hasta otro punto de dicha curva; la velocidad adquirida en este punto es independiente de la forma de la curva, pero el tiempo empleado en el descenso no lo es. Abel halló la ecuación integral que relaciona la ecuación de la curva con el tiempo de descenso.

En 1826, Abel en su visita a París, presentó a la Académie des Sciences, su ensayo principal sobre integrales, titulado *Memoria sobre una propiedad general de una clase muy amplia de funciones trascendentes*. Fourier, que era el secretario de la Académie, leyó la introducción de la memoria, y remitió el trabajo a Cauchy, como responsable principal, y a Legendre, para que lo evaluaran. Este trabajo era largo y difícil, conteniendo muchos resultados nuevos de una generalidad extraordinaria, pero Cauchy lo dejó de lado, quizá para favorecer su propio trabajo, y lo traspapeló. Legendre lo olvidó. Durante esta estancia en París, Abel escribió a un amigo suyo: “Cualquier principiante tiene grandes dificultades para hacerse notar aquí. Yo mismo acabo de terminar un extenso tratado sobre una cierta clase de funciones trascendentes, ... pero el señor Cauchy apenas se ha dignado echarle un vistazo”. El mismo año de la muerte de Abel, Jacobi escribió a Legendre preguntándole por la memoria de Abel que había quedado en manos de Cauchy, pues le habían llegado vagas noticias de que tenía que ver con sus importantes descubrimientos. Cauchy buscó y encontró el manuscrito de Abel, que Legendre describiría más tarde como “un monumento más duradero que si fuera de bronce”. El Institut de France lo publicó en 1841. El manuscrito se refería a una generalización importante de la obra de Legendre sobre integrales elípticas, llegando a definir las llamadas funciones elípticas, obtenidas como funciones inversas de las integrales elípticas, que también fueron encontradas por Gauss y Jacobi, idea que Abel poseía desde 1823. En este ensayo, enunció el siguiente teorema, llamado hoy teorema de Abel: Sea y la función algebraica de x definida por la ecuación $f(x,y) = 0$, siendo f un polinomio en x e y (Abel escribe como si x e y fueran variables reales, aunque ocasionalmente aparecen números complejos). Sea $R(x,y)$ cualquier función racional de x e y . Entonces la suma de cualquier número m de integrales de la forma $\int R(x,y) dx$, es expresable en términos de p integrales de ese tipo, más términos algebraicos y logarítmicos. Más aún, el número p depende únicamente de la ecuación $f(x,y) = 0$ y de hecho es su género. Abel también dio la solución para el caso de estas integrales hiperelípticas donde $f = y^2 - P(x)$, siendo $P(x)$ un polinomio de grado sexto (en este caso, el número de integrales es $p = (n - 2)/2 = 2$). Abel publicó diversos ensayos sobre las funciones elípticas, como el titulado *Investigaciones sobre las funciones elípticas* (1827), algunos de ellos en la *Revista de Crelle* y en los *Anales de Gergonne*. En estos trabajos, Abel dio, para las integrales hiperelípticas, una reducción a las tres especies, habiendo observado su periodicidad múltiple; extendió la permutación de argumento y parámetro de las integrales elípticas a la integral algebraica general; generalizó las funciones elípticas, incluyéndolas en una clase de funciones trascendentes hoy llamadas funciones abelianas. Legendre, a quien en sus trabajos se le había pasado por alto la inversión de las integrales elípticas, elogió a Abel diciendo: “Qué cabeza tiene este noruego”. Hermite comentó que Abel había dejado ideas sobre las que podían trabajar los matemáticos durante 150 años.

Abel Transon (Abel Étienne Louis Transon) (1805-1876). Matemático y escritor político francés. Nació en Versalles. Estudió en la École Polytechnique en París, donde fue profesor del curso de análisis de Liouville (1841). Ingeniero de minas. Aportó relevantes estudios sobre la curvatura de líneas y superficies (1841) y las transformaciones cuadráticas (1864). Fue ferviente seguidor del sansimonismo desde 1830.

Publicó *Generalización de la teoría de los focos en las secciones cónicas* (1839), *Investigaciones sobre la curvatura de líneas y superficies* (1841), *Estudio sobre las ruletas* (1845), *Nota sobre los principios de la mecánica* (1845), *Sobre algunos efectos ópticos referentes a la perspectiva* (1849), *Memoria sobre las propiedades de un conjunto de rectas trazadas desde todos los puntos del espacio según una ley constante* (1861), *Nota sobre los polígonos semi-regulares inscritos en una elipse* (1863), *Sobre el álgebra direccional y sus aplicaciones a la geometría* (1868-1875), *Sobre las transformaciones isológica e isogonal de curvas planas* (1869), *Sobre el infinito o metafísica y geometría con ocasión de una pseudo geometría* (1871).

Aben Essamej (siglo XI). Matemático hispano-árabe. Escribió *Comentarios a los tratados de geometría de Euclides*, *De la naturaleza de los números*, *De los cálculos usados en el comercio*, *Tratado de construcción y uso del astrolabio*, *Tablas astronómicas*, *Tratado de matemáticas*.

Aben Ezra (1092-1167). Judío español. Nació en Tudela (Taifa de Zaragoza, hoy Navarra). Autor de diversas obras sobre astrología, filosofía y matemática. Tradujo al hebreo *Sobre los aumentos y*

disminuciones de Abu Kamil, obra que trata del procedimiento de falsa posición para resolver las ecuaciones lineales con una incógnita, mediante uno o dos ensayos. En su sistema decimal posicional para los enteros, Aben Ezra utilizó los nueve primeros signos del alfabeto hebraico y un pequeño círculo para el cero.

Abenbeder. V. Ibn Badr.

Abenhiyya, Abraham (Savasorda) (h. 1065-h. 1136). Matemático y astrónomo judío español, nacido en Cataluña. Posiblemente estudió en centros del califato de Córdoba, formándose científicamente en la corte de los Banu Hud, en Zaragoza. Vivió y trabajó en Barcelona. Traductor sistemático de obras, en especial astronómicas, del árabe al hebreo. Utilizó el título de Savasorda, es decir, jefe de policía. Autor (1136) en hebreo de una obra traducida al latín (1145) por él mismo en colaboración con Platón de Tívoli, bajo el título de *Liber embadorum*, tratado de agrimensura y geometría práctica para ayudar a los judíos españoles y franceses en la medición de terrenos, donde aparece la fórmula de Herón y otras cuestiones geométricas y algebraicas, como la resolución de la ecuación de segundo grado. También escribió en hebreo una enciclopedia sobre matemáticas (teoría de números, operaciones fundamentales, aritmética comercial, definiciones geométricas), astronomía, óptica y música. Tradujo, también con Platón de Tívoli, la *Esférica* de Teodosio.

Abramowitz, Milton (1915-1958). Matemático estadounidense. Nació en Nueva York. Trabajó en el National Bureau of Standards. Escribió con Irene Stegun, *Manual de funciones matemáticas con fórmulas, gráficos y tablas matemáticas* (1964). Cuando Abramowitz murió de un ataque al corazón en 1958, el libro no estaba terminado, continuando y acabando la obra (1964) Stegun con la asistencia de Philip J. Davis, responsable de Análisis numérico del National Bureau of Standards.

Abu-al-Fath (s. X). Matemático árabe. Revisó a finales del siglo X, la traducción de los siete libros de *Cónicas* de Apolonio, realizada por Hilal Al-Himsi.

Abu-al-Wafa. V. Abulwafa.

Abu Kamil Shoja ben Aslam (h. 850- h. 930). Matemático hispanoárabe. Algebrista, completó la obra de Al-Khuwarizmi. Fue uno de los primeros en tratar algebraicamente problemas geométricos, como los de inscripción y circunscripción de pentágonos y decágonos. Se le consideró el mejor matemático y astrónomo de su época.

Además de su *Álgebra*, escribió *Libro de las cosas singulares del arte de calcular*, que trata de problemas de análisis indeterminado de primer grado de hasta cinco incógnitas. Escribió que “La primera cosa que es necesaria para los estudiantes de esta ciencia (el álgebra) es la de entender las tres especies que menciona Muhamad ibn Musa Al-Khuwarizmi en su libro. Éstas son las raíces, los cuadrados y los números” (es decir, x , x^2 y los números). Se le atribuye una obra que más tarde sería vertida al hebreo por el judío español Aben Ezra (s. XII), y luego al latín con el título *Sobre los aumentos y disminuciones*, en el que trata del procedimiento de falsa posición para resolver ecuaciones lineales con una incógnita, mediante uno o dos ensayos, de donde los nombres de *regula falsi* o de *regula duorum falsorum*, que no son sino la solución de la ecuación lineal por el método de interpolación lineal, exacto en este caso. Este método se aplicaba a los problemas cuya ecuación lineal se escribiría con la notación actual en la forma $ax = b$ obteniendo su solución partiendo de un valor arbitrario x_1 para la incógnita, que llevaría a un valor falso $ax_1 = b_1 \neq b$, pero que una simple regla de tres $x:x_1 = b:b_1$ permite obtener el valor exacto x . Un ejemplo extraído del texto árabe es el siguiente: ¿Cuál es el número cuyos $\frac{2}{3}$ es 5? Se parte de un valor arbitrario para ese número, en general cómodo para los cálculos, en este caso 3, cuyos $\frac{2}{3}$ es 2 diferente de 3, pero la regla de tres $x:3 = 5:2$, da para x el valor exacto $7\frac{1}{2}$. El caso de doble falsa posición se aplicaba en cambio a las ecuaciones de la forma: $ax + b = c$, $ax + bx + c = d$. Para resolver la ecuación se parte de dos valores arbitrarios de la incógnita, x_1 y x_2 , calculando los errores respectivos y_1 y y_2 como las diferencias de los valores de ambos miembros de las ecuaciones anteriores; operando con esos cuatro números de acuerdo con esquemas empíricos diferentes según el sentido de los errores, se llega al valor exacto: $x = (x_1y_2 - x_2y_1):(y_2 - y_1)$. Por ejemplo: ¿Cuál es el número que sumado a sus $\frac{2}{3}$ y agregándole la

unidad, el resultado es 10? El aritmético árabe parte de los valores $x_1 = 9$, $x_2 = 6$, obteniendo $y_1 = 16 - 10 = 6$, $y_2 = 11 - 10 = 1$, y aplicando la regla correspondiente a este caso (los errores son de igual signo) obtiene $x = 5^2/5$, que es la solución.

Abu Nasr (h. 960-1036). Matemático persa. Enunció el teorema de los senos de la trigonometría plana.

Abu Uthman (s. X). Matemático árabe. Realizó la traducción del libro décimo de los *Elementos* y de los comentarios de Pappus a este libro.

Abulgud (h. 1000). Matemático árabe. Resolvió la construcción del heptágono y del eneágono regulares, por medio de cónicas. Se ocupó siempre de la determinación gráfica de las incógnitas de la ecuación correspondiente a cada problema.

Abulwafa (Albuzjani o Abu-al-Wafa) (940-998). Matemático y astrónomo persa musulmán. Nació en Buzjan (Irán). Trabajó en el observatorio de Bagdad. Conocía las fórmulas seno y coseno del arco mitad. Aplicó las funciones trigonométricas tangente y cotangente en los cálculos de astronomía. Calculó tablas de senos y tangentes con intervalos de $10'$, obteniendo $\text{sen } 30'$ con 9 decimales exactos. Para ello, procedió como Ptolomeo, partiendo de los lados del pentágono y triángulo regulares para obtener $\text{sen } 36^\circ$ y $\text{sen } 60^\circ$, de donde por sucesivas bisecciones llega a $\text{sen } 33'45''$ y $\text{sen } 28'7\frac{1}{2}''$, valores con los que obtiene $\text{sen } 22'30''$, ángulo que es cuádruplo de la diferencia de los dos anteriores; luego aplica la siguiente igualdad: $\text{sen } (a+b) = \text{sen } a + \frac{1}{6}[\text{sen}(a+3b) - \text{sen}(a-3b)]$, válida para ángulos pequeños, y que es evidente con sólo sustituir los senos por los arcos, y en la que hace $a = 28'7\frac{1}{2}''$, $b = 1'52\frac{1}{2}''$, obteniendo: $\text{sen } 30^\circ = \text{sen } 28'7\frac{1}{2}'' + \frac{1}{6}(\text{sen } 33'45'' - \text{sen } 22'30'')$.

Escribió *Libro de lo que es necesario de la construcción geométrica para el artesano*, sobre construcciones geométricas con una serie de problemas resueltos con regla y compás de abertura fija. También escribió *Libro de lo que es necesario de la ciencia de la aritmética para escribas y comerciantes*. Tradujo las obras de Diofanto al árabe. Comentó las obras de Euclides, Diofanto y Ptolomeo.

Ackermann, Wilhelm (1896-1962). Matemático alemán. Nació en Schönebeck. Estudió en la Universidad de Gotinga. Profesor de enseñanza secundaria. Discípulo de Hilbert, trabajó junto con él y sus condiscípulos Bernays y Neumann, en el desarrollo de la teoría de la demostración, o metamatemática, que pretendía establecer la consistencia de un sistema formal.

Acosta Sánchez, Leopoldo (n. 1964). Matemático español. Nació en Tazacorte (La Palma, Canarias). Catedrático de física aplicada, en el departamento de ingeniería de sistemas y automática y arquitectura y tecnología de computadores de la Universidad de La Laguna. Su actividad investigadora se desarrolla en la teoría de sistemas, el control de procesos y la robótica. Es coautor de *Redes neuronales artificiales y algoritmos genéticos* (1993), *Diseño de estrategias de control para el espejo primario del gran telescopio de Canarias* (2001), *Modelos e inteligencia artificial* (2010).

Adams, John Couch (1819-1892). Matemático y astrónomo inglés. Profesor de matemáticas en la Universidad de St. Andrews (1858) y de astronomía y geometría en Cambridge (1859), y director de su observatorio (1861). Publicó trabajos sobre la geometría del triángulo. Fue uno de los descubridores del planeta Neptuno.

Adelardo de Bath (h. 1075-1160). Filósofo escolástico y traductor inglés. Estudió y enseñó en Francia. Viajó a Siria, Córdoba y sur de Italia, que estaban bajo el control árabe. Tradujo del árabe al latín los *Elementos* de Euclides (1142) y las tablas astronómicas de Al-Khuwarizmi (1126) y probablemente también su *Álgebra*, así como del griego al latín el *Almagesto* de Ptolomeo (h. 1155). Con el influjo de las obras griegas que le llevaron a buscar explicaciones racionales, al estudio del mundo físico y al interés en el mundo real, Adelardo llegó a confrontar su propia razón contra la autoridad de la Iglesia, diciendo que no escucharía a quienes están “sujetos por las bridas...; por lo que

si quieres comunicarte conmigo, intercambia razones". También escribió *Sobre lo mismo y lo diferente* y *Cuestiones naturales*.

Adhémar, Alphonse Joseph (1797-1862). Matemático francés. Nació en París. En su obra *Perspectiva lineal* (1838) se inclinó por la utilización de la perspectiva axonométrica oblicua para la representación geométrica. Este sistema de representación se utilizaba comúnmente en Francia desde Desargues. Otras obras: *Curso de aritmética* (1832), *Curso de matemáticas para uso del ingeniero civil* (1832), *Tratado de geometría descriptiva* (1834 y 1847), *Tratado de corte de piedras* (1837), *Tratado de sombras* (1840), *Revoluciones del mar* (1842), *Obras en madera* (1849), *Bellas artes y artistas* (1861).

Adleman, Leonard Max (n. 1945). Matemático estadounidense. Nació en California. Estudió en la Universidad de Berkeley. Profesor en ciencias de la computación y biología molecular en la Universidad del Sur de California. Junto con R. L. Rivest y A. Shamir, idearon (1976) el cifrado de clave pública (basada en las funciones unidireccionales con trampa) más usado hoy en día (algoritmo RSA). Se basa en que es muy fácil multiplicar dos grandes números primos, pero es extremadamente difícil factorizar su producto.

Ado, I. D. (h. 1935). Matemático soviético. Discípulo de Chebotarev. En 1935 demostró que para toda álgebra de Lie definida abstractamente existe un álgebra de matrices isomorfa a ella.

Aflah, Jabir b. (Aflah, Gabir ibn). V. Gabir ibn Aflah.

Agnesi, María Gaetana (1718-1799). Matemática italiana. Nació en Milán. A temprana edad dominaba griego, latín, hebreo y varias lenguas modernas. Catedrática de matemáticas en Bolonia (1749). En su libro *Instituciones analíticas para uso de la juventud italiana* (1748), estudió curvas de orden superior, entre ellas la curva versiera o curva de Agnesi. También escribió *Proposiciones filosóficas* (1738).

Agrippa von Nettesheim. V. Nettesheim, Agrippa von.

Aguilar y Vela, Antonio (1820-1882). Astrónomo y matemático español. Nació en Madrid. Estudió humanidades y física en Madrid y Alcalá de Henares. Emigró a Francia con diecinueve años, al término de la primera guerra carlista, por sus ideas políticas. Estudió matemáticas y física en el Liceo de Angulema, estudios que continuó al volver a España en 1845. Fue catedrático de matemáticas en la Universidad de Valladolid, de cálculo en la de Santiago y de astronomía en la Central de Madrid. En 1851 fue nombrado director del Observatorio Astronómico de Madrid. En 1861 fue nombrado secretario perpetuo de la Real Academia de Ciencias Exactas, cargo del que fue desposeído, así como de la dirección del Observatorio, por su militancia carlista, en 1871, teniendo que exiliarse de nuevo en Francia. En 1872 recuperó su cargo en el Observatorio, aunque éste pasó a depender de la Universidad Central. Fue autor de varios trabajos astronómicos, destacando uno sobre las manchas solares, eclipses de sol y topografía de Madrid, así como sobre climatología y meteorología. Introdujo en España el cálculo de probabilidades y llegó a ser una autoridad en estadística aplicando los métodos de Laplace y Lagrange.

Ahlfors, Lars Valerian (1907-1996). Matemático finlandés. Nació en Helsinki, donde se doctoró (1930). Alumno de Lindelöf y de Nevanlinna. Fue profesor en Helsinki y en Zúrich. Trabajó en Harvard de 1935 a 1938, donde se estableció definitivamente en 1946. Demostró el teorema de Picard y enunció la teoría de cubrimientos, por la que se le concedió la primera medalla Fields (1936). Trabajó en distancias invariantes en variedades complejas, capacidad analítica, equidistribución y curvas meromorfas, longitud extremal e invariantes conformes, aplicaciones cuasiconformes, grupos kleinianos, etc. El teorema de Ahlfors - Carleman (anteriormente, conjetura de Denjoy) afirma que el número máximo de valores asintóticos de una función entera está determinado por la rapidez de crecimiento de la función, o más precisamente, el número de valores asintóticos de una función entera es a lo sumo dos veces el orden de la función. Carleman había demostrado este teorema unos años

antes que Ahlfors, pero con un factor cinco en lugar de dos, que es el mejor posible, tal como lo demostró Ahlfors. Publicó *Análisis de variable compleja* (1953).

Ahmes (h. 1650 a.C.). Escriba y matemático egipcio. Autor del *Papiro Rhind* (nombre de su descubridor, en 1858, y propietario, el anticuario escocés A. Henry Rhind, que lo legó al British Museum). Se trata de un rollo de papiro de unos 30 cm de ancho y casi 6 m de largo, en escritura hierática, utilizando el sistema de numeración decimal con cifras o signos especiales para representar los dígitos, los múltiplos de las potencias de diez y las fracciones unitarias. Ahmes indica que el contenido de su obra procede de épocas anteriores, aproximadamente de comienzos del segundo milenio a.C. Parece posible que parte de este contenido proceda de Imhotep (h. 2700 a.C.), el casi legendario arquitecto y médico del faraón Zoser, que dirigió la construcción de su pirámide. El papiro comienza con las siguientes palabras: "Cálculo exacto para entrar en conocimiento de todas las cosas existentes y de todos los oscuros secretos y misterios". Se trata de un manual de aritmética, probablemente destinado a la formación de los escribas oficiales. El mayor interés que ofrece la aritmética de este papiro, como la de otros papiros, reside en el característico uso de las fracciones, pues exceptuando $\frac{2}{3}$ y a veces $\frac{3}{4}$, sólo utilizan fracciones unitarias (de numerador la unidad), descomponiendo todo cociente o parte de un cociente menor que la unidad, en suma de fracciones unitarias (muchas de estas descomposiciones eran conocidas de memoria por los escribas). Esta descomposición se tornaba difícil cuando el denominador no era pequeño, de ahí que sea explicable que el papiro Rhind comience con una tabla que facilitara dicha descomposición, dándola para todos los cocientes de dividendo 2 y divisor impar desde 5 hasta 101. Por ejemplo, para calcular $\frac{7}{29}$ partiendo de $\frac{2}{29} = \frac{1}{18} + \frac{1}{87} + \frac{1}{522}$, y de $\frac{1}{29} = \frac{1}{58} + \frac{1}{87} + \frac{1}{232} + \frac{1}{696}$, Ahmes llega, tras alguna sencilla operación, a $\frac{7}{29} = \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{58} + \frac{1}{87} + \frac{1}{232}$. Se podría haber obtenido esta expresión más sencilla $\frac{7}{29} = \frac{1}{5} + \frac{1}{29} + \frac{1}{145}$, pero con la tabla de $\frac{2}{n}$ se llega a la expresión anterior.

Aparecen también progresiones aritméticas y geométricas y algún ejemplo de raíz cuadrada. Contiene 85 problemas y sus soluciones, generalmente de repartición proporcional o de medidas de capacidad, de superficie o de volumen, como otras cuestiones que llevan a problemas de primer grado con una o varias incógnitas. El enunciado del problema 31 es: Una cantidad, sus $\frac{2}{3}$, su $\frac{1}{2}$, su $\frac{1}{7}$, su totalidad asciende a 33. Con la simbología actual $2x/3 + x/2 + x/7 + x = 33$, $x = 1386/97$.

El problema 63, dice: Instrucciones para dividir 700 hogazas de pan entre 4 personas, $\frac{2}{3}$ para el primero, $\frac{1}{2}$ para el segundo, $\frac{1}{3}$ para el tercero, $\frac{1}{4}$ para el cuarto. La solución de Ahmes es: Suma $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, esto da $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Divide 1 por $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, esto da $\frac{1}{2} + \frac{1}{14}$. Ahora calcula el $\frac{1}{2} + \frac{1}{14}$ de 700, esto da 400. En algunos casos Ahmes utiliza la llamada regla de falsa posición. Así, para calcular cinco números en progresión aritmética, sujetos a una condición extra y tales que su suma sea 100, Ahmes elige la diferencia d de la progresión de manera que sea igual a $5\frac{1}{2}$ veces el término menor, y toma tal término menor igual a 1, con lo que obtiene la progresión aritmética: 1, $6\frac{1}{2}$, 12, $17\frac{1}{2}$, 23. Pero estos números sólo suman 60, mientras que lo que debían sumar era 100. Ahmes multiplica cada uno de los términos por $\frac{5}{3} = \frac{100}{60}$. El papiro dispone de reglas exactas para el área de triángulos, rectángulos y trapecios, así como para el volumen de prismas y pirámides. También se da una regla para calcular el área de un círculo, dando a π el valor $\frac{256}{81} = 4(\frac{8}{9})^2$ (es el caso del problema 50 donde Ahmes admite que el área de un campo circular de 9 unidades de diámetro es la misma que el área de un cuadrado de lado 8 unidades). La regla para hallar la circunferencia de un círculo dice que la razón del área de un círculo a su circunferencia es la misma que la razón del área del cuadrado circunscrito a su perímetro. El problema 56 presenta un interés especial porque contiene lo que se pueden llamar rudimentos de trigonometría, pues pide calcular el "seqt" (concepto que se puede corresponder con la cotangente) de una pirámide que mide 250 codos de altura y cuya base mide 360 codos de lado, cuya solución es $5\frac{1}{25}$ manos por codo (el codo tenía 7 manos). El único tipo de ecuación de segundo grado que aparece es el más sencillo, $ax^2 = b$; incluso donde aparecen dos incógnitas, el problema es del tipo $x^2 + y^2 = 100$, $y = 3x/4$, de manera que eliminando la y , la ecuación en x se reduce efectivamente al tipo anterior. Se conservan otros papiros egipcios con contenido matemático, menos extensos que el de Rhind, como el de Kahun, el de Berlín o el de Moscú, que contiene 25 problemas.

Airy, George Biddell (1801-1892). Astrónomo inglés. Nació en Alnwick (Northumberland). Reorganizó el Royal Greenwich Observatory. Investigó en física, matemáticas, astronomía y geodesia.

Introdujo una función de dos variables, utilizada en la teoría de la elasticidad, cuyas derivadas segundas constituyen los componentes del tensor de esfuerzos. Formuló la hipótesis de la isostasia.

Akaike, Hirotugu (1927-2009). Estadístico japonés. Al principio de la década de 1970 formuló un criterio de información como modelo de identificación, que se conoce como criterio de información Akaike.

Alba Clares, Luis de (h. 1901). Militar español. Publicó en el primer número de la *Revista trimestral de matemáticas* (1901) dos artículos, titulados *Nota sobre un nuevo círculo de la geometría del triángulo* y *Nota sobre la racionalización*. En éste, hace constar que: “Algunos autores modernos consignan que es imposible la racionalización del denominador de un quebrado cuando éste tenga más de cuatro cantidades irracionales, y en la presente nota me propongo demostrar que la racionalización es siempre posible, cualquiera que sea el número de radicales de segundo grado que tenga el denominador”. Escribió con Vicente Inglada Ors, *Ejercicios de trigonometría rectilínea* (1920).

Al-Baki (h. 1100). Matemático árabe. Comentó el décimo libro de los *Elementos* de Euclides, aclarando sus teoremas con ejemplos numéricos.

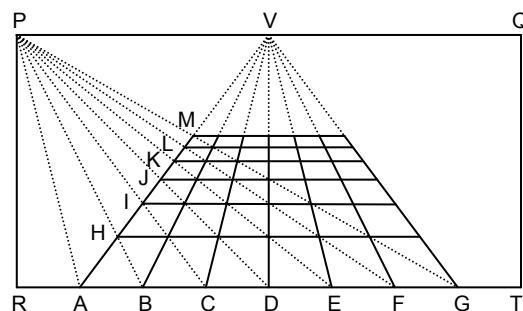
Al-Banna, Ibn. V. Ibn Al-Banna.

Albategni. V. Al-Battani.

Al-Battani (Albategni) (h. 858-929). Astrónomo y matemático árabe, llamado el Ptolomeo árabe. Nació cerca de Haran (Siria). Escribió *Sobre el movimiento de las estrellas*. Sustituyó los largos cálculos para la obtención trigonométrica de las cuerdas de ángulos dobles, por cálculos más sencillos que se han utilizado hasta la actualidad. Introdujo el uso de las tablas de senos entre los árabes. Resolvió problemas relativos a la esfera. Se le debe el teorema del coseno para triángulos esféricos.

Albert, Reka (h. 1999). Física rumana. Estudió en la Universidad Babes-Bolyai (Cluj-Napoca, Rumanía) y antropología en la de Budapest, doctorándose en física por la Universidad de Notre Dame (2001). Profesora de física y biología en la Universidad de Pensilvania (2003). Investiga en física biológica y modelado de redes. Junto con H. Jeong y A. L. Barabási, descubrieron (1999) que la probabilidad del número de enlaces de entrada y salida de una página en la web sigue una ley de potencias del tipo $k^{-\gamma}$. La probabilidad de que una página web tenga k enlaces (grado de salida k) es proporcional a $k^{-2,45}$, mientras que la probabilidad de que esté apuntada desde k páginas (grado de entrada k) es proporcional a $k^{-2,1}$.

Alberti, Leon Battista (1404-1472). Arquitecto italiano. Nació en Génova. Estudió en Padua y en la Universidad de Bolonia. Fue secretario de la cancillería pontificia en Roma. Recibió las órdenes sagradas. Proyectó importantes edificios en Rímíni, Florencia y Mantua. Escribió *Della Pittura* (1435, impreso póstumo en 1511), donde estudió la perspectiva, presentando los conceptos de proyección y sección.



Comienza su obra con una discusión general de los principios de la visión en escorzo, describiendo a continuación un método inventado por él para representar en un “cuadro plano” vertical (“plano del cuadro”) un conjunto de cuadrados situados en el “plano del suelo” horizontal (V. dibujo). Alberti supone que el ojo del observador está situado en un “punto de vista” S que está h unidades por encima

del plano del suelo y k unidades por delante del plano del cuadro. La intersección del plano del suelo con el plano del cuadro, recta RT , se llama la “línea de tierra”; el pie V de la perpendicular desde S al plano del cuadro se llama “centro de visión” (o punto de fuga principal), la línea que pasa por V y es paralela a la línea de tierra se llama “línea de fuga” (o “línea del horizonte”), y los puntos P y Q de esta línea que están a una distancia de k unidades se llaman los “puntos de distancia”. Se toman los puntos A, B, \dots, G sobre la línea de tierra RT , que están separados entre sí por distancias iguales, y donde D es la intersección de RT con el plano vertical que pasa por S y por V . Las proyecciones desde S sobre el plano del suelo, de las rectas que unen estos puntos con V , constituyen un conjunto de rectas paralelas y equidistantes. Uniendo P (o Q) con los puntos A, \dots, G , se obtiene un sistema de rectas que cortan a AV en los puntos H, I, \dots, M . Trazando por estos puntos paralelas a RT , el conjunto de trapezoides que se ha formado sobre el plano del cuadro corresponde a un conjunto de cuadrados situados sobre el plano del suelo.

Alberti se planteó la cuestión de qué propiedades geométricas tienen en común dos secciones de la misma proyección de una figura real. Estudió la cuadratura del círculo. Publicó una geometría práctica con el título de *Juegos matemáticos* (1450), que contiene aplicaciones a la mecánica, agrimensura, cálculo del tiempo y fuego de artillería. También escribió *De statua* (1434) y *De re aedificatoria* (1485).

Alberto Magno, San (h. 1200-1280). Filósofo y teólogo alemán. Nació en Lauingen an der Donau (Suabia). Obispo dominico, profesor de Santo Tomás de Aquino. Difundió la obra de Aristóteles y de los filósofos y científicos musulmanes. En sus escritos, como en los de Tomás de Aquino y en las discusiones sobre los infinitamente grandes e infinitamente pequeños, están los gérmenes filosóficos de la teoría de los indivisibles, con la que inició más tarde Cavalieri las modernas matemáticas. Escribió *De coelo et mundo*, *Summa theologiae*, *Summa de creaturis*.

Al-Biruni (973-1048). Científico, historiador y escritor persa. Nació en Khwarezm (Jurasan, Irán). Viajero infatigable y pensador crítico. Dominaba varios idiomas: turco, persa, sánscrito, hebreo, siríaco y árabe, en el que escribía. En su obra *La India*, familiarizó a los árabes con la matemática y cultura hindúes, dando una visión personal favorable sobre ellas, aunque dice: “Sólo puedo comparar su literatura matemática y astronómica... a una mezcla de concha de perla y dátiles verdes, o de perlas y estiércol, o de cristales valiosos y piedras corrientes. Ambos tipos de cosas son iguales a sus ojos, porque no pueden elevarse a los métodos de una deducción estrictamente científica”.

Hizo una descripción detallada de los *Siddhantas* y del principio posicional del sistema de numeración. En su obra astronómica se incluyen cuestiones matemáticas como la construcción de poliedros regulares y el tratamiento algebraico de los problemas de tercero y cuarto grado. Por ejemplo, para calcular el lado del eneágono regular, llega a la ecuación $x^3 = 1 + 3x$, para $x = 2 \cos 20^\circ$, que resuelve aproximadamente sin indicar el procedimiento, dando la solución en forma de fracción sexagesimal, $1; 52, 45, 47, 13$, es decir, $1 + 52/60 + 45/60^2 + 47/60^3 + 13/60^4$, lo que supone una aproximación decimal de más de seis cifras exactas. Demostró el teorema del seno para triángulos planos. Cita en su obra la fórmula del área del triángulo en función de sus lados como procedente de Arquímedes, hoy denominada de Herón. En un capítulo sobre la longitud de los gnomos expuso el método hindú de cálculo de las sombras. Presentó una discusión sobre si la Tierra gira o no alrededor de su eje, sin dar ninguna respuesta concreta. Estudió los pesos específicos y las causas de los pozos artesianos. Escribió también *Cronología de antiguas naciones*, *Elementos de astrología*, etc.

Albuzjani. V. Abulwafa.

Alcalá Galiano, Dionisio (1760-1805). Marino, astrónomo y cartógrafo español. Nació en Cabra (Córdoba). Siguió carrera en la Armada española. Acompañó a Tofiño en la comisión hidrográfica. Participó en la expedición Malaspina. Falleció en el combate de Trafalgar. Se le considera autor de un procedimiento para hallar la latitud mediante la observación de la distancia polar de un astro fuera del meridiano. También fue autor de un método para determinar la longitud en el mar mediante dos alturas del Sol observadas fuera del meridiano.

Alcalá Galiano, Vicente (1757-1810). Militar, matemático y político español. Nació en Doña Mencía (Córdoba). Desde 1784 impartía clases de matemáticas en la Academia de Segovia. Escribió *Construcción y uso de los instrumentos meteorológicos*. Tradujo varias obras, como *La meteorología aplicada a la agricultura* de Toaldo, *Memoria sobre los distintos modos de administrar la electricidad* de Mauduit. Fue gran admirador de Adam Smith.

Alcalasadi (1412-1486). Matemático hispanoárabe. Nacido en Baza (Granada). Estudió en Baza, Granada y Tlemecén. Regresado a Granada, escribió sus mejores trabajos. Huyendo del avance de los ejércitos cristianos, se refugió en Tlemecén y definitivamente en Túnez, donde murió. Fue uno de los introductores del simbolismo matemático aplicado a los problemas aritméticos. Comentó la obra aritmética-algebraica de Ibn Albanna, introduciendo ejemplos numéricos. Entre sus muchos escritos, en su obra *Descubrimiento de los secretos de la ciencia del Gubar*, se ocupó de cálculo aritmético y de álgebra.

Alcaraz Segura, Lorenzo (m. 1973). Matemático y pedagogo español. Exiliado a México tras la guerra civil española, fue cofundador y director (1957-1973) de la Academia Hispano-Mexicana, centro que impartía enseñanza secundaria y preparatoria para ingeniería y arquitectura. A mediados de los setenta, la Academia abrió su propia universidad con diversas carreras, como Economía, Historia, Derecho, etc. Alcaraz publicó *Cálculos mercantiles* (1954), *Cálculos financieros* (1958).

Alcega, Juan de (h. 1580). Sastre español. Nació en Guipúzcoa. Publicó *Libro de geometría, práctica y traza. El cual trata de lo tocante al oficio de sastre para saber pedir el paño, seda u otra tela que será menester para mucho género de vestidos... y para saber cómo se han de cortar los tales vestidos, con otros muchos secretos y curiosidades tocantes a este arte* (1580), donde presenta 135 patrones o “trazas” para realizar vestidos.

Alcuino de York (h. 732-804). Poeta, educador y clérigo inglés. Nació cerca de York. Maestro en la escuela de la catedral de York (778). Fue uno de los maestros a los que acudió Carlomagno para mejorar el nivel cultural de su administración y de su clero, trasladándose Alcuino (781) a Aquisgrán. En 796 fue nombrado abad de San Martín de Tours. Se le atribuye una obra de entretenimientos matemáticos titulada *Problemas destinados al desarrollo de la inteligencia en los jóvenes*, también atribuida a Beda. Explicaba que la creación del mundo había necesitado seis días porque seis es un número perfecto. Se le atribuyen obras de carácter elemental sobre aritmética, geometría y astronomía.

Al-Din, Baha. V. Baha Al-Din.

Al-Din, Nasir. V. Nasir Al-Din.

Alejandro de Afrodisia (h. 200). Filósofo griego. Nació en Caria (Anatolia). Fue uno de los principales comentaristas de Aristóteles, y jefe del Liceo de Atenas. Describe dos cuadraturas de lúnulas realizadas por Hipócrates: 1) Si se construyen tres semicírculos sobre la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo isósceles, la suma de las lúnulas que se forman sobre los catetos es igual al triángulo. 2) Si se construyen sobre el diámetro de un semicírculo como base, un trapecio isósceles con los otros tres lados iguales, y se construyen sobre estos tres lados tres semicírculos, entonces el trapecio es igual a la suma de cuatro figuras curvilíneas: las tres lúnulas iguales y un semicírculo sobre uno de los tres lados iguales del trapecio (V. Hipócrates). También escribió *Sobre el destino* y *Sobre el alma*.

Alembert, Jean Le Rond D' (1717-1783). Matemático, filósofo y físico francés. El apodo de Le Rond proviene del nombre de la iglesia de St. Jean Baptiste le Rond, próxima a Notre-Dame de París, en cuya escalinata fue abandonado poco después de nacer. Más tarde se supo que su madre fue una escritora, hermana de un cardenal, y su padre un caballero, general de artillería. Fue criado por la esposa de un vidriero, y años más tarde, cuando era un famoso matemático, rechazó enérgicamente los intentos de aproximación de su madre, prefiriendo ser reconocido como el hijo de sus empobrecidos padres adoptivos. El sobrenombre D'Alembert lo adoptó de joven por razones no conocidas (primero

se llamó D'Alembert, y quizá lo cambió por razones de eufonía). Estudió en el Collège des Quatre-Nations, donde recibió una sólida educación en derecho, medicina, ciencias naturales y matemáticas. Fue uno de los impulsores y directores, junto con Denis Diderot (1713-1784), de la *Enciclopedia* francesa, para la que escribió el *Discurso preliminar* (1751). Aclaró en los artículos escritos para la *Enciclopedia*, los conceptos de números negativos, irracionales e imaginarios; también escribió otros artículos matemáticos sobre cuestiones metodológicas, sobre los fundamentos del cálculo infinitesimal, sobre el folium de Descartes, y en el artículo sobre *Dimensión* sugirió la posibilidad de considerar al tiempo como cuarta dimensión. La *Enciclopedia*, a pesar de la educación jansenista de D'Alembert, mostraba fuertes tendencias a la secularización del saber, por lo que se vio víctima de violentos ataques procedentes de los jesuitas. Por su enérgica defensa del proyecto, D'Alembert fue conocido como el “zorro de la Enciclopedia”. Jugó un papel importante en la expulsión de Francia de los jesuitas. Por su amistad con Voltaire y otros filósofos, fue uno de los que preparó el camino hacia la Revolución Francesa. Fue elegido miembro de la Académie des Sciences a la edad de 24 años, y en 1754 fue elegido su secretario perpetuo y, como tal, quizá llegó a ser el científico más influyente de Francia. Declinó una oferta de Federico el Grande de Prusia, cuando se acercaba el final de la estancia de Euler en Berlín, para presidir la Academia prusiana, alegando que sería totalmente inadecuado situar a cualquier contemporáneo en una posición de superioridad académica por encima del gran Euler. Declinó también una oferta muy sustancial de Catalina la Grande de Rusia, para que fuese tutor de su hijo. Alentaba a los estudiantes, vacilantes ante las dificultades y oscuridades de los fundamentos de los métodos infinitesimales en aquel entonces, con la frase: “Allez en avant et la foi vous viendra”, es decir: Proseguid, ya os llegará la fe.

Invirtió mucho tiempo y esfuerzo intentando demostrar el teorema, conjeturado por Girard, conocido hoy como el teorema fundamental del álgebra, consistente en que toda ecuación polinómica $f(x) = 0$ con coeficientes complejos y de grado $n \geq 1$ tiene al menos una raíz compleja. Sus esfuerzos en este sentido fueron tan persistentes que aún hoy en día en Francia el teorema se conoce a menudo como “teorema de D'Alembert”. En su trabajo *Reflexiones sobre la causa general de los vientos* (1747), afirmó que cada expresión construida sobre los números complejos por medio de operaciones algebraicas (en las que incluyó la elevación a una potencia arbitraria) es un número complejo de la forma $A + Bi$ (el uso de i es notación posterior). La gran dificultad que encontró para probar tal aserto fue el caso $(a + bi)^{g+hi}$. Su cálculo de esta operación fue enmendado por Euler, Lagrange y otros matemáticos. En la *Enciclopedia*, D'Alembert mantuvo un discreto silencio sobre los números complejos.

En su artículo *Serie* de la *Enciclopedia*, dice: “Cuando la progresión o la serie se aproxima cada vez más a una cantidad finita, y, consiguientemente, los términos de la serie o cantidades de las que se compone, van disminuyendo, se dice que la serie es convergente, y si se continúa hasta el infinito, se hará finalmente igual a dicha cantidad. Así, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$, forma una serie que se aproxima constantemente a 1 y que se hará finalmente 1 cuando se continúe la serie hasta el infinito”. En 1768, D'Alembert expresa sus dudas acerca del uso de series no convergentes, diciendo: “En cuanto a mí, confieso que todos los razonamientos basados en series que no son convergentes... me resultan muy sospechosos, incluso cuando los resultados concuerdan con verdades a las que se llega por otros caminos”. Dio un criterio para la convergencia absoluta de la serie $u_1 + u_2 + u_3 + \dots$, que consiste en que si para todo n mayor que un cierto valor r , se tiene que $|u_{n+1}/u_n| < \rho$ es independiente de n y menor que 1 , la serie converge absolutamente (este criterio del cociente para determinar la convergencia de una serie, lleva el nombre de D'Alembert, y a veces el de Cauchy).

Estudió el concepto de paso al límite, y en relación con la noción de derivada, D'Alembert fue el primero en ver que Newton tenía el concepto correcto de derivada. Dice en la *Enciclopedia*, que la derivada debe basarse en el límite de la razón de las diferencias de las variables dependientes e independientes, lo que es una reformulación de las razones primera y última de Newton. Sostenía que la diferenciación de ecuaciones consiste simplemente en hallar los límites de las razones de diferencias finitas de dos variables incluidas en la ecuación. Oponiéndose a los puntos de vista de Euler y Leibniz, insistía en que “Una cantidad es algo o nada; si es algo, aún no se ha desvanecido; si no es nada, ya se ha desvanecido literalmente. La suposición de que hay un estado intermedio entre éstos dos es una quimera”. Dice que una cantidad es el límite de una segunda cantidad variable, si la segunda puede aproximarse a la primera hasta diferir de ella en menos que cualquier cantidad dada (sin llegar nunca a

coincidir con ella). Definió lo infinitamente grande en términos de límite, por ejemplo: Se dice que un segmento es infinito con respecto a otro si su razón puede hacerse mayor que cualquier número dado.

En relación al rigor en las demostraciones, o más bien a la falta de rigor, D'Alembert comentó en 1743: "Hasta el presente... se ha dado más importancia a engrandecer el edificio que a iluminar su entrada, a elevarlo aún más que a asentar sus cimientos".

A pesar del hecho de que toda suerte de funciones se representaban en serie trigonométrica, D'Alembert como Euler y Lagrange, nunca abandonaron la idea de que ello no era posible para funciones arbitrarias. La paradoja se explica parcialmente por el hecho de que se suponía que las series trigonométricas eran válidas cuando otro indicio, en ciertos casos de naturaleza física, parecía que así lo aseguraba; en este caso, sí se consideraba justificado el dar por válida la serie y deducir las correspondientes fórmulas para sus coeficientes. Para la función $x^{2/3}$, por ejemplo, D'Alembert siempre indicó que no podía desarrollarse en serie trigonométrica, y aunque Lagrange expuso (1768) el desarrollo $x^{2/3} = a + b \cos 2x + c \cos 4x + \dots$, D'Alembert dio argumentos en contra, tales como que las derivadas de ambos miembros no eran iguales para $x = 0$.

Propuso con carácter general el problema de la integrabilidad de una expresión. Estudió la transformación de las integrales elípticas, las ecuaciones diferenciales lineales de orden enésimo con coeficientes constantes, las ecuaciones diferenciales simultáneas, el desarrollo del número e en fracción continua. Encontró la solución singular de un tipo de ecuación diferencial que hoy lleva su nombre: $y = xf(y') + g(y')$.

En 1744 dio una condición necesaria y suficiente para que la ecuación $P dx + Q dy + R dz = 0$, donde P, Q, R son funciones de x, y, z , fuera integrable (con la ayuda de un factor integrante), siendo esta condición $P (\partial Q/\partial z - \partial R/\partial y) + Q (\partial R/\partial x - \partial P/\partial z) + R (\partial P/\partial y - \partial Q/\partial x) = 0$.

Su contribución más importante fue en el campo de las ecuaciones con derivadas parciales, en el que dio la solución al problema de las cuerdas vibrantes (1744), problema que adquirirá importancia en la futura revisión de los principios del análisis. Este problema se presenta como una ecuación con derivadas parciales de segundo orden de la forma $\partial^2 u/\partial t^2 = a^2 \partial^2 u/\partial x^2$, que mediante la transformación $at=y$, se convierte en $\partial^2 u/\partial y^2 = \partial^2 u/\partial x^2$; si $\partial u/\partial x = p$ y $\partial u/\partial y = q$, se tiene, por un lado, que $du = p dx + q dy$, y por otro lado, en virtud de la ecuación $\partial q/\partial y = \partial p/\partial x$, se tiene que $dv = q dx + p dy$ es una diferencial exacta; en definitiva: $d(u + v) = (p + q)d(x + y)$, $d(u - v) = (p - q)d(x - y)$, o lo que es lo mismo, se tiene que: $u + v = 2\Phi(x + y)$, $u - v = 2\Psi(x - y)$, siendo Φ y Ψ funciones arbitrarias, de donde se deduce finalmente: $u = \Phi(x + at) + \Psi(x - at)$, reconociendo D'Alembert que las funciones arbitrarias se reducen a una sola si, por las condiciones particulares del problema, u se anula para $x = 0$ y $x = l$. Daniel (I) Bernoulli publicó en 1753 sus trabajos sobre la cuerda vibrante, donde indica que "todas" las posibles curvas iniciales se pueden representar en la forma: $f(x) = \sum_{n=1, \infty} a_n \text{sen}(n\pi x/l)$, porque existen suficientes constantes a_n para que la serie se ajuste a cualquier curva, afirmando, en consecuencia, que todos los correspondientes movimientos vienen dados por: $y(t,x) = \sum_{n=1, \infty} a_n \text{sen}(n\pi x/l) \cos(n\pi ct/l)$, es decir, cualquier movimiento correspondiente a una curva inicial, no es más que una suma de modos periódicos sinusoidales, y la combinación tiene la frecuencia del modo fundamental. Tanto D'Alembert como Euler negaron esta afirmación de Bernoulli, y especialmente D'Alembert, en su artículo *Fundamental* del volumen 7 de la *Enciclopedia* (1757), atacó a Bernoulli diciendo que no todas las funciones periódicas e impares se podían representar mediante una serie como la expuesta por Bernoulli, pues la serie es derivable dos veces mientras que no toda función de aquel tipo tiene que serlo. No obstante, incluso cuando la curva inicial es suficientemente derivable (D'Alembert requería que lo fuese dos veces), no tenía por qué ser representable en la forma de Bernoulli. La discusión entre D'Alembert, Euler y Bernoulli, a la que se añadió Lagrange con nuevas aportaciones, y también Laplace, se prolongó durante más de una década sin llegar a un acuerdo.

En un ensayo sobre hidrodinámica, *Ensayo sobre una nueva teoría de la resistencia de los fluidos* (1752), D'Alembert llegó a las llamadas ecuaciones de Cauchy-Riemann que aparecen frecuentemente en análisis complejo: Si se tiene la función analítica $f(x+iy) = u + iv$, entonces: $f(x - iy) = u - iv$, $\partial u/\partial x = \partial v/\partial y$, $\partial u/\partial y = -\partial v/\partial x$. D'Alembert fue el primero en considerar (1763) la forma general de la ecuación de Riccati: $y' = a(x) + b(x)y + c(x)y^2$, y en utilizar el término "ecuación de Riccati" para esta forma.

Al estudiar la cuerda de espesor variable (1763) utilizó el método de resolución, que ya había empleado en su estudio de la cuerda de densidad constante, es decir, el método de separación de variables, fundamental para la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. También

en el artículo de 1763, D'Alembert escribe la ecuación de ondas en la forma $\partial^2 y / \partial t^2 = X(x) \partial^2 y / \partial x^2$, y busca soluciones del tipo $u = \zeta(x) \cos \lambda \pi t$, obteniendo para ζ la ecuación $d^2 \zeta / dx^2 = -\lambda^2 \pi^2 \zeta / X(x)$. Luego, determina ζ de modo que valiese 0 en los dos extremos de la cuerda. Mediante un análisis detallado, D'Alembert demuestra que existen valores de λ para los que ζ satisface esa condición, aunque no vio que hay infinitos valores para λ . La importancia de esta investigación estriba en que supuso otro paso en el camino hacia los problemas de contorno, o problemas de autovalores en ecuaciones diferenciales ordinarias.

En sus trabajos de buscar ecuaciones diferenciales que tuviesen soluciones en términos de un número finito de funciones elementales (1769), D'Alembert incluyó las integrales elípticas entre las respuestas admisibles.

En cuanto a la teoría de probabilidades propuso que, siempre que fuera posible, se determinaran las probabilidades por medio de experimentos. Insistió en la distinción entre vida media y vida probable de un individuo.

En relación con los esfuerzos tan numerosos como inútiles, realizados por Fenn, Playfair, Legendre, Saccheri, etc. para encontrar un sustituto adecuado al axioma euclídeo de las paralelas, o demostrar que la afirmación euclídea debiera ser un teorema, D'Alembert llamó al problema del axioma de las paralelas "el escándalo de los elementos de la geometría".

También escribió obras como las siguientes: *Tratado de dinámica* (1743), donde da ejemplos de aplicaciones del principio que lleva su nombre, que relaciona la dinámica con la estática, al afirmar que las acciones y reacciones internas de un sistema de cuerpos rígidos en movimiento están en equilibrio; *Tratado del equilibrio y el movimiento de los fluidos* (1744), obra fundamental en el desarrollo de la hidrodinámica; *Teoría general de los vientos* (1745); *Investigaciones sobre los equinoccios* (1749), etc.

Alexander, James Waddell (1888-1971). Matemático estadounidense. Nació en Sea Bright (New Jersey). Se graduó en la Universidad de Princeton (1910), donde se doctoró en 1911. Profesor de matemáticas en la Universidad de Princeton (1928-1933) y a partir de 1933 en el Institute of Advanced Study en Princeton, hasta su retiro. Estudió las variedades tridimensionales. Probó la invariancia topológica de los números de Betti y de los coeficientes de torsión, y también un importante teorema de dualidad, generalizando el de Poincaré e indirectamente el teorema de la curva de Jordan. Demostró que dos variedades de dimensión tres pueden tener los mismos números de Betti, coeficientes de torsión y grupo fundamental sin ser por ello homeomorfas.

Alexandre de Villedieu (h. 1175-1240). Matemático y escritor francés. Nació en Villedieu-les-Poêles (Normandía). Religioso franciscano. Fue profesor de la Universidad de París. Escribió *Carmen de algorismo*, poema en el que se describen con detalle las operaciones fundamentales con los enteros, utilizando los numerales hindú-arábigos y considerando el cero como un número. Escribió también libros de texto, como la gramática en verso *Doctrinale puerorum*.

Alexandrov, Aleksandr Danilovich (1912-1999). Matemático, físico, filósofo y alpinista soviético. Estudió en la Universidad de Leningrado (hoy, San Petersburgo) donde se graduó en física, siendo profesores suyos Vladimir Fok y Boris Delaunay. Trabajó en el Instituto de Óptica del Estado (1933). Fue profesor en el departamento de matemáticas y mecánica de la Universidad de Leningrado, mientras trabajaba en el Instituto Matemático Steklov. Fue rector de esta Universidad desde 1952 hasta 1964. Desde 1964 hasta 1986 dirigió el departamento de geometría del Instituto de Matemáticas de Siberia, en Novosibirsk. En 1986 dirigió el laboratorio de geometría en Leningrado.

A partir de 1940, desarrolló la teoría de curvas y superficies generales, que incluye tanto las superficies regulares de la geometría diferencial clásica como superficies no lisas tales como poliedros, conjuntos convexos arbitrarios y otras. A pesar de su gran generalidad, esta teoría se basa principalmente en conceptos y métodos geométricos intuitivos, aunque también hace uso esencial del análisis moderno. Uno de los métodos básicos de la teoría consiste en la aproximación de superficies generales mediante poliedros (superficies poliédricas). Su característica esencial consiste en el hecho de que el resultado se obtiene primeramente para poliedros, y después se extiende a superficies más generales por un proceso de paso al límite. Escribió junto con Kolmogorov y Laurentiev, *La*

matemática: su contenido, métodos y significado (1956), y con Reshetniak, *Teoría general de curvas irregulares* (1989).

Alexandrov, Pavel Sergeyevich (1896-1962). Matemático soviético. Nació en Noginsk, oblast de Moscú. Estudió en la Universidad de Moscú, donde se doctoró (1927), y en el Instituto Matemático Steklov. Participó en la ofensiva contra Luzin (1936). Introdujo la teoría de la homología para espacios generales, como los espacios métricos compactos, en vez de partir de figuras que sean complejos. Sobre la base de la teoría homológica de la dimensión, trasplantó los métodos algebraicos de la topología combinatoria al campo de la teoría de conjuntos.

Desarrolló, junto con Nemyski, un teorema muy general sobre puntos fijos de aplicaciones continuas en espacios métricos (1926). Demostró que la hipótesis del continuo es cierta para conjuntos de Borel y para conjuntos analíticos. Escribió *Qué es la geometría no euclidiana* (1951) y *Conceptos elementales de topología* (1965).

Al-Farabi, Abu Nasr Muhammad. V. Farabi, Abu Nasr Muhammad Al.

Al Fath, Abu. V. Abu-al-Fath.

Alfonseca Moreno, Manuel (n. 1946). Ingeniero y matemático español. Nació en Madrid. Doctor ingeniero de telecomunicación (1971) y licenciado en informática (1976) en la Universidad Politécnica de Madrid. Profesor de investigación en informática en la Universidad Autónoma de Madrid (1988). Trabajó (1972-1994) en el centro de investigación Universidad Autónoma de Madrid-IBM. Sus trabajos más importantes se han centrado en simulación digital continua, métodos eficientes de construcción de intérpretes, programación orientada a objetos fractales y gramáticas de desarrollo paralelo. Autor de más de cuarenta libros técnicos, de divulgación científica y literatura infantil y juvenil.

Alfonso X, el Sabio (1221-1284). Rey de Castilla y León (1252-1284). En su corte se tradujeron las obras de la astronomía greco-árabe, lo que le permitió completar su gran enciclopedia *Libros del saber de astronomía* (primer texto científico escrito en español) que incluye sus *Tablas alfonsíes*, que se utilizaron durante varios siglos, hasta después de Copérnico (s.XVI). Patrocinó la Escuela de Traductores de Toledo, que había sido creada bajo los auspicios de Raymundo de Sauvetat, segundo arzobispo de Toledo (1126-1152), y patrocinada más tarde por el también arzobispo de Toledo (1209), Rodrigo Jiménez de Rada (1170-1247). Fueron también trabajos en equipo *Las siete partidas* (1256-1265), *Crónica general, General e grande estoria*. Escribió en verso, en gallego, *Cantigas de Santa María*.

Alfvén, Hannes (1908-1995). Astrofísico sueco. Nació en Norrköping. Estudió en la Universidad de Uppsala. En 1940 entró en el Real Instituto de Tecnología de Estocolmo. Se trasladó a Estados Unidos donde fue profesor en la Universidad de California-San Diego, puesto que simultaneó con el Real Instituto de Oslo. Premio Nobel de física (1970). Fue uno de los fundadores de la magnetohidrodinámica, de la que estableció un tratamiento matemático completo. Especialista en física de plasmas. Entre otras obras, destaca su *Electrodinámica cósmica* (1950), También escribió *Sobre el origen del sistema solar* (1954), *Mundos y anti-mundos* (1966) y *Plasma cósmico* (1981).

Al-Haggag (786-833). Matemático árabe. Vivió en Bagdad. Realizó las primeras versiones árabes de obras matemáticas griegas, como los seis primeros libros de los *Elementos* de Euclides, de los que llevó a cabo dos traducciones, así como una retraducción del *Almagesto* desde el siríaco.

Al-Hamid Ibn-Turk, Abd. V. Abd Al-Hamid Ibn-Turk.

Al-Hasib, Habash (m. h. 864-874). Astrónomo árabe de origen persa. Vivió en Bagdad. Estudió las funciones circulares. A él, como a Al-Battani y a Abulwafa, también astrónomos árabes, se les debe la ampliación de las funciones circulares a las seis actualmente en uso, así como el conocimiento de sus primeras relaciones.

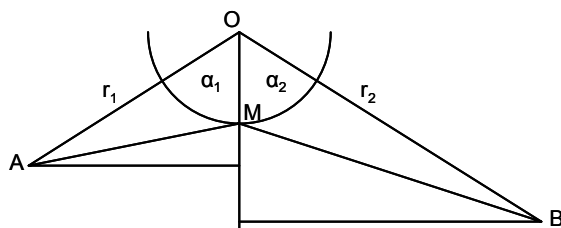
Alhassar (s. XII). Matemático árabe occidental, natural de Marruecos. Escribió una obra aritmético-algebraica, algo confusa y desordenada, sobre operaciones con números enteros, fracciones y raíces, con problemas intercalados sobre ecuaciones y series. En esta obra aparece por primera vez la línea recta para separar los dos términos de la fracción; el cálculo se hace por el método indio, utilizando las cifras árabes occidentales denominadas “cifras de polvo”, en árabe “gubar”, que difieren bastante de las cifras orientales, siendo más parecidas a las grabadas en los ábacos de la Edad Media latina, desde el siglo XI en adelante.

Al-Haytham, Ibn. V. Al-Hazen.

Al-Hazen (Ibn Al-Haytham) (h. 965-1039). Matemático y físico árabe. Nacido en Basora. Contemporáneo y paisano de Ibn Junus. Vivió en Egipto. Calculó el volumen del sólido de revolución engendrado por el giro de una parábola alrededor de su diámetro, y el del engendrado por la rotación de un segmento de parábola alrededor del diámetro, o alrededor de una de sus cuerdas perpendiculares. Calculó la suma de las potencias de los números naturales hasta las de cuarto grado, siendo el primero en calcular ésta última. Determinó el valor del límite de $\sum (n^2 - k^2)^2$, entre $k = 1$ y $k = n - 1$. Con ello calculó las expresiones que hoy se designan como las integrales definidas de x^3 y x^4 , entre 0 y n .

Escribió un trabajo sobre cuadratura del círculo, en el que demuestra el teorema de las lúnulas construidas sobre los catetos de un triángulo rectángulo cualquiera. Describió una construcción para determinar en cualquier punto la dirección de La Meca, lo que puede considerarse como el teorema de las cotangentes en trigonometría esférica.

Su *Tratado de Óptica* tenía sobre el de Euclides la ventaja, entre otras, de considerar los rayos visuales partiendo de los objetos y no del ojo como lo hacía Euclides. En dicha obra estableció la ley de la reflexión, incluyendo el hecho de que el rayo incidente, el reflejado y la normal a la superficie de reflexión están contenidos en un mismo plano. También resolvió el problema del espejo circular que lleva su nombre (también llamado del billar circular), consistente en determinar en un espejo convexo la ubicación de la imagen conociendo las posiciones del objeto y del observador (V. dibujo). Si O es el centro de la sección circular del espejo de radio r , en el plano que contiene los puntos A (objeto) y B (observador), y por tanto, también la imagen M , siendo $OA = r_1$, $OB = r_2$, α_1 y α_2 los ángulos que OM forma con OA y OB , respectivamente, se tiene de acuerdo con la ley de la reflexión (igualdad de los ángulos AMO y BMO) que $(r_1 \cos \alpha_1 - r) : r_1 \sin \alpha_1 = (r_2 \cos \alpha_2 - r) : r_2 \sin \alpha_2$. Siendo conocida la suma $\alpha_1 + \alpha_2 = AOB$, se tiene un sistema de ecuaciones que resuelve el problema que es de cuarto grado.



Al-Hazen lo resolvió geoméricamente al comprobar que M está sobre una hipérbola equilátera de asíntotas paralelas a las bisectrices del ángulo AOB , por lo que la intersección de dicha hipérbola con la circunferencia resuelve el problema. Como Ptolomeo, Al-Hazen no tuvo éxito a la hora de hallar la ley del ángulo de refracción, pese a que dedicó a ello muchos esfuerzos y experimentos. También en dicho *Tratado*, estudió la estructura del ojo, el aparente aumento de tamaño de la Luna cuando está cerca del horizonte, y la estimación de la altura de la atmósfera a partir de la observación de que el crepúsculo dura hasta que el Sol está aproximadamente 19° por debajo del horizonte.

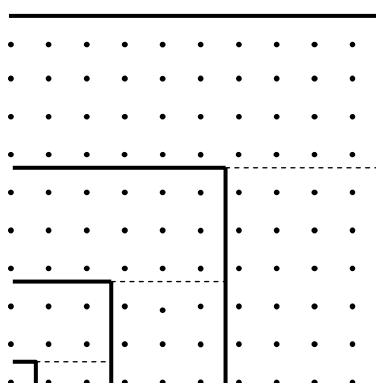
Al-Himsi, Hilal (m. 883). Matemático árabe. Tradujo los cuatro primeros libros de las *Cónicas* de Apolonio.

Alhoguendi (h. 1000). Matemático persa. Intentó demostrar la imposibilidad de resolver con números enteros el hoy llamado teorema de Fermat para el exponente 3, es decir, $x^3 + y^3 = z^3$.

Al-Husayn, Ibn. V. Ibn Al-Husayn.

Alicart Garcés, Federico (1902-1984). Matemático, ingeniero y erudito español. Nació en Castellón de la Plana. Publicó *Algunas consideraciones sobre el pasado, presente y futuro de los computadores electrónicos* (1968), *Ideas preliminares en torno a la mecanización del cálculo de estructuras* (1968), *Métodos matriciales para mecanizar el cálculo de estructuras* (1969), *Mecanización del cálculo numérico* (1969), *Fundamentos del cálculo electrónico analógico* (1970). *Sobre la programación de computadores, lenguajes e inteligencia artificial* (1971).

Al-Karhi (m. h. 1024). Matemático árabe, de Bagdad. Escribió una obra de aritmética en la que no se advierte la influencia hindú, si se exceptúa la “regla del 9”, y donde expone métodos de extracción de raíces cúbicas, incluyendo un capítulo sobre geometría y un tratado de álgebra, basándose en Euclides y Diofanto. Fue el primer matemático árabe en tratar el análisis indeterminado, siguiendo los métodos de Diofanto, mejorándolos. Parece que estudió las ecuaciones de la forma $ax^{2n} + bx^n = c$, considerando solamente, como siempre, las raíces positivas.



Calculó (1020) la suma de los cubos de los números naturales a la manera pitagórica, es decir, usando el cuadrado pitagórico. Los gnomones agrupan en la base del cuadrado, $1, 2, 3, \dots$, números sucesivos (en el dibujo, $1, 2, 3$ y 4). Al-Karhi comprueba que los puntos de cada gnomon es un cubo: $1 = 1^3, 8 = 2^3, 27 = 3^3, 64 = 4^3, \dots$. En general, el p -ésimo gnomon es suma de dos rectángulos (separados en el dibujo por una raya discontinua), uno de cuyos lados es p y el otro lado de uno de los rectángulos es $\frac{1}{2}p(p - 1)$, y el del segundo rectángulo $\frac{1}{2}p(p + 1)$, siendo la suma de puntos de los dos rectángulos, o sea, del gnomon, p^3 , de manera que si el cuadrado contiene n de esos gnomones (4 , en el dibujo), el lado del cuadrado contiene un número de puntos igual a la suma de los n primeros números (en el dibujo, $10=1+2+3+4$), mientras que el número total de puntos del cuadrado es la suma de los primeros n cubos (100 en el dibujo, es decir, $1+8+27+64$), “demostrando” así la propiedad.

Alkasi (Gyasseddin) (m. h. 1436). Matemático y astrónomo árabe persa. Protegido de Ulug Beg (1393-1449), soberano del Turkestán, nieto del conquistador Tamerlán. Formó parte del equipo de científicos que se reunió en torno al observatorio de Samarcanda, construido por Ulug Beg. Se le atribuye un procedimiento algebraico de aproximación que utilizó para el cálculo de $\text{sen } 1^\circ$, consistente en la resolución de una ecuación de tercer grado, que sirvió para que Ulug Beg calculara unas tablas astronómicas que fueron las mejores del Islam.

Partiendo de los valores de $\text{sen } 72^\circ$ y $\text{sen } 60^\circ$ (ángulos del pentágono y del triángulo regulares), obtuvo $\text{sen } 3^\circ$, al ser este ángulo la cuarta parte de la diferencia de aquéllos dos. Aplicando seguidamente la fórmula que da la razón trigonométrica del triple de un ángulo en función de la de éste, obtuvo la ecuación cúbica $60x^3 + 0,785\ 039\ 343\ 364\ 4006 = 45x$, siendo $x = \text{sen } 1^\circ$, ecuación que resolvió mediante un método iterativo, quizá adoptado de China, que hoy se llama de Ruffini-Horner, obteniendo el valor de $\text{sen } 1^\circ$ con 17 cifras exactas en el sistema decimal (Alkasi lo obtuvo en el sistema sexagesimal). Tal grado de exactitud permitió calcular las tablas de las funciones trigonométricas con exactitud de hasta nueve cifras. En Europa sólo se alcanzó esa exactitud a finales del siglo XVI.

Hábil calculador, se consideró a sí mismo como el introductor de las fracciones decimales. No obstante, para el cálculo sistemático de las raíces de las ecuaciones algebraicas continuó utilizando las fracciones sexagesimales. Alkasi calculó para π el siguiente valor: 3,141 592 653 589 793 25, valor no mejorado hasta finales del siglo XVI. Estableció el teorema del binomio en la forma del “triángulo de Pascal”, un siglo más o menos después de su publicación en China y aproximadamente un siglo antes de que apareciese impreso en un libro en Europa. Escribió *Clave del arte de calcular*, que contiene una fórmula, no muy exacta, de la suma de las cuartas potencias de los números enteros.

Alkuhi (s. X). Matemático, físico y astrónomo persa. Natural de Kuhu (Tabaristán, Irán) y floreció en Bagdad. Estudió la trisección del ángulo y otros problemas de tercer grado en los que utilizó la intersección de cónicas.

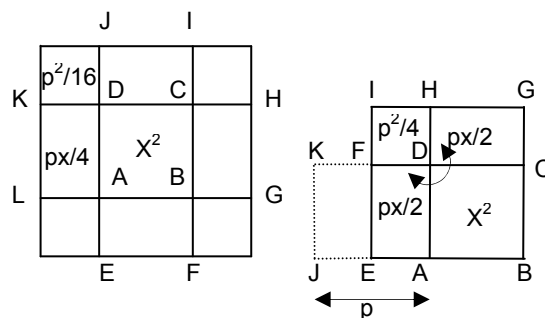
Al-Khuwarizmi (Muhamad ibn Musa) (h. 780-h. 850). Geógrafo, astrónomo y matemático árabe. Nació muy posiblemente en Bagdad. El califa Al-Mamun, que reinó entre 813 y 833, fundó en Bagdad la “Casa de la Sabiduría”, comparable al Museo de Alejandría. Entre los miembros de esa especie de universidad estaba Al-Khuwarizmi, que fue su bibliotecario. Al-Khuwarizmi escribió tablas astronómicas, tratados sobre el astrolabio y el reloj de sol y dos libros sobre aritmética y álgebra. En estas obras se advierten influencias griegas e hindúes, y también babilónicas.

Escribió *Aritmética* que se ha conservado en su versión latina con el título de *Algoritmi de numero indorum*, reelaborada como *Liber algorismi de practica arithmetica* por Juan de Sevilla en el siglo XII. Este libro contribuyó a la difusión en el mundo árabe de las cifras hindúes y del uso del cero. Contiene las reglas de las cuatro operaciones con enteros y fracciones y una serie de problemas resueltos con la regla de falsa posición. Es probable que sea suyo un escrito en cinco libros sobre cuestiones de aritmética y de matemática aplicada a la astronomía, cuya versión latina es *Liber ysagogarum alchorismi in artem astronomicam a magistro A. compositus*. En todos estos títulos aparece latinizado y deformado el nombre del autor, deformación de la que más tarde surgió el término “algoritmo” con la acepción actual.

Su libro más importante es *Hisab al-jabar wa-al-mukabala*, que se puede traducir por *Complemento y compensación*, con gran cantidad de ejemplos sobre cálculo de herencias, cuestiones comerciales y agrimensura. La primera palabra del título, *complemento* o restauración (*al-jabar* en árabe, que dio origen al término *álgebra*; en castellano antiguo se llamaba algebrista a quien recomponía o restauraba los huesos dislocados) se refería a la sustitución de un término negativo en un miembro de una igualdad, por otro positivo, de igual valor absoluto, situado en el otro miembro. La segunda palabra, *compensación* (*mukabala* en árabe) se refería a la operación de restar de un término positivo de un miembro de una igualdad, el valor de otro menor y positivo situado en el otro miembro, suprimiendo este último término al mismo tiempo. Sin embargo, Salomon Gandz en su obra *El origen del término álgebra* (1926) expone que *jabar* es una palabra asiria para *ecuación* y que *mukabala* es simplemente la traducción de esa palabra al árabe. En el prólogo de su obra, dice Al-Khuwarizmi que el califa Al-Mamun le animó a “componer una obra breve sobre el cálculo por las reglas de la compensación y de la restauración, limitándose a lo que es a la vez más fácil y más útil en la aritmética, y tal como lo que los hombres necesitan constantemente en los casos de herencias, legados, particiones, pleitos, así como en el comercio y en todas sus relaciones unos con otros, o donde se necesitan mediciones de tierras, excavaciones de canales, cálculos geométricos y otros asuntos de muy diversos tipos”. El álgebra de Al-Khuwarizmi es retórica, designa a la incógnita con la palabra “cosa” (a veces utiliza “raíz”, de una planta), nombre que más tarde pasó a Occidente, e incluso los números están escritos con palabras en lugar de con símbolos numerales. Resuelve la ecuación de segundo grado, considerando seis casos posibles de ecuaciones completas o incompletas, a causa de la exigencia de que los coeficientes sean positivos. Expone que “Los números que se presentan en el cálculo mediante la restauración y la reducción son de tres clases, a decir: raíces, cuadrados y números simples, que no se refieren ni a las raíces ni a los cuadrados... Un número que pertenece a una de esas tres clases puede ser igual a uno de los números de las otras dos, por ejemplo, cuadrados igual a raíces, cuadrados igual a números, raíces igual a números”. Así se refiere a los tres casos de ecuaciones incompletas que son, con el simbolismo actual: $ax^2 = bx$, $ax^2 = c$, $bx = c$, que se reducen simplemente a la extracción de una raíz o a una ecuación de primer grado. Pasa luego a los tres casos posibles de ecuaciones completas de segundo grado de coeficientes positivos: “Encuentro que esas tres especies de números

pueden combinarse entre sí y dar lugar a tres tipos compuestos que son: cuadrados y raíces igual a números, cuadrados y números igual a raíces, cuadrados igual a raíces y números”, o lo que es lo mismo, distingue los tres casos siguientes de ecuaciones: $x^2 + px = q$, $x^2 + q = px$, $x^2 = px + q$.

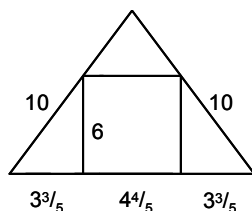
Para resolver el primer caso, $x^2 + px = q$, se basa en el siguiente ejemplo numérico: ¿Cuál es el cuadrado que sumado a diez raíces da el número 39? (con símbolos actuales, $x^2 + 10x = 39$), diciendo: “Debes tomar la mitad del número de las raíces, en este caso 5, y multiplicarlo por sí mismo y obtienes 25 al que le sumas el número 39, con el resultado 64. Tomas la raíz cuadrada de este número que es 8 y le restas la mitad de las raíces 5 y obtienes 3, que es el valor buscado”. Se advierte que la regla no es sino la actual resolvente expuesta en forma retórica (en un segundo ejemplo de este caso, donde el coeficiente de los cuadrados no es la unidad, indica que para aplicar la regla anterior debe hacerse ese coeficiente la unidad, dividiendo por él todos los coeficientes). La demostración geométrica de dicha regla, es la siguiente: Se construye un cuadrado $ABCD$ de lado x , y por tanto de valor x^2 (figura de la izquierda), y a cada uno de sus lados se adosa un rectángulo de base x y altura $p/4$, formándose un dodecágono: $AEFBGHCIJDKLA$ cuya área es: $x^2 + 4 \cdot x \cdot p/4 = x^2 + px = q$, es decir 39.



Si a esta figura se le agregan los cuatro cuadrados de los vértices A, B, C, D , cuya área total es: $4 \cdot (p/4)^2 = 4 \cdot p^2/16$, es decir 25, se obtiene un cuadrado de área $p^2/4 + q$, es decir $25 + 39 = 64$, y cuyo lado es 8. Como este lado es $x + 2 \cdot p/4 = x + p/2 = x + 5$, se obtiene que $x = (p^2/4 + q)^{1/2} - p/2$, expresión que justifica la regla aritmética y que en este caso da la solución $x = 3$ (cuyo cuadrado, 9, más 10 veces su valor, 30, da el valor de los números, 39). También presenta para este primer caso, una segunda demostración geométrica, que se puede considerar más euclidiana (figura de la derecha). Adosa a dos lados contiguos del cuadrado $ABCD$ de lado x , dos rectángulos $ADFE$ y $CDHG$, de base x y altura $p/2$, con lo que el gnomon de vértice D es $x^2 + 2px/2 = x^2 + px = q$. Al agregar el cuadrado $DFIH$, de lado $p/2$, es decir $p^2/4$, se obtiene un cuadrado $BGIE$ de lado $x + p/2$. Si a continuación de uno de los rectángulos añadidos se agrega ese mismo rectángulo ($EFKJ$, punteado en la figura), el problema se reduce a una aplicación de áreas por exceso: Sobre el segmento $AJ = p$ prolongado construir un rectángulo $JABCK$, de valor q tal que la figura sobrante sea un cuadrado ($ABCD$). El segundo caso ($x^2 + q = px$) tiene el interés de tener dos raíces positivas. Con el ejemplo $x^2 + 21 = 10x$, dice: “Debes tomar la mitad del número de las raíces, en este caso 5, multiplicarlo por sí mismo, obtienes 25 al que debes restar los números, en este caso 21, obteniendo 4. Extraes la raíz cuadrada que es 2 y lo restas del número de la mitad de las raíces que era 5, y obtienes 3 que es la solución. Si deseas, puedes también sumar ese valor 2 a la mitad de las raíces que es 5 y obtienes 7 que también es solución. Cuando un problema está dado en esta forma, puedes ensayar con la adición. Si no resulta, es indudable que resultará con la sustracción. Éste es el único caso en que hay que tomar la mitad de las raíces y que puede ofrecer solución por adición o por sustracción. Además hay que observar que si en este caso el cuadrado de la mitad de las raíces es menor que los números, no hay solución. Si es igual a esos números, la solución es la mitad de las raíces sin aumentos ni disminuciones”.

El tercer caso de ecuación completa ($x^2 = px + q$), con el ejemplo $x^2 = 3x + 4$, no agrega ninguna novedad. Estos ejemplos numéricos aparecerán durante siglos en la literatura algebraica posterior. A la resolución algebraica agrega en todos los casos, las correspondientes comprobaciones geométricas, que en algunos casos llevan a problemas de aplicación de áreas, diciendo: “Ya hemos dicho lo suficiente en lo que se refiere a los números, acerca de los seis tipos de ecuaciones (se refiere a los tres tipos comentados más arriba y a los tres tipos de ecuaciones incompletas: $ax^2 = bx$, $ax^2 = c$, $bx = c$). Ahora es necesario, sin embargo, que demostremos geoméricamente la verdad de los mismos problemas que hemos explicado con números”. El libro contiene además una parte puramente geométrica bastante elemental (como el teorema de Pitágoras en el caso particular del triángulo

isósceles, o como valores aproximados de π ya conocidos) y una colección de problemas que, según el prefacio, constituían el objeto del libro, relativos en general a cuestiones de herencia, legados, aritmética comercial, agrimensura, etc. Por ejemplo, se plantea el problema de dividir diez en dos partes tales que “la suma de los productos obtenidos multiplicando cada parte por sí misma sea igual a 58” (la solución es 7 y 3). Otro de los problemas planteados proviene muy probablemente de Herón. Se trata de inscribir un cuadrado en un triángulo isósceles de base 12 unidades y lados iguales de 10 unidades, preguntando la medida del lado del cuadrado inscrito (V. dibujo).



Con ayuda del teorema de Pitágoras calcula la altura del triángulo, 8 unidades, por lo que el área del triángulo es 48. Llamando al lado del cuadrado “la cosa”, se puede ver que se obtendrá el cuadrado de “la cosa” restando al triángulo dado los tres triángulos pequeños que quedan fuera del cuadrado. La suma de las áreas de los dos triángulos pequeños inferiores es el producto de “la cosa” por seis menos la mitad de “la cosa”, y el área del triángulo pequeño superior es el producto de ocho menos “la cosa” por la mitad de “la cosa”, obteniéndose que “la cosa” o lado del cuadrado es $4^{4/5}$ unidades. También escribió una geometría y unas tablas astronómicas, donde aparece por primera vez en árabe la función *seno*. Estas tablas fueron publicadas y corregidas por Maslama, hispanoárabe muerto en 1007. Es posible que las restantes funciones circulares que aparecen en dichas tablas fueran introducidas por Maslama.

Aller Ulloa, Ramón María (1878-1966). Sacerdote, matemático y astrónomo español. Nació en Lalín (Pontevedra). Estudió en La Guardia y en el Seminario de Lugo. Se doctoró en teología con veinte años. Fue ordenado sacerdote con dispensa de dos años. Estudió ciencias exactas en las Universidades de Oviedo y Madrid, licenciándose en 1904. Se doctoró en 1912, y ese mismo año construyó en Lalín el primer observatorio astronómico de Galicia. Realizó observaciones de las estrellas dobles, publicándose sus resultados en la principal revista de astronomía europea. Enseñó geometría analítica y análisis matemático en la Universidad de Santiago de Compostela (1939). Catedrático de astronomía (1944) en dicha Universidad. Se doctoró (1943) por la Universidad de Madrid con la tesis *Algunas experiencias que conviene realizar en las observaciones de pasos por verticales*. Se le nombró director del Observatorio de Madrid (1943). Publicó *Algoritmia* (1918), *Astronomía a simple vista* (1948). Un cráter de la Luna lleva su nombre.

Al-Mahani (h. 820-h. 880). Matemático y astrónomo persa. Natural de Mahan, Kermán, Persia (hoy Irán). Trabajó y murió en Bagdad. Tradujo obras de Euclides y Arquímedes. Fue el primero en poner en ecuación de tercer grado el problema arquimediano de dividir una esfera en dos partes de relación dada.

Al-Mutaman, Yusuf (m. 1085). Rey musulmán de la taifa de Zaragoza (1081-1085). Escribió diversas obras científicas, entre ellas *Libro del perfeccionamiento* (llamado también *Enciclopedia de las ciencias*). Con ello quería llenar una laguna en la enseñanza superior de las matemáticas, poniendo a disposición de los estudiantes un tratado que permitiera avanzar más allá de los libros básicos griegos en los campos de la geometría, la astronomía y la teoría de números. Esta obra trata los números irracionales, las secciones cónicas, la cuadratura del segmento parabólico, volúmenes y áreas de diversos cuerpos, el trazado de la tangente a la circunferencia, etc. Se le debe la primera formulación conocida del teorema que luego se llamó de Ceva.

Al-Nayrizi (Anaritus, en latín) (m. h. 922). Matemático y astrónomo persa. Natural de Nayriz (Shiraz, Persia, hoy Irán). Comentó las traducciones de los *Elementos* realizadas por Al-Haggag. En estos comentarios se conservan fragmentos de las aclaraciones de Herón y Simplicio.

Al-Razi (Rhazes, en latín) (865-925). Médico, alquimista y matemático árabe, de origen persa. Se le atribuyen diversos escritos matemáticos de menor relevancia.

Alsigzi (siglo X). Matemático árabe. Estudió la trisección del ángulo y otros problemas de tercer grado en los que utilizó la intersección de cónicas para su resolución.

Alsina Catalá, Claudi (n. 1952). Matemático español. Nació en Barcelona. Doctor en matemáticas por la Universidad de Barcelona. Catedrático de matemáticas en la Universidad Politécnica de Cataluña. Investiga en didáctica de matemáticas. Es autor o coautor de más de sesenta publicaciones científicas, como *Análisis de la predicción como proyección en un espacio de Hilbert* (1975), *Introducción a los espacios métricos generalizados* (1978), *Sobre entropías funcionales para difusos finitos* (1978), *Sobre una clase de grupos caracterizados por una desigualdad probabilística* (1986), *Simetría dinámica* (1989), *Condicionales probabilísticos en un álgebra booleana* (1996), *Enseñando matemáticas y ciencias de la computación* (2003), *Funciones asociativas sobre intervalos reales* (2004).

Álvarez Acebal, Domingo (1846-1924). Profesor y matemático español. Nació en Avilés (Asturias). Su amplia formación cultural, adquirida de forma autodidacta, tuvo su mayor expresión en las matemáticas. Ingresó como profesor en el Colegio de la Merced, en Avilés, donde permaneció más de cincuenta años, siendo su director a partir de 1875. Fue también profesor de la Escuela de Artes y Oficios de Avilés (1879), donde enseñó durante muchos años. Publicó *Programa práctico sobre lecciones de álgebra para la Escuela de Artes y Oficios de Avilés* (1880). También escribió diversos trabajos literarios tanto en prosa como en verso, generalmente de carácter humorístico o satírico.

Álvarez Díez, J. (h. 1974). Matemático español. Publicó obras de geometría descriptiva, como *Líneas y superficies* (1974), *Sombras de elementos poliédricos*, *Sombras de cónicas en cuádricas*.

Álvarez Pérez, José Manuel (n. 1948). Matemático español. Nació en Babia (León). Profesor de matemáticas en Langreo (Asturias). Escribió *Curvas en la historia* (2006).

Álvarez Ude, José (1876-1958). Matemático español. Nació en Madrid. Escribió en el primer tomo de la *Revista de la Sociedad Matemática Española* (1911) un artículo con el título *Orden y clase de una superficie alabeada*. También colaboró en la *Revista matemática hispano-americana*, que ve su primer número en 1919. Profesó en la Universidad de Zaragoza, cuando ésta era el centro matemático más importante de España.

Al-Wafa, Abu. V. Abulwafa.

Al-Zarqali (Azarquiel o Arzaquel, en latín) (1029-1100). Astrónomo hispanoárabe y constructor de instrumentos, nacido en Córdoba. Residió en Toledo durante más de veinte años. Entre sus obras destacan sus *Tablas toledanas*, que son las tablas planetarias más precisas de su época, utilizadas en Europa hasta la aparición de las *Tablas alfonsíes*, a las que sirvieron de base en su preparación. Su nombre (Azarquiel) ha sido puesto a uno de los mayores cráteres de la luna. De él dijo Ibn Al Sacid: “Es el más sabio de todos en la ciencia de los movimientos de los astros y de la construcción de las esferas”, y “el más eminente entre la gente de nuestro tiempo en las observaciones astronómicas y en la ciencia de la estructura de las esferas y en el cálculo de sus movimientos, y el más sabio de todos ellos en la ciencia de las tablas astronómicas y en la invención de los instrumentos para la observación de los astros”. Dos de los más importantes de estos instrumentos debidos a él, son su azafea y su clepsidra. Descubrió el movimiento propio del apogeo solar.

Ambrosio, Ubiratan d' (n. 1932). Matemático brasileño. Estudió matemáticas e ingeniería en la Universidad de Sao Paulo, su ciudad natal. Director del Instituto de matemáticas, estadística e informática de la Universidad de Campinas (1972-1980). Presidente del Grupo internacional de estudios sobre etnomatemáticas. Ha escrito *Educación para una sociedad en transición* (1999), *Etnomatemática, entre la tradición y la modernidad* (2001).

Amiot, Benjamin Michel (1818-1865). Matemático francés. Extendió a las cuádricas los conceptos de directriz, plano director y focales. Escribió *Tratado de cosmografía*.

Amodeo, Federico (1859-1946). Geómetra italiano. Escribió *Origen y desarrollo de la geometría proyectiva* (1939).

Ampère, André Marie (1775-1836). Físico francés. Nació en Lyon, donde enseñó matemáticas. En 1802 fue profesor de la École Centrale de Bourg-en-Bresse. En 1803, fue repetidor en la École Polytechnique y profesor en 1809. En 1824, fue profesor de física experimental en el Collège de France. Fue miembro del Institute de France a partir de 1814. Sus contribuciones más importantes lo fueron en el dominio de la física. En cuanto a las matemáticas, sus aportaciones más interesantes son las siguientes: Intentó perfeccionar el resto del desarrollo en serie de Taylor. Demostró la coincidencia de las fórmulas de interpolación de Lagrange y de Gauss. Demostró proposiciones sobre el complejo de las normales de un sistema de cuádricas homofocales. Estudió la superficie de ondas (de cuarto orden) de Fresnel, donde aplicó la teoría de las características de las ecuaciones diferenciales para el caso de dos variables independientes. Planteó (1817) el problema de las superficies mínimas, que requiere resolver la ecuación $(1+q^2)p-2pqs+(1+p^2)t=0$, y que estuvo olvidado hasta que lo recuperó Plateau en 1873. Formuló varias leyes matemáticas del electromagnetismo en su obra *Teoría de los fenómenos electromagnéticos* (1826).

Anticlas de Heraclea (s. IV a.C.). Matemático griego. Discípulo de Platón. Perfeccionó la geometría en su conjunto.

Anaritiús. V. Al-Nayrizi.

Anaxágoras de Clazomene (h. 500-h. 428 a.C.). Filósofo griego. Nació en Clazomene (Anatolia). Último representante de la escuela jónica. Maestro de Pericles. Fue encarcelado en Atenas acusado de impiedad por afirmar que el Sol no era una deidad, sino una gigantesca piedra al rojo, tan grande por lo menos que todo el Peloponeso y que la Luna no era más que una tierra deshabitada que recibía y reflejaba la luz del Sol, siendo liberado de la cárcel a instancias de Pericles. Escribió *Sobre la naturaleza*, primer número uno de la lista de libros científicos más vendidos, que sus paisanos compraban por sólo un dracma. Plutarco dice que Anaxágoras, mientras estaba en prisión, se ocupó del problema de la cuadratura del círculo (ésta es la primera mención de un problema que iba a fascinar a los matemáticos durante más de 2.000 años). Se ocupó también de distintas cuestiones geométricas.

Anaximandro de Mileto (610-546 a.C.). Filósofo griego. Nació en Mileto. Discípulo de Tales. Se le atribuye la invención de los cuadrantes solares. Trazó un mapa del mundo conocido, descubrió la oblicuidad de la eclíptica y construyó la primera esfera celeste. En su obra *Sobre la naturaleza*, introdujo el concepto de “apeiron”, principio infinito e indefinido en el que todo tiene su origen y al que todo debe retornar.

Anaxímenes de Mileto (550-480 a.C.). Filósofo griego. Discípulo de Tales. Se le puede considerar, lo mismo que a su maestro Tales y a su condiscípulo Anaximandro, como filósofo de la naturaleza, es decir, un “fisiólogo”. Vio en el aire el principio generador de todas las cosas, a través de condensaciones y rarefacciones.

Anderson, Alexander (1582-h. 1620). Matemático escocés. Discípulo de Viète. Publicó (1615) parte de la obra de Viète. En 1616 publicó *En defensa de Arquímedes*, donde culpaba a Kepler de ofensa a la memoria de Arquímedes, ya que los cálculos de Kepler en la determinación de los volúmenes de los cuerpos de revolución no eran rigurosos, mientras que los de Arquímedes sí lo eran.

André, D. (h. 1874). Matemático francés. Empleó en los primeros años del siglo XX, el principio de reflexión para obtener los números de Catalan. Estudió las relaciones entre los elementos de los polígonos isoperímetros (1874).

Andronov, Alexander A. (1901-1952). Matemático y científico soviético. Sus trabajos se extienden especialmente a los sistemas dinámicos, siendo uno de los pioneros de la ciencia no-lineal. Creador (1946) de la Escuela de Gorki (hoy, Nizhni Novgorod) de oscilaciones no-lineales. Investigó en los problemas topológicos de la teoría de las ecuaciones diferenciales, con aplicación en la teoría de las oscilaciones y radiotecnología. Expuso que a la física le interesan especialmente las ecuaciones diferenciales cuyas soluciones no varían mucho al modificar en una cantidad arbitrariamente pequeña las propias ecuaciones. A estas ecuaciones se les llama “poco sensibles” o estructuralmente estables. Junto con Pontryagin, Andronov elaboró un catálogo de los elementos a partir de los cuales se podía construir un mapa completo del comportamiento de las curvas integrales en el plano de una ecuación diferencial “poco sensible” de la forma $dy/dx = M(x,y)/N(x,y)$. Es autor o coautor de *Teoría de oscilaciones*, *Teoría cualitativa de sistemas dinámicos en el plano*, *Teoría de la bifurcación de sistemas planos*.

Ángel, Juan (h. 1599). Matemático español. Profesó en la Academia de Matemáticas de Felipe II, en Madrid, en la que explicaba un libro de Arquímedes (1599-1601).

Angeli, Stefano degli (1623-1697). Matemático italiano. Considerado uno de los sucesores de Torricelli. Protegido del cardenal Michelangelo Ricci, que había sido gran amigo de Torricelli. Angeli fue profesor en la Universidad de Padua, donde tuvo como alumnos a Riccati y a Gregory (1664-1668). Escribió varias obras dedicadas casi todas a los métodos infinitesimales, con especial énfasis en la cuadratura de espirales generalizadas, de parábolas y de hipérbolas.

Annairizi. V. Al-Nayrizi.

Annasawi (h. 1000). Matemático persa. Vivió en Bagdad. Escribió un libro de aritmética, en el que opera con cifras hindúes, y donde expuso métodos para la extracción de raíces cúbicas.

Antemio de Tralles (h. 474-534). Arquitecto y matemático bizantino. Nació en Tralles (hoy Turquía). Eutocio le dedicó su comentario a las *Cónicas* de Apolonio. Antemio escribió *Sobre los espejos usorios*, un libro sobre espejos cóncavos, en el que aparece por primera vez la construcción de una elipse por medio de un hilo y donde se estudian las propiedades focales de la parábola. Por encargo de Justiniano, Antemio e Isidoro de Mileto edificaron la basílica de Santa Sofía en Constantinopla. No es aventurado afirmar que pudo deberse en gran medida a las actividades del grupo de Constantinopla, formado por Eutocio, Antemio e Isidoro, el hecho de que hayan sobrevivido hasta hoy las versiones griegas de las obras de Arquímedes y de los primeros cuatro libros de las *Cónicas* de Apolonio.

Anthonsiz, Adrian (1527-1607). Matemático, cartógrafo e ingeniero militar flamenco. Alcalde de Alkmaar (1582). Redescubrió (1585), independientemente de Otho, la aproximación $\pi = \frac{355}{113}$, restando los numeradores y denominadores de los valores ptolemaico y arquimediano, $\frac{377}{120}$ y $\frac{22}{7}$, respectivamente. Su hijo, Metius, publicó la obra de su padre, llamándose al número $\frac{355}{113}$ número de Metius.

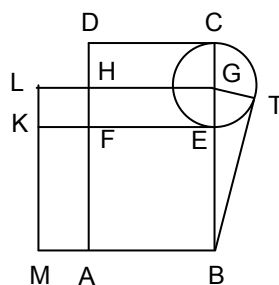
Antifón (h. 480-411 a.C.). Sofista griego. Estudiando la cuadratura del círculo, se le ocurrió la idea de aproximarse al círculo por medio de polígonos inscritos de número de lados cada vez mayor. Para ello parte de la propiedad de que siempre es posible, dado un polígono inscrito en un círculo, construir otro de un número doble de lados, de modo que si el número de lados aumenta, el polígono se aproxima cada vez más al círculo, sugiriendo que el círculo podría ser considerado como un polígono de un número infinito de lados, llegando a la conclusión de que, al ser todos los polígonos cuadrables, lo será también el círculo, conclusión falsa, pues como observó ya Aristóteles, por grande que sea el número de lados, el polígono jamás llegará al círculo.

Antología Palatina (Antología griega). La primera antología escrita en griego la compiló Meleagro de Gádara (h. 140/120-60 a. C.). Como se hizo muy popular, muchos otros escritores añadieron nuevos epigramas a la obra, atribuyéndose a Metrodoro, un gramático de fines del siglo V o principios del siglo VI, su compilación. Posteriormente fue Constantino Céfalas, alto funcionario eclesiástico, quien

llevó a cabo la edición definitiva (917). Máximos Planudes estableció su propia edición (1301), que fue publicada por primera vez en 1494. La *Antología* consiste en unos 6.000 epigramas, de los que unos 48 son problemas de índole muy variada, que hoy se incluirían en la matemática recreativa. Uno de ellos es el “problema de los vinos”, que aparece en la *Aritmética* de Diofanto. Otro de los epigramas revelaría la edad de Diofanto (V. esta referencia). Otro se refiere al tiempo que deben emplear unas cañerías para llenar una cisterna.

Antomari, Xavier (1855-1902). Matemático francés. Nació en Valle d’Orezza (Alta Córcega). Aplicó la teoría de los determinantes a la geometría (1882). Publicó *Curso de mecánica* (1895), *Curso de geometría descriptiva* (1897).

Apastamba (h. s. VI a.C.). Matemático hindú. Se le atribuye el más conocido de los tres *Sulvasutras* que se conservan, que estaban escritos en verso. Los *Sulvasutras*, o “reglas de la cuerda”, se refieren al conjunto de conocimientos existentes en la India para la medición por medio de cuerdas, lo que sugiere los orígenes de la geometría egipcia, así como su asociación con la construcción de templos y altares. En estas obras se incluyen reglas, sin demostración, para la construcción de ángulos rectos por medio de tres cuerdas cuyas longitudes constituyen ternas pitagóricas, tales como 3, 4 y 5, lo que hace pensar en una posible influencia mesopotámica. Apastamba conocía el teorema de Pitágoras, lo que abunda en la posibilidad de dicha influencia. Otra de las reglas de Apastamba es la siguiente: Para construir un cuadrado equivalente a un rectángulo $ABCD$ dado, llévense los lados menores sobre los mayores de manera que (V. dibujo) $AF = AB = BE = CD$, y trácese HG mediatriz de los segmentos CE y DF ; prolónguese EF hasta K , GH hasta L , y AB hasta M , de manera que $FK = HL = FH = AM$, y trácese la recta LKM . Constrúyase ahora un rectángulo con diagonal igual a LG y con su lado corto igual a HF ; entonces el lado más largo de este rectángulo es el lado buscado del cuadrado.



Esta regla recuerda alguna de las proposiciones de álgebra geométrica que aparecen en el libro II de los *Elementos* de Euclides. Para la obtención de un círculo con la misma área que un cuadrado utiliza el valor $\pi = 3,09$, pensando que la construcción era exacta.

Los orígenes y el periodo en el que se desarrollaron los *Sulvasutras* son muy dudosos, por lo que no se pueden relacionar con seguridad con la primitiva agrimensura egipcia, con la matemática babilonia o con el problema griego de Delos. Los historiadores sitúan dicho periodo entre los siglos VIII a.C. al II de nuestra era.

Apéry, François (n. 1950). Matemático francés. Estudió en la École Normale Supérieure de Cachan (Seine-et-Marne). Profesor en la Universidad de Mulhouse (Alsacia). Escribió *La superficie de Boy* (1986) y *Modelos de plano proyectivo real* (1987).

Apian, Peter. V. Apianus, Petrus.

Apianus, Petrus (Apian, Peter; en alemán, **Bienewitz)** (1495-1552). Matemático y astrónomo alemán. Fue profesor de cálculo (en alemán) en la Universidad de Ingolstadt. En la cubierta de su obra *Cálculo* (1527) dedicada a la aritmética, especialmente a la comercial, aparece impreso por primera vez el cuadro triangular de los coeficientes de las potencias de un binomio, es decir el “triángulo de Pascal”, un siglo antes del nacimiento de éste. En 1520 publicó el que es quizá el primer mapa del Viejo y del Nuevo Mundo en el que aparece el nombre de “América”. Sus mapas estaban bien hechos,

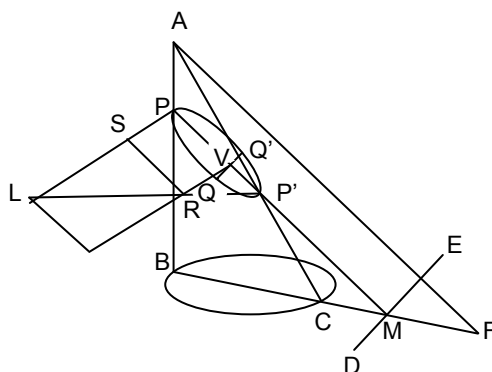
pero seguían fielmente a Ptolomeo en todo lo posible. En 1534 publicó en Nuremberg la *Astronomía* de Gabil, que había estudiado Regiomontano.

Apolonio de Perga (262-190 a.C.). Matemático griego. Llamado en su tiempo “El Gran Geómetra”. Forma con Euclides y Arquímedes, el grupo de los “tres grandes” de la edad de oro de la matemática griega, siendo el tercero cronológicamente. Nació en Perga, ciudad de la Panfilia, en el noroeste del Asia Menor, sujeta en aquel tiempo al dominio de Pérgamo. Se sabe que estudió en el Museo de Alejandría con el sucesor de Euclides, y donde probablemente también enseñó, y que residió en Éfeso y en Pérgamo. Se dice que vivió durante los reinados de Ptolomeo Evergetes y de Ptolomeo Filopater. También se dice que fue tesorero general de Ptolomeo Filadelfo y que era de veinticinco a cuarenta años más joven que Arquímedes. Con estos datos se han sugerido como fechas de su nacimiento y muerte los años 262 y 190 a.C. Según Pappus, Apolonio tenía un carácter atrabiliario y tan envidioso de la reputación ajena que no perdía ocasión de zaherir y mortificar a sus colegas. Por lo visto, era un genio de mal genio.

Escribió el *Tratado de las cónicas*, formado por ocho libros, de los que se conservan en su texto original los cuatro primeros, los tres siguientes mediante traducciones árabes, y el octavo, totalmente perdido, por noticias de Pappus y una reconstrucción parcial del astrónomo Halley. En la introducción al primer libro dice Apolonio: “Apolonio a Eudemo, salud. Si gozas de buena salud y en lo demás las cosas salen en la medida de tus deseos, muy bien está; para mí las cosas también marchan pasablemente bien. Durante el tiempo que estuve contigo en Pérgamo advertí tu anhelo por conocer mi obra sobre las cónicas; te remito, por lo tanto, el primer libro corregido y te remitiré los restantes libros cuando los termine según mis deseos. Me atrevo a decir que no habrás olvidado, según te conté, que emprendí la investigación de ese tema a requerimiento de Naucrates, el geómetra, quien así me lo pidió cuando vino a Alejandría y se detuvo conmigo. Compuse la obra en ocho libros y se los entregué en seguida y con toda premura pues estaba a punto de embarcarse, por tanto, no los había revisado bien; y en verdad había puesto por escrito todo cuanto se me ocurría, dejando para más adelante su revisión. En consecuencia ahora publico, en la medida en que se me presente la ocasión, las partes corregidas de la obra. Como ha ocurrido que en el intervalo algunas otras personas con quienes me he encontrado han visto también el primero y segundo libros antes de ser corregidos, no has de sorprenderte si los encuentras en distinta forma de los que conoces. Ahora bien, de los ocho libros, los cuatro primeros forman una introducción elemental. El primero contiene la generación de las tres secciones y de las ramas opuestas, exponiéndose las propiedades fundamentales en una forma más completa y general que en los escritos de los demás. El segundo libro se refiere a las propiedades de los diámetros y de los ejes de las secciones, así como de las asíntotas, con otras necesarias, y generalmente empleadas en la determinación de los límites y condición de posibilidad de los problemas; lo que entiendo por diámetros y ejes lo aprenderás en este libro. El tercer libro contiene muchos teoremas notables, útiles para la síntesis de los lugares sólidos y para las condiciones de posibilidad; la mayoría y los más hermosos de estos teoremas son nuevos y por su descubrimiento advertí que Euclides no había expuesto la síntesis del lugar relativo a las tres o cuatro líneas, sino por casualidad una parte de ella y tampoco con mucho éxito, pues no es posible completar esa síntesis sin los teoremas que he descubierto.

El cuarto libro demuestra de cuántas maneras pueden cortarse entre sí las secciones de conos o con la circunferencia del círculo; contiene, además, otras cosas, ninguna de las cuales había sido discutida por los escritores anteriores, en particular las cuestiones que se refieren al número de puntos en que una doble rama de hipérbola puede cortar una sección de un cono, o una circunferencia de un círculo puede cortar a una doble rama de hipérbola, o dos ramas de hipérbolas entre sí. Los restantes libros son más elevados; uno de ellos trata algo extensamente de máximos y mínimos; otro, de secciones de cono iguales o semejantes; otro, de teoremas de la naturaleza de la determinación de límites; y el último, de determinados problemas de cónicas. Pero, por supuesto, cuando todos se publiquen, quienes los lean, podrán formarse su propio juicio acerca de ellos, de acuerdo con su gusto individual. Adiós.” En el primer libro, que consta de sesenta proposiciones, se expone la generación de las tres cónicas, a las que da el nombre de elipse, hipérbola y parábola, por medio de las secciones planas de un cono. Dados un círculo BC y un punto A situado fuera del plano (V. dibujo) que contiene al círculo, una recta que pasa por A y se mueve a lo largo de la circunferencia engendra un doble cono. Al círculo se le llama base del cono. Su eje es la recta que va desde A hasta el centro del círculo (no está dibujado

en la figura). Si esta recta es perpendicular a la base, el cono es circular recto; si no, es escaleno u oblicuo. Se considera la sección del cono por un plano (sección cónica, o simplemente, cónica) que corta al plano de la base según la recta DE (si el plano secante es paralelo al plano de la base, la sección cónica es una circunferencia semejante a la circunferencia base del cono). Sea BC el diámetro del círculo base que es perpendicular a DE . Entonces ABC es un triángulo que contiene en su interior al eje del cono, y se le llama triángulo axial. Si este triángulo corta a la cónica en PP' (que no tiene por qué ser un eje de la sección cónica), $PP'M$ es la recta determinada por la intersección del plano de corte con el triángulo axial (Apolonio señala que si el cono es escaleno, PM no tiene por qué ser perpendicular a DE ; la perpendicularidad sólo se cumple para conos circulares rectos o cuando el plano ABC es perpendicular a la base de un cono escaleno).



Sea $Q'Q$ cualquier cuerda de la sección cónica paralela a DE , que no tiene por qué ser perpendicular a PP' . Entonces, Apolonio prueba que PP' corta a $Q'Q$ en su punto medio V , de manera que VQ es la mitad de $Q'Q$. Se traza la recta AF paralela a PM , hasta encontrar a BM en F . A continuación se dibuja la recta PL perpendicular a PM en el plano de la sección. Para la elipse y la hipérbola se elige L de manera que se satisfaga la condición $PL/PP' = BF \cdot FC / AF^2$, y para la parábola de manera que se tenga $PL/PA = BC^2 / BA \cdot AC$. En los casos de la elipse y la hipérbola se dibujan los segmentos $P'L$ y VR paralelo a PL desde V hasta cortar a $P'L$ en R (en el caso de la hipérbola, P' está en la otra rama y hay que extender $P'L$ para conseguir el punto R). Tras algunas construcciones de menor importancia, que no se reproducen aquí, Apolonio prueba que para la elipse y la hipérbola $QV^2 = PV \cdot VR$. Apolonio llama a QV "ordenada", y así la anterior igualdad muestra que el cuadrado de la ordenada equivale a un rectángulo construido sobre PL , cuyos lados son PV y VR . También prueba que en el caso de la elipse el complementario de ese rectángulo en el rectángulo total $PV \cdot PL$ es el rectángulo RL , que es semejante al rectángulo de lados PL y PP' . De ahí viene el nombre de elipse, pues la aplicación de áreas es por defecto, por *elipse*. En el caso de la hipérbola se sigue cumpliendo que $QV^2 = PV \cdot VR$, pero la construcción mostraría que VR es más largo que PL , de manera que el rectángulo $PV \cdot VR$ excede al rectángulo construido sobre PL , esto es, $PL \cdot PV$, en un rectángulo LR que es semejante al rectángulo de lados PL y PP' . De ahí el término hipérbola, pues la aplicación de áreas es por exceso, por *hipérbola*. En el caso de la parábola, Apolonio muestra que en vez de la igualdad $QV^2 = PV \cdot VR$, se tiene la igualdad $QV^2 = PV \cdot PL$, de manera que el rectángulo que equivale a QV^2 es el construido sobre PL con anchura PV . De ahí el término parábola que corresponde a la aplicación simple de áreas (*parábola*, colocar al lado, comparar). Apolonio introdujo estos nombres de elipse, hipérbola y parábola, en lugar de las secciones de Menecmo de los conos recto, agudo y obtuso. Las ecuaciones $QV^2 = PV \cdot VR$ y $QV^2 = PV \cdot PL$ son las propiedades básicas de las secciones cónicas, de forma que, una vez obtenidas, Apolonio se olvida del cono y deduce otras propiedades a partir de esas ecuaciones. Utilizando los símbolos actuales, llamando y a la ordenada QV , x a la abscisa PV , y $2p = PL$ (a este segmento Apolonio lo designa como *lado recto*, ὀρθία πλευρά; posteriormente se llamó en latín *latus rectum* o *latus erectum*; hoy se llama parámetro), se tiene para la parábola que $y^2 = 2px$, expresión analítica que en forma geométrica Apolonio designa como "sintoma" de la curva y que no es sino la ecuación de la misma en coordenadas cartesianas oblicuas, tomando como ejes un diámetro y la tangente paralela a su dirección conjugada. En cuanto a la elipse, partiendo de $QV^2 = y^2 = PV \cdot VR = x \cdot VR$, siendo $VR = PS = PL - LS$, se tiene $y^2 = x(2p - LS)$. Y como el rectángulo LR es semejante al determinado por PL y PP' , y llamando $PP' = d$ (Apolonio da al segmento fijo $PP' = d$ el nombre de *lado transverso*, πλάγία πλευρά, que posteriormente se llamó en latín *latus*

transversum), se tiene que $LS/PL = x/d$, $LS = 2px/d$, por lo que el “síntoma” de la elipse es $y^2 = x(2p - 2px/d) = 2px - 2px^2/d$. Procediendo análogamente para la hipérbola, se tiene que su “síntoma” es $y^2 = 2px + 2px^2/d$.

Como ejemplo, se transcribe seguidamente la definición de parábola dada por Apolonio: “Cortando un cono por un plano que pase por el eje y por otro que corte a la base según una perpendicular a la del triángulo según el eje, si el diámetro de la sección es paralelo a uno de los lados del triángulo, el cuadrado de toda recta trazada desde la sección del cono paralelamente a la intersección del plano secante y el de la base del cono hasta el diámetro de la sección, equivale al rectángulo formado por la recta que separa en el diámetro del lado del vértice de la sección y por una cierta recta cuya razón a la situada entre el ángulo cónico y el vértice de la sección es la misma que la del cuadrado de la base del triángulo según el eje al rectángulo formado por los otros dos lados del triángulo. Llamaremos parábola a tal sección”. Se exponen también en este primer libro las propiedades que se refieren a la posición relativa de una recta respecto a las cónicas, así como también la construcción de la tangente en un punto de la curva mediante la propiedad que expresa, en el lenguaje actual, que la tangente y la secante que pasan por un punto separan armónicamente los extremos del diámetro conjugado con la dirección de la secante. El libro se cierra con teoremas en cierto modo recíprocos de los teoremas iniciales, como el siguiente: Dada una cónica, existe siempre un cono de sección circular del que esta cónica es una sección plana.

El libro segundo, que contiene cincuenta y tres proposiciones, está dedicado a la hipérbola y sus asíntotas, y por tanto a las secciones opuestas y a las opuestas conjugadas. Aparece la propiedad del segmento de tangente comprendido entre las asíntotas, bisecado por el punto de tangencia, y la constancia del paralelogramo de lados las asíntotas y vértices opuestos el centro y un punto cualquiera de la hipérbola.

En el tercero, con cincuenta y seis proposiciones, se estudian propiedades relativas a los triángulos y cuadriláteros inscritos y circunscritos. Es probable que sean estas propiedades las que Apolonio utilizó para estudiar el problema de las tres rectas y de las cuatro rectas que más tarde aparecerá en Pappus, y que está en la base del advenimiento de la geometría analítica. Se estudian los polos y polares, así como los focos de la elipse y de la hipérbola, así como sus propiedades focales, aunque no se menciona el foco de la parábola ni las directrices de las tres curvas. Finaliza el libro con algunas propiedades métricas que hoy se estudian con los recursos de la geometría proyectiva.

En el cuarto, que contiene cincuenta y siete proposiciones, se estudian las intersecciones y contactos de las cónicas con circunferencias, o de las cónicas entre sí, demostrando que dos cónicas no pueden tener más de cuatro puntos comunes. En este libro hay un comentario de Apolonio contestando a objeciones sobre el valor práctico de sus resultados, pues éstos “merecen ser aceptados a causa de sus propias demostraciones, de la misma manera que aceptamos muchas otras cosas en la matemática por esta misma razón y no por ninguna otra”.

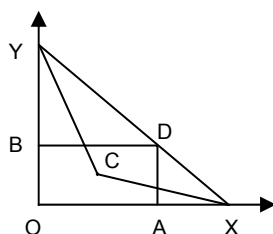
En la introducción al libro quinto, Apolonio vuelve a insistir en que “el tema es de los que parecen ser dignos de ser estudiados por su propio interés”. En este libro, con setenta y siete proposiciones, se estudian las distancias máximas y mínimas de un punto a los puntos de una cónica en su plano, lo que involucra la teoría de las normales a una cónica que pasan por un punto dado, teoría vinculada con la determinación de las actuales evolutas, demostrando que los pies de las normales que pasan por un punto fijo están sobre una hipérbola (hoy llamada de Apolonio), cuya intersección con la cónica resuelve el problema. Cuando la cónica es una parábola esos puntos se encuentran también sobre una circunferencia, lo que Apolonio no advirtió, reprochándosele Pappus más tarde por haber resuelto como lugar sólido un problema que podía resolverse como lugar plano.

En el sexto, que consta de treinta y tres proposiciones, se estudia la congruencia y semejanza de las cónicas. Apolonio dice que su objeto es aclarar y completar trabajos de sus antecesores, refiriéndose probablemente a estudios de Arquímedes en su tratado sobre conoides y esferoides. Dice también que “en particular se encontrará en este libro cómo se puede obtener una sección de un cono recto igual a una sección cónica dada”.

En el séptimo, con cincuenta y una proposiciones, se estudian los máximos y mínimos de ciertas funciones de los diámetros conjugados de las cónicas, apareciendo los hoy llamados “dos teoremas de Apolonio”, relativos a la constancia de la suma (para la elipse) o de la diferencia (para la hipérbola) de los cuadrados construidos sobre un par de diámetros conjugados, y a la constancia del paralelogramo construido sobre un par de diámetros conjugados.

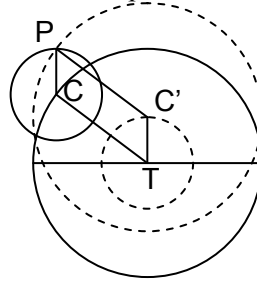
Y en el octavo se tratan determinados problemas de cónicas, como proposiciones sobre cómo determinar diámetros conjugados de una cónica con centro, de manera que ciertas funciones de sus longitudes alcancen valores dados (se trata como se ha dicho más arriba, de la reconstrucción de este libro realizada por Halley sobre la base de las referencias de Pappus y del propio Apolonio).

Escribió otros libros: *Sobre la división en partes proporcionales*, en dos libros con un total de ciento ochenta y una proposiciones, que abordaban numerosos problemas que pueden sintetizarse en uno solo, consistente en definir una recta que pasando por un punto fijo, corta a dos transversales dadas determinando sobre éstas, a partir de puntos dados situados sobre ellas, segmentos de razón también dada. *Sobre las secciones del espacio*, en dos libros, el primero con cuarenta y ocho proposiciones y el segundo con setenta y seis, relativas todas ellas al estudio de los diversos casos posibles de un problema único análogo al de la obra anterior consistente en definir una recta que pasando por un punto fijo, corta a dos transversales dadas determinando sobre éstas, a partir de puntos dados situados sobre ellas, dos segmentos tales que el rectángulo construido sobre ellos tenga un área dada. *Sobre las secciones determinadas*, también en dos libros, con cincuenta y un lemas y ochenta y tres teoremas para resolver nueve problemas y sus numerosos casos particulares, sintetizados en un enunciado único: Dados varios puntos en una recta, encontrar en ella otro tal que el cuadrado de uno de los segmentos comprendidos entre el punto buscado y uno de los dados esté en una razón dada con el del otro segmento, o con el rectángulo construido sobre dos segmentos o con el construido sobre uno de los segmentos de la recta dada y otro exterior a ella, también dado. *Lugares geométricos planos*, en dos libros, con distintos problemas de lugares entre los que se encuentran los siguientes: El lugar geométrico de los puntos tales que la diferencia entre los cuadrados de sus distancias a dos puntos fijos es constante, es una recta perpendicular a la que determinan dichos puntos. El lugar geométrico de los puntos cuya razón de distancias a dos puntos fijos es constante (y distinta de uno) es una circunferencia. Este último lugar es el hoy llamado círculo de Apolonio, aunque con anterioridad Aristóteles lo conoció y utilizó en su estudio del arco iris. *De las inclinaciones*, en dos libros con un total de treinta y ocho lemas, ciento veinticinco teoremas y cincuenta y dos problemas, desarrollando, en general, la siguiente proposición: Colocar entre dos líneas dadas, rectas o circulares, un segmento rectilíneo de longitud dada inclinado hacia un punto dado (pasando por dicho punto). *Sobre los contactos*, que, según Pappus, constaba de dos libros con un total de veintiún lemas, sesenta teoremas y once problemas, donde se resolvían muchos casos particulares de un problema que, generalizado, toma el nombre de “problema de Apolonio”, consistente en determinar una circunferencia tangente a tres circunferencias dadas; los casos particulares se refieren a los casos extremos en que las circunferencias son puntos o rectas (en total hay diez casos posibles). *Calculador rápido*, en el que parece realizó una determinación más precisa del valor de π . *Comparación del dodecaedro y del icosaedro*, donde demuestra que las caras pentagonales de un dodecaedro regular distan lo mismo del centro de la esfera circunscrita que las caras triangulares del icosaedro inscrito en la misma esfera (probablemente Aristeo conocía este teorema). Se atribuyen también a Apolonio escritos sobre los *Elementos*, los poliedros regulares, la cuadratura del círculo, los sistemas de numeración, operaciones aritméticas con números grandes, los números irracionales, el problema de Delos, etc.



Apolonio resuelve el problema de Delos de la siguiente forma: sea un rectángulo $OADB$ de centro C , de lados $OA = a$, $OB = b$ (V. dibujo). Si por D se determina una recta tal que sus intersecciones X e Y , respectivamente, con OA OB , o sus prolongaciones, cumplen la condición $CX = CY$, las distancias $AX = x$ y $BY = y$, resuelven el problema. En efecto, por semejanza de triángulos, se tiene que: $b:x = y:a = (b + y):(a + x)$; por equidistancia: $x(x + a) = y(y + b)$, de donde: $b:x = x:y = y:a$, luego x e y son medias proporcionales entre b y a .

Según Ptolomeo, Apolonio fue también un gran astrónomo, inventor de la teoría de los epiciclos y de las excéntricas, que en manos de Hiparco y de Ptolomeo, se convertirían en la base de la astronomía antigua. Apolonio propuso dos sistemas alternativos, uno a base de movimientos epicíclicos y el segundo a base de movimientos excéntricos. En el primero se supone que un planeta P (V. dibujo) se



mueve uniformemente describiendo una circunferencia menor o epiciclo, cuyo centro C gira a su vez uniformemente siguiendo la circunferencia de un círculo mayor o deferente con centro en la Tierra T . En el esquema excéntrico el planeta P se mueve uniformemente siguiendo la circunferencia de un círculo mayor cuyo centro C' se mueve a su vez uniformemente a lo largo de la circunferencia de un círculo menor con centro en T .

Appel, Kenneth (n. 1932). Matemático estadounidense. Estudió en la Universidad de Michigan y trabajó en el Instituto de Análisis para la Defensa de Princeton. Profesor (1961) en la Universidad de Illinois. Desde 1993 hasta su retiro en 2002 fue responsable del departamento de matemáticas de la Universidad de New Hampshire. Junto con Wolfgang Haken, resolvieron en 1976 el problema de los cuatro colores (para colorear un mapa sobre el plano o la esfera, son suficientes cuatro colores). Redujeron el problema al análisis de 1476 configuraciones, cuyo estudio se llevó a cabo mediante ordenador (en este estudio participaron J. Koch y los hijos de Appel, Laurel, Meter y Andrew, éste último profesor hoy en Princeton). Este tipo de demostración levantó importantes controversias entre los matemáticos, pues unos dudaban de su calidad matemática, mientras que otros veían en ella el comienzo de una nueva herramienta matemática con un importante futuro (se ha llamado “matemáticas experimentales” a las que utilizan dicha herramienta en sus demostraciones). La demostración de Appel y Haken es inverificable. Y lo mismo ocurre con otra demostración más reciente del mismo teorema realizada por Robertson (y otros) en 1997, en la que se manejaron 633 configuraciones. Y además hay que tener en cuenta el posible error tanto en el desarrollo de los programas como en la ejecución por el ordenador. Un cálculo de Lam en 1989 indicaba que el ordenador CRAY producía un error cada mil horas de empleo. Por ello, Lam prefería evitar el uso de la palabra “demostración” y utilizar la expresión “resultado computado”.

Appell, Paul (1855-1930). Matemático francés. Nació en Estrasburgo. Estudió en la École Normale Supérieure (1873). Profesor en la Facultad de Ciencias de la Universidad de París, siendo Hadamard uno de sus alumnos. Trabajó en geometría proyectiva, funciones algebraicas, ecuaciones diferenciales y análisis complejo.

Arago, Dominique François Jean (1786-1853). Físico, matemático y político francés. Nació en Estagel (Rosellón). Estudió en Perpiñán y en la École Polytechnique en París. Profesor de geometría analítica en dicha escuela (1809). Director del Observatorio de París y secretario de la Académie des Sciences. Fue ministro de la guerra y de marina en el gobierno provisional de 1848. Formó parte junto con Cauchy y Poisson, de la Comisión relatora del *Ensayo sobre las propiedades proyectivas de las secciones cónicas* de Poncelet, manifestando sus dudas acerca de la aplicabilidad general del principio de continuidad, utilizado por éste en sus trabajos. Sostuvo la teoría ondulatoria de la luz. Midió el índice de refracción del aire y de otros gases. Estudió los efectos magnéticos de las corrientes eléctricas. Escribió *Biografías de científicos distinguidos*.

Araujo García, Roberto (h. 1911). Matemático español. Catedrático en el Instituto de Granada (1921) y en las Universidades de Valencia y Zaragoza. Escribió en el primer tomo de la *Revista de la*

Sociedad Matemática Española (1911), un artículo titulado *Homología de superficies de segundo orden*.

Arceriano, Código. Escrito de autor desconocido de los s. V o VI aproximadamente. Lleva el nombre de uno de sus propietarios, Joannes Arcerius de Groninga, del s. XVI. Se trata de una compilación de conocimientos griegos para agrimensores o administradores romanos. Contiene un interesante aporte aritmético, en el que figura un error grosero, que se mantiene en escritos posteriores, proveniente de confundir el área de un polígono con el número poligonal correspondiente. Entre las relaciones incluidas en el Código figura la que expresa que todo cubo es la suma de una serie de impares consecutivos, de la que se deduce que la suma de los n primeros cubos es el cuadrado de la suma de los primeros n números consecutivos.

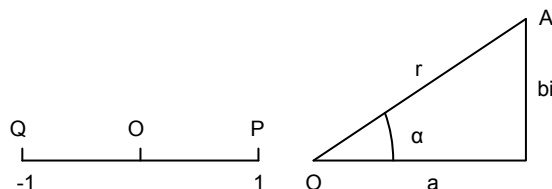
Arcerius de Groninga, Joannes. V. *Arceriano, Código*.

Archibald, Raymond Clare (1875-1955). Matemático estadounidense. En su obra *La cardioide y algunas de sus curvas relacionadas* (1900), estudió estas curvas, clasificándolas. Dio el nombre de Caley a una séxtica, y el de Tschirnhausen a una cúbica. Escribió *Bosquejo de la historia de las matemáticas* (1949).

Archilla, Simón (1836-1890). Matemático español. Profesor en las Universidades de Barcelona y Madrid. Introdujo en España el *Curso de análisis* de Cauchy.

Argand, Jean Robert (1768-1822). Tenedor de libros y matemático autodidacto suizo, natural de Ginebra. Pasó su vida como contable en París. Estudió la interpretación geométrica de los números complejos, dándola a conocer en 1806 en su libro *Ensayo sobre una manera de representar las cantidades imaginarias en las construcciones geométricas*.

Argand observó que los números negativos eran una extensión de los positivos que resulta de combinar la dirección con la magnitud. Considera la secuencia $1, x, -1$. Representando la unidad por el segmento OP , haciéndolo rotar un ángulo de 90° y repitiendo otra vez la operación, se pasa de OP a OQ (V. dibujo). Esto es lo que sucede al multiplicar 1 por $(-1)^{1/2}$, repitiendo otra vez la operación. Luego, Argand pensó que $(-1)^{1/2}$ es como una rotación de 90° contra las manecillas del reloj. De acuerdo con esto, decidió que un segmento lineal típico OA que parte del origen O , debe estar representado por: $r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$, donde r es su longitud y α el ángulo que forma con el eje.



También en este libro mostró cómo los números complejos pueden ser geoméricamente sumados y multiplicados y aplicó estas ideas geométricas a probar teoremas de trigonometría, geometría y álgebra. Esta publicación como otra similar de Wessel, pasaron al principio desapercibidas. Sin embargo a finales de la segunda década del siglo XIX casi toda Europa estaba ya familiarizada, principalmente gracias a Cauchy, con la representación de Wessel-Argand-Gauss para los números complejos.

Aristarco de Samos (h. 310-230 a.C.). Astrónomo griego. Nació en Samos y estudió con Estratón de Lámpsaco. Fue director del Liceo en el periodo 284-269, donde llevó a cabo diversas observaciones astronómicas (280 a.C.). Vitruvio le atribuye la invención de dos cuadrantes solares, uno hemisférico y otro plano, En el *Arenario* de Arquímedes se menciona la única alusión conocida al sistema heliocéntrico de Aristarco. La creencia en este sistema le valió la acusación de violador de la religión ante los paganos ortodoxos (a Galileo le pasó lo mismo dos mil años después). Midió la distancia entre la Tierra y el Sol, por medio de la paralaje del Sol, aprovechando el momento en que el ángulo Sol-Tierra-Luna es rectángulo, habiendo cometido en la medición de este ángulo un error menor de $19'$, obteniendo en la citada distancia un resultado que difiere mucho del verdadero, pues obtuvo que esa distancia era entre $18,5$ y 20 veces la distancia de la Tierra a la Luna, cuando la relación correcta está

en torno a 390 veces (sus cálculos se rectificaron dos mil años después). Su cálculo del diámetro del Sol, midiendo el ángulo formado por dos visuales tangentes al disco solar, fue menos inexacto, obteniendo que éste es $\frac{1}{720}$ del diámetro del círculo que describe la Tierra en torno al Sol (la relación correcta es aproximadamente $\frac{1}{215}$), o bien que la relación entre los diámetros del Sol y de la Tierra estaba comprendida entre $\frac{19}{3}$ y $\frac{43}{6}$, cuando la relación correcta está alrededor de 109. Su tratado sobre el sistema del Mundo se ha perdido, pero se conserva su libro *Sobre el tamaño y distancias del Sol y la Luna*. En esta obra aparecen por primera vez valores de razones trigonométricas, por ejemplo, $\frac{1}{20} < \text{sen } 3^\circ < \frac{1}{18}$ (con la simbología actual).

Aristeo el Viejo (s. IV-III a.C.). Matemático griego. Contemporáneo de Euclides. Vivió en Alejandría. Pappus le atribuye la obra *Elementos de las secciones cónicas*, donde define las cónicas a partir de las secciones de un cono circular recto por un plano perpendicular a una generatriz: si el ángulo en el vértice del cono es agudo, la cónica se llama *sección del cono acutángulo*; si es recto, la cónica se llama *sección del cono rectángulo*; si es obtuso, la cónica se llama *sección del cono obtusángulo*. Es decir, utilizando los actuales nombres, son la elipse, la parábola y la hipérbola, respectivamente.

Aristófanes (h. 450-h. 388 a.C.). Comediógrafo griego. Ciudadano ateniense. Fue actor antes de ser escritor. Según Aristóteles, Aristófanes se ocupó de la cuadratura del círculo. Se conservan once de sus 44 obras, entre ellas: *Las nubes* (423), *Las avispas* (422), *La paz* (421), *Las aves* (414), *Las ranas* (406).

Aristóteles de Estagira (384-322 a.C.). Filósofo griego. Nació en Estagira, colonia jónica de la Calcídica de Tracia, en la frontera de Macedonia, de cuyo rey fue médico su padre. Su madre, al quedar viuda, se retiró a su ciudad natal, Calcis, en la isla de Eubea, donde Aristóteles estudió medicina. Con 18 años pasó a Atenas, entrando en la Academia, siendo discípulo de Platón. Diez años después se trasladó a Atarnea, cuyo tirano fue depuesto en 341, por lo que Aristóteles se dirigió a Mitelene y luego a Lesbos, de donde fue llamado por Filipo de Macedonia para encargarse de la instrucción de su hijo Alejandro, llamado después Alejandro el Magno. En 335 Aristóteles regresó a Atenas, y poco después fundó una escuela en el jardín próximo al templo de Apolo Licio, protector de las ovejas contra los lobos, y de aquí el nombre de Liceo dado a aquélla, y también el de Peripato, porque Aristóteles enseñaba paseando, por lo que sus discípulos se llamaron peripatéticos. Dirigió el Liceo durante doce años, y a la muerte de Alejandro en 323, fue acusado de ateísmo, por lo que dejando el Liceo en manos de Teofrasto, se refugió en Calcis, donde al poco tiempo murió. Si desde el punto de vista científico a Platón sólo le interesó la Matemática, a Aristóteles le interesó toda la Ciencia, lo que le indujo a sistematizar cuantos conocimientos había en su época, de forma que sus escritos forman una verdadera enciclopedia del saber antiguo, no superada hasta el Renacimiento. Estableció un sistema político fundado en la amistad, y creó dos disciplinas nuevas: la Lógica y la Biología. Frente a la teoría de Herodoto que sostenía que la geometría había nacido en Egipto por la necesidad de volver a trazar las lindes de las tierras tras las inundaciones del Nilo, Aristóteles sostenía que el cultivo y desarrollo de la geometría en Egipto se había visto impulsado por la existencia allí de una amplia clase sacerdotal ociosa. Con su sistematización de la lógica, preconizó el método axiomático como único a seguir en toda ciencia deductiva, por tanto en matemáticas. Distinguió entre axiomas o nociones comunes, que son verdades comunes a todas las ciencias, y los postulados, que son primeros principios aceptables para una ciencia concreta. Entre los axiomas incluye los principios lógicos, tales como la ley de contradicción (una proposición no puede ser a la vez verdadera y falsa), la ley del tercio excluido (una proposición debe ser verdadera o falsa), el axioma de que si se suman o restan cosas iguales de otras iguales, los resultados son iguales, etc. Los postulados no necesitan ser autoevidentes sino que su verdad tiene que venir garantizada por las consecuencias que se derivan de ellos. La colección de axiomas y postulados ha de ser lo más reducida posible, con tal de que permitan demostrar todos los resultados. Aunque en el Liceo no se ocuparon especialmente de matemáticas, en las obras de Aristóteles aparecen frecuentes referencias a esta disciplina, pero su aportación a ella es prácticamente nula. Se le atribuyen algunos teoremas de Euclides. Discutió los problemas fundamentales sobre las relaciones entre puntos y rectas. Un punto, dice, es indivisible y tiene posición; pero entonces ninguna acumulación de puntos, por muchos que incluyera, podría darnos algo divisible. Por lo tanto los puntos no pueden construir nada continuo como una recta, pues un punto no

puede ser continuo con otro punto. Un punto, añade, es como el ahora en el tiempo; el ahora es indivisible y no una parte del tiempo. Un punto puede ser un comienzo, un final o un divisor en un segmento pero no es parte de él ni de ninguna magnitud. Solamente por movimiento puede un punto generar una recta y ser así origen de la magnitud. También afirma que, puesto que un punto no tiene longitud, si una recta estuviera compuesta de puntos tampoco tendría longitud y, análogamente, si el tiempo estuviera compuesto de instantes no habría ningún intervalo de tiempo. Su definición de continuidad, propiedad que posee una recta, es la siguiente: Una cosa es continua cuando los límites en los que se tocan dos partes sucesivas cualesquiera son uno y el mismo y están juntos, como implica la palabra continuo. En realidad hace diversas afirmaciones sobre las magnitudes continuas que no concuerdan unas con otras. El núcleo de su teoría, sin embargo, es que los puntos y los números son cantidades discretas y hay que distinguirlas de las magnitudes continuas de la geometría; no hay continuo en la aritmética. En cuanto a la relación entre estos dos campos, considera a la aritmética (es decir, a la teoría de números,) como más exacta, porque los números se prestan más fácilmente a la abstracción que los conceptos geométricos. También considera a la aritmética como previa a la geometría, porque el número tres es necesario para definir un triángulo. En sus obras cita varios trabajos matemáticos, en particular referentes a Euclides, dando diversos ejemplos matemáticos, en especial en su teoría del movimiento, al que dedica la mayor parte de su *Física*, obra en ocho libros, cuatro dedicados a los principios y los otros cuatro al movimiento. Justificó la base de numeración 10, por el número de dedos de las manos. En uno de sus escritos alude a la irracionalidad de la raíz cuadrada de 2 (el cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles, es el doble del cuadrado construido sobre uno de los catetos; la hipotenusa no puede ser múltiplo del cateto, pues es mayor que él y menor que su doble; luego la razón entre hipotenusa y cateto debe ser $\frac{m}{n}$, siendo m y n primos entre sí, por lo que no pueden ser ambos pares; de la expresión $m^2 = 2n^2$ obtenida al ser el cuadrado de la hipotenusa el doble del cuadrado del cateto, se deduce que m^2 debe ser par y también m , luego n debe ser par, es decir que m y n son ambos pares, contradicción que implica la inexistencia de m y n). Demostró la falsedad de la exposición de Antifón de que doblando el número de lados de un polígono inscrito en un círculo se llegaba a demostrar que como los sucesivos polígonos son cuadrables, también lo es el círculo, arguyendo Aristóteles que por grande que sea el número de lados, el polígono jamás llegará al círculo. Aristóteles distinguió entre infinito actual e infinito potencial, distinción aún vigente en matemáticas. La edad de la Tierra, si es que tuvo un comienzo, es potencialmente infinita pero en ningún instante es actualmente infinita. Según él, sólo existe el infinito potencial. Los enteros positivos, concede, son potencialmente infinitos porque siempre podemos añadir 1 a cualquier número y obtener otro distinto, pero el conjunto infinito, como tal, no existe. Incluso la mayor parte de las magnitudes no pueden ser ni siquiera potencialmente infinitas, porque si se añadieran de una manera indefinida podrían exceder los límites del universo. El espacio, sin embargo, sí es potencialmente infinito en el sentido de poder ser subdividido indefinidamente, y el tiempo es potencialmente infinito en los dos sentidos. Afirma al respecto que los matemáticos “ni necesitan ni usan el infinito”. Se le atribuyó un tratado con el título de *Sobre las líneas indivisibles*, que probablemente fue el resultado de discusiones que tuvieron lugar en el Liceo sobre la teoría de los indivisibles de Xenócrates, que concluyeron que esta teoría era insostenible. Encargó a su discípulo Eudemo de Rodas la redacción de historias de la matemática, geometría y astronomía. La obra escrita de Aristóteles es ingente. De sus libros, tiene alguna afinidad con las matemáticas la ya citada *Física* y, en menor grado, la *Mecánica*. Otras obras son: *Metafísica*, *Lógica*, *Ética a Nicómaco*, *Ética a Eudemo*, *Política*, *Poética*, *Retórica*.

Arnauld, Antoine (1612-1694). Filósofo y teólogo francés. Nació en Bruselas (Flandes español, hoy Bélgica). Estudió teología en la Sorbona y fue ordenado sacerdote (1641). Se convirtió al jansenismo. Amigo de Pascal, quien le defendió en sus cartas llamadas *Provinciales* (1656-1657). Durante el gran periodo de persecución de los jansenistas (1661-1669), Arnauld se convirtió en líder de la resistencia. Reemprendida la persecución, Arnauld se refugió en Holanda y Bélgica, permaneciendo en Bruselas desde 1682 hasta su muerte. Arnauld escribió uno de los primeros libros de geometría elemental sin seguir las reglas de Euclides. Dio un interesante argumento en contra de la existencia de los números negativos al cuestionar que la razón $-1 : 1$ pudiera ser igual a $1 : -1$, ya que, según decía, -1 es menor que $+1$, y, por tanto, ¿cómo iba a ser un menor a un mayor como un mayor a un menor? También escribió *Moral práctica de los jesuitas* (1689-1694).

Arnold, Vladimir I. (1937-2010). Matemático ruso. Nació en Odessa (hoy, Ucrania). Estudió en la Universidad de Moscú. Fue profesor, además de en la citada Universidad, en el Instituto Matemático Zeklov. Con 19 años resolvió el 13º problema de Hilbert, consistente en la demostración de la imposibilidad de la solución de la ecuación general de séptimo grado mediante las funciones de sólo dos argumentos. Trabajó en la demostración del teorema de Thom referente a la teoría de catástrofes elementales, rama de la matemática pura que forma parte de una teoría más general llamada teoría de bifurcación. Realizó importantes aportaciones a la teoría de la singularidad, así llamada por él. Junto con Kolmogórov y Moser, estableció el llamado teorema KAM (Kolmogórov-Arnold-Moser) sobre la estabilidad de los sistemas hamiltonianos integrables.

Aronhold, Siegfried Heinrich (1819-1884). Matemático alemán. Nació en Angerburg, Prusia oriental (hoy Wegorzewo, Polonia). Empezó a trabajar en la teoría de los invariantes en 1849, proporcionando invariantes para las formas cúbicas ternarias.

Arouet, François Marie. V. Voltaire.

Arquímedes de Siracusa (287-212 a.C.). Matemático y físico griego. Euclides, Apolonio y Arquímedes son las tres grandes figuras de la matemática griega. Considerado como el mayor matemático de la antigüedad, es el arquetipo de matemático original, que al igual que los científicos de hoy, no escribe sino monografías o memorias originales, relativas a los más variados campos de las matemáticas antiguas: aritmética, geometría, astronomía, estática, hidrostática. Nació en Siracusa, siendo su padre el astrónomo Fidias, lo que influyó en su formación científica. Pasó su juventud en Alejandría, donde trabó amistad con varios maestros alejandrinos con los que luego mantuvo correspondencia científica, como Conón de Samos, Dositeo de Pelusa y Eratóstenes. De vuelta a Siracusa, de cuyo rey Hierón II era pariente y amigo, se dedicó completamente a la investigación científica. Su vida fue embellecida o deformada por la imaginación popular que la revistió de múltiples anécdotas más o menos verosímiles. Plutarco dice que Arquímedes escribió a Hierón exponiéndole que con una potencia dada se puede mover un peso igualmente dado, asegurándole que si le diesen otra Tierra, movería ésta después de pasar a aquélla. De aquí procede la anécdota que atribuye a Arquímedes la tan conocida como disparatada frase: “Dadme una palanca y un punto de apoyo y moveré el mundo”. Durante la segunda guerra púnica, murió en el saqueo que siguió a la caída de Siracusa en manos de las tropas romanas al mando del general Marcelo (un soldado romano lo atravesó con su espada mientras Arquímedes estaba absorto ante una demostración geométrica que escribía en la arena). Se cuenta que durante el asedio, Arquímedes inventó máquinas de guerra para mantener alejado al enemigo, catapultas, poleas y garfios para levantar las naves romanas y dejarlas caer estrellándolas, artificios para prender fuego a los barcos desde lejos, etc. De acuerdo con su voluntad, se grabó en su tumba, que Cicerón descubrió siglo y medio después cuando era cuestor en Sicilia, su teorema relativo a la esfera inscrita en un cilindro. Cicerón restauró la tumba que estaba totalmente abandonada, lo que según algún historiador de la ciencia, representó casi la única contribución de un romano a la matemática, o mejor, a la historia de la matemática. Posteriormente desapareció todo rastro de la tumba.

Plutarco dijo: “Arquímedes estaba en posesión de un espíritu tan alto, un alma tan profunda y una riqueza tal de conocimientos científicos que, a pesar de que estos inventos le habían proporcionado la celebridad de tener más que sabiduría humana, no dejaría tras él ningún trabajo escrito sobre tales cuestiones, sino que, considerando como innobles y viles los trabajos mecánicos y todo tipo de arte que se puede usar y aprovechar directamente, centró su mayor ambición en aquellas especulaciones cuya belleza y sutileza no añaden nada a las necesidades habituales de la vida”. Arquímedes encontró la relación entre circunferencia y diámetro, y entre esfera y cilindro circunscrito, estudió las espirales, efectuó la cuadratura de la parábola y la cubatura de esferoides y conoides, estableció el concepto de centro de gravedad, y realizó importantes descubrimientos en otras ramas de las ciencias. En sus escritos siguió rigurosamente el método euclídeo, fijando previamente las hipótesis que postulaba, a las que seguían los teoremas cuidadosamente elaborados y terminados en general utilizando el método sintético, sin mencionar el camino seguido para llegar a la tesis de la proposición que demuestra, de ahí que sus escritos no sean de lectura fácil.

Solía enviar a amigos de Alejandría los trabajos que escribía, y a veces sólo los enunciados de los resultados sin la demostración, costumbre que en alguna ocasión le permitió formular cierta mordaz observación sobre los profesores alejandrinos. En efecto, al advertir en una ocasión que algunos enunciados remitidos eran falsos, sin que ninguno de los profesores alejandrinos hubiera señalado el error, dijo que “...aquéllos que pretenden haber resuelto todos los problemas, pero sin dar la demostración quedan refutados por el hecho mismo de haber declarado que demostraron algo imposible”. No es fácil encontrar un nexo lógico o cronológico entre los escritos de Arquímedes, bien por su índole monográfica, bien por su distinto contenido que se refiere a matemáticas, astronomía o física. Se conocen en versión original cuatro escritos de geometría, dos de geometría plana: *Sobre espirales* y *Sobre la medida del círculo*, y dos de geometría del espacio: *Sobre la esfera y el cilindro* y *Sobre conoides y esferoides*. Su escrito *Sobre la esfera y el cilindro*, consta de dos libros: el primero puede considerarse un complemento de los *Elementos* de Euclides, al demostrar una serie de teoremas relativos a áreas y volúmenes de los cuerpos redondos, omitidos en los *Elementos*, como el área y el volumen de la esfera y el área lateral de cono y cilindro, mientras que en el segundo libro se incluyen una serie de problemas, algunos nada fáciles, que conducen a problemas del tipo de la duplicación del cubo y de la trisección del ángulo. En este escrito hay seis definiciones: 1) Existen en el plano ciertos arcos de curva totalmente situados de un mismo lado de las rectas que unen los extremos del arco. 2) Llamo cóncava en la misma dirección una línea tal que la recta que une dos puntos cualesquiera de ella, o bien está toda del mismo lado de la línea, o bien está parte del mismo lado y parte sobre la línea misma. 3) De igual modo hay ciertas porciones de superficie, no situadas en un plano, pero cuya línea extrema está en un plano situado totalmente del mismo lado respecto de la superficie. 4) Llamo cóncavas en la misma dirección superficies tales que las rectas que unen dos puntos cualesquiera de ellas, o bien están todas del mismo lado de la superficie o bien parte del mismo lado y parte sobre la superficie misma. Con estas definiciones introduce el concepto de concavidad, así como conceptos más generales de curva y superficie que los existentes hasta entonces. Las definiciones 5 y 6 se refieren al sector esférico y al “rombo sólido”, cuerpo constituido por dos conos de base y ejes comunes y vértices en semiespacios distintos respecto de la base. Con las primeras cuatro definiciones se relacionan los cinco postulados de este escrito: 1) La recta es la más corta entre todas las líneas con los mismos iguales extremos. 2) En cuanto a las demás líneas planas con los mismos extremos, son desiguales cuando siendo cóncavas en la misma dirección una de ellas está totalmente comprendida entre otra y la recta con los mismos extremos o en parte está comprendida y en parte es común, y la línea comprendida es menor. 3) Del mismo modo, cuando varias superficies tienen los mismos extremos y esos extremos están en un plano, esa figura plana es la menor. 4) Entre las otras superficies con los mismos extremos, cuyos extremos están en un plano, serán desiguales cuando siendo con todas cóncavas en la misma dirección, una de ellas está totalmente comprendida entre otra y la figura plana con los mismos extremos, o está en parte comprendida y en parte en común, y la superficie comprendida es menor. 5) Por otra parte, entre las líneas, superficies y sólidos desiguales la mayor excede a la menor en una cantidad tal que agregada a sí misma, puede superar a cualquier cantidad dada homogénea con las dos anteriores.

Los cuatro primeros postulados establecen las condiciones de desigualdad de ciertas líneas y de ciertas porciones de superficies, así como también fijan un principio de mínimo. El primer postulado, intuitivo y de interpretación clara, se convirtió en la definición de recta, en detrimento de la correspondiente definición de Euclides, que no era ni clara ni intuitiva. En el quinto postulado, llamado “postulado de Arquímedes”, al incluirlo como tal, Arquímedes puso en evidencia que dicho enunciado no era ni definición (como hizo Euclides en el libro V de los *Elementos*), ni principio, ni teorema, por lo que lo incluyó como postulado independiente, del que hará uso en todos los numerosos teoremas de carácter infinitesimal que demuestra. Por ejemplo, al demostrar el área de la esfera o del segmento esférico, Arquímedes expone propiedades que en conexión con este postulado y con el método de exhaución, representan igualdades o desigualdades entre sumatorios, que permiten calcular de forma geométrica aquellas áreas, o volúmenes, que hoy se obtienen mediante integrales, y que en los citados ejemplos corresponden a un teorema que expresado en forma algebraica, tiene la siguiente formulación: $2\sum_{r=1, n-1} \text{sen } r\theta + \text{sen } n\theta = (1 - \text{cos } n\theta) \text{cotg } \theta/2$, expresión que al convertirse en integral definida mediante el paso al límite, permite hoy calcular esas áreas. Este “postulado de Arquímedes” viene a excluir de una manera efectiva los indivisibles o infinitésimos constantes que tanto habían sido discutidos en la época de Platón y Aristóteles. Se trata esencialmente de lo mismo que el axioma de

exhaución, admitiendo Arquímedes que “los géómetras anteriores (probablemente se refiere a Eudoxo y sus sucesores) han utilizado este lema, ya que demostraron, usando precisamente este mismo lema, que los círculos están entre sí en la razón duplicada de sus diámetros, y que las esferas están entre sí en la razón triplicada de sus diámetros, así como que toda pirámide es un tercio del prisma que tiene su misma base y altura igual, y también demostraron que todo cono es un tercio del cilindro que tiene la misma base y la misma altura que el cono, suponiendo un cierto lema análogo al que hemos mencionado”. Entre los teoremas más importantes relativos a áreas y volúmenes, incluidos en *Sobre la esfera y el cilindro*, están: 1) La superficie lateral de un cilindro circular recto es equivalente a un círculo cuyo radio es media proporcional entre la generatriz del cilindro y el diámetro de la base. 2) La superficie lateral de un cono circular recto es equivalente a un círculo cuyo radio es media proporcional entre la generatriz del cono y el radio de la base. 3) La superficie lateral de un tronco de cono circular recto, de bases paralelas, es equivalente a un círculo cuyo radio es media proporcional entre la generatriz del tronco de cono y la suma de los radios de las bases. 4) La superficie de la esfera es equivalente a cuatro veces su círculo máximo. 5) Toda esfera es equivalente a cuatro veces el cono cuya base es un círculo máximo y cuya altura es el radio de la esfera. 6) La superficie de un casquete esférico, exceptuando la base, es equivalente a un círculo cuyo radio es el segmento trazado desde el vértice del casquete a un punto cualquiera de la base. 7) El sector esférico es equivalente a un cono cuya base es equivalente a la superficie del casquete del sector y cuya altura es el radio de la esfera. En un corolario, Arquímedes demuestra que si se considera un cilindro de altura igual al diámetro de la base y en él se inscribe una esfera, las áreas y los volúmenes de esos dos sólidos están en la misma proporción simple 3:2 (Arquímedes expresó su deseo, que se cumplió, de que en su tumba se grabara una esfera con un cilindro circunscrito). De los problemas incluidos en este escrito, los no resolubles con regla y compás, son los siguientes: 1) Determinar una esfera equivalente a un cilindro o a un cono dado (Arquímedes reduce este problema a algún problema del mesolabio, pues determina dos medias proporcionales entre dos segmentos dados, pero sin indicar el procedimiento seguido en esa determinación). 2) Cortar una esfera por un plano de manera que los dos segmentos tengan sus volúmenes en una razón dada (Arquímedes lo reduce a dividir el triple del radio de la esfera en dos partes tales que una de ellas sea a un segmento conocido como el cuadrado del diámetro de la esfera es al cuadrado de la otra parte, diciendo que se trata de un problema de trisección del ángulo y que dará la solución al final del libro, pero ésta no se encuentra). 3) determinar un segmento esférico de volumen dado y que sea semejante a otro segmento también dado (este problema se reduce al del mesolabio, al buscar dos medias proporcionales entre dos segmentos dados). En la penúltima proposición de este libro se habla de una razón “sesquialtera” al referirse a la potencia actual de exponente $\frac{3}{2}$. En la última proposición se demuestra que entre todos los segmentos esféricos de igual superficie, el hemisferio es el de volumen máximo. Estas dos últimas proposiciones eran aquéllas cuyo enunciado era erróneo, y que los profesores alejandrinos no lo detectaron.

En el libro *Sobre conoides y esferoides*, se estudian propiedades métricas de los cuerpos que llama conoides (los actuales paraboloides y rama del hiperboloides de dos hojas, de revolución) y de los que llama esferoides (elipsoide de revolución), engendrados por la rotación de las tres secciones cónicas, que aún mantenían los nombres dados por Menecmo y Aristeo, y cuyas definiciones son: 1) Si una sección del cono rectángulo da una vuelta completa alrededor de su eje, la figura engendrada por esa sección se llama conoide rectángulo (el actual paraboloides de revolución). 2) Si se tiene en un plano una sección del cono obtusángulo así como sus rectas más aproximadas, y el plano da una vuelta completa alrededor del eje, las rectas más aproximadas describen un cono isósceles mientras que la figura engendrada por la sección se llama conoide obtusángulo (las rectas más aproximadas son las actuales asíntotas y el conoide obtusángulo es el hiperboloides de revolución de dos hojas; Arquímedes no alude al hiperboloides de revolución de una hoja). 3) Si una sección del cono acutángulo da una vuelta completa alrededor de su eje mayor, la figura engendrada por esa sección se llama esferoide alargado, mientras que si gira alrededor del eje menor, se llama esferoide aplanado (son los actuales elipsoides de revolución). Entre los teoremas que demuestra están: 1) Todo segmento de conoide rectángulo es equivalente a una vez y media el cono de igual base que el segmento y cuyo vértice es el punto del conoide en donde el plano tangente es paralelo a la base. 2) La razón entre un segmento de conoide obtusángulo y el cono definido como en el teorema anterior no es ahora constante, sino que es igual a la razón entre los dos segmentos de recta que se obtienen agregando al eje del segmento el triple y el doble, respectivamente, de la porción de recta *agregada* (en el lenguaje actual esta recta

agregada es la longitud del semidiámetro conjugado con la dirección determinada por la base de segmento de conoide). 3) Si un plano determina en un esferoide dos segmentos, la razón entre uno de ellos y el cono, definido como siempre, es igual a la razón entre el eje correspondiente al otro segmento, agregándole la semirrecta que une los vértices (el semidiámetro conjugado con la dirección de la base) y ese eje. En este escrito como en *Sobre espirales*, se da la suma de los n primeros cuadrados en la siguiente forma (en nuestro lenguaje algebraico): $3\sum_{r=1, n} r^2 = n^2(n+1) + \sum r$.

También en estos dos escritos se utilizan las siguientes desigualdades (siempre en nuestro lenguaje algebraico): $2\sum_{r=1, n-1} r < n^2 < 2\sum_{r=1, n} r$, $3\sum_{r=1, n-1} r^2 < n^3 < 3\sum_{r=1, n} r^2$, y si $A_r = arh + (rh)^2$, entonces: $nA_n : \sum_{r=1, n} A_r < (a + nh) : (\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}nh) < nA_n : \sum_{r=1, n-1} A_r$.

Siguiendo con sus trabajos sobre geometría del espacio, Arquímedes descubrió, según dice Pappus, trece poliedros semirregulares (poliedros arquimedianos), con ángulos poliedros y aristas iguales entre sí, y caras polígonos regulares no todos semejantes.

Número y naturaleza de las caras	Número y naturaleza de los vértices	Número de aristas
8 (4 triángulos y 4 hexágonos)	12 triedros	18
14 (8 triángulos y 6 cuadrados)	12 tetraedros	24
14 (6 cuadrados y 8 hexágonos)	24 triedros	36
14 (8 triángulos y 6 octógonos)	24 triedros	36
26 (8 triángulos y 18 cuadrados)	24 tetraedros	48
26 (12 cuadrados, 8 hexág. y 6 octóg.)	48 triedros	72
32 (20 triángulos y 12 pentágonos)	30 tetraedros	60
32 (12 pentágonos y 20 hexágonos)	60 triedros	90
32 (20 triángulos y 12 decágonos)	60 triedros	90
38 (32 triángulos y 6 cuadrados)	24 pentaedros	60
62 (20 triángulos, 30 cuadr. y 12 pentág.)	60 tetraedros	120
62 (30 cuadrados, 20 hexág. y 12 decág.)	120 triedros	180
92 (80 triángulos y 12 pentágonos)	60 pentaedros	150

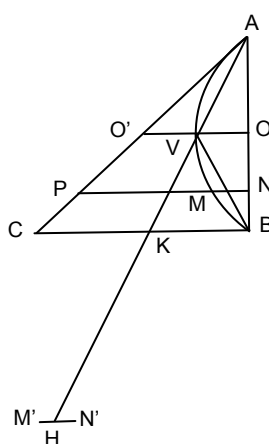
En el libro *Sobre espirales*, donde aparecen razonamientos de geometría infinitesimal, expone el trazado de tangentes a la hoy llamada espiral de Arquímedes, así como problemas no resolubles con regla y compás. En este libro utiliza largas demostraciones, siendo su texto conciso al subentender muchas relaciones intermedias, lo que hace que su lectura no sea fácil. La definición dada de espiral es la siguiente: Si en un plano se considera una recta que mantiene uno de sus extremos fijo y gira un número cualquiera de veces con movimiento uniforme, retomando sucesivamente la posición de donde ha partido, mientras que sobre la recta que gira se mueve uniformemente un punto a partir del extremo fijo, el punto describirá una espiral en el plano. En esta definición se hacen necesarias dos proposiciones iniciales para fijar la proporcionalidad entre el tiempo y los movimientos de la recta y del punto sobre ella. Las propiedades más importantes de estas curvas que Arquímedes demuestra, son: 1) Mediante el trazado de la tangente a la espiral en uno de sus puntos puede obtenerse un segmento igual a la longitud de un arco de circunferencia de radio y ángulo central dados, es decir, que mediante esta curva se puede rectificar la circunferencia o uno de sus arcos. 2) El área barrida por el radio vector en la primera revolución es la tercera parte del círculo cuyo radio es la posición final del radio vector; esa área barrida en la segunda revolución está en la relación 7:12 con el círculo cuyo radio es la posición final del radio vector; esa razón para una revolución cualquiera n , es $[n^3 - (n-1)^3]$. 3) También expresa la razón de las áreas comprendidas entre las espirales engendradas en las

revoluciones sucesivas con la porción de recta perteneciente a la posición inicial del radio vector, como también la razón en la que queda dividido por el arco de espiral, el trapecio circular situado en el sector circular cuyos extremos corresponden a las posiciones inicial y final del arco de espiral y cuyos arcos de circunferencias bases son los que tienen por radios los radios vectores correspondientes a dichas posiciones.

En su breve escrito *Sobre la medida del círculo*, demuestra tres teoremas: 1) Un círculo es equivalente a un triángulo rectángulo cuyos catetos son iguales al radio y a la circunferencia del círculo. 2) La razón de un círculo al cuadrado de su diámetro es aproximadamente 11:14. 3) La circunferencia de un círculo es igual al triple del diámetro más una parte de éste menor que la séptima, y mayor que 10:71 del diámetro (es decir, está dando para π el valor $3^{10/71} = 3.1408$ por defecto, y el valor $3^{1/7} = 3.1428$ por exceso). Llega a estos valores utilizando el método de inscribir y circunscribir polígonos duplicando el número de lados, partiendo del hexágono, hasta el polígono de 96 lados, y calculando aproximadamente sus perímetros, con lo que obtiene que los valores de la relación entre la circunferencia y el diámetro, es decir los valores de nuestro número π , están entre $6336/2017^{1/4}$ y $29376/9347$, que sustituye por los más cómodos $3^{10/71}$ y $3^{1/7}$. Los cálculos realizados por Arquímedes se resumen en el siguiente cuadro, que da una idea de su notable aproximación:

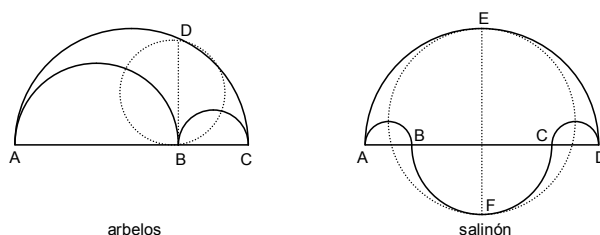
Valores exactos	Valor aproximado de Arquímedes, por defecto	Valor aproximado de Arquímedes, por exceso
$3^{1/2} = 1,7320508\dots$	$265/153 = 1,73202\dots$	$1351/780 = 1,732051\dots$
$(349450)^{1/2} = 591,14296\dots$	$591^{1/8} = 591,125$	
$(1373943^{33/64})^{1/2} = 1172,1533\dots$	$1172^{1/8} = 1172,125$	
$(5472132^{1/16})^{1/2} = 2339,2688\dots$	$2339^{1/4} = 2339,25$	
$(9082321)^{1/2} = 3013,6889\dots$		$3013^{3/4} = 3013,75$
$(3380929)^{1/2} = 1838,7302\dots$		$1838^{9/11} = 1838,818\dots$
$(1018405)^{1/2} = 1009,1605\dots$		$1009^{1/6} = 1009,166\dots$
$(4069284^{1/36})^{1/2} = 2017,2466\dots$		$2017^{1/4} = 2017,25$
$\pi = 3,1415926\dots$	$3^{10/71} = 3,1408\dots$	$3^{1/7} = 3,1428\dots$

El libro *Cuadratura de la parábola* expone el primer ejemplo de cuadratura de una figura mixtilínea, llevándola a cabo por un doble camino: uno exclusivamente geométrico y otro empleando los recursos de la estática mediante la ley de la palanca obtenida por Arquímedes, demostrando que el área de un segmento parabólico es igual al cuádruple del tercio de la de un triángulo de la misma base y de la misma altura que el segmento.

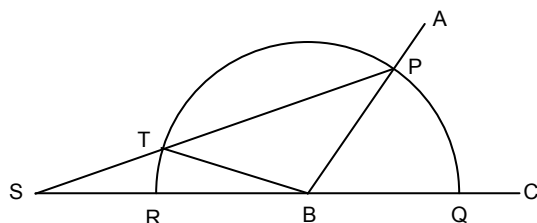


Las demostraciones son las siguientes (V. dibujo). Sea el segmento de parábola de base AB y vértice V . Si se traza la tangente en A y el diámetro en B , se obtiene el triángulo ABC que, en virtud de la propiedad de la parábola $OV = VO'$, que Arquímedes dice que está demostrada en los *Elementos* (no se ha encontrado esta demostración), será cuádruple del triángulo $T = AVB$. Si se traza ahora un diámetro cualquiera NM que corta a AC en P , a la parábola en M y a la cuerda AB en N , por las propiedades de la parábola se tiene $AB:NB = NP:NM$ o lo que es lo mismo $AB \cdot MN = NB \cdot NP$, y es esta “igualdad de momentos” la que llevó a Arquímedes a aplicar la “ley de la palanca” que había encontrado en sus estudios de estática. Se puede decir que en una palanca de brazos iguales $AK = KH$, un peso $M'N'$ proporcional a MN con su centro de gravedad en H , equilibra un peso proporcional a PN en su sitio. Utilizando dos escaloides inscritos y circunscritos al segmento y por el método de exhaución, Arquímedes demuestra que el segmento, con su centro de gravedad en H , equilibra el triángulo ABC y como éste tiene su centro de gravedad al tercio de KA , resulta que el segmento es un tercio de ABC y por lo tanto, los $\frac{1}{3}$ de T . La demostración geométrica consiste en llenar el segmento con el triángulo T , repetir la operación en los segmentos restantes de bases AV y VB , luego en los de base VV' y así sucesivamente. Como se demuestra que cada operación llena $\frac{1}{4}$ del área llenada por la operación anterior, al cabo de n operaciones el segmento se habrá llenado de una poligonal de área $T(1 + \frac{1}{4} + (\frac{1}{4})^2 + \dots + (\frac{1}{4})^{n-1})$, y en virtud del lema aritmético que le permite obtener esta suma y con el método de exhaución, demuestra que el segmento es equivalente a $\frac{1}{3}$ de T .

El *Libro de los lemas* contiene una serie de proposiciones de geometría plana, algunas con interesantes equivalencias entre figuras circulares. Entre éstas destacan el *arbelos* (que significa lezna o cuchilla de zapatero) y el *salinón* (de etimología confusa, quizá “bodega para sal”). El *arbelos* (V. figura de la izquierda) está formado por dos semicircunferencias tangentes entre sí, de diámetros AB y BC , descritas sobre el diámetro AC de otra, con las concavidades de las tres dirigidas en el mismo sentido (recuerda las lúnulas de Hipócrates), siendo su área equivalente al círculo de diámetro la semicuerda BD del tercer semicírculo perteneciente a la tangente común a los dos primeros semicírculos. Arquímedes agrega algunas propiedades en especial relativas a los círculos del interior del *arbelos* y tangentes a sus bordes.



El *salinón* (V. figura de la derecha) está definido por dos semicircunferencias iguales de diámetros AB y CD , descritas en los extremos del diámetro AD de una tercera semicircunferencia, situadas en el interior de ésta, y una cuarta semicircunferencia cuyo diámetro BC es el segmento del diámetro de ésta comprendido entre las dos iguales (las concavidades de las tres primeras están en el mismo sentido, mientras que la de la cuarta está en sentido opuesto), siendo su área equivalente a la de un círculo de diámetro el segmento EF del eje de simetría de la figura comprendido entre los semicírculos tercero y cuarto.



La proposición octava de este libro, se refiere a la trisección del ángulo por inserción. Sea ABC el ángulo a trisecar (V. dibujo). Con centro en el vértice B se traza una circunferencia de radio arbitrario que corta a AB en P y a BC en Q , y a la prolongación de BC en R . Se traza la recta STP estando S sobre la prolongación de $CQBR$, y T sobre la circunferencia, de forma que $ST = BQ = BP = BT$. Al ser

isósceles los triángulos STB y TBP , el ángulo BST es un tercio del QBP . La inserción (*neusis*) corresponde a $ST (= BQ)$ entre dos figuras, la recta QR prolongada y la circunferencia.

En el escrito *Contador de arenas*, conocido también como *Arenario*, expone importantes conocimientos sobre astronomía, dando por ejemplo un procedimiento experimental para medir aproximadamente el diámetro aparente del sol. En este escrito alude al sistema heliocéntrico de Aristarco de Samos, que Arquímedes no comparte, pero que adopta por cuanto sus dimensiones eran mayores que las del universo geocéntrico concebido por los astrónomos de la época. También figura en este escrito un sistema especial de numeración, las “octadas”, que posibilita designar cualquier número por grande que se pudiera imaginar, como el número de granos de arena que llenaría no sólo a todos los mares, sino a todo el universo. Los griegos tenían nombres para los números hasta la miríada es decir hasta 10^4 (las unidades, mónadas; las decenas, décadas; las centenas, hécadas; las unidades de millar, kilíadas; las decenas de millar, miríadas), de manera que podían *nombrar* números hasta la miríada de la miríada (10^8). Arquímedes llama números del primer periodo a los comprendidos entre 1 y 10^8 , y toma como base de su sistema a 10^8 , es decir toma por unidad $u = 10^8$. Los números del segundo periodo llegan hasta u^2 , los del tercer periodo hasta u^3 , y así llega por octadas hasta u elevado a $10^{2 \cdot 8} = 10^{16}$, que es el número mayor al que llega Arquímedes, y que corresponde en nuestro sistema de numeración a la unidad seguida de ochenta mil billones de ceros. Por otra parte, supone de manera exagerada que el contorno de la Tierra, su meridiano, no es mayor que 300 miríadas de estadios, siendo su diámetro menor que cien miríadas de estadios, y el del Universo (de Aristarco) menor que una miríada de miríada de veces ($10^8 = u$) el de la Tierra, es decir menor que cien miríadas de unidades del primer orden de su sistema de octadas de estadios, o sea $10^6 \cdot u$ estadios. Y puesto que una semilla de amapola no contiene más de una miríada de granos de arena, que esta semilla es una esfera cuyo diámetro es $\frac{1}{40}$ de un dedo, y siendo la relación de los volúmenes de dos esferas como la relación de los cubos de sus diámetros, calcula que una esfera de diámetro un dedo no es mayor que lo necesario para contener 64.000 semillas de amapola, o sea $6,4 \cdot u$ granos de arena, y así va calculando sucesivamente el número de granos de arena contenidos en esferas cuyos diámetros son 100 dedos, 10^4 dedos = 1 estadio, 100 estadios, 10^4 estadios, 100 miríadas de estadios = diámetro de la Tierra, u estadios, $100 \cdot u$ estadios = diámetro del Universo según los astrónomos ortodoxos, mientras que Aristarco da $10^6 u$ estadios = diámetro del Universo, llegando finalmente a que este Universo contiene, en nuestra notación, no más de 10^{63} granos de arena, es decir mil decallones (el cálculo exacto da $0,64 \cdot 10^{63}$). Este número es claramente inferior al número mayor al que ha llegado Arquímedes con su sistema de octadas, con lo que demuestra que se puede nombrar cualquier número por grande que se pudiera imaginar.

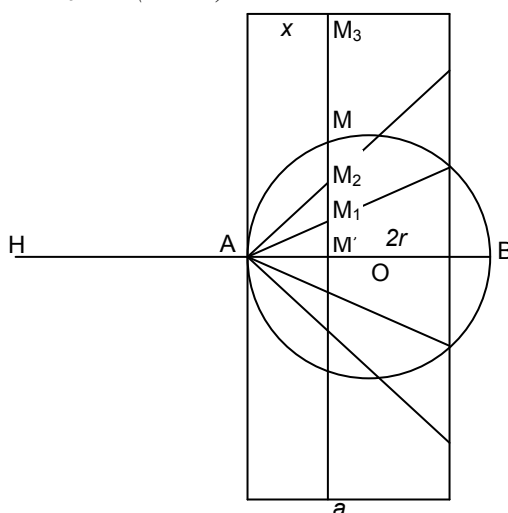
En el escrito *Sobre el equilibrio de los planos* (la palabra “planos” se refiere a figuras planas limitadas) estudia la determinación de los centros de gravedad y de las condiciones de equilibrio de cuerpos geométricos, cuando en cada uno de sus puntos se considera, además de su posición, el peso, aunque siempre los cuerpos considerados son homogéneos. El escrito consta de dos libros. En el primero, que no incluye definiciones, ni siquiera la de centro de gravedad, lo que hace suponer que esta definición se encontraba en otro escrito hoy perdido, se presentan siete postulados: 1) Pesos iguales a distancias iguales del fulcro se equilibran, y a distancias desiguales se rompe el equilibrio y hay inclinación hacia el lado del peso que está a mayor distancia. 2) Si a uno de dos pesos iguales se le añade algo, se rompe el equilibrio y el peso añadido queda más bajo. 3) Si se quita algo a uno de ellos, se rompe el equilibrio, y el peso no disminuido queda más bajo. 4) Los centros de gravedad de dos figuras que coinciden, también coinciden. 5) Los centros de gravedad de dos figuras desiguales, pero semejantes, están situados semejantemente. 6) Si dos pesos se equilibran a cierta distancia, otros dos pesos equivalentes a aquéllos también se equilibran a la misma distancia. 7) El centro de gravedad de una figura cuya superficie es cóncava en la misma dirección, está en el interior de la figura. De estos postulados, Arquímedes deduce la ley general de la palanca: “Dos pesos, conmensurables o no, se equilibran a distancias inversamente proporcionales a esos pesos”. A continuación calcula los centros de gravedad de paralelogramos, triángulos y trapecios. En el segundo libro, combinando los resultados anteriores con la cuadratura de la parábola, determina el centro de gravedad de un segmento de parábola y de un trapecio parabólico (esta última determinación constituye una admirable aplicación de las propiedades de las magnitudes proporcionales que pone de manifiesto la extraordinaria habilidad de Arquímedes para hacer uso de la que Zeuthen llamó álgebra geométrica de los griegos).

Arquímedes es el creador de la hidrostática con su obra *Sobre los cuerpos flotantes*, en la que se definen las condiciones de equilibrio de los cuerpos parcialmente sumergidos, enunciando el hoy conocido como principio de Arquímedes. La obra consta de dos libros. El primero comienza con un postulado en el que supone que la naturaleza de un fluido es tal que, estando sus partes continuas y uniformemente colocadas (Arquímedes se está refiriendo a un fluido continuo e isótropo en todas sus partes), las menos comprimidas son desalojadas por las que lo están más y cada parte está comprimida por el fluido que hay sobre ella y según la dirección de la vertical, a no ser que el fluido esté encerrado en alguna parte o sometido a una presión cualquiera. En virtud de este postulado y de las propiedades de la esfera, Arquímedes demuestra que la forma de equilibrio que adopta un fluido es una esfera “cuyo centro es el mismo que el de la Tierra”, y deduce las condiciones de equilibrio de los cuerpos sumergidos enunciando las siguientes propiedades: 1) Un cuerpo tan pesado como el fluido y abandonado en él, se sumerge hasta que ninguna parte de él emerja de la superficie, y no descenderá más. 2) Un cuerpo menos pesado que el fluido y abandonado en él, no se sumergirá totalmente sino hasta que el volumen de fluido desalojado por la parte sumergida tenga igual peso que el de todo el cuerpo; si ese cuerpo es sumergido forzosamente recibirá un empuje hacia arriba igual a la diferencia entre el peso del fluido desalojado y su propio peso. 3) Un cuerpo más pesado que el fluido y abandonado en él, se sumergirá hasta el fondo, y en el fluido el peso del cuerpo disminuirá en un peso igual al del fluido desalojado. Con estas proposiciones queda definida la intensidad de la fuerza interviniente, el empuje, pero no su centro de aplicación, por lo que Arquímedes introduce al final de este primer libro, un segundo postulado: En un fluido todos los cuerpos que se dirigen hacia arriba lo hacen según la vertical trazada por su centro de gravedad. En el segundo libro, Arquímedes realiza una verdadera proeza científica al estudiar distintas condiciones de equilibrio de un segmento de paraboloides de revolución sumergido parcialmente en un fluido más pesado que él. Vitruvio narra la conocida anécdota sobre el origen del “principio de Arquímedes” (corona de Hierón y la bañera, con la expresión ¡eureka!), según la cual, Arquímedes, para comprobar que la corona no era de oro puro sino mezcla de oro y plata, habría hecho confeccionar dos masas de oro y de plata de igual peso que la corona y habría medido el volumen de agua desalojado por cada uno de esos tres cuerpos: la corona y las dos masas. Bastaba verificar que el volumen desalojado por la corona estaba comprendido entre los otros dos volúmenes para comprobar el fraude. Lo elemental de esta cuestión contrasta con las brillantes aplicaciones que Arquímedes expone en el citado libro segundo.

En el escrito *Sobre el método relativo a los teoremas mecánicos*, utiliza hábilmente las propiedades de la palanca y de los centros de gravedad. Se trata de una larga carta destinada a Eratóstenes, hoy llamada el *Método*, en la que expuso su método para lograr los resultados que alcanzó, y donde figuran varias determinaciones de equivalencias y centros de gravedad, así como las cubaturas de la uña cilíndrica y de la doble bóveda cilíndrica. Muchos de los cálculos de áreas, volúmenes y baricentros los obtiene Arquímedes utilizando el método de exhaustión de Eudoxo de Cnido (hoy se obtienen por el cálculo integral), que es un método de demostración, no de descubrimiento. En muchos casos no era difícil prever el resultado, ya por inducción, ya por intuición, pero en otros casos tal previsión era imposible, como sucede en la obtención del baricentro del trapecio parabólico. Por ello, muchos matemáticos a partir del siglo XVI, cuando empezaron a difundirse las obras de Arquímedes, pensaron que éste tenía un método especial para lograr esos resultados, método que habría mantenido en secreto. En 1906 el historiador de la ciencia Heiberg descubrió en un palimpsesto de Constantinopla, una copia de la carta a Eratóstenes, matemático y bibliotecario de la Universidad de Alejandría, con lo que se comprobó que Arquímedes no había mantenido en secreto su método. En la carta explica cómo descubrió ciertos teoremas de áreas y volúmenes por medio de pesadas hipotéticas, determinando lo que hoy se llama momento estático, y estableciendo la ecuación de equilibrio, de la que deduce el área, el volumen o el baricentro. Para ello corta las superficies por rectas paralelas y los cuerpos por planos paralelos, y compara una de las secciones producidas con otra hecha por la misma recta o el mismo plano en una figura conocida, y coloca ambas figuras de modo que sus baricentros estén en una recta, que es el brazo de palanca en el que determinados segmentos contiguos proporcionales a las dos secciones, cuya relación establece la ecuación de equilibrio, con respecto a un punto, de las dos áreas o de los dos volúmenes elementales suspendidos de los extremos de la recta. Si el brazo de palanca correspondiente al área o al volumen que busca es constante, la ecuación de equilibrio le da el valor buscado; y si, recíprocamente, éste es conocido, deduce entonces la posición del baricentro de la superficie o del cuerpo. Este proceso equivale al cálculo de una integral definida, cuyo resultado sólo

depende de las funciones integrando, que son precisamente las secciones antes comentadas. Así, se demuestran las siguientes proposiciones: 1) Cuadratura de la parábola. 2) Equivalencia entre la esfera, el esferoide de revolución, el segmento esférico y el de un paraboloides de revolución, con conos. 3) Baricentro del segmento esférico y del segmento del paraboloides de revolución. De la equivalencia entre el volumen de la esfera y el de un cono de base igual al círculo máximo de la esfera y de altura el radio (una de las demostraciones del punto 2 anterior), Arquímedes confiesa que llegó a la superficie de la esfera por analogía, “pues así como todo círculo equivale al triángulo cuya base es igual a la circunferencia y cuya altura es el radio, supuse que toda esfera equivale a un cono cuya base es la superficie de la esfera y cuya altura es el radio”. A continuación se expone la marcha del pensamiento de Arquímedes en una cualquiera de sus proposiciones, por ejemplo en la determinación del volumen de un segmento esférico. La primera etapa es puramente geométrica, consistente en comparar secciones del cuerpo cuyo volumen se busca con secciones de cuerpos conocidos.

En este caso, sea la circunferencia de diámetro $AB = 2r$ la sección diametral de la esfera (V. dibujo) y sea a la altura del segmento. Se superpone a la esfera un cono rectángulo de vértice A y eje AB , y un cilindro de base el área de la esfera y de altura la del segmento. Si los tres sólidos se cortan con un plano normal a AB a la distancia $AM' = x$, los radios $r_0 = M'M$, $r_2 = M'M_2$, $r_3 = M'M_3$, son tales que $r_0^2 = x(2r - x)$, $r_2 = x$, $r_3 = 2r$, y por tanto las secciones S , S_2 y S_3 de la esfera, del cono y del cilindro están vinculadas por la relación $xS_3 = 2r(S + S_2)$.



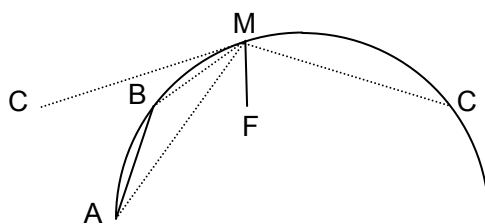
Obtenida en general una relación de este tipo se entra en la segunda etapa, que es la etapa mecánica en la que la relación anterior se concibe como una “igualdad de momentos” de una palanca introducida al efecto. En este caso basta tomar $HA = AB$ para establecer el equilibrio entre la sección del cilindro, en su sitio, y las secciones del cono y de la esfera con su centro de gravedad en H . Hasta aquí el proceso que sigue Arquímedes es riguroso y el resultado se funda en postulados y demostraciones conocidas. Es en la etapa que sigue, y final, donde aparece la particularidad del método “según el cual -como se expresa Arquímedes en la carta a Eratóstenes- será posible captar ciertas cuestiones matemáticas por medios mecánicos, lo que estoy convencido, será útil también para demostrar los mismos teoremas. Yo mismo, algunas de las cosas que descubrí primero por vía mecánica, las demostré luego geoméricamente, ya que la investigación hecha por este método no implica verdadera demostración. Pero es más fácil, una vez adquirido por este método un cierto conocimiento de los problemas, dar luego la demostración, que buscarla sin ningún conocimiento previo”. En esta tercera etapa, en el caso considerado, Arquímedes traslada todas las secciones de la esfera y del cono en H y apoyándose en la expresión, más bien vaga, de que esas secciones “llenen los sólidos” admite que esas secciones recomponen los sólidos en H , de ahí que son ahora la esfera y el cono, con su centro de gravedad en H , los sólidos que equilibran el cilindro en su sitio, de manera que entre los volúmenes V , V_2 y V_3 del segmento, del cono y del cilindro, se verifica la relación $\frac{1}{2} V_3 = 2r(V + V_2)$, recordando que el centro de gravedad del cilindro es el centro de simetría, expresión que le permitirá deducir V puesto que los volúmenes V_2 y V_3 son conocidos. Ahora bien, Arquímedes hace intervenir el cono de volumen V_1 de igual base y altura que el segmento, demostrando en definitiva que $V:V_1 = (3r - a):(2r - a)$.

Es evidente que la idea subyacente en esta tercera etapa, de que los sólidos se componen de sus secciones, como en otras demostraciones de que las figuras planas se componen de sus cuerdas, no tiene base alguna, ni matemática pues no se apoya en postulados, ni material pues viola la ley de la homogeneidad, ni intuitiva ya que el procedimiento es inexperimentable. Y no obstante tantas incongruencias, el resultado es correcto. La explicación de esta aparente paradoja debe verse en el proceso real: se trata de una integral definida y el resultado de tales integrales no depende sino de las funciones integrando, que son precisamente las secciones con las que opera Arquímedes en su absurdo proceso. Cuando trata de determinar centros de gravedad, dispone la palanca de manera que sea la figura cuya área o volumen se conoce y de la que se busca el centro de gravedad, la que queda en su sitio.

El final de la carta trata de las cubaturas de la cuña cilíndrica y de la doble bóveda cilíndrica. De la primera dice que si a un prisma recto de base cuadrada se le inscribe un cilindro cuyas bases están inscritas en los cuadrados opuestos y se traza un plano por el centro de una base y uno de los lados del cuadrado de la base opuesta, queda separado del cilindro un segmento (cuña cilíndrica) limitado por ese plano, por una de las bases y por la superficie del cilindro, que equivale a la sexta parte del prisma, aportando demostraciones geométricas y mecánicas. De la segunda dice que si en un cubo se inscribe un cilindro con sus bases en dos caras opuestas, y en el mismo cubo otro cilindro con sus bases en otro par de caras opuestas, el sólido comprendido entre ambos cilindros y común a ambos (doble bóveda cilíndrica) equivale a los dos tercios del cubo. En este caso no aparece la correspondiente demostración porque el único ejemplar de la carta está mutilado y deteriorado, aunque no ha sido difícil reconstruir las pertinentes demostraciones.

Se le atribuye el escrito *Stomachion* (llamado también *Luculus*) donde se presenta el problema de llenar un espacio rectangular con 14 figuras poligonales. El stomachion era una pequeña habitación cuadrada o rectangular, a cuyo fondo había que adaptar exactamente catorce laminillas de marfil triangulares o poligonales. Parece que Arquímedes subordinaba la solución a la condición de que las áreas de las laminillas fuesen unas múltiplos de otras, quedando, por consiguiente, reducido el problema a dividir un cuadrado o un rectángulo en catorce partes commensurables entre sí.

Según la información transmitida por los sabios árabes, la fórmula para el área del triángulo en función de sus lados, $S = [p(p - a)(p - b)(p - c)]^{1/2}$, atribuida a Herón, la conocía Arquímedes dos siglos antes de la época de Herón. También atribuyen a Arquímedes el “teorema de la cuerda rota” (V. dibujo). Si AB y BC forman una “cuerda rota” cualquiera en una circunferencia, siendo $AB \neq BC$, y si M es el punto medio del arco ABC y F el pie de la perpendicular trazada por M a la más larga de las dos cuerdas (por ejemplo BC en el dibujo), entonces F es el punto medio de la cuerda rota ABC . En efecto, prolongando la cuerda BC en BC' de forma que $FC' = FC$, siendo iguales los triángulos MBC' y MBA , pues MB es común, $MA = MC = MC'$, y el ángulo $BAM = BCM = MC'B$, por lo que $BC' = BA$, de donde $AB + BF = FC' = FC$.



Se le atribuye el llamado “problema de los bueyes”, problema de análisis indeterminado de segundo grado, que probablemente Arquímedes enunció, pero no resolvió, pues según algunas versiones su solución mínima lleva a números cuyas cifras llenarían más de 600 páginas de una impresión análoga a las de unas tablas corrientes de logaritmos. Como curiosidad se incluye su enunciado, como también el esquema de su solución con los métodos actuales.

“Amigo: Si has heredado la sabiduría, calcula cuidadosamente a cuánto se elevaría la multitud de los bueyes del Sol, que en otro tiempo pacían en las llanuras de la isla Tinacria distribuidos en cuatro rebaños de colores distintos: blanco, negro, colorado y jabonero. En cada rebaño había un número considerable de bueyes repartidos en las proporciones siguientes: el número de los blancos era igual a la mitad aumentada en el tercio de los negros más todos los colorados, mientras que el de negros era igual a la cuarta y quinta partes de los jaboneros más todos los colorados también, y considera, además, que el número de los jaboneros era igual a la sexta y séptima partes de los blancos,

aumentado, igualmente, en los colorados. Las vacas estaban repartidas así: el número de las blancas era, precisamente, igual a la tercera y cuarta partes de todo el rebaño negro, mientras que el de las negras era igual a la cuarta y quinta partes de las jaboneras, todas las cuales habían ido a pacer en compañía de los bueyes, y el número de las jaboneras era igual a la quinta y sexta partes de todo el rebaño colorado, mientras que las coloradas eran en número igual a la mitad de la tercera parte aumentada en la séptima del rebaño blanco. Amigo: Si me dices exactamente cuántos eran los bueyes del Sol y cuál, en particular, el de bueyes y vacas de cada color, no se te calificará de ignorante ni de inhábil, pero no podrás aún contarte entre los sabios. Observa ahora los diversos modos de estar dispuestos los bueyes: cuando los blancos juntaban su multitud a los negros, se mantenían en un grupo compacto que tenía la misma medida en profundidad que en anchura, y este cuadrado llenaba completamente las llanuras de Tinacia. Por otra parte, reunidos los colorados y los jaboneros, sin que estuvieran presentes los bueyes de otros colores o sin que faltasen, quedaban agrupados de tal suerte que, constituida la primera fila por uno solo, formaban gradualmente una figura triangular. Amigo: Si encuentras estas cosas y, en una palabra, si concentrando tu ingenio, expresas todas las medidas de estas multitudes, te glorificarán por haber alcanzado la victoria y se te juzgará como consumado conocedor de esta ciencia”.

Para resolverlo con los métodos actuales, representando por B , N , C y J los números respectivos de bueyes blancos, negros, colorados y jaboneros, y por b , n , c y j los correspondientes de vacas, se tiene: $B = (1/2 + 1/3)N + C$; $N = (1/4 + 1/5)J + C$; $J = (1/6 + 1/7)B + C$; $b = (1/3 + 1/4)(N + n)$; $n = (1/4 + 1/5)(J + j)$; $j = (1/5 + 1/6)(C + c)$; $c = (1/6 + 1/7)(B + b)$. Además, las condiciones son: $B + N = p^2$ (en la hipótesis de que se trata de un número cuadrado), $C + J = q(q + 1)/2$ (se trata de un número triangular). De las siete primeras ecuaciones se obtienen las siguientes soluciones, en función del parámetro k : $B=10.366.482k$; $N=7.460.514k$; $C=4.069.197k$; $J=7.358.060k$; $b=7.206.360k$; $n=4.893.246k$; $c=5.439.213k$; $j=3.515.820k$. Para que se cumpla la primera condición, se tiene que: $B+N=p^2=17.826.996k=22 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 29 \cdot 4.657k$. Luego $k=3 \cdot 11 \cdot 29 \cdot 4.657t^2$, obteniéndose, por tanto, las siguientes soluciones para bueyes y vacas, en función del parámetro t : $B=46.200.808.287.018t^2$; $N=33.249.638.308.986t^2$; $C=18.492.776.362.863t^2$; $J=32.793.026.546.940t^2$; $b=32.116.937.723.640t^2$; $n=21.807.969.217.254t^2$; $c=24.241.207.098.537t^2$; $j=15.669.127.269.180t^2$

Según la segunda condición: $C + J = q(q + 1)/2 = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 29 \cdot 353 \cdot 4.657^2 t^2$, de donde multiplicando por 8 y haciendo $2(q + 1) = u + 1$, $2 \cdot 4.657 t = v$, se llega a: $u^2 - 4.729.494v^2 = 1$, ecuación de Pell de la que se necesita una solución tal que v sea múltiplo par de 4.657, de la que se obtiene t y por tanto k , y de ahí los números mínimos de los rebaños. Kumbiegel-Amthor establecieron (1880) que la solución mínima es un número de más de 200.000 cifras.

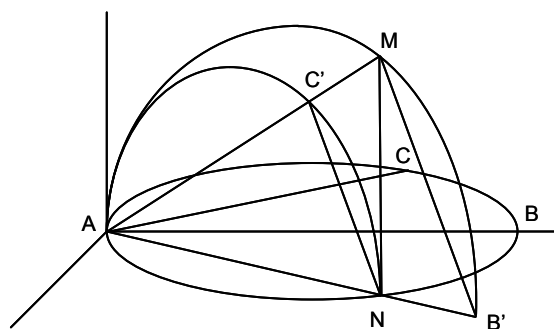
Se atribuyen a Arquímedes otras muchas obras hoy perdidas, como: *Sobre el heptágono en el círculo*, *Sobre los círculos tangentes*, *Sobre los triángulos*, *Sobre las propiedades de los triángulos rectángulos*, *Sobre las paralelas*, *Lemas*, *Calendario*, *Espejos ustorios*, *Principios*, *Poliedros*, *Sobre la palanca*, *Sobre los centros de gravedad*, *Catóptrica*.

Arquitas de Taras (Tarento) (430-360 a.C.). Matemático, filósofo y político griego. Discípulo de Filolao de Crotona. Pitagórico, amigo de Platón y maestro de Eudoxo. La secta pitagórica había ejercido una fuerte influencia intelectual en toda la Magna Grecia, en la que se mezclaban aspectos políticos e intelectuales. En Crotona los aspectos políticos tuvieron gran importancia, mientras que en Tarento la tuvo el aspecto intelectual. Arquitas creía firmemente en la eficacia del número. Su gobierno de Tarento, que le concedió poderes autocráticos, fue al parecer justo y mesurado, ya que consideraba a la razón como una fuerza dirigida a la mejora social. También fue elegido general durante muchos años, en los que nunca fue derrotado. Se dice que era bondadoso y amante de los niños, para los que, al parecer, inventó el juguete llamado “carraca de Arquitas” y probablemente también una paloma mecánica de madera. Por otra parte puede considerarse de alguna forma, que la contribución más importante de Arquitas a la matemática puede haber sido su intervención ante Dionisio el Viejo, tirano de Siracusa, para salvar la vida de su amigo Platón. Éste, durante su estancia en la Magna Grecia, llegó a Siracusa predispuesto favorablemente hacia Dionisio. No obstante, su amistad con el joven Dión, cuñado de Dionisio, complicó su estancia en la corte, sufriendo prisión y hasta parece que onerosa esclavitud en la ciudad de Egina. Salvada su vida y regresado a Atenas, Platón permaneció toda su vida profundamente influido por la veneración pitagórica por los números y la geometría, de tal forma que la supremacía de Atenas en la matemática del siglo IV a.C.

se derivó principalmente del entusiasmo matemático de Platón, al que se ha llamado “hacedor de matemáticos”.

Dentro de la más pura tradición pitagórica, Arquitas situaba la aritmética por encima de la geometría, afirmando que sólo la aritmética y no la geometría, podía dar demostraciones satisfactorias, aunque su entusiasmo por los números tenía una menor componente religiosa y mística que en su maestro Filolao. Se ocupó de mecánica teórica y práctica (autómatas) y de aritmética (progresiones y proporciones). Demostró la irracionalidad de los números de la forma $[n(n + 1)]^{1/2}$.

Plutarco en su biografía de Marcelo, dice: “Eudoxo y Arquitas habían sido los primeros creadores de este famoso y muy apreciado arte de la mecánica, que empleaban como elegante ilustración de las verdades geométricas y como medio de sustanciar experimentalmente, y a satisfacción de los sentidos, conclusiones demasiado complicadas para demostrarlas por medio de palabras y figuras.... Pero con qué indignación lanzó Platón sus invectivas contra este método como la simple corrupción y anulación de lo bueno de la geometría, que volvía así vergonzosamente su espalda a los objetos incorpóreos de la inteligencia pura para recurrir a la sensación y, buscando ayuda (obtenida no sin limitaciones y pérdidas) en la materia, vino a ocurrir que la mecánica se separó de la geometría y, repudiada y despreciada por los filósofos, ocupó su lugar como arte militar”. Arquitas planteó por primera vez la conexión entre los problemas geométricos y los cinemáticos. Ejemplo de ello es la solución que dio al problema de la duplicación del cubo (problema del mesolabio) por medio de la intersección de un cilindro, un cono (la intersección de estas dos superficies es el primer ejemplo existente de una curva alabeada) y la superficie (tórica) engendrada por una circunferencia al girar alrededor de una de sus tangentes.



La construcción de Arquitas (V. dibujo), que opera con propiedades de geometría plana, puede resumirse así: Sea en el plano base una circunferencia de diámetro $AB = b$, y por A una recta tal que determine sobre la circunferencia una cuerda $AC = a$. Se definen las tres superficies siguientes: 1) El cilindro circular recto de base la circunferencia de diámetro b . 2) El cono circular recto engendrado por la rotación de la generatriz AC alrededor de AB . 3) La superficie engendrada por una circunferencia de diámetro AB situada en el plano perpendicular al plano base, que gira alrededor de su tangente en A . Sea M el punto de intersección de las tres superficies, que pertenece a la circunferencia móvil de diámetro $AB' = b$, a la generatriz MN del cilindro siendo N un punto de AB' , y a la generatriz AM del cono que contiene el punto C' tal que $AC' = a$. Siendo rectos los ángulos $AC'N$, ANM y AMB' de los respectivos triángulos rectángulos $AC'N$, ANM y AMB' , y siendo iguales sus ángulos en A , se deduce la proporcionalidad $AC':AN=AN:AM=AM:AB'$, luego, $a:AN=AN:AM=AM:b$, que demuestra que los segmentos AN y AM resuelven el problema del mesolabio (para $b=2a$, el volumen del cubo de arista AN es el doble del volumen del cubo de arista a).

Arquitas estudió la relación entre los sonidos armónicos, prestando mucha más atención a la música que sus predecesores, considerando que su importancia en la educación de los niños era mayor que la de la literatura. Entre sus conjeturas musicales hay una que atribuye las diferencias en el tono a las velocidades variables en el movimiento que resulta del flujo que origina el sonido. También dio gran importancia al papel de la matemática en la educación, atribuyéndosele la clasificación de las cuatro ramas del *quadrivium* matemático: la aritmética, que estudia los números en reposo; la geometría, que estudia las magnitudes en reposo; la música, que estudia los números en movimiento, y la astronomía, que estudia las magnitudes en movimiento. Estas cuatro materias, junto con el “trívium” (gramática, retórica y dialéctica) que Aristóteles hace remontar hasta Zenón, constituyeron en la Edad Media las

llamadas siete artes liberales. Así pues, el papel relevante que la matemática ha jugado y juega en la educación se debe en no escasa medida a Arquitas.

Arrieta Usunáriz, Javier (n. 1962). Ingeniero español. Nació en San Sebastián (Guipúzcoa), en cuya Escuela de Ingenieros Industriales se graduó en 1986. Ha investigado en el proyecto de algoritmos genéticos y en las aplicaciones de la programación lineal para la gestión y producción industrial, como es el caso del cálculo y diseño de múltiples operaciones metalúrgicas.

Arrow, Kenneth Joseph (n. 1921). Economista estadounidense. Nació en Nueva York. Se doctoró (1951) en la Universidad de Columbia. Recibió, junto con John Richard Hicks, el Premio Nobel de Economía (1972) por sus contribuciones a la teoría de la decisión. Las decisiones colectivas se debaten entre criterios democráticos y dictatoriales. El resultado matemático más relevante en relación con el intento de sustentar matemáticamente el funcionamiento de las elecciones sociales, es el teorema de imposibilidad de Arrow, que establece como utopía la existencia de una función de decisión para un colectivo de más de dos decidores que dé lugar a relaciones transitivas con dominio universal en conjuntos de tres o más alternativas y sea monótona e independiente de alternativas irrelevantes y que no sea dictatorial (no existe ningún sistema de votación que sea perfecto). Arrow enunció este teorema en un artículo con el título *Una dificultad en el concepto de salud social* (1950), y en su libro *Elección social y valores individuales*, que incluía una demostración incorrecta del teorema. La versión correcta apareció en la segunda edición (1963). La demostración se basa en probar que el conjunto decisivo minimal es unitario y por tanto su único miembro es un dictador. Arrow contribuyó importantemente al análisis del equilibrio general en microeconomía, donde junto con Gerard Debreu, demostraron la existencia de un equilibrio de “vaciamiento del mercado”, enunciando los teoremas del bienestar.

También contribuyó a la función de producción CES (elasticidad constante de sustitución), a la introducción de los conceptos de riesgo moral y selección adversa, al establecimiento de las bases para la teoría de la información en economía y a la medida de la aversión al riesgo. También escribió *Ensayos sobre la teoría del riesgo* (1971) y *Límites de la organización* (1974).

Arthurs, Arnold M. (h. 1960). Matemático inglés. Profesor en Oxford (1960) y en la Universidad de York (1963). Profesor emérito (2001). Investigó en física matemática y en la teoría variacional. Escribió *Principios complementarios de variaciones* (1970), *Integración funcional y sus aplicaciones* (1975), *Sobre el problema inverso de cálculo de variaciones para ecuaciones de cuarto orden*, *Sobre el problema del mínimo de Hammersley para una esfera rodante* (1986), *Sobre la cuantización del campo electrónico* (1979).

Artin, Emil (1898-1962). Matemático austriaco. Nacido en Viena. Profesor en Gotinga y Hamburgo (1923). Emigró a Estados Unidos (1937), donde enseñó en las universidades de Notre Dame (1937-1938), Indiana (1938-1946) y Princeton (1946-1958). Volvió a la Universidad de Hamburgo en 1958. Escribió *Introducción a la geometría y álgebra analíticas* (1931). En su obra *Álgebra geométrica* (1957) introdujo la denominación de “Geometría ordenada”. Sus investigaciones, así como las de Noether y Van der Waerden, revelan la gran variedad de estructuras algebraicas o álgebras, así como la fecundidad de la noción abstracta de la ley de composición, culminando de esta forma un proceso que desde un álgebra como teoría de las ecuaciones, ha llegado al día de hoy como estudio de las estructuras algebraicas. Con Tate, escribió *Teoría de campos* (1961).

Artzt, August (h. 1877). Matemático alemán. Profesor de matemáticas en el Gimnasio de Recklinghausen. Profundizó en la inversión triangular, aportando en varios artículos (1877, 1884 y 1886) interesantes teoremas como el de las parábolas que llevan su nombre.

Aryabhata (h. 476-h. 550). Matemático y astrónomo indio. Nació en Kusumapura. Vivió en el noroeste de India. Es autor de un tratado astronómico-matemático en verso, llamado *Aryabhatiyam* (h. 499). Se trata de una breve obra descriptiva en 123 estrofas métricas, cuyo objeto era suplementar las reglas de cálculo usadas en astronomía y en las técnicas matemáticas de medición, sin ninguna relación con la lógica o metodología deductiva. Está dividida en cuatro capítulos, de los que el más

importante desde el punto de vista matemático, es el segundo, que comienza con los nombres de las potencias de diez hasta el lugar décimo y continúa con la regla de tres, el cálculo de intereses, la regla de aligación, valores aproximados para las raíces cuadradas y cúbicas, ecuaciones de primero y segundo grado, áreas y volúmenes, solución de una ecuación indeterminada de primer grado por medio de una fracción continua, una tabla de senos y ejemplos de análisis indeterminado de primer grado, que constituyen su contribución más original, pues así como Diofanto buscaba sólo soluciones positivas, los hindúes buscan, como se hace hoy en día, soluciones enteras de ecuaciones lineales de la forma $ax + by = c$, con a, b, c números enteros positivos y negativos. El método que utiliza para ello es el llamado de *pulverización*, que no es sino el método actual de cambio de variable, a fin de lograr ecuaciones con coeficientes cómodos para que una primera solución “salte a la vista”. Por ejemplo (esta reconstrucción se ha realizado de acuerdo con un comentarista hindú de Aryabhata), para resolver el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con tres incógnitas: $8x - 29y = 4$, $17x - 45z = 7$, mediante el método de pulverización llega a una primera solución (mínima) $x = 15$, $y = 4$ para la primera ecuación, $x = 11$, $z = 4$ para la segunda. Con el simbolismo actual, esas soluciones señalan como solución general de cada ecuación, tomada aisladamente, para la variable común x , los siguientes valores: $x = 15 + 29u$, $x = 11 + 45v$, de donde por igualación resulta una nueva ecuación lineal: $45v - 29u = 4$, que vuelta a “pulverizar”, da como nueva solución mínima $u = 34$, $v = 22$, y de ahí la solución mínima del sistema: $x = 1001$, $y = 276$, $z = 378$.

Varias de las fórmulas que da para el cálculo de áreas y volúmenes son incorrectas, como cuando dice que el área de cualquier figura plana se calcula determinando dos de sus lados y multiplicándolos. Da fórmulas para las progresiones aritméticas, sin justificación ni motivación, como la siguiente fórmula, que por otra parte es correcta: “Multiplíquese la suma de la progresión por ocho veces la diferencia común, súmese el cuadrado de la diferencia entre el doble del primer término y la diferencia común; tómese la raíz cuadrada de este número, réstese el doble del primer término, divídase por la diferencia común, añádase uno y divídase por dos. El resultado será igual al número de términos”. Fórmula, entre otros, el siguiente problema: “Un capital de 100 se da a interés. El incremento de un mes se da de nuevo a interés durante seis meses. El incremento total es de 16. ¿Cuál es el incremento mensual?”. La regla que da para resolverlo es: “Multiplica la suma del incremento y del incremento del incremento por el tiempo y el capital, añade el cuadrado de la mitad del capital, extrae la raíz cuadrada, luego resta la mitad del capital y divide la diferencia por el tiempo”. Se trata de la solución de la ecuación cuadrática $tx^2 + px - pq = 0$, donde $p = 100$, $q = 16$, $t = 6$, y x es el incremento mensual buscado, igual a 10. Da también fórmulas para las progresiones geométricas o para calcular la cuarta proporcional a tres números dados: “En la regla de tres multiplica el fruto por el deseo y divide por la medida. El resultado será el fruto del deseo”. Es decir, que si $a:b = c:x$, entonces $x = bc:a$, donde a es “la medida”, b “el fruto”, c “el deseo” y x “el fruto del deseo”. Dentro de esta mezcla de lo simple y lo complejo, de lo correcto y lo equivocado, se encuentra la afirmación de que “de un lugar a otro, cada uno es diez veces el que le precede”. La idea del *valor local o posicional* había sido un elemento esencial del sistema de numeración babilónico, pero quizá lo que hicieron los hindúes fue aplicarlo al sistema de notación decimal. Para la construcción de las tablas de senos, modificó el concepto seno, asociando la semicuerda con la mitad del arco de la cuerda completa, e introdujo el radio de 3438 unidades, correspondiente a una circunferencia de 360×60 unidades (minutos), dividida por 2π (el error es menor que una diezmilésima). Define el valor $\pi = 3^{177}/1250 = 3,1416$, conocido por Ptolomeo, haciéndolo por medio de la siguiente regla: “Suma 4 a 100, multiplica por 8 y súmale 62.000; el resultado te da aproximadamente la circunferencia de un círculo cuyo diámetro es 20.000”. Aryabhata divide el cuadrante en 24 arcos, correspondiendo a cada arco 225 unidades (minutos, pues $90^\circ \cdot 60/24 = 225'$), y supone que este arco mínimo α de 225' es igual a su seno, suposición que implica un error menor que 0,16 unidades, pues $3438 \text{ sen } 22' = 224,856$. Partiendo de $\text{sen } \alpha$, es decir, $\text{sen } 225'$, los siguientes senos se calculan por recurrencia mediante una fórmula aproximada que con la simbología actual, es: $\text{sen } (n + 1)\alpha = 2\text{sen } n\alpha - \text{sen } (n - 1)\alpha - \text{sen } n\alpha / r \text{ sen } \alpha$, siendo r el radio, expresión que presupone que $1 - \cos \alpha = 1/450$, que es exacta hasta la cuarta cifra decimal, hecho que explica que redondeando las unidades y utilizando los valores conocidos de senos de arcos notables (por ejemplo, el seno de un arco de 30° , es decir, la longitud de la semicuerda correspondiente a un ángulo de 60° , mide $3438/2 = 1719$ unidades), Aryabhata encuentre para el $\text{sen } 90^\circ$ un valor igual al radio, es decir, 3438 unidades.

Arzaquel. V. Al-Zarqali.

Arzelá, Cesare (1847-1912). Matemático italiano. Nació en Santo Stefano di Magra (La Spezia). Profesor en la Universidad de Palermo y en la de Bolonia. Investigó en la extensión a conjuntos de funciones, de la teoría de conjuntos de puntos de Cantor, considerando así las funciones como puntos de un espacio (Arzelá también hablaba de funciones de línea). Junto con Ascoli, obtuvieron lo que puede considerarse el primer teorema de análisis funcional: Toda sucesión en un conjunto equicontinuo y uniformemente acotado de funciones reales (sobre un cerrado y acotado del plano) posee una subsucesión uniformemente convergente.

Ascoli, Giulio (1843-1896). Matemático italiano. Nació en Trieste. Profesor de la Universidad Politécnica de Milán (1872). Investigó, como Arzelá, en la extensión a conjuntos de funciones, de la teoría de conjuntos de puntos de Cantor, considerando así las funciones como puntos de un espacio. Enunció (1883) el principio de equicontinuidad que garantiza que el límite puntual de una sucesión de funciones continuas, sea una función continua (se trata probablemente de la primera formulación rigurosa de una estructura global sobre un espacio funcional). Junto con Arzelá obtuvieron lo que puede considerarse el primer teorema de análisis funcional (V. Arzelá), que se basa en el principio de equicontinuidad.

Asimov, Isaac (1920-1992). Bioquímico y escritor estadounidense, de origen ruso. Nació en Petrovichi (Rusia). Llegó a Estados Unidos a la edad de tres años. Vivió en Nueva York, Estudió en la Universidad de Columbia, donde se doctoró (1948). Profesor en la Universidad de Boston desde 1948 hasta 1958, fecha a partir de la cual siguió asociado a dicha universidad, como profesor nominal sin sueldo ni obligaciones. Autor de obras de ciencia-ficción, de divulgación científica y matemática recreativa, como su trilogía *Fundación, Fundación e Imperio, Segunda Fundación* (1951-1953), *Yo, robot* (1951), *Ciencia, números y yo* (1968), etc.

Askey, Richard A. (n. 1933). Matemático estadounidense. Nació en St. Louis (Missouri). Estudió en las Universidades de Washington (1955), Harvard (1956) y Princeton (1961). Profesor en la Universidad de Wisconsin-Madison. Trabajó, como G. Gaspar, en el teorema de Loewner, en torno a la conjetura de Bieberbach (V. esta reseña). Escribió *Polinomios ortogonales y funciones especiales* (1975).

Ateneo de Cicico (s. IV a.C.). Matemático griego, y en especial geómetra. Junto con Anticlas de Heraclea, Menecmo, Dinostrato, Teudio de Magnesia, se congregaban en la Academia e instituyeron en común sus investigaciones.

Atiyah, Michael Francis (n. 1929). Matemático británico. Se crió en Sudán y Egipto. Estudió en Cambridge. Profesor en las Universidades de Oxford y Cambridge y en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Galardonado con la medalla Fields 1966. En la década de 1960, Atiyah demostró, en un trabajo con Grothendieck, cómo el estudio de los haces de vectores podía contemplarse como el estudio de la teoría de la cohomología. Atiyah, como el estadounidense Isadore Singer, entre otros, encontraron conexiones entre el citado estudio y el estudio de una gran variedad de cuestiones de la diferenciación parcial, que culminaron en el llamado teorema de Atiyah-Singer sobre operadores elípticos, estudiados en la teoría del potencial. En la introducción al libro *Matemáticas: fronteras y perspectivas*, editado por la Unión Matemática Internacional, escribió: “Cuando observamos los cambios que se han producido en las matemáticas (en el siglo XX), y los cambios aún mayores que debemos esperar, uno podría sentirse pesimista: ¿pueden las matemáticas continuar su avance a ese ritmo frenético y seguir siendo esa disciplina que amamos? Yo, personalmente, soy optimista y por dos razones. La primera es su larga e incesante historia... La segunda razón para el optimismo es que las matemáticas han mostrado una consistente capacidad para renovarse a sí mismas mediante la síntesis de los trabajos precedentes y a la infusión de nuevas ideas, algunas de las cuales procedían del mundo real. Sólo de esta manera podrán los jóvenes matemáticos seguir haciendo avanzar nuestra ciencia”.

Aubert, Pierre (h. 1920). Matemático francés. Profesor en el Liceo Enrique IV de París. Aplicó la teoría de la homología a las cónicas. Escribió artículos sobre cuestiones de geometría como *Generalización del problema de Pascal dados nueve puntos en línea recta* (1899). Publicó junto con G. Papelier, *Ejercicios de cálculo numérico* (1920), *Ejercicios de mecánica* (1923), *Ejercicios de álgebra, análisis y trigonometría* (1932), *Ejercicios de geometría analítica* (1933).

Aubry, Leon Jean Reginald (h. 1895). Profesor de matemáticas de West Highschool (1895-1923). Estudió diversas curvas, asignándolas nombres (1895).

August, Ernst Ferdinand (1795-1870). Matemático alemán. Nació en Prenzlau. Doctor en filosofía. Realizó importantes trabajos en meteorología y geometría. Demostró que los volúmenes de los cuerpos limitados por dos bases poligonales paralelas cualesquiera, con independencia del tipo de las superficies laterales, podían ser calculados mediante la regla de Simpson.

Aurel, Marco (s. XVI). Matemático alemán. Residente en Valencia. Se le debe la introducción del álgebra en España.

Aurillac, Gerberto de. V. Gerberto de Aurillac.

Autólico de Pitania (h. 330 a.C.). Matemático y astrónomo griego, nacido en Pitania (Eólida). Contemporáneo de Aristóteles. Su libro, *Sobre la esfera en movimiento*, que formaba parte de una colección conocida como “pequeña astronomía” (para distinguirla de la “gran colección” o *Almagesto* de Ptolomeo), es el tratado matemático griego más antiguo que ha sobrevivido hasta hoy. Se trata de una obra más astronómica que matemática, que consta de doce proposiciones, utiliza teoremas de geometría esférica y en sus figuras representa los puntos por letras, estando las proposiciones ordenadas lógicamente. Primero se formula la proposición en general, después se repite, pero con referencia explícita a la figura y finalmente se da la demostración (éste es ya el estilo que usa Euclides). La obra trata de los círculos meridianos, de los círculos máximos en general, de los paralelos, así como de las áreas visible e invisible producidas por una fuente luminosa distante sobre una esfera en rotación, tal como el Sol sobre la Tierra. No es una obra muy profunda, ni tampoco muy original. Su forma es la que se considera típica de la época clásica griega. Los teoremas se formulan con claridad y se demuestran rigurosamente, y en algunos casos se presuponen teoremas de geometría esférica que, por tanto, debían conocer los lectores de aquella época. También escribió *Sobre los ortos y ocasos*, en dos libros con trece y dieciocho teoremas respectivamente, sobre dichos fenómenos observados en las estrellas (astronomía de observación).

Averroes (Ibn Rusd) (1126-1198). Jurista, médico y filósofo hispanoárabe. Nació en Córdoba y murió en Marrakech, entonces capital almohade. Estudió medicina y filosofía. Fue cadí en Sevilla y Córdoba. Médico de Yusuf, califa de Córdoba, y de su sucesor Almanzor. Acusado de heterodoxia, fue desterrado (1194-1195) a Lucena (Córdoba). A petición del califa, fue comentarista (1162-1195) de las obras de Aristóteles, y por ello difusor de las matemáticas por mor de las citas matemáticas que aparecen en las obras de Aristóteles y por la tendencia de éste a los ejemplos matemáticos. Formuló explícitamente el dogma, sugerido por Aristóteles, de que ninguna curva algebraica puede ser rectificable de una manera exacta. Entre sus obras destacan *Comentarios a la Física y los Últimos analíticos* (1171), *Comentarios a la Retórica y a la Poética* (1174), *Comentarios a la Metafísica* (1174).

Avicena (Ibn Sina) (980-1037). Filósofo y médico persa musulmán. Nació en Bujara (Persia, hoy Uzbekistán). Estudió la ley musulmana, lógica, metafísica y medicina en Bujara. Con la irrupción del poder turco en Asia central, Avicena vivió una vida intranquila en diversas localidades de Jurasán. Se trasladó a Hamadán, donde fue médico y visir del príncipe, aunque también sufrió intrigas y prisión. Falleció en Hamadán. Avicena fue considerado el sabio más famoso del Islam. En su saber enciclopédico, la matemática desempeñó un papel menos importante que la medicina o la filosofía. Se le suele recordar más bien por sus aplicaciones de la matemática a la astronomía y a la física. Estudió los residuos cuadráticos y cúbicos. Aprendió el cálculo hindú. Se ocupó de nuestra “regla del 9”, a la

que denomina según el método hindú, como “la expulsión de los 9”, con algunos ejemplos y consecuencias, por ejemplo: Todo número que dividido por 9 da por resto 1, 4 ó 7, su cubo, dividido por 9, da siempre por resto 1. Es célebre su obra *Canon de la medicina*.

Ayza, R. (h. 1911). Matemático español. Escribió en el primer tomo de la *Revista de la Sociedad Matemática Española* (1911) un artículo titulado *Modo de reconocer si un número es divisible por otro de las formas $a \cdot 10^n + 1$ ó $a \cdot 10^n - 1$* .

Azarquiel. V. Al-Zarqali

Aznar de Polanco, Juan Claudio (primera mitad del siglo XVIII). Matemático español. Tenía cierta popularidad y prestigio como maestro en la primera mitad del siglo XVIII. Publicó *Aritmética inferior y geometría práctica y especulativa: origen de los nacimientos de las aguas dulces y gordas de esta coronada villa de Madrid: sus viajes subterráneos, con la noticia de las fuentes públicas y secretas de las casas de señores y particulares, y la cantidad que tiene cada uno* (1717). Como el mismo autor confiesa en la portada de este libro, él es “Autor del noble arte de leer, escribir y contar, maestro de la filosofía de la destreza de las armas y profesor de matemáticas”. El libro consta de tres tratados: aritmética, geometría y de los cuatro elementos. El primero, formado por 17 capítulos, expone la numeración y las unidades de monedas, pesos y medidas de Castilla, operaciones matemáticas hasta las raíces cúbicas con ejemplos y problemas resueltos. El segundo, formado por 6 capítulos, expone la geometría euclidiana, con problemas y figuras. El tercero, formado por 17 capítulos, trata de los distintos elementos, la diferencia entre unas aguas y otras, medición de su caudal, y describe las fuentes de Madrid y sus conducciones: fuente de la Castellana, arroyo del Abroñigal, reparto de aguas, etc. En 1719 publicó *Arte nuevo de escribir por preceptos geométricos y reglas matemáticas*, manual de caligrafía que el censor calificaba de admirable, y que trataba de la letra redonda, grifa, romanilla, gótica y bastarda. También escribió en 1735, *Discurso curioso, regla general y fácil para los aforadores*.

B

Babbage, Charles (1792-1871). Matemático inglés. Nació en Teignmouth (Devon). Miembro de la Royal Society de Londres (1816). Cooperó en la fundación de la Royal Astronomical Society (1820) y de la Royal Statistical Society (1834). Fundó un cálculo funcional propiamente dicho, estudiando numerosos ejemplos de ecuaciones funcionales. Junto con Herschel y Peacock, creó la “Analytical Society” (V. Herschel). En 1813 opinaba que “la edad de oro de la literatura matemática ha pasado ya, indudablemente”, lo que hoy no lo suscribiría nadie. Desde 1820 se ocupó de la construcción de sus “máquinas analíticas”, precursoras de las actuales computadoras, sin poder superar las posibilidades técnicas de la construcción. Fue un personaje excéntrico que sostuvo durante toda su vida una polémica contra los organilleros, mientras intentaba conseguir fondos para completar su ambicioso proyecto de construir una “máquina diferencial”. Este proyecto, concebido en 1833, fue financiado durante algún tiempo por el gobierno británico, pero cuando el ministro de Hacienda cortó las subvenciones en 1842, Babbage lo comparó amargamente con el destructor del templo de Éfeso. En 1836, Babbage había escrito: “Hoy tuve por primera vez una concepción general, pero muy confusa, sobre la posibilidad de hacer una máquina que realice desarrollos algebraicos; es decir, sin ninguna referencia a los valores de las letras...”. La máquina imaginada por Babbage, una verdadera computadora digital que nunca se terminó, habría tenido mucho de la flexibilidad de las actuales máquinas, pero obviamente no su velocidad; habría podido efectuar todas las operaciones aritméticas, así como almacenar información para su uso posterior, todo ello por medio de un complicado diseño de ruedas dentadas, engranajes y palancas. Las instrucciones se daban a la máquina al comienzo, poniéndose luego a trabajar automáticamente mediante una máquina de vapor. Construyó modelos de demostración, pero las demandas que la máquina planteaba eran excesivas para las posibilidades técnicas de la época.

Babini, José (1897-1984). Matemático argentino, nacido en Buenos Aires, donde estudió ingeniería. Profesor en la Universidad del Litoral, en Entre Ríos, y en la de Buenos Aires. Escribió junto con Rey Pastor *Historia de la matemática*. También escribió *Historia de la ciencia argentina* y *La evolución del pensamiento científico en la Argentina*. Colaboró en la *Revista matemática hispano-americana*.

Bachet de Méziriac, Claude-Gaspard (1581-1638). Poeta, humanista y matemático francés. Formó parte del grupo de científicos que se reunían semanalmente, desde 1630 en adelante, en la llamada Académie Mersenne (V. Mersenne). Bachet impulsó el estudio de la teoría de números, a la que prestó un gran servicio publicando (1621) el texto griego y una traducción latina de la *Aritmética* de Diofanto. Uno de los ejemplares de esta edición fue la que manejó Fermat, anotando la mayoría de sus resultados en sus márgenes, y comunicando por carta unos cuantos de estos resultados a sus amigos. Este ejemplar, con las notas marginales de Fermat, fue publicado por su hijo en 1670. Fermat tenía plena conciencia de la novedad e importancia de sus logros, y así dice en uno de sus comentarios: “La teoría de los números enteros, que es muy hermosa y sutil, no fue conocida hasta hoy, ni por Bachet ni por otros”. Bachet escribió una obra con el título *Problemas amenos y agradables que se hacen con los números* (1612), primer tratado moderno de matemática recreativa. En una segunda edición de 1624, añadió a los juegos con números y con naipes, la construcción de cuadrados mágicos y problemas de análisis indeterminado. Estudió las ecuaciones lineales, ocupándose de los problemas

indeterminados, siendo el primero en Europa que estudió la resolución de este tipo de problemas por medio de números enteros.

Bachmann, Friedrich (1909-1982). Matemático alemán. Nació en Wernigerode (Sajonia-Anhalt). Estudió en Münster y Berlín. Se doctoró por la Universidad de Münster (1933). Enseñó en Marburg, Königsberg (hoy, Kaliningrado) y en las Universidades de Berlín y Kiel. Investigó en la lógica y en los fundamentos de las matemáticas, especialmente en la axiomática de la geometría absoluta. En su obra *Sobre la Geometría de Lobachevsky*, estudió las geometrías no euclidianas (1959).

Bäcklund, Albert Victor (1845-1922). Matemático y físico sueco. Estudió en la Universidad de Lund, donde fue profesor. Extendió la teoría de las características para ecuaciones diferenciales, aplicándola por primera vez a las ecuaciones diferenciales de segundo orden con más de dos variables independientes. Este trabajo no fue ampliamente conocido hasta que lo rehízo Jules Beudon.

Bacon, Francis (1561-1626). Filósofo y estadista inglés. Nació en Londres. Estudió en el Trinity College de Cambridge y en París (1576). Estudió leyes, llegando a ser abogado (1582), miembro del Parlamento y lord canceller. Perdió su posición acusado de soborno en 1621. Fue uno de los primeros en intuir la importancia de la investigación y la organización científicas para dominar la naturaleza y renovar la sociedad. Proyectó una obra monumental (*Instauratio magna*) sobre todo lo conocible. Escribió, entre otras obras, *Dignidad y progreso de las ciencias* (1623) y *Nuevo método*. En esta obra Bacon señala la debilidad y escasos resultados de los esfuerzos anteriores en el estudio de la naturaleza. La ciencia, dice, se ha desarrollado sólo en medicina y matemáticas, o se ha utilizado para la preparación de jóvenes inmaduros. El progreso está en un cambio del método. Todo conocimiento empieza con la observación: “Hay dos caminos, y sólo pueden ser dos, para buscar y encontrar la verdad. Uno de ellos, desde los sentidos y los casos particulares, vuela a los axiomas más generales, y desde esos principios y sus verdades, establecidos de una vez por todas, inventa y enjuicia los axiomas intermedios. El otro método acumula axiomas a partir de los sentidos y de los casos particulares, ascendiendo en forma continuada y por grados, de modo que, al final, llega a los axiomas más generales; este último camino es el verdadero, pero no ha sido intentado hasta ahora. ... Los axiomas descubiertos mediante discusiones no pueden avalar el descubrimiento de nuevas obras, porque la sutileza de la naturaleza es muchas veces mayor que la sutileza de las discusiones”. También escribió: “En la matemática no encuentro ninguna imperfección, excepto quizá en el hecho de que los hombres no comprenden de manera suficiente el excelente uso de la Matemática Pura”. Aunque no lo creó, Bacon publicó el manifiesto a favor del método experimental. En la *Nueva Atlántida*, Bacon describe una sociedad de estudiosos dotada de espacio y equipamiento para la adquisición de conocimiento útil. Previó que la ciencia puede proporcionar al hombre “infinitos recursos”, “dotar a la vida humana de invenciones y satisfacciones, y facilitar la conveniencia y el agrado del hombre”. Éstos, decía, son los verdaderos y legítimos fines de la ciencia.

Bacon, Roger (h. 1220-1292). Teólogo y científico inglés. Nació en Ilchester (Somerset). Estudió geometría, aritmética, música, astronomía, óptica, alquimia y lenguas. Profesor en París y en Oxford. Se le denominó *Doctor Mirabilis*. Monje franciscano, acusado de averroísmo (1278) fue encarcelado, desconociéndose el tiempo que estuvo en prisión.

Comentarista de Aristóteles, declaró: “Si tuviera poder sobre los trabajos de Aristóteles, los hubiera quemado todos; porque es sólo una pérdida de tiempo estudiarlos, y una causa de error, y una multiplicación de la ignorancia más allá de toda expresión”. Los enormes conocimientos de Bacon cubrían las ciencias de su tiempo y numerosas lenguas, incluyendo el árabe. Estaba informado de los últimos inventos y avances científicos: la pólvora, la acción de las lentes, los relojes mecánicos, la construcción del calendario, la formación del arco iris, ... Incluso comentó ideas sobre submarinos, aeroplanos y automóviles. Sus escritos sobre matemáticas, mecánica, óptica, visión, astronomía, geografía, cronología, química, perspectiva, música, medicina, gramática, lógica, metafísica, ética y teología fueron profundos. Se preguntó por las causas que producen o impiden el avance de la ciencia. Escribió que la naturaleza está escrita en el lenguaje de la geometría, y que las matemáticas están en la base de toda la filosofía natural, esto es, de todas las ciencias naturales. Al respecto, dijo: “El olvido de las matemáticas perjudica a todo el conocimiento, ya que el que las ignora no puede conocer las otras

ciencias ni las cosas de este mundo”. Dedicó una parte de su *Opus majus*, a tratar sobre la utilidad de la matemática en la perspectiva, en la administración del estado, en la meteorología, hidrografía, astrología, óptica, visión y otras ciencias, aunque sin ocuparse directamente de las matemáticas. Propuso importantes modificaciones en la enseñanza, pero la muerte del Papa Clemente IV, que estaba convencido de su necesidad, impidió llevarlas a la práctica. También escribió *Principios generales de filosofía natural*, *Principios generales de la ciencia matemática* (h. 1268) y *Compendio de filosofía* (1272).

Badr, Ibn. V. Ibn Badr.

Baha Al-Din (s. XV-XVI). Matemático árabe. Escribió una obra algebraica en la que, entre otros asuntos, plantea siete problemas que “han permanecido insolubles desde los tiempos antiguos, resistiéndose a todos los genios hasta esta época”. Los enunciados de los problemas son los siguientes (para cada uno de ellos se añade alguna consideración sobre su actual resolución): 1) Dividir el número 10 en dos partes tales que si a cada parte se le agrega su raíz cuadrada, el producto de las dos sumas es un número dado (se llega a una ecuación de cuarto grado que puede tener soluciones enteras para determinados valores del producto dado: por ejemplo 1 y 9, siendo 24 el número dado, o bien racionales como $\frac{81}{25}$ y $\frac{169}{25}$, siendo $\frac{29484}{625}$ el número dado). 2) Buscar un número de cuyo cuadrado sumándole o restándole 10, se obtienen cuadrados (solución imposible). 3) Hallar dos números tales que el primero es 10 menos la raíz cuadrada del segundo y éste, 5 menos la raíz cuadrada del primero (se llega a una ecuación de cuarto grado sin raíces enteras ni racionales). 4) Descomponer un cubo en suma de dos cubos (solución imposible). 5) Dividir 10 en dos partes tales que su cociente más el recíproco de éste, dé por resultado a uno de los números (se llega a una ecuación de tercer grado sin raíces racionales). 6) Hallar tres cuadrados en progresión geométrica cuya suma sea un cuadrado (solución imposible). 7) Hallar un número cuyo cuadrado sumándole o restándole ese número más 2, dé siempre un cuadrado (tiene solución racional, pues el número $\frac{34}{15}$ más 2 es $\frac{64}{15}$, sumado o restado del cuadrado $\frac{1156}{225}$, da los cuadrados, respectivamente de $\frac{46}{15}$ y $\frac{14}{15}$).

Bails, Benito (1730-1797). Matemático español. Nació en Barcelona y murió en Madrid. Estudió en Toulouse y en París. Fue miembro de la Real Academia Española de la Lengua y de la Real Academia de la Historia. Fue director de matemáticas de la Real Academia de San Fernando. Por encargo de ésta, compuso su obra *Elementos de matemáticas* (1772-1783, diez volúmenes), dedicada a las ciencias físico-matemáticas y sus aplicaciones, siendo el primer tratado moderno de análisis matemático escrito en España, en el que se presentan didácticamente el cálculo y la geometría analítica. El primer volumen contiene la aritmética, la geometría y la trigonometría; el segundo está dedicado al álgebra; el tercero, a las cónicas, el cálculo infinitesimal y las ecuaciones diferenciales. En los restantes volúmenes expone la dinámica, hidrodinámica, óptica, astronomía, arquitectura civil e hidráulica, incluyendo en el último una tabla de logaritmos.

Baire, René Louis (1874-1932). Matemático francés. Nació en París. Se doctoró en la École Normale Supérieure (1899). Profesor en la Universidad de Montpellier (1902-1904) y en Dijon (1905). Estudió (1904) tanto las funciones discontinuas como las semicontinuas. Estableció la clasificación de las funciones reales de una variable, clasificación que lleva su nombre. En relación con la teoría de conjuntos, Baire, como otros matemáticos entre los que se encontraban Hadamard, Lebesgue y Borel, consideraba objetable el axioma de elección. Ésta y otras críticas sobre la situación lógica de la matemática, se desarrollaron y discutieron en un intercambio epistolar entre los citados matemáticos. Escribió *Teoría de los números irracionales, los límites y la continuidad* (1905) y *Lecciones sobre las teorías generales del análisis* (2 volúmenes, 1907-1908).

Baker, Alan (n. 1939). Matemático inglés. Estudió en la University College de Londres y en Cambridge. Profesor en el Trinity College de Cambridge. Recibió la medalla Fields (1970). Realizó estudios (1967) sobre la resolubilidad de las ecuaciones diofánticas, encontrando condiciones a cumplir por las incógnitas en relación con determinadas ecuaciones diofánticas de Mordell,

Baker, Henry Frederick (1866-1956). Matemático inglés. Nació en Cambridge, donde estudió y fue profesor. Escribió *Una introducción a la teoría de funciones periódicas* (1907), *Los principios de la geometría* (1922), *Introducción a la Geometría plana* (1943).

Bakhsali. Manuscrito (quizá de origen hindú) encontrado en Bakhsali (Peshawar, hoy Pakistán) en 1881. Está escrito en corteza de abedul. Su datación es muy insegura. Parece ser una copia realizada hacia los siglos VIII y XII, de una obra compuesta entre los años 200 y 400 de nuestra era, Trata de aritmética y álgebra, con algunos problemas de geometría. En él se encuentra uno de los más completos sistemas de símbolos: signos de igualdad y radicales, de adición y sustracción, y se emplean abreviaturas para las potencias de las incógnitas.

Baki, Al. V. Al-Baki.

Balanzat, Manuel (1912-1994). Matemático español. Nació en Bargas (Toledo). Estudió en la Universidad de Madrid, siendo discípulo de Rey Pastor. Profesor en la Universidad de Cuyo (Argentina), como también en Venezuela y Francia. Escribió *Introducción a la matemática moderna* (1946), *El número natural y sus generalizaciones* (1953), y junto con Rey Pastor y Santaló, *Geometría analítica* (1955).

Balsubramanian, Ramachandran (h. 1986). Matemático hindú. Profesor del Instituto de Ciencias Matemáticas en Chennai (India). Waring había enunciado que todo entero es suma de 4 cuadrados, 9 cubos, 19 bicuadrados, y sugirió que una propiedad similar debería ser cierta para potencias superiores. Llamando $g(k)$ al número mínimo de sumandos necesarios para expresar todo entero como suma de potencias k -ésimas, Balsubramanian, Deshouillers y Dress demostraron (1986) que $g(4) = 19$.

Baldi, Bernardino (1553-1617). Matemático italiano. Trabajó para el duque de Urbino. Realizó investigaciones en mecánica. Como otros matemáticos italianos de la época (Maurolico, Benedetti, del Monte), aunque no aportaron contribuciones importantes en matemáticas o física, recibieron el recuerdo agradecido de Galileo cuando les llamó generosamente “sus maestros”.

Ball, Walter William Rouse (1850-1925). Matemático inglés. Planteó interesantes problemas geométricos en *Matemáticas recreativas y ensayos*. Publicó *Breve reseña de la historia de las matemáticas* (1888), *Historia del estudio de las matemáticas en Cambridge* (1889), *Sobre la clasificación de las cúbicas de Newton* (1890), *Matemáticas recreativas y problemas de los tiempos pasados y presentes* (1892). Coxeter revisó esta última obra en 1938, convirtiéndola en una obra de referencia.

Balmer, Johann Jakob (1825-1898). Físico y matemático suizo. Nació en Lausana. Fue maestro de una escuela de enseñanza secundaria en Basilea, desde 1859 hasta su muerte. También fue profesor en la Universidad de Basilea (1865-1890). Dedujo (1885) la fórmula que describe la serie espectral que lleva su nombre, básica para el desarrollo de la teoría atómica.

Baltzer, Heinrich Richard (1818-1887). Matemático alemán. Expuso en una obra de 1866, las bases de la geometría no euclídea, citando los trabajos de Lobachevski y Bolyai. Escribió un tratado sobre los determinantes (1857). Estudió la curvatura de las superficies.

Bamberg, Aritmética de (1482-1483). Cuatro años después de la publicación del incunable *Aritmética de Treviso* (V. Treviso, *Aritmética de*), apareció en 1482 un escrito semejante en Bamberg, del que no se conservan sino fragmentos. Sí se conserva un ejemplar de esta *Aritmética de Bamberg* publicada en 1483. Es una obra algo más larga que la de 1482, dedicada especialmente a los cálculos que se presentan en las transacciones comerciales; no se ocupa de la fecha de Pascua, en cambio trae reglas para la suma de los números naturales y de términos en progresión geométrica (V. Wagner, Ulrich).

Banach, Stefan (1892-1945). Matemático polaco. Nació en Cracovia (entonces, Austria-Hungría; hoy, Polonia). Estudió en el Instituto de Tecnología de Lvov (hoy, Lviv, Ucrania), donde fue profesor en 1927. Con sus investigaciones fue uno de los creadores del análisis funcional. Estudió los espacios abstractos dotados de una norma (1922). Esto lo hizo no sólo Banach, sino también Hahn, Helly y Wiener, pero quien tuvo la mayor influencia fue Banach. En la introducción a su tesis, *Sobre las operaciones en los conjuntos abstractos y sus aplicaciones a las ecuaciones integrales* (1922), Banach dice: “El objetivo de este trabajo es demostrar algunos teoremas que son ciertos para diferentes espacios funcionales. En lugar de probar los resultados para cada espacio funcional particular, he optado por un enfoque diferente: considero en general un conjunto de elementos abstractos, para los que postulo una serie de propiedades y demuestro los teoremas para esos conjuntos. Entonces pruebo que los distintos espacios funcionales particulares en los que estoy interesado, satisfacen los axiomas postulados...”. Los principales teoremas que aparecen en la tesis de Banach son el principio de acotación uniforme y la forma general del principio de contracción en un espacio métrico completo. La característica esencial de su trabajo era construir un espacio dotado de una norma, pero que en general ésta no se definía a partir de un producto escalar. Los axiomas que debe satisfacer el espacio de Banach se dividen en tres grupos: El primero consta de trece axiomas que expresan el hecho de que el espacio es un grupo abeliano para la suma, que es cerrado para la multiplicación por un escalar real, y que se verifican las propiedades asociativas y distributivas usuales entre las operaciones con número reales y con elementos de dicho espacio. El segundo grupo de axiomas caracteriza lo que se llama una norma definida para los elementos (o vectores) del espacio, siendo la norma una función con valores reales definida sobre el espacio. El tercer grupo consta de un solo axioma, el de completitud. Un espacio que satisface estos tres grupos de axiomas recibe el nombre de espacio de Banach o espacio vectorial normado completo. Los grupos de condiciones primero y tercero se verifican también en los espacios de Hilbert, pero el segundo grupo es más débil que las condiciones que verifica la norma en un espacio de Hilbert. Banach introdujo el concepto de espacio dual como espacio de todos los funcionales lineales continuos acotados sobre el espacio dado (1929). La norma para este espacio de funcionales se define como las cotas de los funcionales, con lo que resulta ser un espacio vectorial normado completo, es decir, un espacio de Banach. Se denomina teorema de Hahn-Banach el siguiente: Sea p un funcional con valores reales definido sobre un espacio vectorial normado completo R , que verifica, para todo x e y en R , que: $p(x + y) \leq p(x) + p(y)$, y $p(\lambda x) = \lambda p(x)$ para $\lambda \geq 0$, entonces existe un funcional aditivo f sobre R que verifica que: $-p(-x) \leq f(x) \leq p(x)$, para todo x en R .

Las investigaciones sobre funcionales condujeron al concepto de operador adjunto, cuya teoría Banach aplicó a los operadores de Riesz. Estos operadores U son de la forma $U = I - \lambda V$, donde I es el operador identidad y V es un operador completamente continuo.

Se denomina paradoja de Banach-Tarski (1924) a la siguiente: La bola sólida en el espacio tridimensional puede cortarse en un número finito de piezas que luego se pueden ensamblar para formar dos bolas exactamente iguales a la inicial. La demostración de esta paradoja depende del axioma de elección, con lo que se puede argumentar que ésta es una buena razón para eliminarlo de la teoría axiomática. Sin embargo, la comunidad matemática que defiende dicho axioma, expone que éste es un maravilloso axioma (V. Zermelo).

En 1932, Banach publicó *Teoría de las operaciones lineales*. Este libro reúne los resultados más importantes de su teoría de espacios, siendo considerado durante muchos años como punto de referencia obligado por los especialistas. Contiene una gran cantidad de información organizada de forma sistemática y presenta una serie de cuestiones y problemas abiertos que han sido fuente de inspiración de muchas investigaciones posteriores (Bourgain y Gowers han resuelto recientemente la mayoría de estas cuestiones).

Banna, Ibn al. V. Ibn Al-Banna.

Banu Musa (s. IX). La familia de los tres hermanos Banu Musa protegió a los sabios y a la ciencia en la Casa de la Sabiduría en Bagdad. Dos de ellos, Abu Jafar (n. h. 803) y Al-Hasan (n. h. 810), se dedicaron a la matemática, y el tercero, Ahmed (n. h. 805), a la mecánica. Al parecer, los tres hermanos escribieron conjuntamente una *Geometría*, en la que se incluyen la fórmula de Herón para el área del triángulo y la construcción del jardinero para la elipse.

Barabási, Albert Laszlo (n. 1967). Científico rumano, de origen húngaro. Estudió en la Universidad de Bucarest. Nacionalizado estadounidense (2008). Profesor en la Universidad de Harvard y en la Northeastern. Junto con H. Jeong y R. Albert, descubrieron (1999) que la probabilidad del número de enlaces de entrada y salida de una página en la web sigue una ley de potencias del tipo $k^{-\gamma}$. La probabilidad de que una página web tenga k enlaces (grado de salida k) es proporcional a $k^{-2.45}$, mientras que la probabilidad de que esté apuntada desde k páginas (grado de entrada k) es proporcional a $k^{-2.1}$.

Baratech Montes, Benigno (h. 1915). Matemático español. Catedrático de matemáticas en el Instituto de Baeza (1915). Sus libros de matemáticas (aritmética, álgebra, geometría) se han utilizado durante décadas en la enseñanza media en España.

Bar Hiyya, Abraham. V. Abenhiyya, Abraham.

Barbaro, Daniele (1513-1570). Matemático italiano. Escribió *Práctica de la perspectiva...obra muy útil a pintores, escultores y arquitectos* (1568), obra en la que se explican las reglas de la perspectiva en forma accesible a los artistas.

Barinaga Mata, José (1890-1965). Matemático español. Nació en Valladolid. Estudió en la Universidad Central de Madrid (1911-1915). Se dedicó a la enseñanza privada, dilatando su licenciatura hasta 1926, doctorándose en 1929. Profesor en las Universidades de Barcelona y Madrid. Miembro de la Sociedad Matemática Española (1911), cuya Junta llegó a presidir (1937), colaborador de la *Revista matemática hispano-americana*.

Barlow, Peter (1776-1862). Matemático y físico inglés. Nació en Norwich (Norfolk). Autodidacto, llegó a ser profesor ayudante de matemáticas en la Royal Military Academy de Woolwich (1801). Publicó numerosas obras matemáticas, incluyendo *Nuevas tablas matemáticas* (1814), conocidas como *Tablas de Barlow*, que recogen funciones de todos los números desde el 1 hasta el 10.000. Investigó diversas cuestiones de magnetismo (1819) y construyó lentes acromáticas (1827-1833).

Barlow, William (1845-1934). Cristalógrafo y geólogo inglés. Nació en Islington (Londres). Estudió los grupos espaciales de cristalografía geométrica (1894). Escribió *Naturaleza probable de la simetría interna de cristales* (1883).

Baermann, Georg Friedrich (1717-1769). Matemático alemán. Nació en Leipzig. Estudió en las Universidades de Marburgo y Leipzig. Fue profesor en Wittenberg. Demostró por primera vez de un modo general, las fórmulas recurrentes de Newton para las sumas de potencias (1745).

Barnett, Vic (h. 1997). Estadístico inglés. Estudió en la Universidad de Manchester, donde se doctoró en estadística matemática, y en la Universidad de Birmingham, obteniendo el doctorado en matemáticas. Profesor en la Universidad de Sheffield. Para el desarrollo de los primeros programas universitarios de estadística, el Instituto Internacional de Estadística creó (1997) el Comité de Educación y el Comité para la Introducción de la Estadística en la Escuela, cuyo primer director fue Barnett. Publicó *Estadísticas ambientales, métodos y aplicaciones* (2004).

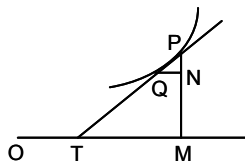
Barozzi, Giacomo (1507-1573). Arquitecto italiano, apodado “il Vignola” por el nombre de su ciudad natal (provincia de Bolonia). Estudió en Bolonia. Viajó a Roma y París. Arquitecto del Papa Julio III, y a la muerte de éste trabajó para la familia Farnese. Escribió *Las dos reglas de la perspectiva práctica*, para uso de los artistas. Esta obra apareció póstuma en 1583, con comentarios del dominico Egnacio Danti (Carlo Pellegrino), profesor de matemáticas y divulgador de conocimientos científicos, teniendo gran difusión y traducándose a varios idiomas, como también la tuvo otro de sus escritos, *Las reglas de los cinco órdenes de arquitectura* (1562), que llegó a convertirse durante tres siglos en sinónimo de arquitectura.

Barré de Saint Venant, Adhémar Jean-Claude. V. Saint Venant, Adhémar Jean-Claude Barré de.

Barrow, Isaac (1630-1677). Matemático y teólogo inglés. Nació en Londres. Fue alumno de Wallis. Recibió las órdenes sagradas (1660). Profesor de griego en la Universidad de Cambridge (1660-1663). Profesor de geometría en el Gresham College de Londres. Fue maestro y amigo de Newton, a quien en 1669 cedió su cátedra de matemáticas en Cambridge (Barrow fue el primero en ocupar la cátedra lucasiana, creada por Henry Lucas en 1664) para dedicarse a la teología. Ocupó en Londres el puesto de capellán del rey Carlos II (1670). En 1673 fue director del Trinity College de Cambridge, y en 1675 fue elegido vicescanciller de Cambridge. Fue un matemático conservador al que le desagradaba el formalismo del álgebra. Admirador de los geómetras antiguos y muy versado en griego y árabe, pudo traducir alguno de los trabajos de Euclides, Apolonio, Arquímedes y Teodosio, editando algunas de sus obras. Las frecuentes discusiones entre maestro y discípulo, la mutua colaboración, pues Newton revisó y corrigió una de las ediciones de las obras de Barrow, son hechos que contribuyeron a asignar importancia a la influencia de Barrow en el futuro del cálculo infinitesimal. Barrow prefería las concepciones cinemáticas de Torricelli a la aritmética estática de Wallis, y prefería también considerar las magnitudes geométricas como si estuvieran engendradas por un flujo continuo de puntos. Decía que el tiempo tenía muchas semejanzas con una línea, considerando que ambos estaban formados por indivisibles. Barrow no consideraba al álgebra como parte de la matemática propiamente dicha, sino como una formalización de la lógica. Para él, sólo la geometría era matemática, y la aritmética y el álgebra trataban de magnitudes geométricas expresadas en símbolos.

Utilizaba métodos geométricos, “liberados”, según decía, “de las abominables cargas del cálculo”. Sus razones sobre la certeza de la geometría son las siguientes: claridad de sus conceptos, definiciones no ambiguas, seguridad intuitiva y verdad universal de sus axiomas, posibilidad clara y fácil de imaginar sus postulados, pequeño número de sus axiomas, visión clara del modo en que las magnitudes se generan, fácil orden de sus demostraciones y elusión de cosas no conocidas. Los principios de la geometría han sido confirmados mediante la experiencia constante y continuará siendo así porque el mundo diseñado por Dios es inmutable. La geometría es por ello la ciencia perfecta y segura. Publicó *Lecciones de óptica* (1669) y *Lecciones de geometría* (1670). En ésta última expuso un método para trazar tangentes a una curva, mediante el “triángulo característico”, que no difiere del actual sino en la notación, con lo que Barrow puede considerarse el fundador de la noción de derivada. Al final de la lección décima, Barrow escribe: “Suplementariamente a esto añadiremos en forma de apéndice, un método de cálculo para hallar tangentes utilizado frecuentemente por nosotros, aunque no sé muy bien si después de tantos métodos bien conocidos y muy trillados de los tipos anteriores, hay o no alguna ventaja en hacerlo. No obstante lo hago siguiendo el consejo de un amigo (se refería a Newton), y de buena gana, puesto que parece ser más útil que los que he expuesto”.

El método de Barrow, con la terminología actual sería el siguiente (V. dibujo): Sean x, y las coordenadas de un punto P de la curva ($OM = x, PM = y$). La tangente a la curva en P corta al eje de abscisas en T . Se toma un punto Q de la curva infinitamente cercano a P , de forma que el arco PQ es infinitamente pequeño (*indefinite parvum*), teniéndose que la paralela al eje de abscisas trazada por Q corta a PM en N . El triángulo PQN , es el que se llamó más tarde *triángulo característico*.



Se calculan de acuerdo con la ecuación de la curva los valores $QN = a$ y $PN = b$, observando las siguientes reglas: en virtud de la ecuación quedan eliminados todos los términos que no contienen a o b , se suprimen todos los términos de grado superior de a y b , porque esos términos *nihil valebunt*, y se deduce la razón $a:b$ que es igual a la razón $TM:PM$, es decir, $t:y$, despejándose t , que es la actual subtangente. Resulta evidente que en estos cocientes $a:b$ o $t:y$ está implícita la actual derivada como pendiente de la tangente a la curva en P . Por este método se obtiene t en función de x, y . Así, si la ecuación es (el ejemplo es de Barrow) $x^2(x^2 + y^2) = h^2y^2$, Barrow obtiene $t = y^2(h^2 - x^2) : x(2x^2 + y^2)$, mientras que nuestra subtangente es: $t = x(h^2 - x^2) : (2h^2 - x^2)$, siendo los resultados los mismos.

Barrow redujo a cuadraturas los problemas de la construcción de curvas definidas por las propiedades de las tangentes.

Bartels, Johann Martín (1769-1836). Matemático alemán. Amigo de Gauss. Estuvieron juntos en Brunswick los años de 1805 a 1807. Posteriormente, él y Gauss mantuvieron una importante correspondencia. Por ello parece lógico que Bartels debió haber conocido las dudas de Gauss en cuanto a la verdad de la geometría euclídea. Bartels fue profesor en la Universidad de Kazán, donde fue maestro de Lobachevski. Es muy difícil que Bartels no hubiera comunicado a Lobachevski los adelantos de Gauss sobre la geometría no euclídea.

Bartrina y Capella, José María (1861-1946). Matemático español. Nació en Valencia. Enseñó en la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad de Barcelona. Escribió *El estudio de las geometrías no euclídeas a comienzos del siglo XX en España*.

Baskhara Akaria (1114- h. 1185). Matemático hindú. Cronológicamente es el último de los matemáticos hindúes importantes del siglo XII. Escribió una obra astronómica en la que dedica dos capítulos, *Lilavati* (la hermosa o la noble ciencia) y *Vija-Ganita*, a la aritmética y al álgebra, reconociendo haber utilizado obras de autores anteriores, entre ellos de Brahmagupta. Probablemente es la obra más importante de la matemática hindú, en la que se advierten influencias de las matemáticas griega, árabe y china. El título *Lilavati* corresponde al nombre de la hija de Baskhara que, según una leyenda, perdió la oportunidad de casarse debido a la confianza de su padre en sus predicciones astrológicas. Baskhara había calculado que su hija sólo podría casarse en condiciones favorables a una hora concreta de un día determinado. El día que había de ser el de su boda, la impaciente muchacha estaba observando atentamente la clepsidra, inclinada sobre ella, mientras se iba acercando la hora anhelada, cuando de pronto cayó al agua inadvertidamente una de las perlas de su tocado, obstruyendo la salida del agua de la clepsidra. Antes de que se advirtiera el desgraciado accidente había transcurrido ya la hora propicia, y el padre, para tratar de consolar a su desdichada hija, puso su nombre al citado libro.

El *Lilavati* consta de trece partes, donde se exponen: 1) metrología; 2) operaciones con números enteros y fracciones, y extracción de raíces; 3) métodos para la resolución de problemas; 4) problemas de estanques y mezclas; 5) suma de series; 6) planimetría; 7-11) cálculo de diferentes volúmenes; 12) problemas de análisis indeterminado; 13) problemas de combinatoria. El *Vija-Ganita* está constituido por ocho partes: 1) operaciones con números positivos y negativos; 2-3) ecuaciones indeterminadas de 1º y 2º grado; 4) ecuaciones lineales; 5) ecuaciones cuadráticas; 6) sistemas de ecuaciones lineales; 7-8) ecuaciones indeterminadas de 2º grado. Baskhara utiliza sistemas de símbolos de igualdad, radicales, adición y sustracción. Cuando plantea la generalización de la llamada “fórmula de Herón”, aplicable a los cuadriláteros inscriptibles, no advierte de esta limitación, haciéndola extensible a todos los cuadriláteros. Sugiere para π el valor $3927/1250$ o bien el “valor bruto” $22/7$, pero nada hace sospechar que fuera consciente, ni él ni ningún otro matemático hindú, de que tales valores eran sólo aproximaciones. En una proposición dice: “Dividendo 3. Divisor 0. Cociente la fracción $3/0$. Esta fracción, cuyo denominador es cifra, se llama cantidad infinita. En esta cantidad que consiste en lo que tiene cifra como divisor, no hay alteración posible por mucho que se añada, o se extraiga, lo mismo que no hay cambio en Dios infinito e inmutable”. Esta proposición parece muy prometedora, pero inmediatamente a continuación se revela una falta de entendimiento claro de la situación por parte de Baskhara al afirmar que $a : 0 \cdot 0 = a$.

Como contribuciones originales pueden mencionarse cuestiones de análisis indeterminado de segundo grado, algunas fórmulas aproximadas como el valor $24/17$ para la raíz cuadrada de 2, y unas lacónicas demostraciones de teoremas como el de Pitágoras, y de equivalencias mediante figuras con ciertas descomposiciones y recomposiciones, y como única explicación un imperativo: “¡Mira!”. Por ejemplo, descompone un círculo en doce sectores, y un rectángulo de base la semicircunferencia rectificada y altura el radio lo descompone en ocho triángulos rectángulos iguales, para “demostrar” la equivalencia entre círculo y rectángulo. Acepta la diferencia entre números positivos y negativos, que interpreta como créditos y débitos. Unifica las ecuaciones de segundo grado en un solo tipo, cualesquiera fueran los signos de los coeficientes, y admite las soluciones negativas, aunque sin tomarlas en consideración, pues “la gente no aprueba las raíces negativas”. Evita la dificultad de la raíz cuadrada de un número negativo, pero afirma que no hay ninguna raíz cuadrada de un número negativo porque estos números no son un cuadrado. Da reglas para la suma, diferencia, multiplicación, división y raíz cuadrada de expresiones irracionales.

A veces utiliza un lenguaje poético como en el caso de este problema: “La raíz cuadrada de la mitad de un enjambre de abejas se esconde en la espesura de un jardín. Una abeja hembra con un macho quedan encerrados en una flor de loto, que los sedujo por su dulce perfume. Los $\frac{8}{9}$ del enjambre quedaron atrás. Dime el número de abejas”. Se resuelve mediante una ecuación de segundo grado que tiene dos raíces positivas, pero sólo la raíz entera 72 (la otra es $\frac{9}{2}$) satisface las poéticas exigencias del enunciado. Es de hacer notar que en la India durante los siglos V a XII, la matemática vivió la época de la poesía, pues esta ciencia se muestra revestida de un ropaje poético, todas sus obras se escribieron en verso y en ellas se utilizó un lenguaje metafórico. Ejemplos de ello, son los siguientes: “Hermosa niña de ojos radiantes, dime, si has comprendido el método de inversión: ¿cuál es el número que multiplicado por 3, agregándole los $\frac{3}{4}$ del producto, dividiendo por 7 y disminuyendo en $\frac{1}{3}$ el cociente, multiplicándolo por sí mismo, disminuyéndolo en 52, extrayendo la raíz cuadrada, sumándole 8 y dividiéndolo por 10 da el número 2?” (el resultado es 28, que se obtiene recorriendo todas las operaciones en orden inverso: 2, 20, 12, 144, 196, 14, 21, 147, 84, 28).

Otro ejemplo es: “Dos ascetas viven en la cima de una montaña de altura conocida, cuya base está a una distancia conocida de la aldea próxima. Para ir a esa aldea uno de ellos desciende y se dirige a ella caminando; el otro, que es mago, prefiere volar: asciende una cierta altura, y luego se dirige directamente, siempre en vuelo, a la aldea. ¿Cuál debe ser esa altura para que ambos ascetas recorran la misma distancia?”.

O estos otros problemas: “Si un bambú de 32 codos de altura ha sido roto por el viento de tal manera que su extremo superior queda apoyado en el suelo a una distancia de 16 codos de su base, ¿a qué altura sobre el suelo se produjo la fractura?” O bien: “Un pavo real se encuentra posado en el extremo de un poste vertical en cuya base hay un agujero de culebra; observando que la culebra estaba a una distancia del pie del poste igual a tres veces su altura, el pavo real se lanza sobre ella en línea recta mientras que la culebra intenta ganar su agujero. Si el pavo real captura a la culebra cuando ambos han recorrido exactamente la misma distancia, ¿a qué distancia se produjo la captura?”. En otros ejemplos plantea operaciones con números grandes, como hallar el número de términos de una progresión geométrica, si el primer término es 3, la razón es 5 y la suma de todos los términos es 22.888.183.593 (la solución es 15, pues $3(5^{15}-1):4 = 22.888.183.593$).

Entre los casos de ecuaciones indeterminadas de segundo grado está la ecuación $xy = ax + by + c$, que resuelve buscando dos números m y n tales que $mn = ab + c$, de donde es fácil comprobar que las soluciones $x = m + b$, $y = n + a$ satisfacen la ecuación.

Con relación a la ecuación cuadrática $nx^2 + m = y^2$, conociendo una solución, deducía otras para la misma ecuación o ecuaciones semejantes. Por ejemplo, si x_1, y_1 y x_2, y_2 eran dos soluciones (que podían coincidir) de la ecuación anterior en virtud de la propiedad $m = y_1^2 - nx_1^2 = y_2^2 - nx_2^2$, se llega a: $m^2 = (nx_1x_2 + y_1y_2)^2 - n(x_1y_2 + x_2y_1)^2$, y por tanto a una solución de la ecuación $nx^2 + 1 = y^2$ si la solución anterior era un par de números múltiplos de m . Aplicaba otro proceso similar para reducir el coeficiente m de la ecuación. Si x_1, y_1 es una solución con x_1 primo con m , buscaba los valores z y u que satisficieran la ecuación indeterminada lineal $x_1z + y_1 = mu$, y de estas soluciones elegía aquella que hacía lo más pequeño posible el valor $z^2 - n = (mu^2 - 2uy_1 + 1) : x_1^2 = mm'$, con m' entero y pequeño. Además se comprueba que la nueva ecuación $nx^2 + m' = y^2$ se satisface para $x = u, y = (y_1u - 1) : x_1$, pudiendo aplicar a la ecuación con m' el mismo proceso, y reducir aún más ese término.

Respecto a la ecuación $nx^2 + 1 = y^2$, dio la solución de reminiscencia diofántica: $x = 2z : (z^2 - n)$, $y = (z^2 + n) : (z^2 - n)$.

Basset, Alfred Barnard (1854-1930). Matemático inglés. Estudió en el Trinity College de Cambridge. Escribió *Tratado elemental de las curvas cúbicas y cuárticas* (1901).

Bastero Elizalde, Jesús (n. 1950). Matemático español. Doctor en matemáticas por la Universidad de Zaragoza (1975). Catedrático de análisis matemático en la citada Universidad desde 1980. Autor o coautor de numerosas publicaciones, como *Sobre la isotropía de proyecciones de politopos* (2010), *Secciones típicas de cuerpos convexos isotrópicos* (2009), *Una desigualdad integral que afecta a medidas isotrópicas sobre el círculo unidad* (2004).

Batanero Bernabeu, Carmen (n. 1949). Matemática española. Nació en Sevilla. Doctora en matemáticas por la Universidad de Granada (1983). Profesora universitaria de estadística (1986) y de

didáctica de la matemática (1990). Investiga en educación estadística. Presidenta de IASE. Edita la *IASE statistical education research newsletter*. Es autora o coautora de varias obras, como *Enseñanza de la estadística en los niveles no universitarios* (2007), *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros* (2003), *Razonamiento combinatorio* (1994).

Battaglini, Giuseppe (1826-1894). Matemático italiano. En su obra *Sobre la geometría de Lobachevski*, estudió las geometrías no euclidianas. Fundó (1863) y dirigió el *Giornale di Matematiche*, convirtiéndolo (1867) en una especie de órgano oficial de las nuevas geometrías.

Battani, Al. V. Al-Battani.

Baudoin, Paul (h. 1938). Matemático francés. Escribió *Los óvalos de Descartes y el caracol de Pascal* (1938).

Bauer, Karl Ludwig (n. 1845). Matemático alemán. Aplicó la teoría de los determinantes a la geometría (1873). Realizó importantes trabajos en física molecular, acústica y óptica.

Baum, Paul Frank (h. 1995). Matemático estadounidense. Profesor en la Universidad Estatal de Pennsylvania. Estudió la curva que lleva su nombre, en su obra *Árboles, edificios, espacios simétricos* (1995).

Bayes, Thomas (1702-1761). Matemático inglés. Nació en Londres. Presbítero anglicano. Determinó la probabilidad de que la probabilidad de un suceso tenga un valor comprendido entre ciertos límites, cuando se conoce la probabilidad de este suceso en un número grande de ensayos. Fue el primero que se ocupó de la determinación de la probabilidad de la causa de un acontecimiento, llevando su nombre la siguiente proposición: Si un acontecimiento puede ser originado por varias causas las cuales previamente son todas probables, la probabilidad de que aquél sea debido a una determinada causa, es igual al cociente de la probabilidad correspondiente a dicha causa, dividida por la suma de las probabilidades según las cuales pudiera derivarse de todas y cada una de ellas. Escribió sobre esta cuestión *Un ensayo sobre la resolución de un problema en la teoría de las probabilidades* (póstumo, 1764). También escribió *Divina benevolencia, o un intento de probar que el principal objetivo del gobierno y providencia divinos es la felicidad de sus criaturas* (1731), *Introducción a la doctrina de las fluxiones y defensa de los matemáticos contra las objeciones del autor del Analista* (1736), obra dirigida contra los ataques del obispo Berkeley (V. esta reseña).

Beaune, Florimond de (1601-1652). Jurisconsulto y matemático francés. Nacido en Blois. Consumado matemático, por el que incluso Descartes manifestó su admiración. Fue el primero en definir curvas mediante las propiedades de sus tangentes, dando lugar así a la determinación de curvas por el llamado “método inverso de la tangente”. En su obra *Notas breves de geometría*, propuso varios problemas a Descartes, como el de encontrar la curva cuya ordenada es a la subtangente como un segmento dado es a la diferencia de la ordenada comprendida entre la curva y una recta dada, problema cuya solución dio lugar a la llamada curva de Beaune, que fue la primera que se definió como ecuación diferencial. El citado problema lo resolvió Leibniz (V. esta reseña). La edición de la *Geometría* de Descartes realizada y traducida al latín por Schooten (1649), incluía adiciones y aclaraciones no sólo del propio Schooten, sino también de Beaune.

Becerra Bermúdez, Manuel (1820-1896). Matemático y político español. Nació en Castro de Rey (Lugo). Estudió ingeniería civil en la Academia de Ingenieros Civiles. Ministro de Fomento en el reinado de Amadeo I y durante la primera República, y ministro de Ultramar con Alfonso XII y durante la regencia de María Cristina. Publicó *Imperio ibérico, Tratado racional de la gimnástica y de los ejercicios y juegos corporales* (1893).

Beda “el Venerable”, san (672-735). Monje benedictino anglosajón. Nació en Monkton (Jarrow, Northumbria, hoy Tyne & Wear). En su obra enciclopédica *De natura rerum* mejora los conocimientos de San Isidoro con las aportaciones de Plinio que San Isidoro no conocía. Se le deben varios escritos: uno sobre el cálculo digital (en el que ideó un sistema para designar los números por

medio de dedos, manos y brazos), otro con una colección de problemas aritméticos y geométricos “para desarrollar el ingenio de los jóvenes”, entre los que figuran los clásicos problemas de matemáticas recreativas, hablando también de los números perfectos y dando fórmulas aproximadas para las áreas.

Entre estos problemas figura el de aquel testador romano que al morir, cuando su esposa está por dar a luz, dispone la distinta manera en que debe repartirse la herencia según el sexo del hijo a nacer. Nace un par de mellizos de distinto sexo ¿cómo ha de repartirse la herencia? Con este ejemplo queda patente el escaso valor científico de estos problemas. Beda realizó su mayor y mejor esfuerzo en el área educativa. Fue importante la influencia que a la larga ejerció sobre Alcuino de York (Beda murió unos tres años después del nacimiento de Alcuino), uno de los maestros a los que acudió Carlomagno para mejorar el nivel cultural de su administración y de su clero. Beda escribió también *Historia eclesiástica del pueblo inglés, Sobre los tiempos, Sobre el cómputo del tiempo, Vidas de los abades*.

Beeckman, Isaac (1588-1637). Matemático y médico holandés. Expuso que las ideas de Descartes sobre geometría analítica se remontaban a 1619.

Beg, Ulug. V. Ulug Beg.

Beha Edin (Beha-Ed-Din) (1547-1662). Matemático árabe. Nació en Amul (probablemente, Siria). Escribió *Quintaesencia del arte de calcular* (h. 1600), recopilación de aritmética, álgebra y geometría, aunque sin originalidad. Esta obra es curiosa por la variedad de datos que contiene sobre obras perdidas.

Bell, Eric Temple (1883-1960). Matemático estadounidense de origen escocés. Nació en Aberdeen. Con 19 años emigró a Estados Unidos e ingresó en la Universidad de Stanford, donde se graduó (1921). Se doctoró en la Universidad de Columbia (1912). Profesor de matemáticas en la Universidad de Washington (1912-1926) y, a partir de 1926, en el California Institute of Technology. Escribió *Aritmética algebraica* (1927). En su libro *Desarrollo de las matemáticas* (1940) expuso el desarrollo histórico de los conceptos matemáticos. En *Matemáticos* (1937) recogió una importante colección de biografías. También escribió *Matemáticas, reina y sirvienta de la ciencia* (1951), *El último problema* (1961), sobre teoría de números y, entre otras obras de ciencia-ficción, *El curso del tiempo* (1946).

Bell Tainsh, Robert John (1876-1963). Matemático británico. Nació en Falkirk (Stirlingshire, Escocia). Estudió en la Universidad de Glasgow, de la que fue profesor. Profesor de matemáticas puras y aplicadas en la Universidad de Otago, en Dunedin (Nueva Zelanda). Publicó su obra *Tratado elemental de Geometría de tres dimensiones en coordenadas* (1926).

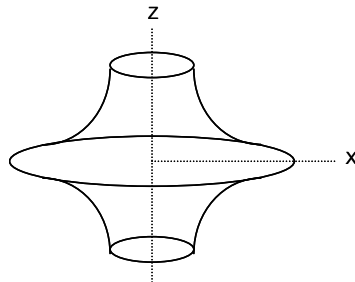
Bellavitis, Giusto (1803-1880). Matemático italiano. En su obra *Lecciones de geometría descriptiva* (1851), fue el primero en deducir las fórmulas fundamentales de la trigonometría esférica, a partir del triedro correspondiente abatido. Estudió las curvas tetracúspides. Desarrolló entre 1832 y 1837, con sus “equipolencias”, un conjunto de operaciones con cantidades dirigidas que equivale al cálculo vectorial de hoy, escribiendo *Método de las equipolencias* (1832), dedicado al análisis geométrico. Empleó los logaritmos de adición para resolver las ecuaciones trinomias.

Bellman, Richard Ernest (1920-1984). Matemático estadounidense. Nació en Nueva York. Estudió en la Universidad de Wisconsin-Madison. Fue profesor en la Universidad del Sur de California. Con relación a sistemas de mando automático, Bellman desarrolló teorías de control óptimo cuyo objetivo consiste en plasmar la especificación de diseño en una función de coste que dependerá de varios factores, encontrando las entradas al sistema que minimicen dicha función (ecuación de Bellman).

Beltrami, Eugenio (1835-1900). Matemático italiano. Nació en Cremona. Estudió en Pavía y Milán. Fue profesor en las universidades de Bolonia (1862-1864 y 1866-1873), donde fue compañero de Luigi Cremona, Pisa (1864-1866), Roma (1873-1876 y 1891-1899) y Pavía (1876-1891). Fue presidente de la Academia dei Lincei en 1898.

Investigó (1864) los invariantes diferenciales para la teoría de superficies, dando los dos invariantes diferenciales $\Delta_1\Phi$ y $\Delta_2\Phi$, definidos como: $\Delta_1\Phi = [E(\partial\Phi/\partial v)^2 - 2F\partial\Phi/\partial u \cdot \partial\Phi/\partial v + G(\partial\Phi/\partial u)^2] : (EG - F^2)$, $\Delta_2\Phi = [\partial\{(G\Phi_u - F\Phi_v)/(EG - F^2)^{1/2}\} / \partial u + \partial\{(-F\Phi_u + E\Phi_v)/(EG - F^2)^{1/2}\} / \partial v] : (EG - F^2)^{1/2}$. Ambos invariantes tienen un significado geométrico. Por ejemplo, en el caso de $\Delta_1\Phi = 1$, las curvas $\Phi(u, v) = k$, constante, son las trayectorias ortogonales de una familia de geodésicas sobre la superficie.

En sus obras, *Interpretación de la Geometría no euclidiana* y *Sobre los espacios de curvatura constante*, estudió las teorías de Lobachevski. Expuso en *Experiencia en el tratamiento de la geometría no euclidiana* (1868), una interpretación euclidiana de las geometrías no euclidianas. Estudió la curvatura constante negativa de la superficie engendrada por la rotación de la tractriz alrededor de su asíntota, llamada “seudoesfera”, en contraposición de la esfera cuya curvatura es constante positiva (V. dibujo).



La geometría sobre esta superficie (de la que construyó un modelo) es un tipo de geometría hiperbólica (nuestra geometría plana es un tipo de geometría parabólica, y la geometría sobre la esfera, con alguna variante, es un tipo de geometría elíptica). Si se define una “línea recta” por dos puntos de la pseudoesfera como la geodésica que une dichos dos puntos, la geometría que resulta cumple todas las propiedades que se pueden deducir de los postulados de Lobachevski. La existencia de esta superficie, así como otras interpretaciones de geometrías no euclidianas sobre el plano euclídeo, puso fin a toda discusión sobre la validez lógica de las nuevas geometrías, pues la supuesta contradicción que se había querido ver en ellas, llevaría consigo igual contradicción en el seno de la geometría euclidiana, jamás puesta en duda hasta entonces. Siendo el plano una superficie de curvatura constante e igual a cero, puede considerarse la geometría euclídea como un caso intermedio entre los dos tipos de geometría no euclídea, la hiperbólica y la elíptica (llamadas así por Klein).

Beltrán Álvarez, Carlos (h. 2006). Matemático español. Estudió en la Universidad de Cantabria (Santander), donde se licenció (2002) y se doctoró (2006). Es profesor de matemáticas, estadística y computación en la citada Universidad. En 2008, junto con Luis Miguel Pardo, resolvieron el problema 17º de la lista de Smale, consistente en la resolución de ecuaciones polinómicas en tiempo polinomial en el caso promedio. En 2010 fue galardonado con el premio José Luis Rubio de Francia, de la Real Sociedad Matemática Española, para jóvenes investigadores matemáticos.

Ben Gerson, Levi. V. Levi ben Gerson.

Bendixson, Ivar Otto (1861-1935). Matemático sueco. Nació en Estocolmo. Estudió en las Universidades de Uppsala y Estocolmo, donde fue profesor de análisis matemático. Llevó a cabo, tras Poincaré, los estudios más significativos sobre soluciones de las ecuaciones diferenciales de la forma $dy/dx = P(x, y)/Q(x, y)$. Uno de sus resultados principales da un criterio mediante el cual, en ciertas regiones, se demuestra que no existe ninguna trayectoria cerrada. Este teorema, que lleva el nombre de Poincaré y Bendixson, proporciona un criterio positivo para la existencia de una solución periódica de las ecuaciones diferenciales reseñadas: Si P y Q están definidas y son regulares en $-\infty < x, y < \infty$, y si cuando t se aproxima a ∞ , una solución $x(t), y(t)$ permanece dentro de una región acotada del plano (x, y) sin aproximarse a puntos singulares, entonces existe al menos una curva solución cerrada de la ecuación diferencial.

Benedetti, Giovanni Battista (1530-1590). Matemático italiano. Fue ingeniero jefe del duque de Saboya. Como otros matemáticos italianos de la época (Maurolico, Baldi, del Monte), aunque no aportaron contribuciones importantes en matemáticas o física, recibieron el recuerdo agradecido de

Galileo cuando les llamó generosamente “sus maestros”. Benedetti se propuso realizar todas las construcciones de Euclides, con una regla y un compás de abertura fija (1553). En su obra *Diversas especulaciones matemáticas y físicas* (1580), aparecen junto a una perspectiva y una mecánica geométrica, diferentes cuestiones de geometría elemental.

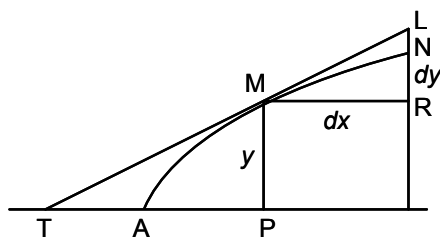
Benot y Rodríguez, Eduardo (1822-1907). Escritor, político y matemático español. Nació en Cádiz. Profesor del Colegio de San Felipe Neri. Colaboró con la Institución Libre de Enseñanza. Publicó diversas obras de lingüística, didáctica, teatro, etc., y científicas. Entre éstas: *Aritmética general* (1895), *Sistema métrico, complemento a la aritmética general* (1895-1900), *Movilización de la fuerza del mar* (1881).

Bentabol y Ureta, Horacio (m. 1928). Ingeniero de minas, abogado y periodista español. Colaboró en la revista *El progreso matemático*, donde escribió artículos como *Integrales definidas* (1892). Publicó *Observaciones contradictorias a la teoría de la relatividad del Profesor Albert Einstein* (1925).

Berkeley, George (1685-1753). Filósofo y obispo irlandés. Nació cerca de Dysert Castle (Kilkenny). Estudió en Kilkenny College (1696) y en el Trinity College de Dublín (1700), donde se graduó (1704), siendo elegido “fellow” en 1707. Recibió las órdenes sagradas en 1710. Realizó varios viajes a Italia. Fue nombrado deán de Derry en 1724. Tras su matrimonio (1728) viajó a América, donde compró un terreno y edificó una casa en Newport, donde predicó. Volvió a Londres (1731) y fue consagrado obispo en 1734.

Escribió *El analista* (1734), cuyo subtítulo es: “Discurso dirigido a un matemático infiel, donde se examina si el objeto, principios e inferencias del análisis moderno son concebidos más claramente o son deducidos con mayor evidencia que los misterios de la religión y de los asuntos de la fe. Saca en primer lugar la viga de tu propio ojo y entonces podrás ver claramente para sacar la mota del ojo de tu hermano”. El matemático infiel era Edmund Halley, que era un librepensador activo, pues por el hecho de ser un reputado gran matemático y por eso un maestro de la razón, utilizaba indebidamente su autoridad opinando y decidiendo sobre cuestiones ajenas a su incumbencia y conocimientos, pues un enfermo amigo de Berkeley rechazó el consuelo espiritual porque Halley lo había convencido de que la doctrina cristiana era insostenible. Berkeley, que era un hábil polemista, se dirige entonces hacia los objetos mismos de la ciencia que Halley profesa, mostrando triunfalmente que quienes se quejan sin razón de la incomprendibilidad científica de la religión, aceptan una ciencia que en su raíz misma es incomprendible y cuyas conclusiones se apoyan en raciocinios que la lógica no acepta. Si bien la finalidad de Berkeley no es tanto criticar los nuevos métodos como vindicar los misterios de la fe, la crítica contra aquellos métodos es pertinente, aguda, incisiva. En efecto, los nuevos métodos que daban origen al cálculo infinitesimal, estaban envueltos en principios oscuros, vagos y contradictorios. Acertadamente Berkeley critica esos “incrementos evanescentes”, esos “momentos” que no son cero pero que luego se anulan y que califica de “fantasmas de cantidades desaparecidas”, aquellas fluxiones de fluxiones, aquellos infinitamente pequeños de infinitamente pequeños, etc. En palabras del mismo Berkeley: “¿Y qué son estas fluxiones? Las velocidades de incrementos evanescentes. ¿Y qué son estos mismos incrementos evanescentes? No son ni cantidades finitas ni cantidades infinitamente pequeñas, ni tampoco se reducen a la nada. ¿No podríamos llamarlos los fantasmas de cantidades desaparecidas?”. En sus críticas, en las que esgrimía hábilmente el principio de contradicción, envuelve no sólo a los principios del nuevo algoritmo, sino a las demostraciones mismas que los matemáticos empleaban en él. Así dice también: “Y así pasa que los matemáticos de este tiempo actúan como hombres de ciencia, empleando mucho más esfuerzo en aplicar sus principios que en comprenderlos”. Al criticar la segunda diferencial $d(dx)$ por ser la derivación de una cantidad, dx , ya por sí misma poco menos que imperceptible, escribe: “En cualquier otra ciencia los hombres demuestran las conclusiones a partir de los principios y no los principios a partir de las conclusiones”. La incisiva crítica de Berkeley era, desde el punto de vista técnico, inobjetable y se explica entonces la impresión que causó entre los mismos matemáticos. Es en cambio muy objetable su doctrina de “compensación de errores”, en la que se embarcó Berkeley, impresionado sin duda por el aparentemente paradójico hecho de que fundándose sobre principios y demostraciones tan deleznales, los nuevos métodos lograran resultados exactos, como lo comprobaba el extraordinario triunfo de la mecánica newtoniana. En esta teoría de compensación de errores, Berkeley no se encuentra solo, pues

más tarde fue adoptada por buenos matemáticos. En el siguiente ejemplo sobre el caso de la parábola de fórmula $y^2 = 2px$, se expone el razonamiento de Berkeley (V. dibujo). Sea el arco de parábola AMN , siendo A su punto de intersección con el eje de abscisas, M un punto de coordenadas x,y . Sea P el punto en que se proyecta M sobre el eje de abscisas. La tangente en M corta en T al eje de abscisas, siendo la subtangente $PT = t$. Siendo N un punto de la parábola infinitamente cercano a M , el triángulo



característico es MNR , siendo $MR = dx$, $NR = dy$. Se tiene la proporción $t:y = dx:RL$, siendo L el punto en que NR corta a la tangente, luego $RL = RN + NL = dy + a$; por tanto al tomar, como hace el cálculo infinitesimal, $PT = y \, dx:dy$, se sustituye $dy + a$ por dy , cometiendo un error por defecto por ser $a > 0$. Por otra parte, si se calcula dy partiendo de la ecuación $y^2 = 2px$, se tiene: $(y + dy)^2 = 2p(x + dx)$, de donde $dy = p \, dx/y - (dy)^2/2y$, luego al tomar el cálculo infinitesimal el valor $p \, dx/y$, se comete un segundo error, pero ahora por exceso, igual a $-(dy)^2/2y$. Berkeley dice que este error es igual y de signo contrario al anterior, luego ahí está la “compensación de errores”. Resumiendo, Berkeley dice que se toman por semejantes triángulos que no lo son, mientras que por otro lado se toma por tangente la recta secante. Por supuesto que no existe tal compensación de errores, sino que en aquel tiempo, no se había establecido claramente la distinción entre el incremento Δy y la diferencial dy , de ahí que esta confusión trajera aparejada la errónea idea de Berkeley sobre la compensación de errores. Quizá desde el punto de vista técnico la parte más interesante de *El Analista* sea un apéndice con 67 cuestiones sobre el cero y el infinito, sobre la divisibilidad infinita, sobre el carácter metafísico del tiempo, el espacio y el movimiento absolutos, etc. Jurin (V. esta reseña) replicó a Berkeley defendiendo a Newton, como también lo hicieron Robins y Maclaurin. Berkeley respondió a Jurin en su escrito *Defensa del pensamiento libre en matemáticas* (1735), afirmando que Jurin estaba tratando de defender lo que no comprendía. Las críticas de Berkeley se hicieron sentir en forma más o menos visible en todos los matemáticos ingleses, contemporáneos o inmediatos sucesores de Newton. Escribió, entre otras obras, *Aritmética* (1707), *Miscelánea matemática* (1707), *Ensayo sobre una nueva teoría de la visión* (1709), *Tratado sobre los principios del conocimiento humano* (1710), *Tres diálogos* (1713), *Obediencia pasiva* (1712), *Sobre el movimiento* (1721), *Ensayo para prevenir la ruina de Gran Bretaña* (1721), *Discurso dirigido a los magistrados y autoridades* (1738), *El preguntador* (1735-1737), sobre economía y *Siris* (1744), sobre las virtudes del agua de alquitrán y sobre algunos conceptos filosóficos.

Bernal, John Desmond (1901-1971). Físico y cristalógrafo irlandés. Nació en Nenagh (Tipperary). Profesor de física (1938-1963) y de cristalografía (1963-1968) en la Universidad de Londres. Realizó importantes contribuciones a la cristalografía con rayos X. Publicó en 1959 su obra *Estudio geométrico de la estructura de los líquidos*.

Bernays, Paul Isaak (1888-1977). Lógico y matemático suizo. Nació en Londres. Se doctoró en la Universidad de Gotinga (1912). Fue profesor en la Universidad de Zúrich (1912-1917), en la de Gotinga (1917-1933) y en la Escuela Politécnica de Zúrich (1934-1959). Discípulo de Hilbert, escribió con éste *Los fundamentos de la matemática* (1934). Trabajó, junto con Hilbert, Ackermann y Neumann en el desarrollo de la teoría de la demostración, o metamatemática, que pretendía establecer la consistencia de un sistema formal. Escribió una serie de artículos desarrollando la teoría axiomática de conjuntos, entre 1937 y 1954, de los que los principales se publicaron con el título *Teoría axiomática de los conjuntos* (1958).

Bernkopf, Michael (h. 1966). Escribió el artículo *Desarrollo de los espacios de funciones con referencia particular a sus orígenes en la teoría de las ecuaciones integrales* (1966), donde realiza una exposición clara y detallada de la formación y crecimiento de la teoría de espacios de funciones

según la obra de Hilbert y de Fréchet. Publicó *Historia de las matrices infinitas* (1967), *Matemáticas, una apreciación. Manual del instructor*.

Bernoulli. Familia de matemáticos y científicos de origen holandés (Amberes, Países Bajos españoles), residente en Basilea (Suiza). Durante los siglos XVII, XVIII y XIX, esta familia proporcionó más de una docena de matemáticos. Destacaron entre ellos: Jacob (I) (1654-1705), hijo de Nicolaus (1623-1708), hermano de Nicolaus (I) y de Johann (I), doctor en filosofía, destacó en cálculo, probabilidades y mecánica (V. más abajo su reseña); Johann (I) (1667-1748), hijo de Nicolaus, hermano de Jacob (I) y de Nicolaus (I), doctor en medicina, destacó en cálculo, ecuaciones diferenciales y mecánica (V. más abajo su reseña); Nicolaus (I), hermano de Jacob (I) y de Johann (I); Nicolaus (II) (1687-1759), hijo de Nicolaus (I) (1662-1716) y sobrino de Jacob (I) y de Johann (I), doctor en derecho, destacó en probabilidades y cálculo (V. más abajo su reseña); Nicolaus (III), (1695-1726), hijo de Johann (I), doctor en derecho, destacó en ecuaciones diferenciales y mecánica (V. más abajo su reseña); Daniel (I) (1700-1782), hijo de Johann (I), doctor en medicina, destacó en ecuaciones diferenciales, mecánica e hidrodinámica (V. más abajo su reseña); Johann (II) (1710-1790), hijo de Johann (I), doctor en derecho, profesor de matemáticas en Basilea, destacó en ecuaciones diferenciales y física; Johann (III) (1746-1807), hijo de Johan (II), doctor en derecho, profesor de matemáticas en la Academia de Berlín a la temprana edad de 19 años, destacó en probabilidades y astronomía; Daniel (II) (1751-1834), hijo de Johann (II); Jacob (II) (1759-1789), hijo de Johann (II), doctor en derecho, destacó en mecánica y ecuaciones diferenciales; Christoph (1782-1863), hijo de Daniel (II); Johann Gustav (1811-1863), hijo de Christoph. Seguidamente se presentan sus principales reseñas.

Nota: Se señalan, tanto aquí como a lo largo de esta obra, con sucesivos numerales romanos los miembros de igual nombre de esta familia para poder distinguirlos más fácilmente.

Bernoulli, Daniel (I) (1700-1782). Matemático holandés-suizo. Nacido en Groninga. Estudió en las universidades de Heidelberg, Estrasburgo y Basilea. Doctor en medicina (1721). Hijo de Johann (I), hermano de Nicolaus (III) y de Johann (II). A partir de 1705 vivió en Basilea, exceptuando su estancia en Venecia (1723-1724) y los ocho años que pasó en San Petersburgo (1725-1733), donde fue profesor de matemáticas en la Academia de Ciencias. De 1733 a 1776, fue profesor en la Universidad de Basilea, primero de botánica y anatomía, y luego de metafísica y filosofía natural. Destacó en ecuaciones diferenciales, mecánica e hidrodinámica.

Dio un impulso considerable el cálculo de probabilidades, introduciendo el concepto de “esperanza moral”, distinguiéndola de la “esperanza matemática”, y también distinguiendo entre “fortuna moral” y “fortuna física”, suponiendo que un pequeño incremento en los medios materiales de una persona produce un incremento de la satisfacción que es inversamente proporcional a dichos medios, según la ecuación $dm = k dp/p$, donde m es la fortuna moral, p la fortuna física y k una constante.

Estudió la aplicación de la teoría de probabilidades a los negocios, a la medicina y a la astronomía. Por ejemplo, en 1734 compartió con su padre un premio convocado por la Académie des Sciences de París sobre la aplicación de la teoría de las probabilidades al estudio de las inclinaciones de las órbitas planetarias, y en 1760 presentó otro trabajo sobre la aplicación de esta teoría a la cuestión de las ventajas que representa la vacunación contra la viruela. Junto con su hermano Nicolaus (III) (V. esta reseña) plantearon el problema llamado de San Petersburgo. Encontró la solución en forma de serie trigonométrica al problema de las cuerdas vibrantes. Este problema se presenta como una ecuación con derivadas parciales de segundo orden de la forma $\partial^2 u / \partial t^2 = a^2 \partial^2 u / \partial x^2$, que mediante la transformación $at = y$ se convierte en $\partial^2 u / \partial y^2 = \partial^2 u / \partial x^2$, siendo la solución general encontrada por Daniel (I) Bernoulli una suma de términos de la forma $a_n \sin(n\pi x/l) \cos(n\pi t/l)$, siendo $n=1, 2, 3, \dots$, a la que llegó generalizando una solución particular dada por Taylor. Llevó a cabo varias ampliaciones a la solución de Riccati para la ecuación diferencial $dy/dx + ay^2 = bx^\alpha$ (ecuación de Riccati), estableciendo que esta ecuación se integra mediante funciones elementales si $\alpha = -2$, o si $\alpha = 4k/(2k-1)$, donde k es un número entero. Aplicó un procedimiento, fundado en las series recurrentes, para determinar la raíz de mayor valor absoluto de una ecuación. Halló el límite que hoy se designa con la letra e .

Trató la cuestión de la cuerda vibrante en su artículo *Teoremas sobre oscilaciones de cuerpos conectados por un hilo flexible y de una cadena verticalmente suspendida* (1733), escrito en San Petersburgo. Comienza en este artículo con la cadena suspendida de su extremo superior, sin peso pero cargada con pesos igualmente espaciados, y encuentra que, cuando la cadena se pone a vibrar, el sistema tiene distintos modos de (pequeña) oscilación alrededor de una línea vertical que pasa por el

punto de suspensión. Cada uno de estos modos tiene su propia frecuencia característica (en el caso de n masas, cada masa tiene su propio movimiento, suma de n términos sinusoidales, teniendo cada uno de ellos una de las frecuencias características; el sistema completo tiene n modos principales diferentes, cada uno de ellos con una de las frecuencias características, dependiendo de las condiciones iniciales cuáles de éstas están presentes). Luego establece, para una cadena en suspensión que oscila, de densidad uniforme y de longitud l , que el desplazamiento y a una distancia x del extremo inferior satisface la ecuación $\alpha d(x dy/dx)/dx + y = 0$, y que la solución es una serie infinita que, en notación actual, se puede expresar como $y = AJ_0(2(x/\alpha)^{1/2})$, donde J_0 es la función de Bessel (de primera especie) de índice 0; además α es tal que $J_0(2(l/\alpha)^{1/2})=0$.

Bernoulli afirma que esta última ecuación tiene infinitas raíces, que son decrecientes y se aproximan a 0, y da el valor máximo de α ; para cada α hay un modo de oscilación y una frecuencia característica, y dice: “Ni tampoco sería difícil derivar de esta teoría una teoría de cuerdas musicales que concuerde con la elaborada por Taylor y mi padre... Los experimentos muestran que en las cuerdas musicales hay intersecciones (nodos) semejantes a los de las cadenas que vibran”. En este artículo trata también de la cadena oscilante de grosor no uniforme, introduciendo en este caso la ecuación diferencial $\alpha d(g(x)dy/dx)/dx + y dg(x)/dx = 0$, donde $g(x)$ es la distribución de peso a lo largo de la cadena. Para $g(x) = x^2/l^2$, obtiene una solución en serie que, en notación actual, sería: $y=2A(2x/\alpha)^{-1/2}J_1(2(2x/\alpha)^{1/2})$, siendo J_1 la función de Bessel de primera especie de índice 1, cumpliéndose que $J_1(2(2l/\alpha)^{1/2}) = 0$. En un artículo de 1740, sobre la oscilación de una cuerda vertical flexible cargada con pesos, observó: “Análogamente, una cuerda musical tensa puede producir sus vibraciones isócronas de muchas maneras, incluso, de acuerdo con la teoría, de infinitas maneras..., y además en cada momento emite una nota superior o inferior. El primer y más natural modo tiene lugar cuando la cuerda produce en sus oscilaciones un solo arco; se produce entonces la oscilación más lenta y se emite el tono más bajo de entre todos los posibles, fundamental respecto al resto. El siguiente modo exige que la cuerda produzca dos arcos a lados opuestos (de la posición de equilibrio de la cuerda) siendo entonces la oscilación el doble de rápida y emitiéndose ahora la octava del sonido fundamental”. En una carta de 1742 dirigida a Euler, le propuso encontrar el contorno de una cuerda elástica sujeta a presión en ambos extremos, suponiendo que el cuadrado de la curvatura a lo largo de la curva con la varilla doblada, esto es, $\int_0^L ds/R^2$, donde s es el arco de longitud L , y R el radio de curvatura, es un mínimo. Esta condición implica suponer que la energía potencial almacenada en la forma tomada por la varilla es mínima. En un artículo sobre las vibraciones de una barra y los sonidos que emite, indicó los distintos modos en que la barra puede vibrar y afirmó que el sonido fundamental y el armónico superior pueden coexistir, deduciendo con argumentos físicos, que cualquier movimiento correspondiente a una curva inicial, no es más que una suma de modos periódicos sinusoidales, y la combinación tiene la frecuencia del modo fundamental. Se trata de la primera afirmación de la coexistencia de oscilaciones armónicas pequeñas, basando esta afirmación en su comprensión física de cómo pueden comportarse la barra y los sonidos. En un artículo de 1753, Bernoulli afirmaba: “Mi conclusión es que todos los cuerpos sonoros incluyen una infinidad de sonidos con una correspondiente infinidad de vibraciones regulares... Pero no es de esta multitud de sonidos de la que los señores D’Alembert y Euler dicen hablar... Cada clase (cada modo fundamental generado por una curva inicial) se multiplica un número infinito de veces para ajustar a cada intervalo un número infinito de curvas, de modo que cada punto comienza y termina en el mismo instante estas vibraciones mientras que, de acuerdo con la teoría del señor Taylor, cada intervalo entre cada dos nodos adoptará la forma de la asociada de la curva cicloide (la función seno) muy alargada. Señalemos además que la cuerda no puede vibrar sólo conforme a la primera figura (modo fundamental) o a la segunda (segundo armónico) o a la tercera, y así hasta el infinito, sino que podrá hacerlo según una combinación de esas vibraciones entre todas las combinaciones posibles, y que todas las nuevas curvas dadas por D’Alembert y Euler son únicamente combinaciones de las vibraciones de Taylor”. La discusión entre Bernoulli, D’Alembert y Euler, a la que se unió después Lagrange, continuó durante una década sin que se alcanzase un acuerdo: la esencia del problema era la amplitud de la clase de funciones que se podían representar por una serie de senos, o por, más generalmente, una serie de Fourier.

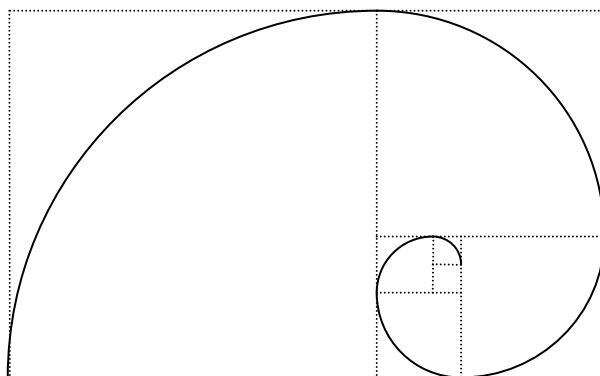
Bernoulli inició el estudio de los sonidos emitidos por instrumentos musicales que utilizan el movimiento del aire. En una publicación de 1762, demostró que no puede darse condensación de aire en el extremo abierto de un tubo cilíndrico (un tubo de órgano). En un extremo cerrado, las partículas de aire han de estar en reposo, de lo que dedujo que un tubo cerrado o abierto en ambos extremos tiene

el mismo modo fundamental que un tubo la mitad de largo, pero abierto en un extremo y cerrado en el otro. Descubrió también el teorema de que para tubos de órgano cerrados las frecuencias de los armónicos son múltiplos impares de la frecuencia de tono fundamental. También en el mismo artículo, consideró tubos cónicos, para los que obtuvo expresiones para los tonos (modos) individuales, reconociendo que sólo eran válidos para los conos infinitos, pero no para los truncados.

Bernoulli resolvió el problema del desplazamiento transversal de una barra elástica (unidimensional) fija en un extremo y libre en el otro. Realizó notables trabajos en hidrodinámica, como por ejemplo, sobre el flujo de las mareas (trabajo con el que ganó un premio) y sobre la aplicación de la teoría del movimiento de los líquidos al flujo de la sangre en los vasos sanguíneos. En su libro *Hidrodinámica* (1738), que es el primer texto importante en este campo, incluyó un capítulo sobre la teoría mecánica del calor (en tanto que opuesta a la consideración del calor como una sustancia) y dio muchos resultados sobre la teoría de gases. En este libro expuso la idea de que una fuerza puede derivar de una “función potencial” (este término es suyo). Aplicó los métodos analíticos para tratar el movimiento de los planetas, escribiendo un artículo sobre el problema de los dos cuerpos. Descubrió antes de 1760, mediante trabajos experimentales, la ley de atracción de cargas eléctricas estáticas, ley que habitualmente se atribuye a Coulomb. Escribió también *Ejercicios de matemáticas* (1723-1724).

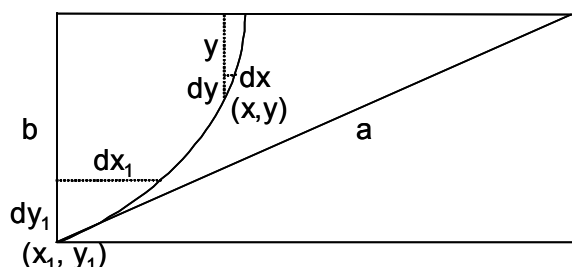
Bernoulli, Jacob (I) (1654-1705). Matemático suizo. Nació y murió en Basilea. Hijo de Nicolaus, hermano de Nicolaus (I) y de Johann (I). Estudió en Basilea filosofía y teología, con vistas al sacerdocio, obteniendo el doctorado en filosofía. Se orientó finalmente hacia las matemáticas de forma autodidacta, por lo que maduró lentamente en ellas, destacando en cálculo, probabilidades y mecánica. Viajó mucho para mantener contactos con sabios de otros países (mantuvo constante correspondencia con Leibniz, Huygens y otros matemáticos). Enseñó a partir de 1683 en la Universidad de Basilea, donde desde 1686 fue profesor de matemáticas, siendo alumno suyo Paul Euler, padre de Leonhard Euler, y donde se interesó también por la astronomía. Su interés por el cálculo infinitesimal se lo despertaron las obras de Wallis y de Barrow. Posteriormente, los artículos de Leibniz de 1684-1686 le permitieron dominar los nuevos métodos, aunque no llegó a comprender completamente el trabajo de Leibniz, lo que también ocurrió con otros matemáticos. Aprendió geometría en la obra de Descartes. Su actividad está íntimamente relacionada con la de su hermano Johann (I), con el que mantuvo agrias controversias motivadas principalmente por la actuación poco escrupulosa de Johann (I), que en su afán de adquirir notoriedad se apropiaba de resultados de otros, entre ellos de los de su hermano Jacob (I). Éste, que era muy sensible, reaccionó de forma similar. En la controversia entre Newton y Leibniz, Johann (I) se posicionó de forma muy agresiva en favor de Leibniz, haciéndolo Jacob (I) en favor de Newton, lo que significó que Jacob (I) acabara recelando de Leibniz, pensando que éste era muy arrogante al señalar que había hecho cosas que Jacob (I) pensaba que eran suyas, acabando por convencerse de que Leibniz sólo quería minimizar su trabajo favoreciendo a Johann (I) en las disputas entre los dos hermanos.

Hacia 1690, cuando le sugirió a Leibniz el nombre de “integral”, Jacob (I) estaba publicando sus propios artículos sobre el tema en *Acta Eruditorum*. Su obra matemática se reparte entre los nuevos métodos infinitesimales y el cálculo de probabilidades. En el campo del cálculo infinitesimal publicó un extenso trabajo sobre la teoría de las series, y se ocupó de las propiedades de las curvas, introduciendo el uso sistemático de las coordenadas polares (publicó un artículo al respecto en 1691), que hasta entonces sólo se habían utilizado en el estudio de las espirales.



Estudió la curva cuártica que lleva su nombre y otras curvas como la espiral logarítmica, la curva polizomal, las epicicloides, la espiral de Cornu, la espiral parabólica, hipocicloides, las trocoides, ideó la lemniscata (1694) y la elástica plana. Encontró tan fascinante la espiral logarítmica (en la figura se ha representado una aproximación a la espiral logarítmica por medio de arcos circulares inscritos en sucesivos cuadrados dentro de rectángulos “dorados”, es decir, cuyos lados están en proporción áurea), que se reproduce en su evoluta, en su envolvente, en su cáustica, etc., que lo llevó a imitar el gesto de Arquímedes, pidiendo que se grabara esta curva en su tumba, con la leyenda “Eadem mutata resurgo” (Cambiada, resurjo la misma).

Se le debe la primera resolución con demostración del problema de la “curva descensus aequabilis” propuesto por Leibniz, es decir, de la curva *isócrona* tal que una partícula cae sobre esa curva con movimiento uniforme respecto de la vertical. En este estudio (1690) aparece por primera vez la palabra “integral” con la acepción actual. Para la integración de la isócrona, parte de la siguiente propiedad: A pequeños intervalos iguales de tiempo, es decir, a pequeños descensos verticales iguales, corresponden arcos de curva tales que los cuadrados de los recorridos son proporcionales a las caídas. Por tanto, si se compara un punto variable (x,y) de la curva, cuya altura de caída es y , con un punto fijo (x_1,y_1) de altura de caída b y cuya correspondiente longitud de la tangente es a , se tiene (V. dibujo):



$y/b = (dx^2 + dy^2)/(dx_1^2 + dy_1^2)$; como $(dx_1^2 + dy_1^2)^{1/2} : a = dy : b$, se tiene que, $y : b = (dx^2 + dy^2)/(a^2 dy^2/b^2)$, es decir: $a^2 y dy^2 = b^3 (dx^2 + dy^2)$, luego: $dy(a^2 y - b^3)^{1/2} = b^{3/2} dx$. Jacob (I) concluía que de la igualdad de las diferenciales se deducía la igualdad de las integrales, dando como solución tras integrar, la siguiente ecuación: $2(a^2 y - b^3)^{3/2} = 3a^2 b^{3/2} x$, que corresponde a una parábola semicúbica.

En enconada emulación científica con su hermano Johann (I), fueron propuestos y resueltos numerosos problemas de aplicación de los métodos infinitesimales a la geometría y a la mecánica. En 1691 dedujo la ecuación de la tractriz. Resolvió el problema de la curva de tiempo mínimo (braquistócrona) propuesto por Johann (I) en 1696. Jacob (I) propuso en 1695, la ecuación diferencial que hoy lleva su nombre: $a dy = yp dx + by^n q dx$, donde a y b son constantes, p y q son funciones de x . Su hermano Johann (I), como también Euler, la resolvieron, éste por medio del cambio de variable $z = y^{1-n}$, con lo que redujo la ecuación a una ecuación lineal de primer grado en y e y' . Jacob (I) la resolvió, también en 1696, esencialmente por separación de variables.

El problema de los isoperímetros, propuesto por Jacob (I) y estudiado por ambos hermanos, provocó una agria disputa entre éstos, que continuó entre Johann (I) y otros matemáticos aun después de la muerte de Jacob (I). El problema era bastante complicado, y Jacob (I) ofreció a Johann (I) un premio de 50 ducados si lo resolvía. Johann (I) dio varias soluciones, una de ellas obtenida en 1701 pero todas incorrectas. Jacob (I) dio una solución correcta ese mismo año. En 1718, Johann (I) mejoró la solución de Jacob (I). La forma original de este problema era la siguiente: Entre todas las líneas de igual perímetro y que tienen los mismos extremos, determinar aquella tal que cierta función de sus ordenadas tenga área máxima o mínima. Analíticamente, el problema isoperimétrico básico se formula de la siguiente forma: Las curvas se representan paramétricamente por $x = x(t)$, $y = y(t)$, $t_1 \leq t \leq t_2$, y como son curvas cerradas, $x(t_1) = x(t_2)$, $y(t_1) = y(t_2)$, y ninguna curva debe cortarse a sí misma, la longitud $L = \int_{t_1, t_2} ((x')^2 + (y')^2)^{1/2} dt$, es una constante dada. Luego la integral que representa el área, $J = \int_{t_1, t_2} (xy' - x'y) dt$, ha de tener un máximo. Este problema junto con los de la braquistócrona, el de la superficie mínima de revolución y varios otros, estudiados en violenta competencia y resueltos por uno u otro de los apasionados hermanos, dieron origen a la disciplina matemática hoy conocida como “cálculo de variaciones”.

En 1691, tanto Jacob (I) como Johann (I) dieron la fórmula del radio de curvatura de una curva. Jacob (I) llamó a este resultado el “teorema áureo”, escribiéndolo como $z = dx ds : ddy = dy ds : ddx$, donde z es el radio de curvatura (también dio la fórmula en coordenadas polares). También en 1691, Jacob (I)

se planteó el problema de la forma de una vela bajo la presión del viento, el problema de la *velaria*, lo que le llevó a la ecuación de segundo grado $d^2x/ds^2 = (dy/ds)^2$, donde s es la longitud del arco (Johann (I) estableció que este problema es matemáticamente el mismo que el problema de la catenaria). Con su hermano Johann (I), Jacob (I) resolvió el problema de las trayectorias ortogonales de una familia de curvas, resolviendo el problema de las geodésicas sobre cilindros, conos y superficies de revolución (1698).

La obra más importante de Jacob (I) es *Ars conjectandi* (póstuma, 1713), donde expuso la teoría combinatoria y sus aplicaciones, y la ley de los grandes números, con lo que el cálculo de probabilidades adquiere autonomía científica. Esta obra consta de cuatro partes. En la primera se reproduce, con valiosos comentarios, la obra de Huygens sobre probabilidades. La segunda es un tratado de combinatoria en la que aparece la expresión, deducida inductivamente partiendo de la suma de los números combinatorios de igual denominador, de la suma de las diez primeras potencias de los primeros n números naturales, utilizando los coeficientes hoy llamados de Bernoulli ($B_2 = 1/6$, $B_4 = -1/30$, $B_6 = 1/42$, $B_8 = -1/30$, $B_{10} = 5/66, \dots$), alguna de cuyas propiedades estudia, entre ellas la relación de recurrencia que permite calcular esos coeficientes. En conexión con el desarrollo de $(1 + 1/n)^{1/n}$, propuso el problema del interés continuo, es decir, el de hallar $\lim (1 + 1/n)^n$ para $n \rightarrow \infty$. En la tercera parte se refiere a los juegos de azar. En la cuarta, incompleta, aplica la teoría anterior a “cuestiones civiles, morales y económicas”, y en la que aparece el llamado “teorema de Bernoulli”, que dice que si p es la probabilidad de un suceso y q es la probabilidad de que este suceso no se dé, entonces la probabilidad de que este suceso se dé al menos m veces en n intentos es la suma de los términos del desarrollo de $(p+q)^n$ desde p^n hasta el término que contiene $p^m q^{n-m}$, apareciendo también la llamada “ley de los grandes números”. Como apéndice a esta obra aparece una larga memoria sobre series. Comienza con la serie $N = a/c + a/2c + a/3c + \dots$, luego: $N - a/c = a/2c + \dots$. Restando estas igualdades, se tiene: $a/c = a/2c + a/2 \cdot 3c + a/3 \cdot 4c + \dots$, resultado correcto, pero que está incorrectamente deducido porque la serie original es divergente. Él mismo afirma que el procedimiento es discutible y que no ha de usarse sin cierta prudencia. Considera después la serie armónica ordinaria y demuestra que su suma es infinito. Para ello, toma los siguientes términos $1/(n+1) + 1/(n+2) + \dots + 1/n^2$, afirmando que su suma es mayor que $(n^2 - n) \cdot (1/n^2)$, ya que son $n^2 - n$ términos, y cada uno de ellos vale al menos tanto como el último. Pero $(n^2 - n) \cdot (1/n^2) = 1 - 1/n$, con lo que, si se añade $1/n$ a los términos tomados, resulta $1/n + 1/(n+1) + 1/(n+2) + \dots + 1/n^2 > 1$. Así pues, afirma, se pueden formar grupos de términos cuya suma es mayor que 1, y por consiguiente se puede obtener un número finito de términos cuya suma sea tan grande como se quiera; en consecuencia, la suma de la serie completa ha de ser infinita. Por tanto, la suma de una serie cuyo “último” término se anula, puede ser infinito, contra lo que él opinaba anteriormente y lo que opinaban muchos de los matemáticos del siglo XVIII, incluido Lagrange.

Realiza seguidamente, otros estudios sobre series, con escaso rigor. Por ejemplo, de la fórmula de las progresiones geométricas se tiene que: $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots = 2$. Tomando $1/3$ de ambos miembros, se tiene: $1/3 + 1/6 + 1/12 + \dots = 2/3$; si se toma $1/5$, queda: $1/5 + 1/10 + 1/20 + \dots = 2/5$, y así sucesivamente; la suma de los miembros de la izquierda, que es la serie armónica completa, será igual a la suma de los miembros de la derecha, o sea: $1 + 1/2 + 1/3 + \dots = 2 + 2/3 + 2/5 + \dots = 2(1 + 1/3 + 1/5 + \dots)$. Luego la suma de los términos impares es la mitad de la suma de la serie armónica, de donde obtiene que: $1 + 1/3 + 1/5 + \dots = 1/2 + 1/4 + \dots$, resultado erróneo. Luego, pasa a realizar el siguiente estudio: $1/(m+n) = 1/m (1 + n/m)^{-1} = 1/m - n/m^2 + n^2/m^3 - n^3/m^4 + \dots$, de donde, cuando $n = m$, obtiene que: $1/2m = 1/m - 1/m + 1/m + \dots$, lo que describe como una paradoja nada inelegante. Además, haciendo $m = 1$, se obtiene la serie $1/2 = 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$, serie que provocó la mayor discusión y controversia. Otro de los resultados que obtiene se refiere a la serie de recíprocos de las potencias n -ésimas de los números naturales, o sea, la serie $1 + 1/2^n + 1/3^n + 1/4^n + \dots$, probando que la suma de los términos de lugar impar es a la suma de los términos de lugar par como $2^n - 1$ es a 1, lo que es correcto para $n \geq 2$, pero no dudó en aplicarlo al caso $n = 1$ y $n = 1/2$, resultado este último que encontró paradójico. Otro resultado que obtiene se refiere a la suma de la serie $1/1^{1/2} + 1/2^{1/2} + 1/3^{1/2} + 1/4^{1/2} + \dots$, afirmando que es infinito, porque cada término, a partir del segundo, es mayor que el correspondiente de la serie armónica, utilizando con acierto el criterio de comparación.

Bernoulli, Johann (I) (1667-1748). Matemático suizo. Nació en Basilea. Hijo de Nicolaus, hermano de Jacob (I) y de Nicolaus (I). Destacó en cálculo, ecuaciones diferenciales y mecánica. Estudió

medicina en la Universidad de Basilea. Su tesis doctoral (1690) versó sobre la efervescencia y la fermentación, pero al año siguiente se interesó tan a fondo en el cálculo que durante los años 1691 y 1692, escribió dos pequeños libros de texto sobre el cálculo diferencial e integral, aunque ninguno de los dos se publicó hasta mucho más tarde (la parte del cálculo integral se publicó en 1742, y la correspondiente al cálculo diferencial, en 1924).

Tras el hallazgo en el s. XX de los apuntes de las lecciones que impartió y sobre todo de la enseñanza que por correspondencia mantuvo con L'Hôpital, se ha comprobado que el libro de éste, *Análisis de los infinitésimos para la comprensión de las líneas curvas* (1696), sólo comprende las lecciones de Johann (I) (durante la estancia de Johann (I) en París en 1692, fue maestro de L'Hôpital, con el que firmó un pacto según el cual, a cambio de un salario regular, Johann (I) se comprometía a enviar a L'Hôpital sus descubrimientos en matemáticas para que éste los utilizase a su voluntad). Las lecciones correspondientes al cálculo diferencial, comienzan con los siguientes dos postulados: 1) Una cantidad que decrece o aumenta en una cantidad infinitamente pequeña, ni se incrementa ni disminuye. 2) Toda línea curva consta de infinitas líneas rectas, que son infinitamente pequeñas. En su razonamiento, Johann (I) sigue a Leibniz, y como éste, utiliza vagas analogías para explicar lo que son las diferenciales, que él sigue llamando diferencias. Así dice, las cantidades infinitamente grandes son como distancias astronómicas y las infinitamente pequeñas son como animalillos descubiertos en el microscopio. En estas lecciones aparecen los términos de abscisa (“la coupée”) y de círculo osculador (“cercle baisant”), así como la célebre regla, que lleva el nombre de L'Hôpital, para el cálculo del límite al que se aproxima una fracción cuyos numerador y denominador tienden a cero, y cuya paternidad reivindicó Johann (I) después de la muerte de L'Hôpital acaecida en 1704, reivindicación que no tuvo éxito. Esta regla está expuesta en forma geométrica. Si y y z son dos funciones, ambas positivas, que se anulan simultáneamente para cierto valor de la variable, sus gráficas se cortarán en el eje en un punto P tal que en las proximidades de dicho punto el valor del cociente es próximo al del cociente de las diferencias dy y dz , cociente que da el valor de la función y/z en su punto M de igual abscisa que P . Las lecciones referentes al cálculo integral, que no fueron publicadas por L'Hôpital porque entendió que Johann (I) lo iba a hacer, habrían sido el primer tratado sistemático sobre cálculo integral. Johann (I) trata a la integral como inversa de la diferencial, de modo que si $dy = f'(x) dx$, entonces $y = f(x)$. Define como objeto del cálculo integral, el encontrar, a partir de una relación dada entre diferenciales de variables, la relación existente entre las variables.

En estas lecciones se exponen todos los conocimientos de la época al respecto: integración de potencias o de series de potencias, cuadraturas, rectificaciones, ecuaciones diferenciales y aplicaciones geométricas y mecánicas, apareciendo la constante de integración y los métodos de integración por sustitución de variables y por descomposición en fracciones simples,

En 1695, Johann (I) aceptó la cátedra de matemáticas en la Universidad de Groninga. A la muerte de su hermano Jacob (I) (1705), Johann (I) ocupó su cátedra de matemáticas en Basilea. Johann (I) fue un excelente maestro y un investigador incansable. En una carta dirigida a Euler, le dijo: “Yo presento el análisis superior como se encontraba en su niñez, pero usted lo está llevando a su madurez”. Mantuvo una intensa correspondencia con Leibniz, adhiriéndose a la causa de éste contra Newton con una gran agresividad. Se opuso a la teoría de la gravedad de Newton, llegando a decir que era “repugnante a las mentes acostumbradas a no aceptar ningún principio en física que no fuera incontestable y evidente”. Además de su labor como físico-matemático, se le deben numerosas contribuciones matemáticas, muchas en colaboración, o mejor en oposición, a su hermano Jacob (I) (V. la reseña de éste) y hasta a su hijo Daniel (I) (con su hermano mantuvo una agria controversia, fruto en gran medida de su particular falta de tacto; su carácter celoso le llevó a expulsar de su casa a su hijo Daniel (I) por haber ganado un premio de la Académie des Sciences de París, al que él también había optado). Las contribuciones de Johann (I) a las matemáticas se refieren especialmente a la teoría de series y a la aplicación de éstas al cálculo integral y a las ecuaciones diferenciales. En cuanto a las técnicas de integración, publicó en 1702 que $\int \frac{a^2}{(a^2 - x^2)} dx = \int \frac{a}{2} \left(\frac{1}{(a+x)} + \frac{1}{(a-x)} \right) dx$, lo que permite una integración inmediata. Aplicó este método a la integral $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$, que como los factores lineales del denominador pueden ser complejos, lleva a integrales de la forma $\int \frac{dx}{cx + d}$, en las que d , al menos, es un número complejo, por lo que en la integración intervienen los logaritmos de números complejos, que Johann (I) empleó repetidamente. En un artículo, también de 1702, señalaba que, del mismo modo que $dz/(b^2 - z^2)$ se transforma por medio de la sustitución $z = b(t - 1)/(t + 1)$, en $dt/2bt$, la diferencial $dz/(b^2 + z^2)$ se transforma por la sustitución $z = ib(t - 1)/(t + 1)$ en $-dt/2ibt$ (aquí

se utiliza el símbolo actual $i = (-1)^{1/2}$, que Johann (I) no conocía, y que ésta última es la diferencial del logaritmo de un número complejo. Como la integral original conduce también a la función arco tangente, Johann (I) estableció la relación existente entre las funciones trigonométricas inversas y los logaritmos de números imaginarios, descubriendo la relación $\arctg z = 1/i \cdot \ln[(1 + iz) \cdot (1 - iz)]^{1/2}$.

Durante los años 1712 y 1713 se produjo una viva polémica sobre la naturaleza de los logaritmos de números negativos y de números complejos, entre Leibniz y Johann (I), en la que posteriormente intervino Euler. Se debe a Johann (I) la cuadratura de funciones de la forma x^x y los métodos del factor integrante y de la separación de variables en la integración de las ecuaciones diferenciales. Para el área definida por la curva $y=x^x$, desde $x=0$ a $x=1$, encontró su representación en forma de la siguiente serie $1/1^2 - 1/2^2 + 1/3^3 - 1/4^4 + \dots$, que obtuvo a partir de la igualdad $x^x = e^{x \ln x}$, desarrollándola por medio de la serie de la función exponencial e integrando término a término por medio de la integración por partes. Un original método de cuadratura por series (1694) dio nacimiento a una serie que es un caso particular de la hoy llamada serie de Taylor de unos veinte años posterior. A veces se designa aquella serie como “serie de Bernoulli”.

Para obtener dicho método de cuadratura, parte de la siguiente identidad (expuesta con la actual simbología): $ydx = ydx + xdy - xdy - x^2 d^2y/1 \cdot 2dx + x^2 d^2y/1 \cdot 2dx - x^3 d^3y/1 \cdot 2 \cdot 3dx^2 + x^3 d^3y/1 \cdot 2 \cdot 3dx^2 - \dots = d(xy) - d(x^2 dy/1 \cdot 2dx) + d(x^3 d^2y/1 \cdot 2 \cdot 3dx^2) - \dots$, que integrada entre 0 y x, da la siguiente expresión: $\int ydx = xy - x^2 dy/1 \cdot 2dx + x^3 d^2y/1 \cdot 2 \cdot 3dx^2 - \dots$, serie con la que puede efectuar cuadraturas conociendo la función y sus diferenciales sucesivas. Si en esta serie se hace $y = f(x)$, se obtiene la siguiente igualdad: $\int_0^x ydy = f(x) - f(0)$, de donde $f(0) = f(x) - xf'(x) + x^2 f''(x)/2 - \dots$, que no es sino la serie de Taylor $f(x+h) = f(x) + hf'(x) + h^2 f''(x)/2! + \dots$, para $h = -x$. Sobre esta serie mantuvo una controversia con los matemáticos ingleses sobre si la serie de Taylor era o no un plagio de su serie, sin saber que Gregory se había anticipado a ambos. También demostró que la suma de la serie armónica es infinito.

Como se ha expuesto al tratar de su hermano Jacob (I), la enconada emulación científica entre ambos hermanos significó que se propusieran y resolvieran numerosos problemas de aplicación de los métodos infinitesimales a la geometría y a la mecánica. En 1696, Johann (I) propuso como un reto a otros matemáticos, el problema de la braquistócrona, consistente en determinar la trayectoria descendente a recorrer por una partícula en el tiempo mínimo desde un punto dado a otro punto situado no directamente debajo de aquél (Galileo lo había formulado y lo había resuelto incorrectamente en 1630 y 1638). Tanto Johann (I) como su hermano Jacob (I), así como Newton, Leibniz y L'Hôpital, encontraron la solución correcta, todas ellas publicadas en 1697. El método seguido por Johann (I) consistía en que la trayectoria de descenso más rápido es la misma que la trayectoria de un rayo de luz en un medio con un índice de refracción adecuadamente seleccionado, $n(x,y) = c(y - a)^{1/2}$. La ley de la refracción en una discontinuidad brusca (ley de Snell) era conocida, por lo que Johann (I) dividió el medio en un número finito de capas con un cambio súbito en el índice de capa en capa, haciendo seguidamente tender a infinito el número de capas. La cicloide era bien conocida desde los trabajos de Huygens sobre el problema del péndulo. Cuando Johann (I) y Jacob (I) encontraron que era también la solución para el problema de la braquistócrona, se sorprendieron, escribiendo Johann (I) en una carta: “Con justicia admiramos a Huygens porque fue el primero en descubrir que una partícula pesada recorre una cicloide en el mismo tiempo, sin importar cuál sea el punto de partida. Pero usted se quedará sorprendido cuando yo diga que esta misma cicloide, la tautócrona de Huygens, es la braquistócrona que hemos estado buscando”.

El problema de los isoperímetros, propuesto por Jacob (I) y estudiado por ambos hermanos, provocó una agria disputa entre estos, que continuó entre Johann (I) y otros matemáticos aun después de la muerte de Jacob (I). El problema era bastante complicado, y Jacob (I) ofreció a Johann (I) un premio de 50 ducados si lo resolvía. La forma original de este problema era la siguiente: Entre todas las líneas de igual perímetro y que tienen los mismos extremos, determinar aquélla tal que cierta función de sus ordenadas tenga área máxima o mínima. Johann (I) dio varias soluciones, una de ellas obtenida en 1701, pero todas incorrectas. Jacob (I) dio una solución correcta ese mismo año. En 1718, Johann (I) mejoró la solución de Jacob (I). Este problema junto con los de la braquistócrona, el de la superficie mínima de revolución y varios otros, estudiados en violenta competencia y resueltos por uno u otro de los apasionados hermanos, dieron origen a la disciplina matemática hoy conocida como “cálculo de variaciones”.

Jacob (I) propuso, y Johann (I) resolvió, la ecuación diferencial que hoy lleva el nombre de Bernoulli: $ady = ypdx + by^q dx$, donde a y b son constantes, y p y q son funciones de x . Para resolver esta

ecuación diferencial, Johann (I) hizo $y = mz$, siendo m y z dos funciones indeterminadas, con lo que obtiene $ady = amdz + azdm = mzpdx + m^n z^n qbdx$. Elige dichas funciones de forma que $amdz = mzpdx$, y por tanto, $adm/m^n = bz^{n-1}qdx$. De la primera de estas dos ecuaciones deduce z que, sustituida en la segunda, permite obtener m . El producto de las dos funciones así obtenidas es y .

En 1691, Johann (I) retomó el estudio de las curvas planas (curva kappa, las epicicloides, la espiral hiperbólica, hipocicloides, la lemniscata que lleva su nombre, la tractriz, las trocoides), y obtuvo algunos resultados nuevos sobre envolventes. Escribió (1691) *Soluciones al problema de la catenaria* (curva llamada así por Leibniz), obteniendo su ecuación diferencial $dy/dx = s/c$, donde s es la longitud de arco y c depende del peso por unidad de longitud de la cuerda; esta ecuación lleva a lo que hoy se escribe como $y = c \cosh(x/c)$.

Johann (I) se sintió orgulloso de haber resuelto el problema de la catenaria y que su hermano Jacob (I), que lo había propuesto, no lo hubiera conseguido. En una carta de 1718 escrita a Pierre Rémond de Montmort, se jacta de ello: “Los esfuerzos de mi hermano no tuvieron éxito; en cuanto a mí, tuve más fortuna, ya que fui capaz (lo digo sin alarde, ¿por qué había de ocultar la verdad?) de resolverlo completamente y reducirlo a la rectificación de la parábola. Es cierto que me costó un esfuerzo que me robó el descanso por una noche entera; supuso mucho para aquellos días y para la escasa edad y práctica que yo tenía entonces, pero a la mañana siguiente, rebosante de alegría, corrí donde mi hermano, que estaba luchando tristemente con este nudo gordiano sin llegar a ninguna parte, pensando todavía, como Galileo, que la catenaria era la parábola. ¡Alto! ¡Alto! le dije, no te tortures más intentando demostrar la identidad de la catenaria con la parábola, pues es completamente falsa; la parábola sirve efectivamente para la construcción de la catenaria, pero las dos curvas son tan diferentes que una es algebraica y la otra trascendente... Pero ahora me asombra usted afirmando que mi hermano descubrió un método para resolver este problema... Le pregunto, ¿cree usted realmente que si mi hermano hubiese resuelto el problema en cuestión hubiese sido tan considerado conmigo como para no figurar entre los que lo resolvieron, únicamente para cederme a mí la gloria de aparecer solo en el escenario en calidad de primero en resolverlo, junto con los señores Huygens y Leibniz?”.

También en 1691, Jacob (I) se planteó el problema de la forma de una vela bajo la presión del viento, el problema de la *velaria*, lo que le llevó a la ecuación de segundo grado $d^2x/ds^2 = (dy/ds)^2$, donde s es la longitud del arco, estableciendo Johann (I) que este problema es matemáticamente el mismo que el problema de la catenaria. En 1691, Johann (I), como también Jacob (I), dieron la fórmula del radio de curvatura de una curva. Durante los años 1691 y 1692, Jacob (I) y Johann (I) resolvieron el problema del perfil que adopta una cuerda que cuelga y que sea flexible, inelástica y de densidad variable, el de una cuerda elástica de grosor constante y el de una cuerda sobre la que se aplica en cada uno de sus puntos una fuerza dirigida a un punto fijo. Johann (I) resolvió también el problema inverso: Dada la ecuación de la curva adoptada por una cuerda inelástica que cuelga, hallar la ley de la variación de la densidad de la cuerda con la longitud del arco. En 1692 obtuvo las ecuaciones de algunas cáusticas, como la cáustica de rayos reflejada desde un espejo esférico cuando un haz de rayos paralelos choca con él. Resolvió el problema propuesto por Fatio de Duillier, consistente en encontrar la envolvente de la familia de parábolas que son trayectorias de balas de cañón disparadas desde un cañón con la misma velocidad inicial, pero con diferentes ángulos de elevación, demostrando que la envolvente es una parábola cuyo foco es el arma (Torricelli lo había solucionado geométricamente). En 1694, Leibniz y Johann (I) introdujeron el problema de encontrar la curva o familia de curvas que cortan con un ángulo dado a una familia de curvas dadas; Johann (I) denominó trayectorias a las curvas secantes, y señaló, partiendo del trabajo de Huygens sobre la luz, que este problema es importante para determinar la trayectoria de los rayos de luz que recorren un medio no uniforme porque dichos rayos cortan ortogonalmente a los llamados frentes de onda de la luz. El problema no se hizo público hasta 1697, cuando Johann (I) se lo planteó como un desafío a Jacob (I), quien lo resolvió en algunos casos especiales; Johann (I) obtuvo la ecuación diferencial de las trayectorias ortogonales a una familia particular de curvas y la resolvió en 1698. Johann (I) planteó (1697) el problema del arco mínimo entre dos puntos en una superficie convexa. Y en 1698 escribió a Leibniz para señalarle que el plano osculador (el plano del círculo osculador) en cualquier punto de una geodésica es perpendicular a la superficie en ese punto. Encontró (1728) las geodésicas de varios tipos de superficies, en las que utilizó las coordenadas en el espacio, tal como se utilizan hoy en día (en una carta a Leibniz de 1715, Johann (I) introdujo los planos de tres coordenadas). Resolvió el problema de determinar el

movimiento de un proyectil en un medio cuya resistencia es proporcional a una potencia de la velocidad, encontrando que su ecuación diferencial es $m dv/dt - kv^n = mg$.

Johann estudió el problema de la cuerda vibrante, considerando en una carta de 1727 a su hijo Daniel (I) y en un artículo de 1728, una cuerda elástica sin peso cargada con n masas iguales e igualmente espaciadas; dedujo la frecuencia fundamental del sistema cuando hay 1, 2, ..., 6 masas (hay otras frecuencias de oscilación del sistema de masas); Johann (I) aplicó el que la fuerza sobre cada masa es $-k$ veces su desplazamiento, y resolvió $d^2x/dt^2 = -kx$, integrando, por tanto, la ecuación del movimiento armónico simple por métodos analíticos; pasó después a la cuerda continua, de la que probó, como Taylor, que ha de tener el perfil de una curva sinusoidal (en todo instante) y calculó la frecuencia fundamental.

Bernoulli, Nicolaus (II) (1687-1759). Matemático suizo. Hijo de Nicolaus (I). Doctor en derecho. Profesor de matemáticas en Padua. Destacó en probabilidades y cálculo. Enunció como axioma el teorema de la permutación del orden de la diferenciación parcial. En 1719 expuso la siguiente igualdad: $(x^4 + a^4) = (a^2 + x^2)^2 - 2a^2x^2 = (a^2 + x^2 + 2^{1/2}ax)(a^2 + x^2 - 2^{1/2}ax)$, de donde se sigue que la función $\ln(x^4 + a^4)$ se puede integrar en términos de funciones trigonométricas o en términos de función logarítmica.

Trató la cuestión de la convergencia de las series infinitas, por ejemplo, en cartas a Euler de 1712 y 1713, donde afirma que la serie $(1+x)^n = 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \dots$ no tiene suma para x negativo y mayor en valor absoluto que 1 si n es fraccionario con denominador par. También observa en dichas cartas, que la serie $(1-x)^{-1/3} = 1 + x/3 + 1 \cdot 4 x^2/3 \cdot 6 + 1 \cdot 4 \cdot 7 x^3/3 \cdot 6 \cdot 9 + \dots$, así como también la serie $(1-x)^{-1/2} = 1 + x/2 + 1 \cdot 3 x^2/2 \cdot 4 + 1 \cdot 3 \cdot 5 x^3/2 \cdot 4 \cdot 6 + \dots$, son ambas divergentes, pero la primera tiene un valor posible mientras que la segunda tiene un valor imaginario, diciendo que no se pueden distinguir porque los restos están ausentes. De todos modos, Nicolaus (II) no estableció un concepto claro de convergencia. Refiriéndose a los resultados que había obtenido Euler para $x = 1$ en el desarrollo de $(1-x)/(1+x)^2 = 1 - 3x + 5x^2 - 7x^3 + \dots$, es decir, $0 = 1 - 3 + 5 - 7 + \dots$, Nicolaus (II) afirmaba en una carta a Euler (1743) que la suma de dicha serie es $-\infty(-1)^\infty$, añadiendo que el resultado cero dado por Euler era una contradicción insoluble. También decía que del desarrollo de la siguiente serie $1/(1-x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$, se obtiene para $x = 2$, la igualdad $-1 = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots$, y que del desarrollo de $1/(1-x-x^2) = 1 + x + 2x^2 + 3x^3 + \dots$, para $x = 1$, se obtiene la igualdad $-1 = 1 + 1 + 2 + 3 + \dots$, de donde el hecho de que dos series diferentes diesen el mismo valor, -1 , era también una contradicción insoluble. En diversas cartas dirigidas a Euler en el periodo 1742-1743, señala que, según expone Euler, el desarrollo $\text{sen } s = s - s^3/3! + s^5/5! + \dots$, que es igual al producto $(1 - s^2/\pi^2)(1 - s^2/4\pi^2)(1 - s^2/9\pi^2) \dots$, implica que $\pi^2/6 = 1 + 1/2^2 + 1/3^2 + \dots$, pero que falta una demostración de la convergencia de la serie en s . También dice que no puede imaginar que Euler crea que una serie divergente puede dar el valor exacto de una cantidad o de una función, pues falta el resto. Así, dice que $1/(1-x)$ no puede ser igual a $1 + x + x^2 + \dots$, porque el resto, es decir, $x^{\infty}/(1-x)$, no está presente. También afirma en otra carta de 1743, que Euler debe distinguir entre una suma finita y una suma de infinitos términos; no hay último término en el segundo caso y, por ello, no se puede aplicar a polinomios infinitos (como Euler hizo) la relación existente entre las raíces y los coeficientes de un polinomio de grado finito; para un polinomio con un número infinito de términos no se puede hablar de la suma de las raíces. También expuso a Euler que una misma serie podía resultar del desarrollo de dos funciones diferentes y en ese caso la suma no sería única, aunque no dio ningún ejemplo.

Bernoulli, Nicolaus (III) (1695-1726). Matemático suizo. Hijo de Johann (I). Doctor en derecho. Destacó en ecuaciones diferenciales y mecánica. Estudió (1716) el problema de las trayectorias ortogonales. Profesor de matemáticas en San Petersburgo, donde coincidió con su hermano Daniel (I), con el que planteó el llamado problema (o paradoja) de San Petersburgo (1713), consistente en que al lanzar una moneda al aire se elevan las apuestas en progresión geométrica. El problema en detalle es el siguiente: A y B se ponen de acuerdo para jugar a un juego de lanzamiento de una moneda; si en la primera tirada sale cara, B paga a A una corona; si en la primera tirada sale cruz y en la segunda sale cara, B pagará a A dos coronas; si aparece cara por primera vez en la tercera tirada, B pagará a A cuatro coronas, y así sucesivamente, de manera que la cantidad a pagar por B a A si aparece cara por primera vez en la n -sima tirada será de 2^{n-1} coronas. Por ello ¿cuánto deberá pagar A a B por el privilegio de jugar contra él? La esperanza matemática de A es $1/2 + 2/2^2 + 2^2/2^3 + \dots + 2^{n-1}/2^n + \dots$, que

es infinita, a pesar de que el sentido común sugiere una suma limitada y más bien modesta. Daniel (I) intentó resolverlo aplicando su principio de la esperanza moral, según el cual las sucesivas cantidades $1, 2, 2^2, 2^3, \dots$, se reemplazarían por $1^{1/2}, 2^{1/4}, 4^{1/8}, \dots$.

Bernstein, Felix (1878-1956). Matemático alemán. Nació en Halle, donde estudió, siendo alumno de Cantor. Luego estudió en Gotinga, donde fue alumno de Hilbert y de Klein. Fue profesor de estadística matemática en la Universidad de Gotinga (1911), hasta que el régimen nazi le privó de su cátedra en 1934. Emigró a Estados Unidos, donde enseñó en varias universidades. Su obra trata de la teoría de conjuntos y la genética matemática.

Bernstein, Sergei Natanovich (1880-1968). Matemático soviético. Nació en Odessa (hoy, Ucrania). Investigó en la teoría de las ecuaciones diferenciales estocásticas. En relación con el teorema de Weierstrass que define que toda función continua en un intervalo se puede representar por una serie de polinomios algebraicos que converge uniformemente a la función, Bernstein diseñó el polinomio que lleva su nombre que se aproxima a la función continua $f(x)$ en el intervalo $[0, 1]$, y cuya fórmula es $B_n(x) = \sum_{k=0}^n C_{n,k} x^k (1-x)^{n-k} f(k/n)$. Al crecer n , este polinomio converge uniformemente en el intervalo $[0, 1]$ hacia la función que lo ha engendrado. En la práctica, estos polinomios se utilizan poco, pues convergen muy despacio, incluso para funciones con buenas propiedades de diferenciabilidad.

Bertalanffy, Ludwig von (1901-1972). Biólogo austriaco. Nació en Viena. Estudió en las Universidades de Innsbruck y Viena. Profesor en las Universidades de Viena, Londres, Montreal, Ottawa, Sur de California, Alberta y Nueva York. En relación con diseños experimentales y ensayos clínicos, se denomina teoría general de sistemas a un programa teórico y metodológico que Bertalanffy estudió en su obra *Teoría general de sistemas: fundamentos, desarrollo y aplicaciones* (1968). Se trata de un intento de proporcionar un acceso metodológico común para todas las ciencias, basado en la idea de que cualquier tipo de sistema (físico, biológico, psicológico o social) opera de acuerdo con los mismos principios fundamentales.

Bertrand, Joseph Louis François (1822-1900). Matemático francés. Nació en París. Se doctoró en termodinámica (1839) en la École Polytechnique. Trabajó en la École Nationale Supérieure des Mines. Profesor de la Universidad de París. Miembro de la Académie des Sciences y de la Académie Française (1884). En relación con la teoría de números presentó la conjetura de que si $n > 3$ hay siempre al menos un número primo entre n y $2n$ (o más exactamente, $2n-2$) inclusive (la conjetura de Bertrand fue demostrada por Chebichev en 1850). Estudió la convergencia de series en el plano complejo (1842) y profundizó en la teoría de la integrabilidad. Encontró una demostración para el método del multiplicador de Euler. Estudió características de la hélice. Halló las relaciones entre los ángulos de las normales infinitamente próximas en las superficies. Se denominan curvas de Bertrand las que tienen una relación lineal entre la curvatura y la torsión. Estudió la geometría de los poliedros y del triángulo. Publicó *Cálculo de probabilidades* (1899), donde introdujo un problema en probabilidades continuas, llamado paradoja de Bertrand.

Besant, William Henry. (1828-1917). Matemático inglés. Nació en Portsea (Hampshire, Inglaterra). Escribió *Tratado geométrico de las secciones cónicas*, *Tratado de hidromecánica*, *Ruletas y deslizantes* (1870).

Bessel, Friedrich Wilhelm (1784-1846). Matemático y astrónomo alemán. Nació en Minden (Brandemburgo). Con 15 años entró a trabajar en una compañía de importación-exportación. Durante su aprendizaje estudió lenguas, geografía, costumbres de diferentes pueblos, y principios de navegación con lo que significan de matemáticas y astronomía. Trabajando de noche, calculó (1804) la órbita del cometa Halley, según las observaciones tomadas en 1607. Trabajó en el observatorio de Lilienthal. El gobierno prusiano le encargó la construcción del observatorio de Königsberg (hoy, Kaliningrado). Fue profesor de astronomía en Königsberg (1810) y director de su observatorio desde que terminó su construcción (1813) hasta su muerte.

Bessel introdujo sistemáticamente las funciones cilíndricas. Comprobó en un número muy grande de observaciones, la ley de distribución de errores de Gauss. Estudió las funciones que llevan su nombre

(1824), calculando tablas de sus valores. Estas funciones surgen en la resolución de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes variables, en relación con el problema de las vibraciones de una membrana circular, ya estudiado por Euler en 1766. Se llama ecuación de Bessel a: $x^2y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$. Bessel realizó el primer estudio sistemático de esta ecuación mientras trabajaba sobre el movimiento de los planetas. La ecuación tiene dos soluciones independientes para cada valor de n , denotadas hoy en día por $J_n(x)$ e $Y_n(x)$, llamadas funciones de Bessel de primera y segunda clase. En 1816, Bessel obtuvo la siguiente expresión para la función de primera clase $J_n(x)$: $J_n(x) = 1/2\pi \int_0^{2\pi} \cos(nu - x \operatorname{sen} u) du = x^n/2^n \Gamma(n+1) \cdot \{1 - x^2/2^2 \cdot 1!(n+1) + x^4/2^4 \cdot 2!(n+1)(n+2) - \dots\}$. En 1818, demostró que $J_0(x)$ tiene un número infinito de ceros reales, así como la fórmula recursiva (para n entero) $xJ_{n+1}(x) - 2nJ_n(x) + xJ_{n-1}(x) = 0$. Estableció la interpolación trigonométrica para argumentos equidistantes, e indicó la correspondiente a funciones de dos argumentos.

Bessy, Bernard Frénicle de (1605-1675). Matemático francés. Nació en París. Escribió sobre triángulos rectángulos, cuadrados mágicos y teoría coordinatoria, en la que incluyó un cálculo de probabilidades expuesto de forma original.

Beth, Evert W. (1908-1964). Filósofo holandés. Escribió *Los fundamentos lógicos de las matemáticas* (1950) y *Los fundamentos de las matemáticas* (1959).

Betti, Enrico (1823-1892). Matemático italiano. Nació en Pistoia (Toscana). Estudió en la Universidad de Pisa, de la que llegó a ser profesor (1857). Junto con Brioschi y Casorati, emprendió un viaje científico (1858) visitando universidades extranjeras y poniéndose en contacto con sus más célebres científicos, a fin de conocer sus ideas y dar a conocer las propias. Gracias al esfuerzo de estos tres matemáticos, en Italia nació una escuela moderna de investigadores del análisis. Betti, además de ocuparse de cuestiones de álgebra, creó en 1871 la rama combinatoria de la topología. Estudió el tipo de conexión de figuras de dimensión elevada, introduciendo los números de conexión (números de Betti, llamados así por Poincaré) para cada dimensión. El número de conexión unidimensional es el número de curvas cerradas que pueden dibujarse en la estructura geométrica y que no dividen a la superficie en regiones disjuntas. El número de conexión bidimensional es el número de superficies cerradas en la figura que, de una manera colectiva, no limitan ninguna región tridimensional de la misma. Y de una manera análoga se definen los números de conexión para dimensiones más altas. Betti demostró que el número de conexión unidimensional para las estructuras cuatridimensionales utilizadas para representar funciones algebraicas complejas $f(x,y,z)=0$, es igual al número de conexión tridimensional.

Beudon, Jules Alphonse Édouard (1869-1900). Matemático francés. Enseñó en la Universidad de París. En relación con la teoría de las características para ecuaciones diferenciales, rehizo (1897) los trabajos de Bäcklund sobre su aplicación a las ecuaciones diferenciales de segundo orden con más de dos variables independientes. Escribió *Sobre los sistemas de ecuaciones en derivadas parciales*.

Bézout, Etienne (1730-1783). Matemático francés. Nació en Nemours. Desde 1758 formó parte de la Académie des Sciences. Instructor en la escuela de Mézières, a la que asistieron Monge y Carnot, siendo profesor y examinador de matemáticas de los futuros oficiales de las Guardias del Pabellón, de la marina y del cuerpo de artillería. Escribió *Curso de matemáticas* (en seis tomos, 1764-1769) con destino a las escuelas militares (la cuarta parte de su obra trata de los principios de la mecánica, y la última sección sobre navegación). En Estados Unidos se utilizaron partes de su obra traducidas al inglés, en West Point y en otras academias.

Estudió la intersección de dos curvas, siendo el primero (1764) en dar una demostración casi completa (estaba incompleta en la cuenta de la multiplicidad asignada a puntos del infinito y puntos múltiples) del teorema que suele llevar su nombre, y que era ya conocido por Maclaurin y por Cramer, de que dos curvas algebraicas de grados m y n respectivamente, se cortan en general en $m \cdot n$ puntos (el cálculo correcto de la multiplicidad fue dado por Halphen en 1873). Sistematizó el proceso de determinar los signos de los términos de un determinante. En una memoria presentada a la Académie de Paris en 1764, y de una manera más detallada en su obra *Teoría general de las ecuaciones algebraicas* (1779),

dio un sistema de reglas para resolver sistemas de n ecuaciones lineales con n incógnitas, parecido al de Cramer. Demostró que dadas n ecuaciones lineales homogéneas con n incógnitas, la anulación del determinante de los coeficientes (anulación del resultante) es una condición para que existan soluciones distintas de cero. Diseñó métodos de eliminación, demostró la formación de la resultante de sistemas de dos ecuaciones y el teorema respecto del grado de la ecuación resultante de un número cualquiera de ecuaciones, que coincide con el número de puntos de intersección de las curvas algebraicas definidas por las ecuaciones dadas.

Bianchi, Luigi (1856-1928). Matemático italiano. Utilizó por primera vez (1894) el nombre de “geometría diferencial”. Estudió las propiedades geométricas que son invariantes bajo el cambio del sistema de coordenadas. Escribió *Lecciones de geometría diferencial* (1894).

Bieberbach, Ludwig Georg Elias Moses (1886-1982). Matemático alemán. Nació en Goddelau (cerca de Darmstadt, Hessen). Estudió en Heidelberg y Gotinga, donde se doctoró (1910) con la tesis *Teoría de las funciones automorfas*. Enseñó en Königsberg (1910), Frankfurt (1915) y Berlín (1921-1945), siendo separado de sus cargos académicos por su apoyo al nazismo. Con relación al problema 18° de los 23 problemas planteados por Hilbert en 1900 (V. Hilbert), Bieberbach demostró (1910) que el número de posibilidades en dos dimensiones era finito (posteriormente se demostró que sólo había 17 formas simples de cubrir el plano). En la teoría de las aplicaciones conformes, parte fundamental del análisis complejo, se llama conjetura de Bieberbach a la siguiente: Siendo $f(z)=z+\sum a_n z^n$ (para $2 \leq n \leq \infty$, $|z| < 1$), lo que se suele indicar escribiendo $f \in S$, entonces $|a_n| \leq n$, (para $n = 2, 3, \dots$), siendo esta cota exacta. Hoy, dicha conjetura es el teorema de Branges.

La militancia de Bieberbach en el nacionalsocialismo de Hitler, llegó al esperpento: en 1933-1934 dictó en Berlín el curso *Grandes matemáticos alemanes: un enfoque racial*, publicando además algunos trabajos sobre este tema.

Bienaimé, Irène Jules (1796-1878). Estadístico y publicista francés. Nació en París. Inspector general de Hacienda. Combatió las ideas de Poisson sobre cuestiones estadísticas, escribiendo *Sobre un principio de Poisson*. Se dedicó a determinar los cálculos de probabilidades y sus aplicaciones financieras, como el cálculo de pensiones, rentas vitalicias y seguros de vida. Escribió *Probabilidades de error en el método de mínimos cuadrados* (1852), *Ley de grandes números* (1869).

Bienewitz. V. Apianus, Petrus.

Billy, Jacques de (1602-1679). Matemático y astrónomo francés. Nació en Compiègne (Oise). Profesó en la Compañía de Jesús. Publicó una revisión completada de los resultados de Fermat sobre la teoría de números. Escribió *Diofanto redivivo* (1660).

Binet, Jacques Phoelix Marie (1786-1856). Matemático francés. Impulsó el estudio de los determinantes. Al respecto, presentó (1812) en el Institute de France una memoria sobre la teoría de los determinantes. Extendió a las matrices el teorema de la multiplicación. Estudió las ecuaciones lineales en diferencias finitas con coeficientes variables. Estudió las formas canónicas de las superficies de segundo grado, y el complejo de las normales de un sistema de cuádricas homofocales.

Biot, Jean-Baptiste (1774-1862). Físico, astrónomo y matemático francés. Nació en París. Estudió en la École Polytechnique, donde fue alumno de Monge. Fue profesor de matemáticas en la Universidad de Beauvais (1797) y de física matemática en el Collège de France (1800). Intentó revitalizar la geometría pura. Fue el primero en indicar la idea de considerar el seno y el coseno como las coordenadas de los puntos del círculo de radio unidad, deduciendo los correspondientes signos. Dio las formas simples de la ecuación de la tangente para las ecuaciones canónicas de las tres cónicas. Escribió una geometría analítica con el título de *Ensayos de geometría analítica* (1805) que se utilizó como libro de texto, tanto en Europa como en Estados Unidos, en la Academia militar de West Point. Investigó los campos electromagnéticos. Escribió *Tratado elemental de astronomía física* (1805).

Birch Jerrard, George (1804-1863). Matemático inglés. Nació en Cornwall. Estudió la resolución algebraica de la ecuación de quinto grado (1834) haciendo uso de la transformación de Tschirnhausen.

Birkhoff, Garret (1911-1996). Matemático estadounidense. Nació en Princeton (Nueva Jersey). Hijo de George David Birkhoff. Sentó las bases de la teoría de retículos. Fue creador del álgebra universal (1935). Con Johann Ludwig von Neumann desarrolló la lógica cuántica. Trabajó en varios proyectos de física, entre ellos el radar, el armamento y la hidrodinámica. Publicó *Teoría de la celosía* (1940), *Perspectiva del álgebra moderna* (con Saunders MacLane, 1941), *Hidrodinámica. Estudio realizado en la lógica, la realidad y la similitud* (1950), *Ecuaciones diferenciales ordinarias* (1962), *Álgebra moderna aplicada* (1970), *Libro fuente del análisis clásico* (1973).

Birkhoff, George David (1884-1944). Matemático estadounidense. Nació en Overisel (Michigan). Profesor en la Universidad de Wisconsin, Madison (1907-1909), en la de Princeton (1909-1912) y en la de Harvard (1912-1944). Realizó estudios sobre la teoría de las ecuaciones diferenciales lineales, sobre la dinámica de sistemas y sobre cuestiones de grupos y topología.

En particular obtuvo soluciones de ecuaciones diferenciales mediante series asintóticas, como las referentes a las ecuaciones $dy_i/dx = \sum_{j=1, n} a_{ij}(x)y_j$, para $i = 1, 2, \dots, n$, y también para la ecuación $d^n z/dx^n + \rho a_{n-1}(x, \rho) d^{n-1}z/dx^{n-1} + \dots + \rho^n a_0(x, \rho)z = 0$.

Demostó (1915) el llamado “último teorema de Poincaré”, relacionado con el problema de los tres cuerpos, consistente en que existen al menos dos puntos fijos en una región anular contenida entre dos circunferencias, cuando se somete dicha región a una transformación topológica que transforma cada circunferencia en sí misma moviendo una en una dirección y la otra en la dirección opuesta, y que conserva el área. Publicó junto con S. Maclane, *Resumen del álgebra moderna*. También escribió *Relatividad y física moderna* (1923), *Sistemas dinámicos* (1928), *Medida estética* (1933) y *Geometría básica* (con Beatley, 1941).

Biruni, Al. V. Al-Biruni.

Bishop, Alan J. (h. 1969). Filósofo y matemático inglés. Estudió en las Universidades de Southampton, Harvard y Cambridge, donde se doctoró. Profesor en las Universidades de Cambridge (1969) y Monash (Victoria, Australia, 1992), de donde es profesor emérito de educación. Autor de: *Aspectos sociales y culturales de la educación matemática* (1991), *Manual internacional sobre la educación matemática* (1996), *El papel de los juegos en la educación matemática* (1998), *Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos?* (2000), *Los valores en las matemáticas y la enseñanza de las ciencias* (2007).

Black, Fischer (1938-1995). Economista estadounidense. Estudió en la Universidad de Harvard. Fue profesor en la Universidad de Chicago y en el Massachusetts Institute of Technology. En 1973, Myron Scholes y Fischer Black enunciaron la teoría que lleva sus nombres, que también fue desarrollada simultáneamente por Robert Merton, en relación con el comportamiento de cobertura en el mercado de capitales. Recibieron el Premio Nobel de economía 1997. Su teoría se concreta en una ecuación diferencial en derivadas parciales: $\partial f(S,t)/\partial t = -1/2 \sigma^2 S^2 \partial^2 f(S,t)/\partial S^2 - rS \partial f(S,t)/\partial S + rf(S,t)$, en la que S representa el valor de la acción, t el tiempo, f el precio de una opción, r el tipo de interés del mercado de deuda y σ es la volatilidad de la acción, medida como la desviación estándar de los logaritmos de la cotización de la acción.

Blaschke, Wilhelm Johann Eugen. (1885-1962). Matemático alemán. Nació en Graz (hoy, Austria). Fue profesor en las universidades de Praga (1913), Leipzig (1915), Königsberg (1917) y Hamburgo (1919). Construyó la teoría de la geometría diferencial afín y de la geometría diferencial topológica. Bajo su dirección, Santaló creó la geometría integral. Publicó *Círculo y esfera* (1916), *Lecciones de geometría diferencial* (3 volúmenes, 1921-1929), *Lecciones de geometría integral* (2 volúmenes, 1935-1937), *Fundamentos de la teoría de la relatividad de Einstein* (1921-1923), *Geometría analítica* (1948) y *Geometría proyectiva*.

Blum, Lenore (n. 1942). Matemática estadounidense. Nació en Nueva York. Fue rechazado su ingreso en el Massachusetts Institute of Technology. Estudió arquitectura y matemáticas en el

Carnegie Institute of Technology en Pittsburg y en la Universidad Simmons en Boston. Obtuvo su doctorado en el Massachusetts Institute of Technology (1968) con la tesis *Estructuras algebraicas generalizadas. Modelo de enfoque teórico*. Trabajó en la Universidad de Berkeley. Cooperó activamente en la creación de la Asociación de Mujeres en Matemáticas, de la que fue presidenta. Enseñó en el Mills College (1973), donde creó el Departamento de Ciencias de la Computación, del que fue responsable durante trece años. Fue profesora en la Universidad de California en Berkeley. Investigó en teoría de modelos y en teoría de la computación. Fue la primera mujer editora del *International Journal of Algebra and Computation* (1989-1991) y vicepresidenta de la Asociación Americana de Matemáticos (1990-1991). Enseñó en la Universidad de Hong Kong (1996-1998). Fue coautora de *Complejidad y computación real* (1998). A partir de 1999 enseñó en la Universidad Carnegie Mellon.

Blumenthal, Otto Ludwig (1876-1944). Matemático alemán. Nació en Fráncfort del Meno (Frankfurt del Main). Estudió en la Universidad de Gotinga. Fue profesor en las Universidades de Aachen y Gotinga. Murió en el campo de concentración nazi de Theresienstadt. Editor de los *Anales de Matemáticas* (1906-1938).

Bobillier, Étienne (1798-1840). Matemático francés. Graduado por la École Polytechnique de París. Realizó progresos en la forma de exponer y razonar la geometría analítica y sus aplicaciones. Fue uno de los cuatro inventores de las coordenadas homogéneas (los otros tres fueron Plücker, Möbius y Feuerbach), publicando su sistema en los *Anales de Gergonne* (1827). Demostró que es constante la suma de los inversos de los cuadrados de dos diámetros perpendiculares en la elipse. Extendió el concepto cartesiano de coordenadas a diversos sistemas que guarden entre sí relaciones determinadas. Estudió los haces de cuádricas. Estudió la teoría de las polares de curvas de orden superior.

Boecio, Anicio Manlio Severino (480-524). Político, filósofo y poeta latino. Noble romano, perteneciente a una de las familias romanas más antiguas, hombre de estado de altas miras e integridad incuestionable. Fue uno de los principales consejeros de Teodorico, del que perdió su confianza, quizá por su fe católica siendo Teodorico arriano. Tras un largo cautiverio fue ejecutado por orden de Teodorico. Más conocido como filósofo, dedicó parte de sus trabajos a la traducción y recopilación de manuales relacionados con el cuadrivium, como es el caso de la traducción al latín de la *Introducción aritmética* de Nicómaco de Gerasa, traducción que se convirtió en texto de aritmética durante la Edad Media. En esta obra presenta su teoría de las proporciones, y al tratar de los números perfectos, cuando Nicómaco dice que deben terminar en 6 o en 8, Boecio agrega la falsa inducción de aparecer esas terminaciones de forma alternada (los seis primeros números perfectos son: 6, 28, 496, 8.128, 33.550.336, 8.589.869.056, luego el sexto número perfecto termina en 6 y no en 8). Se le han atribuido otras obras que también se utilizaron como textos en la Edad Media: *Geometría*, basada en Euclides, que incluye definiciones, teoremas y algo de geometría de la medición, así como material sobre los ábacos y las fracciones, pero no incluye demostraciones; *Astronomía* extraída del *Almagesto*, y *Música* que también proviene de obras anteriores, en este caso de Euclides, Ptolomeo y Nicómaco. De estos textos se deduce que el autor estaba interesado principalmente en las relaciones de la matemática con la filosofía y en su aplicación a los problemas sencillos de medición. Durante su cautiverio escribió su obra más famosa, *De consolacione philosophiae*, escrita parte en prosa y parte en verso, y en la que analiza la responsabilidad moral a la luz de la filosofía platónica y aristotélica.

Bohr, Harald August (1887-1951). Matemático danés. Nació en Copenhague. Hermano de Niels Bohr. Profesor en el Instituto Politécnico de Copenhague (1915) y en su Universidad (1930). Construyó la teoría de las funciones cuasi-periódicas. Estudió las series de Dirichlet y la función zeta de Riemann, con aplicaciones sobre la teoría de números. En 1914 formuló el teorema, hoy llamado de Bohr-Landau, sobre las condiciones bajo las cuales la función zeta es igual a cero.

Bohr, Niels Henrik David (1885-1962). Físico danés. Nació en Copenhague. Hermano de Harald Bohr. Se doctoró en Copenhague (1911). Trabajó en Cambridge con Thomson y en Manchester con Rutherford. Premio Nobel de física 1922. Trabajó en el proyecto de la bomba atómica en Los Álamos. En 1913, aplicando el modelo atómico de Rutherford, construyó un formalismo que permitía explicar

el espectro del átomo de hidrógeno planteando la existencia en el átomo de niveles de energía discretos.

Bois du Boisaymé, Jean-Marie-Joseph-Aimé Du. V. Boisaymé, Jean-Marie-Joseph-Aimé Dubois du.

Bois-Reymond, Paul David Gustav du (1831-1889). Matemático alemán de origen francés. Dio un ejemplo (1873) de función continua en $(-\pi, \pi)$ cuya serie de Fourier no converge en un punto particular. También construyó otra función continua cuya serie de Fourier no converge en los puntos de un conjunto denso en todas partes. Demostró (1883) que cualquier serie de Fourier de una función que es integrable en el sentido de Riemann, se puede integrar término a término a pesar de que la serie no sea uniformemente convergente.

Se opuso a la aritmetización del análisis, pues separaba al análisis de la geometría, y consecuentemente de la intuición y el pensamiento físico, reduciendo al análisis “a un simple juego de símbolos donde los signos escritos toman la significación arbitraria de las piezas en el ajedrez o en un juego de cartas”. Escribió al respecto en su *Teoría general de las funciones* (1887), que : «Sin duda, con ayuda de los llamados axiomas, a partir de convenios, con proposiciones filosóficas construidas ad hoc, extendiendo ininteligiblemente conceptos originalmente claros, se puede construir un sistema aritmético que se parece en todos los aspectos al que se obtiene a partir del concepto de magnitud, para aislar así la matemática computacional, por decirlo de algún modo, mediante un cordón sanitario de dogmas y definiciones defensivas... Pero de esa forma se podrían inventar también otros sistemas aritméticos. La aritmética ordinaria no es otra que la que corresponde al concepto de magnitud lineal». En esta obra profundizó en la teoría de la integral, en especial sobre la teoría del contenido del que dio una definición (esta teoría, que no resultó ser satisfactoria en todos los sentidos, condujo, como más tarde la teoría de la medida, a la integral de Lebesgue). Introdujo la denominación de ecuación integral (1888) para lo que hasta entonces se llamaba problema de la inversión de integrales, que no es más que la resolución de una ecuación en la que aparece una función incógnita bajo un signo integral, determinando dicha función. Generalizó el teorema de Green, generalización que también realizó Darboux, y cuya importancia reside en que puede utilizarse para obtener soluciones de algunas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Clasificó (1889) por medio de sus características, las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas más generales de segundo orden, obteniendo los casos que llamó elíptico, hiperbólico y parabólico. Para el caso hiperbólico, Bois-Reymond buscó las condiciones adecuadas para encontrar una y solamente una solución de la ecuación diferencial.

Boisaymé, Jean-Marie-Joseph-Aimé Dubois du (1779-1846). Militar y naturalista francés. Miembro de la expedición napoleónica a Egipto, formó parte de la Comisión de ciencias y artes de Egipto. Escribió *La curva que describe un perro corriendo tras su dueño* (1812), donde estudia la curva de persecución. Publicó *Memoria sobre las tribus árabes*.

Bol, Gerrit (1906-1989). Matemático holandés. Nació en Amsterdam. Estudió en la Universidad de Leiden. Profesor en la Universidad de Hamburgo. Escribió con W. Blaschke, *Geometría reticular, cuestiones topológicas de la geometría diferencial* (1938). Otras obras son: *Elementos de la geometría analítica* (dos volúmenes: 1948, 1949), *Geometría diferencial proyectiva* (tres volúmenes: 1950, 1954, 1967).

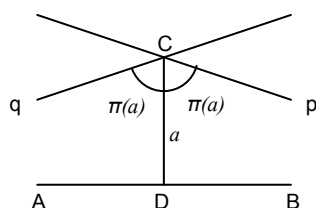
Boltianski, Vladimir Grigorevich (n. 1925). Matemático soviético. Trabajó en la teoría homológica de la dimensión. Autor o coautor de *Figuras equivalentes y equicompuestas* (1973), *Comando óptimo de sistemas discretos* (1976), *Tercer problema de Hilbert* (1978), *Resultados y problemas de geometría combinatoria* (1985), *Excursiones en geometría combinatoria* (1997), *Método geométrico y problemas de optimización* (1999).

Boltzmann, Ludwig Eduard (1844-1906). Físico austríaco. Nació en Viena, en cuya universidad se doctoró (1866). Fue profesor de matemáticas y física en Viena, Graz, Munich y Leipzig. En sus trabajos desarrolló la mecánica estadística. Aplicando la teoría de las probabilidades y los métodos estadísticos, llegó al resultado de que la entropía es proporcional al logaritmo de la probabilidad termodinámica del estado del gas (1877). Lleva su nombre una constante fundamental que representa

la proporcionalidad que aparece en la definición estadística de la temperatura, igual al cociente entre la constante de los gases perfectos y el número de Avogadro.

Bolyai, János (1802-1860). Matemático húngaro. Nació en Koloszar, Hungría (hoy Cluj, Rumanía). Hijo de Wolfgang Farkas Bolyai, profesor de matemáticas y antiguo condiscípulo y amigo de Gauss. Estudió en el Real Colegio de Ingeniería en Viena (1818-1822). Oficial del ejército (1822-1833). Expuso su geometría no euclidiana en *Ciencia absoluta del espacio* (1832), que apareció como apéndice de una obra de su padre cuyo imprimatur es de fecha de 1829 (el mismo año en que Lobachevski publicó su artículo en el *Heraldo* de Kazán). En apenas 16 páginas expone “un universo creado de la nada”, como él mismo se expresa. Da el nombre de geometría absoluta a sus consideraciones porque se refieren a propiedades geométricas independientes del postulado de las paralelas y que por ello son teoremas o verdades absolutas, siendo por tanto válidas para la geometría tradicional y para la geometría más general creada por él. Por ejemplo, las fórmulas de la trigonometría esférica son fórmulas absolutas, pues pueden deducirse independientemente del postulado de las paralelas. Parece ser que Bolyai desarrolló sus ideas sobre geometría no euclídea alrededor de 1825, estando convencido en esas fechas, de que su geometría no era contradictoria. En una carta a su padre, fechada en 1823, Bolyai dice: “He hecho un maravilloso descubrimiento que yo mismo me he perdido en el deslumbramiento”.

Su trabajo era tan parecido al de Lobachevski que cuando Bolyai vio por primera vez el trabajo de éste en 1835, pensó que había sido copiado de su propia publicación de 1832. Por otra parte, el padre de János remitió una copia del trabajo de éste a su amigo Gauss, pidiéndole su opinión, quien respondió que no podía elogiar la obra de su hijo sin elogiarse a sí mismo, dado que había mantenido los mismos puntos de vista desde hacía muchos años. János se inquietó por esta contestación, temiendo que se le tratase de usurpar la prioridad de su descubrimiento. En 1833, retirado por invalidez parcial, volvió primero a casa de su padre, instalándose después en una propiedad en Domáld. La persistente falta de reconocimiento público, junto con la publicación de la obra de Lobachevski en alemán en 1840, le produjo tal frustración que ya no publicó nada más.



Dada una recta AB y un punto C exterior a AB (V. dibujo), todas las rectas que pasan por C caen dentro de dos clases de rectas respecto a AB , a saber, la clase de las rectas que cortan a AB y la clase de las que no la cortan. A ésta última pertenecen las dos rectas p y q que forman la frontera entre las dos clases. Sea CD la perpendicular bajada desde C sobre AB , y sea $CD = a$, entonces existe un ángulo $\pi(a)$ tal que todas las rectas que pasan por C y que forman con CD un ángulo menor que $\pi(a)$ cortarán a AB ; todas las otras rectas que pasan por C no cortan a AB (la idea de que un ángulo específico pueda estar asociado con una longitud se debe a Lambert). Por tanto hay una infinidad de rectas que pasan por C y que no cortan a AB . Las dos rectas p y q que forman el ángulo $\pi(a)$ con CD se llaman rectas paralelas a AB , y el ángulo $\pi(a)$ se llama “ángulo de paralelismo” (el símbolo $\pi(a)$ es de uso común, no teniendo nada que ver este símbolo π con el número π).

La identidad de los resultados logrados a este respecto, por Bolyai, Lobachevski, Schweikart, Taurinus y Gauss, puede comprobarse si se considera que en todos ellos el núcleo central de los desarrollos analíticos es la expresión $ch(a/k) \cdot \text{sen } \pi(a) = 1$, es decir, $\tan \pi(a)/2 = e^{-x/k}$, donde k es la constante de Gauss, que en sus desarrollos Lobachevski tomó igual a la unidad. Para $\pi(a) = 45^\circ$, a es la constante de Schweikart, que Taurinus calculó, y cuyo valor es $0,881$. Para $k = \infty$ y $\pi(a) = 90^\circ$, se tiene el caso de la geometría euclidiana de paralela única y de ángulo de paralelismo independiente de a . Si k pasa de real a imaginario, las fórmulas de la geometría no euclidiana que vinculan los ángulos de paralelismo con los lados, se convierten en las fórmulas de la trigonometría esférica. Para $a = 1$, $\pi(a) = 40^\circ 24'$, es decir que la unidad de longitud es aquella longitud cuyo ángulo de paralelismo es $40^\circ 24'$. Esta unidad de longitud no tiene un significado físico directo, pudiendo ser, por ejemplo, tanto 1 cm como 1 km .

Seguidamente se exponen determinados aspectos (basados en la opinión de Morris Kline) sobre la prioridad de los trabajos de Bolyai, Lobachevski y Gauss, sobre la geometría no euclídea:

1) Se suele utilizar la creación de la geometría no euclídea como ejemplo de cómo una idea se ocurre de manera independiente a varias personas. A veces este hecho se toma como pura coincidencia, y otras veces como prueba del espíritu del tiempo que evidencia su influencia en frentes ampliamente separados. La creación de la geometría no euclídea por Gauss, Lobachevski y Bolyai no es un ejemplo de creación simultánea, ni está bien justificado otorgar su gran mérito exclusivamente a Bolyai y Lobachevski. Sí fueron los primeros en publicar abiertamente sus ideas, lo que significó que tuvieron mayor coraje que Gauss. Pero la creación de la geometría no euclídea no es exclusivamente creación suya, pues también contribuyeron Saccheri, Lambert, Schweikart y Taurinus. Éstos dos últimos publicaron sus trabajos, y a Gauss se le debe el percatarse que la nueva geometría era aplicable al espacio físico.

2) Lobachevski y Bolyai le deben mucho a Gauss:

a) Bartels, buen amigo de Gauss, fue el maestro de Lobachevski en Kazán. Gauss y Bartels estuvieron juntos en Brunswick en los años 1805 a 1807, manteniéndose posteriormente en comunicación. Es muy difícil que Bartels no haya comunicado el progreso de la geometría no euclídea a Lobachevski, pues éste permaneció en Kazán como profesor. En particular, Bartels debió conocer las dudas que Gauss tenía sobre la geometría euclídea.

b) Wolfgang Bolyai, padre de János, fue amigo cercano de Gauss y compañero suyo mientras estudiaban en Gotinga (1796-1798). Luego, no sólo continuaron comunicándose, sino que discutieron específicamente el axioma de las paralelas. En 1804, Wolfgang envió a Gauss una pretendida demostración del axioma, que éste mostró que era falsa. En 1817, Gauss tenía la certeza no sólo de que no se podía demostrar el axioma, sino de que se podía construir una geometría no euclídea, transmitiendo estos pensamientos a Wolfgang, quien continuó trabajando sobre el axioma hasta que publicó su *Ensayo* (1832).

3) El matemático Engel opinaba de distinta manera a la expuesta, al pensar que muy difícilmente podría Lobachevski haber sabido por Bartels que Gauss dudaba del axioma de las paralelas, pues Lobachevski, había tratado, desde 1816, de demostrar el axioma, y que reconociendo la inutilidad de sus esfuerzos, creó en 1826 la nueva geometría. En cuanto a Bolyai, éste intentó demostrar el axioma hasta 1820 aproximadamente, dedicándose a partir de entonces a construir una nueva geometría. Es decir, después de fallar en sus intentos de demostrar el axioma, ambos decidieron resolver el problema creando una nueva geometría.

Bolyai, Wolfgang Farkas (1775-1856). Matemático y dramaturgo húngaro. Nació cerca de Nagyszében, Hungría (hoy, Sibiu, Rumanía). Condiscípulo y amigo de Gauss en la Universidad de Gotinga (1796-1798). Profesor de matemáticas en Marosvásárhely, donde enseñó hasta su retiro en 1853. Demostró que dos polígonos equivalentes se pueden descomponer siempre en porciones congruentes. Dio, como Hamilton, una fundamentación puramente aritmética a la teoría de los números complejos. Dedicó muchos años al problema de las paralelas, intercambiándose resultados con Gauss. Cuando se enteró de que su hijo János, brillante oficial del ejército, se encontraba también absorbido por dicho problema, le escribió: “Por amor de Dios, te lo ruego, olvídalos. Témelos como a las pasiones sensuales, porque lo mismo que ellas, puede llegar a absorber todo tu tiempo y privarte de tu salud, de la paz de espíritu y de la felicidad en la vida”. Escribió *Ensayo sobre los elementos de las matemáticas para jóvenes estudiosos* (1832, aunque el imprimatur lleva fecha de 1829), en cuyo apéndice, su hijo János incluyó su trabajo *Ciencia absoluta del espacio* (V. Bolyai, János). También escribió *Cinco tragedias escritas por un patriota* (1817), *El proceso de París* (1818).

Bolzano, Bernhard (1781-1848). Teólogo, filósofo y matemático de Bohemia (hoy, República Checa). Nació, vivió y murió en Praga. Estudió teología y matemáticas en la Universidad de Praga. Fue ordenado sacerdote (1804), siendo profesor (1805-1820) de filosofía de la religión en la Universidad de Praga, cátedra recién creada por el emperador de Austria. De espíritu inconformista, sus ideas teológicas fueron rechazadas, siendo sus obras incluidas en el Índice. Además, por sus ideas de independencia frente a la monarquía austríaca, fue separado de la enseñanza (1819), siéndole prohibido ingresar en la administración, no pudiendo intervenir verbalmente ni por escrito. Sin medios de subsistencia, Bolzano vivió el resto de su vida en el campo, con sus amigos, continuando el estudio

de las matemáticas y la filosofía. Su obra matemática fue ignorada inmerecidamente por sus contemporáneos, laicos o religiosos. Fue el precursor del proceso llamado “aritmétización del análisis”, donde éste ahonda en sus propios principios, encuentra una base sólida en la aritmética y elimina de su seno toda vaga e inútil “metafísica”.

En su obra *Teoría de funciones* (1817), expuso con rigor conceptos como función continua, criterio de convergencia de series, existencia de funciones continuas sin derivada, etc., adelantándose a los analistas del siglo XIX, pero su influencia fue escasa tanto porque Praga estaba alejada de los centros científicos como porque su libro, en gran parte por las razones expuestas más arriba, quedó inédito durante casi un siglo (sus obras completas fueron publicadas en Praga entre 1930 y 1935). En esta obra, dio la definición apropiada de continuidad, a saber, $f(x)$ es continua en un intervalo si en cualquier x del intervalo la diferencia $f(x+w)-f(x)$ se puede hacer tan pequeña como se desee tomando w suficientemente pequeña. Con esta definición, probó que los polinomios son continuos. También en esta obra, Bolzano buscó demostrar que si $f(x)$ es negativa para $x = a$ y positiva para $x = b$, entonces $f(x)$ tiene un cero entre a y b . Consideró la sucesión de funciones (para x fija) $F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x), \dots$, e introdujo el teorema que afirma que si para n suficientemente grande se puede hacer la diferencia $F_{n+r} - F_n$ menor que cualquier cantidad dada, por grande que sea r , entonces existe una magnitud fija X tal que la sucesión se acerca cada vez más a X , y ciertamente tanto como se desee. Su determinación de X fue un tanto oscura, porque no tenía una teoría clara del sistema de los números reales y de los números irracionales sobre la que basarse. Sin embargo, tuvo la idea de lo que ahora se llama condición de Cauchy para la convergencia de una sucesión. En el desarrollo de su demostración, Bolzano estableció la existencia de una cota superior mínima para un conjunto acotado de números reales. Su enunciado es el siguiente: Si una propiedad M no se aplica a todos los valores de una cantidad variable x , sino a todos aquéllos que son más pequeños que una cierta u , siempre hay una cantidad U que es la mayor de las que se puede afirmar que toda x más pequeña posee la propiedad M . La esencia de su demostración consistió en dividir el intervalo acotado en dos partes y seleccionar una parte particular que contenga un número infinito de miembros del conjunto. Luego repite el proceso hasta que finalmente encierra el número que es la mínima cota superior del conjunto dado de números reales. Este método fue utilizado por Weierstrass, con el debido tributo a Bolzano, para demostrar el teorema que lleva el nombre de Bolzano-Weierstrass que dice que “todo conjunto acotado que contenga infinitos elementos tiene al menos un punto de acumulación o punto límite”, teorema que al parecer era conocido por Cauchy, pero fue Weierstrass quien lo divulgó cincuenta años después entre los matemáticos. Bolzano negó la existencia de números infinitamente pequeños (infinitésimos) y de números infinitamente grandes. También en la citada obra de 1817, Bolzano fue el primero en definir la derivada de $f(x)$ como la cantidad $f'(x)$ a la que se acerca indefinidamente la razón expresada por $[f(x + \Delta x) - f(x)]/\Delta x$, conforma Δx se acerca a 0 con valores positivos y negativos, insistiendo en que $f'(x)$ no es un cociente de ceros o una razón de cantidades evanescentes sino un número al que tendía la razón anterior. Bolzano sí entendió la distinción entre continuidad y diferenciabilidad, dando en su libro *Lecciones de funciones* (escrito en 1834, pero que no terminó ni publicó), un ejemplo de una función continua que no tenía derivada finita en ningún punto (se trataba de una curva sin representación analítica).

Comenzó a ocuparse (1847) de las “paradojas del infinito”, en un libro de ese título que apareció póstumo en 1850, donde asomaban, en una atmósfera más filosófica que matemática, algunas de las nuevas concepciones que luego se materializarían en la teoría de conjuntos. Defendió la existencia de conjuntos actualmente infinitos, exponiendo algunas de sus propiedades importantes, como la noción de equivalencia de dos conjuntos, con lo que aludía a lo que más tarde se llamaría correspondencia biunívoca entre los elementos de ambos conjuntos. Demostró que las correspondencias biunívocas entre los elementos de un conjunto infinito y los de un subconjunto propio suyo son más bien la regla que la excepción. Por ejemplo, una simple ecuación lineal como $y = 2x$ establece una correspondencia biunívoca entre los números reales x del intervalo $[0, 1]$ y los números reales y del intervalo $[0, 2]$. Es decir, que hay exactamente tantos números reales entre 0 y 1 como entre 0 y 2 , o bien, que hay exactamente tantos puntos en un segmento de longitud 1 cm como en otro de longitud 2 cm, lo que es obviamente absurdo. Expuso que a los conjuntos infinitos se les podrían atribuir números, y que habría diferentes números transfinitos para los diferentes conjuntos infinitos, aunque la asignación que Bolzano hacía de los números transfinitos era incorrecta según la posterior teoría de Cantor. Bolzano no dejó suficientemente clara la noción de lo que más tarde se llamó potencia o número cardinal de un

conjunto, decidiendo que los números transfinitos no eran necesarios para fundamentar el cálculo, y en consecuencia no prosiguió más lejos su tarea en este campo. También escribió *Teorema del binomio* (1816), *Modelo de funciones* (1834), *Modelo científico* (1834), *Intento de una nueva presentación de la lógica* (1837), *Paradojas del infinito* (1851).

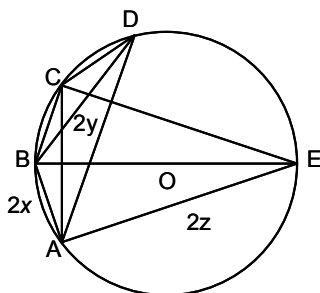
Bombelli, Rafael (1526-1573). Matemático e ingeniero italiano. Natural de Bolonia. Ejerció la profesión de ingeniero. Su *Álgebra*, que consta de cinco libros, es la última de los algebristas italianos del siglo XVI. Se ha fijado como fecha de su manuscrito el año 1550, siendo su primera edición la de 1572 (de los tres primeros libros, pues los dos últimos quedaron inéditos hasta 1929). En el periodo comprendido entre 1550 y 1572, Bombelli conoció la obra de Diofanto, lo que tuvo gran influencia sobre él, como se puede comprobar al comparar el manuscrito con la obra impresa.

En el primer libro, Bombelli supone conocidas las reglas de las operaciones con números racionales, entrando de lleno en las operaciones con radicales. Plantea un método de obtención de la raíz cuadrada aproximada que prelude las fracciones continuas y, en una construcción geométrica de la raíz, aparece por primera vez el segmento unitario. Extiende el método de aproximación a la raíz cúbica, y trata también la extracción de raíces cuartas, quintas, etc., aunque reconoce su escasa utilidad. Seguidamente estudia las raíces cuadradas y cúbicas, en especial de los tipos que aparecen en las ecuaciones de tercer grado. Utiliza, como otros autores, como símbolo de la raíz una R seguida de una q o de una c , según se trate de raíz cuadrada (*quadrata*) o cúbica. Pero la novedad más importante es el tratamiento de los números complejos y de sus operaciones. Mientras en el manuscrito aparecen los números imaginarios como raíces cuadradas de números negativos, en el texto publicado utiliza para ellos un simbolismo especial, diciendo: “He encontrado otra especie de raíces cúbicas *ligadas* (se refiere a las raíces cúbicas de irracionales cuadráticos) que se presentan en la cuestión de cubo igual a tantos y números (tras leer a Diofanto utiliza la expresión “tantos” en lugar de “cosas”), cuando el cubo de la tercera parte de los tantos es mayor que el cuadrado de la mitad del número (se trata del hoy llamado caso irreducible) y esa especie de raíz cuadrada tiene en el algoritmo otro nombre y otras operaciones. Como en este caso esa parte no puede llamarse ni más ni menos, la llamaré *más de menos* cuando deba agregarse y *menos de menos* cuando ha de restarse...que a muchas personas ha de parecer más sofisticado que real, como supuse yo también hasta que encontré su demostración geométrica...”. Expone luego correctamente las operaciones con los símbolos *pdm* (*più di meno*) y *mdm* (*meno di meno*), en la misma forma que hoy se hace con i y $-i$, agregando que cada vez que aparece una de esas expresiones lo hace también su conjugada. Con la simbología actual, el procedimiento de Bombelli para hallar la raíz cúbica de $a + bi$ es el siguiente: Sea la raíz buscada $u+vi$, luego $a+bi = (u+vi)^3$, de donde operando se tiene que $a^2+b^2 = (u^2+v^2)^3$, por tanto se tienen las desigualdades: $u^2 < (a^2 + b^2)^{1/3}$ y $u^3 > a$, de donde se obtiene u , obteniéndose v de $u^3 - 3uv^2 = a$. Se puede seguir este razonamiento con un ejemplo numérico de Bombelli, consistente en hallar la raíz cúbica de $52+47i$. Para ello, $52^2+47^2 = 4913 = 17^3$; se busca un número cuyo cuadrado sea menor que 17 y su cubo mayor que 52 , obteniéndose 4 ; la raíz cúbica pedida es $4 + i$, cuya suma de los cuadrados es 17 , y el cubo del primer número menos el triple del primero por el cuadrado del segundo, que es 12 , es 52 .

En el libro segundo se ocupa de polinomios y de ecuaciones. Indica los monomios de una letra con el coeficiente y el exponente en su parte superior encerrado en un semicírculo, y expone las reglas operatorias de monomios y polinomios hasta la división de un polinomio por un binomio lineal con coeficiente unitario de la variable. En cuanto a las ecuaciones, pasa ordenadamente desde las ecuaciones más simples de primer grado hasta las ecuaciones completas de cuarto grado, aunque siempre con coeficientes positivos, lo que le obliga a estudiar numerosos casos particulares y con algunas excepciones con el segundo miembro nulo. Su algoritmo del *pdm* y *mdm* le permite obtener las raíces complejas de una ecuación de segundo grado sin raíces reales. Al respecto, dice Bombelli: Si deseas igualar $x^2 + 20$ a $8x$, siendo 16 el cuadrado de la mitad de los tantos, que es menor que 20 , esa igualación no podrá hacerse sino de esta manera sofisticada. Resta 20 de 16 , será -4 , cuya raíz es $2i$ (con la simbología actual) que agregamos y restamos a la mitad de los tantos, obteniendo $4 + 2i$ ó $4 - 2i$, y cada una de estas cantidades, separadamente, será el valor del tanto. Su mayor aportación en este campo es la resolución mediante su algoritmo, del caso irreducible de la ecuación cúbica. Así, para igualar x^3 a $15x + 4$, dice Bombelli, tómesese la tercera parte de los tantos, que es 5 , y elévese al cubo, que es 125 , el cual debe restarse del cuadrado de la mitad de los números que es 4 ; se obtiene $m121$,

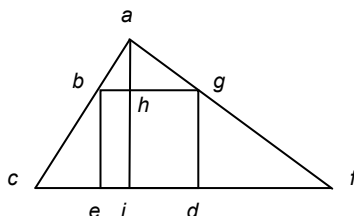
cuya raíz cuadrada será $pdm11$ (es decir $11i$). Esta raíz, agregada a la mitad del número, hace $2pdm11$, cuya raíz cúbica es $2pdm1$, que agregada a su residuo (el conjugado) $2mdp1$ da 4 , que es el valor del tanto (la raíz de la ecuación). Bombelli reconoce que esta regla sólo es válida en el caso en que la raíz sea racional o irracional cuadrática de parte real racional no nula, pero insinúa la relación entre el caso general y la trisección del ángulo. También es notable su estudio general de la ecuación de cuarto grado, que ni Cardano ni Ferrari habían llevado a cabo, así como lo es todo lo referente a la teoría de ecuaciones: cambio de signo de las raíces, sustitución de la incógnita por un valor proporcional a su recíproco, o por otra incógnita sumándole o restándole un número, etc., transformaciones que utiliza para reducir toda cúbica a las formas canónicas.

El libro tercero contiene una colección de 273 cuestiones, de las que más de la mitad son transcripciones de problemas de la *Aritmética* de Diofanto. Una novedad interesante es que una de las cuestiones la resuelve con letras, cuando trata la división de $12+a$ en dos partes, cuyo producto sea 20 . Los libros cuarto y quinto comprenden la “parte geométrica”, tratándose ciertamente de álgebra geométrica, afirmando que “todo lo que se hace con números puede hacerse también con líneas”. Tras exponer la construcción geométrica de las figuras y equivalencias elementales, resuelve geoméricamente las operaciones aritméticas, incluyendo la raíz cúbica, mediante medias proporcionales. Aplica estas construcciones a la resolución de las ecuaciones de primero, segundo y tercer grado, y luego a numerosos problemas geométricos en los que pone a contribución la geometría, el álgebra y el hoy denominado “cálculo gráfico”. Por ejemplo, demuestra gráficamente la propiedad básica de las cúbicas de ser su raíz suma de dos segmentos, cuyo producto y suma de los cubos son conocidos. Es interesante también una solución gráfica aproximada de la ecuación cúbica $x^3 = px + q$, que se funda en la proporcionalidad $x:p=(x+q/p):x^2$, válida para x pequeña que incluye el caso irreducible. La construcción del eneágono regular le conduce a una cúbica del caso irreducible, $x^3+72=36x$, en la que no puede emplear su método de resolución. Sea un círculo (V. dibujo) de diámetro $BE=2r$, y sean $AB=BC=CD=2x$, tres lados consecutivos del eneágono convexo, siendo el lado del triángulo equilátero $AD=a$. Si $AE=CE=2z$, se tiene por una parte que: $x^2+z^2=r^2$, y por otra, en virtud de los cuadriláteros inscritos $ABCD$ y $ABCE$, que $y^2=ax+x^2$, $xz=ry$. Si entre las tres ecuaciones se eliminan z e y , se llega a $x^3 + \frac{1}{3}a^3 = a^2x$.



En su ejemplo, Bombelli toma $2a=6$ y llega a la ecuación $x^3+72=36x$, concluyendo Bombelli que “hasta ahora no hay manera de resolver, pues no hay proporción entre sus partes”, pues debería encontrar un número entero comprendido entre 3 y $2 \cdot 3^{1/2}$.

En otro de los problemas geométricos, Bombelli pregunta por el lado de un cuadrado inscrito en un triángulo de lados $ac=13$, $cf=14$, $fa=15$, de forma que uno de sus lados esté sobre cf (V. dibujo).



Para resolverlo, Bombelli dice: Sea $bg=14x$, entonces $ag=15x$ y $ab=13x$ (con la simbología actual). Ahora bien, $ah=12x$ y $hi=14x$, y como $ai=12$, se tiene que $26x=12$, luego “la cosa”, o x , es igual a $\frac{6}{13}$, de manera que hi , que es el lado del cuadrado, debe ser 14 veces $\frac{6}{13}$, o sea, $\frac{6^6}{13}$.

Bombieri, Enrico (n. 1940). Matemático italiano. Nació en Milán. Profesor en la Universidad de Pisa y en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Sus trabajos se extienden al campo de la teoría de números, de la geometría algebraica y del análisis matemático. Recibió la medalla Fields 1974.

Boncompagni, Baldassarre (1821-1894). Matemático italiano. Se especializó en matemática medieval, reuniendo una rica biblioteca. Fundó y dirigió (1868-1877) el “*Boletín de bibliografía e historia de la ciencia matemática y física*”.

Bonnet, Pierre Ossian (1819-1892). Matemático francés. Estudió en la École Polytechnique en París. Ingeniero de puentes y caminos. Enseñó en la École Polytechnique y en la École Normale Supérieure, en París. Investigó la geometría infinitesimal y la teoría geométrica de las superficies. Profesor en París (Hadamard fue alumno suyo). Lleva su nombre el siguiente teorema: Si dos superficies tienen la misma geometría intrínseca y si, en puntos y direcciones correspondientes, las curvaturas de las secciones normales de estas superficies tienen el mismo signo, entonces ambas superficies son congruentes. Estudió (entre 1844 y 1867) diversas curvas, entre ellas los trompos, la braquistócrona, las curvas de Ribaucour, la cuártica piriforme y la cuártica que lleva su nombre. Publicó una escala de criterios logarítmicos de convergencia de las series infinitas. Demostró que el foco de una parábola describe una catenaria cuando rueda sobre una recta. Estudió las curvas de curvatura constante. Demostró (1853) el teorema recíproco del de Joachimstal: Si dos superficies se cortan a lo largo de una curva bajo ángulo constante, y si la curva es línea de curvatura de una de ellas, también lo es de la otra. Demostró el teorema del valor medio del cálculo diferencial sin utilizar la continuidad de $f'(x)$.

Bonycastle, Charles (1796-1840). Matemático inglés. Nació en Woolwich (Greenwich). Hijo de John Bonycastle. Fue profesor en la Universidad de Charlottesville (Virginia, EE.UU.). Publicó *Geometría inductiva* (1832), *Sobre la insuficiencia del teorema de Taylor* (1841).

Bonycastle, John (1751-1821). Matemático inglés. Nació en Whitechurch (Cambridgeshire). Fundó una academia libre en Hackney y fue profesor de matemáticas en la Escuela Militar de Woolwich. Publicó *Guía del escolar para la aritmética* (1780) y *Elementos de Euclides* (1789).

Bonola, Roberto (1874-1911). Matemático italiano. Nació en Bolonia. Publicó *Geometría no euclídea* (1906).

Boole, George (1815-1864). Matemático y lógico inglés. Nació en Lincoln. Hijo de un modesto comerciante de dicha ciudad, recibió únicamente la educación elemental usual, pero estudió por su cuenta griego y latín con la idea de que su conocimiento le ayudara a mejorar su posición social. Empezó a enseñar a los 16 años, creando en 1835 su propia escuela en Lincoln. Fue autodidacto en matemáticas, comenzando a estudiar a fondo las obras de Laplace y Lagrange, a la vez que estudiaba otros idiomas. Hizo amistad con Augustus de Morgan y siguió con gran interés una controversia sobre lógica que había suscitado el filósofo escocés William Hamilton (1788-1856) con Morgan. Como resultado de dicho interés, Boole publicó en 1847 un librito titulado *El análisis matemático de la lógica*, obra que Morgan consideró como de las que marcan una época (ese mismo año apareció la obra *Lógica formal* de Morgan) En su obra, Boole insistía en que la lógica debería estar asociada a la matemática más que a la metafísica, como sostenía Hamilton. En la introducción a su obra, Boole protestaba contra la definición de la matemática que se admitía en su tiempo como la ciencia del número y de la magnitud, defendiendo un punto de vista más general: “Podríamos asignarle con justicia el carácter definitivo de un verdadero Cálculo, que es un método que se basa en el uso de símbolos, cuyas leyes de combinación son conocidas y generales, y cuyos resultados admiten una interpretación consistente. Precisamente, sobre la base de este principio general, me propongo edificar el Cálculo de la Lógica, y en virtud de ello reclamo para éste un lugar entre las formas reconocidas del Análisis matemático”. Dos años después de la publicación de su obra, Boole fue nombrado profesor de matemáticas en el recién creado Queen’s College de Cork, en Irlanda. En 1857 fue elegido miembro de la Royal Society. Con su libro *Leyes del pensamiento* (1854) se convirtió en el fundador de la lógica simbólica. El objetivo del libro era, según Boole, “investigar las leyes fundamentales de las operaciones de la mente, en virtud de las cuales se razona; expresarlas en el lenguaje de un cálculo y

sobre tal fundamento establecer la ciencia de la lógica y construir su método; hacer de ese método la base de un método general para la aplicación de la teoría matemática de las probabilidades y, finalmente, recoger de los diversos elementos de verdad que surgen en el curso de esta investigación algunas informaciones probables referentes a la naturaleza y constitución de la mente humana...”. Si bien se advierte en estos párrafos cierta heterogeneidad en la finalidad y contenido del libro, su contribución al desarrollo de la lógica matemática fue permanente y de tal importancia que Bertrand Russell dijo que “la matemática pura fue descubierta por Boole”. Este libro abrió nuevos horizontes hacia la investigación lógica que a partir de él prosiguió en dos direcciones: por un lado hacia una estructura más rigurosa de la propia lógica, dirección que culmina con la obra de Ernst Schröder, y por el otro, hacia una vinculación cada vez más estrecha entre matemática y lógica, para confundirse ambas y culminar en las actuales “álgebras de Boole”, que son a la vez el álgebra de los conjuntos y el álgebra de la lógica. Hoy se aplica el álgebra de Boole no sólo a la matemática pura, sino también a la teoría de las probabilidades (escribió *Estudios sobre lógica y probabilidad*), a la del seguro y a la de la información. Desde entonces, han cambiado algo los símbolos que Boole utilizó, pero los principios fundamentales son exactamente los mismos que él estableció. Las cinco leyes fundamentales del álgebra, $x + y = y + x$, $xy = yx$, $x + (y + z) = (x + y) + z$, $x(yz) = (xy)z$, $x(y + z) = xy + xz$, se verifican en cualquier álgebra de Boole, pero no todas las reglas del álgebra usual siguen siendo válidas. Por ejemplo, en el álgebra de Boole se tiene evidentemente que $I + I = I$, pues I es el símbolo del conjunto universal, y que $x \cdot x = x$, pues el símbolo \cdot indica simultaneidad. La ecuación $x^2 = x$ escrita como $x(I - x) = 0$ sugiere que $I - x$ debería representar al complemento del conjunto x , es decir, al conjunto de todos los elementos del conjunto universal I que no están en el subconjunto x . En el álgebra de Boole no se deduce necesariamente de la igualdad $xz = zy$, donde z es un conjunto no vacío, es decir, no nulo, que $x = y$, ni tampoco es cierto que si $xy = 0$, entonces o bien x o bien y tengan que ser obviamente 0 . La ecuación $xy = x$, por ejemplo, expresa que todos los x son y , si se sabe también que $yz = y$, es decir, que todos los y son z , entonces sustituyendo en la primera ecuación el valor de y dado en la segunda, el resultado obtenido es $x(yz) = x$; utilizando la propiedad asociativa, se tiene $(xy)z = x$, y sustituyendo xy por x , queda $xz = x$, que es la manera simbólica y compacta de decir que todos los x son z . Boole observó que estas ideas se podían interpretar también como un cálculo de proposiciones. Así, si x e y son proposiciones, entonces xy sería la afirmación conjunta de x e y , y $x + y$ sería la afirmación de x o y o ambas. La proposición $x = I$ significaría que x es verdadera, mientras que $x = 0$ que x es falsa; $I - x$ significaría la negación de x . Sin embargo, Boole no avanzó mucho en el cálculo de proposiciones.

Expuso en 1841 el concepto de invariancia, fundando con ello los estudios sobre las formas algebraicas y la teoría de los invariantes respecto de cierto grupo de transformaciones. En su obra *Tratado sobre las ecuaciones diferenciales* (1859) estableció paralelismos entre las propiedades de los operadores diferenciales (y sus inversos) y las reglas del álgebra, e introdujo un algoritmo relativo a dichos operadores para facilitar el tratamiento de las ecuaciones diferenciales lineales, considerando al símbolo D como incógnita. Por ejemplo, para resolver la ecuación diferencial $ay'' + by' + cy = 0$, es decir $aD^2 + bD + c = 0$, si las raíces de esta ecuación son p y q , se tiene que e^{px} y e^{qx} son soluciones de la ecuación diferencial y que $Ae^{px} + Be^{qx}$, es una solución general de dicha ecuación. También escribió *Tratado sobre cálculo de diferencias finitas* (1860).

Booth, James (1814-1878). Matemático y eclesiástico inglés. Publicó *Método de coordenadas tangenciales* (1840), *Tratado sobre algunos métodos geométricos* (1872), donde estudió la lemniscata y los óvalos que llevan su nombre.

Borchardt, Carl Wilhelm (1817-1880). Matemático alemán. Nació en Berlín. Desarrolló y completó la teoría de las funciones zeta en relación con las integrales elípticas. Durante el periodo 1855-1880, al *Diario de Crelle* se le llamó *Diario de Borchardt*.

Borcherds, Richard Ewen (n. 1959). Matemático inglés. Nació en Ciudad del Cabo. Estudió en la Universidad de Cambridge, donde enseñó, así como en la Universidad de California Berkeley. Trabaja en teoría de números, celosías, teoría de grupos y álgebras de dimensión infinita. Recibió la medalla Fields 1998.

Borda, Jean-Charles (1733-1799). Matemático y astrónomo francés. Nació en Dax. Sirvió en el ejército y en la marina, donde llegó a ser capitán de navío. Intervino en la Guerra de Independencia de Estados Unidos. Calculó las tablas trigonométricas para medidas decimales que fueron publicadas por Delambre (póstumas, 1800-1801).

Borel, Félix Édouard Justin Émile (1871-1956). Matemático y político francés. Nació en Saint-Affrique (Aveyron). Estudió en la École Normale Supérieure. Enseñó en la Universidad de Lille, en la citada École y finalmente en la Sorbona, a partir de 1909. De su cátedra de París, pasó a ser miembro desde 1924 a 1936 de la Cámara de los diputados, luego ministro de Marina (1925), siendo detenido en 1940 por el gobierno de Vichy. Fundó el Centro Nacional de Investigación Científica y contribuyó en la planificación del Instituto Henri Poincaré, del que fue director desde 1928 hasta su muerte. Fue miembro de la Académie des Sciences desde 1921.

En la aplicación de la teoría de conjuntos a la teoría de funciones, se recuerda el teorema de Heine-Borel (formulado por Heine en 1872 y olvidado, y reformulado por Borel en 1895), que dice: “Si un conjunto cerrado y acotado de puntos de una recta se puede recubrir por un conjunto de intervalos, de tal manera que todo punto del conjunto sea un punto interior de al menos uno de los intervalos, entonces existe un número finito de tales intervalos con la misma propiedad de recubrimiento”. Se llaman “conjuntos borelianos” a los que se obtienen a partir de los conjuntos abiertos de la recta real por aplicación repetida de las operaciones de unión numerable y complementación (luego también de intersección numerable). En su libro *Teoría de funciones* (1898), y en conexión con la teoría de conjuntos, introdujo una definición de la “medida” que se conoce como “medida B”. Propuso definir la medida de un conjunto abierto acotado como la suma de las longitudes de los intervalos componentes. Luego, define la medida de la suma de una cantidad finita o numerable de conjuntos medibles disjuntos como la suma de sus medidas individuales y la medida del conjunto $A - B$, siendo A y B medibles y B contenido en A , como la correspondiente diferencia de las medidas. Con estas definiciones podía atribuir una medida a los conjuntos formados sumando cualquier cantidad finita o numerable de conjuntos medibles disjuntos y a la diferencia de dos conjuntos medibles cualesquiera A y B , siempre que A contenga a B . En su obra *Sobre las series divergentes* (1901) expone cómo se puede definir una “suma” para algunas series divergentes, de tal manera que tenga sentido en las relaciones y operaciones entre tales series. Por ejemplo, si la serie es $\sum u_n$, entonces se puede definir una “suma” como la integral definida entre 0 e ∞ de la expresión $e^{-x} \sum (u_n x^n / n!)$ dx , para n entre 0 e ∞ , si tal integral existe (se llama a la serie $\sum (u_n x^n / n!)$, serie asociada de la serie original $\sum u_n$). Si la serie original tiene un radio de convergencia R mayor que cero, entonces la serie asociada representa una función entera, la integral anterior tiene sentido si x es interior al círculo de convergencia y los valores de la integral y la serie son idénticos. Pero la integral también puede tener sentido para valores de x exteriores al círculo de convergencia y en este caso la integral da una prolongación analítica de la serie original. Borel llama a la serie, *sumable* (en el sentido mencionado) en un punto x donde la integral tenga sentido. Si la serie original es divergente ($R = 0$), la serie asociada puede ser convergente o divergente. Si es convergente sobre una región del plano $u = zx$ únicamente, se entiende por $F(u)$ el valor no simplemente de la serie asociada, sino el de su prolongación analítica. Entonces la citada integral puede tener un significado, que se obtiene de la serie divergente original. Borel se ocupó también de la determinación de la región de los valores de x en los que la serie original es sumable, tanto cuando la serie original es convergente ($R > 0$) como si es divergente ($R = 0$). Borel introdujo también el concepto de sumabilidad absoluta. La serie original se llama absolutamente sumable en un valor de x cuando la integral citada es absolutamente convergente y las sucesivas integrales $\int_0^\infty e^{-z} |d^\lambda F(z,x)/dz^\lambda| dz$, para $\lambda=1, 2, \dots$, tengan sentido. Luego, Borel demuestra que si una serie divergente es absolutamente sumable, puede ser manejada precisamente como una serie convergente. En otras palabras, la serie representa una función y puede ser utilizada en lugar de la función. Así, la suma, diferencia y producto de dos series absolutamente sumables, son absolutamente sumables y representan, respectivamente, la suma, diferencia y producto de las dos funciones representadas por las series individuales. Se verifica un hecho análogo para la derivada de una serie absolutamente sumable. Además, la suma en el sentido anterior coincide con la suma usual en el caso de las series convergentes, y la resta de los k primeros términos reduce la *suma* de la serie total en la suma de esos k términos. Borel subraya que cualquier definición satisfactoria de la sumabilidad debería tener esas propiedades, aunque no todas las tienen. No exige, en cambio, que dos definiciones cualesquiera den necesariamente la misma suma. Estas propiedades posibilitaron la aplicación inmediata de la teoría de

Borel a las ecuaciones diferenciales. De hecho si $P(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$, es una ecuación diferencial que es holomorfa en x en el origen y algebraica en y y todas sus derivadas, entonces cualquier serie absolutamente sumable, $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$, que satisfaga formalmente la ecuación diferencial, define una ecuación analítica que es una solución de la ecuación. Por ejemplo, la serie de Laguerre, $1+x+2!/x^2+3!/x^3+\dots$, satisface formalmente la ecuación $x^2d^2y/dx^2+(x-1)y=-1$, y por tanto la función $f(x) = \int_0, \infty dz/(1-zx)$, será solución de la ecuación.

En un intercambio epistolar entre Borel, Hadamard y Lebesgue, se desarrollaron y discutieron críticas a la situación lógica de la matemática (1905). Borel defendía la afirmación de Poincaré de que los números naturales no pueden fundamentarse axiomáticamente, y criticaba además el axioma de elección porque exige una infinitud no numerable de elecciones simultáneas, lo que es inconcebible para la intuición.

En 1909, Borel publicó *Elementos de la teoría de probabilidades*, donde esta teoría queda afectada profundamente por la teoría de conjuntos y la teoría de la medida.

Borelli, Giovanni Alfonso (1608-1679). Matemático, fisiólogo y físico italiano. Nació en Nápoles. Profesor de matemáticas en Mesina (1649) y Pisa (1656). Volvió a Mesina (1667), yendo después a Roma (1674), donde vivió bajo la protección de Cristina, ex-reina de Suecia. Colaboró con Vicente Viviani en la publicación del libro *Divinatio* sobre la teoría de cónicas de Apolonio. Escribió *Euclides restituido* (1658), donde intentó vencer la dificultad de la teoría de las paralelas. Escribió, entre otras obras, *Sobre el movimiento de los animales* (1680-1681), donde aplicó los principios de la mecánica.

Borghi, Pietro (m. 1491). Matemático italiano. Publicó (Venecia, 1484) una *Aritmética* de carácter práctico comercial, que contó con 17 ediciones, la última en 1557. Se trata por tanto de un incunable (V. Treviso y Bamberg).

Borgo, Luca di. V. Pacioli, Luca.

Born, Max (1882-1970). Físico alemán, nacionalizado británico. Nació en Breslau. Fue discípulo de Hilbert y de Klein. Profesor en Gotinga (1921). En 1933 abandonó Alemania a causa de los nazis. Fue profesor en Cambridge y Edimburgo (1936), nacionalizándose británico (1939). Premio Nobel de física 1954. Colaboró con Heisenberg (1926) para desarrollar la formulación matemática de la teoría cuántica, presentando una formulación estadística del comportamiento de las partículas subatómicas. Propuso una interpretación probabilista del significado de la función de onda.

Borsuk, Karol (1905-1982). Matemático polaco. Nació en Varsovia, en cuya Universidad estudió. Resolvió (1933) el problema que lleva su nombre sobre descomposición. También lleva su nombre un teorema de extensión de homotopía. Publicó junto con Szmielew, *Fundamentos de geometría* (1960).

Boscovich, Ruggiero Giuseppe. (1711-1787). Astrónomo y matemático serbo-croata. Nació en Ragusa (Dalmacia, territorio veneciano, hoy Dubrovnik, Croacia). Jesuita (1726), estudió matemáticas y física en Roma. Profesor de matemáticas en Roma (1740) y Pavía (1764). Fue uno de los primeros científicos en aceptar la teoría de la gravedad de Newton. Escribió sobre óptica, astronomía, teoría de la gravedad, meteorología y trigonometría. Dedujo las cuatro ecuaciones de error de trigonometría.

Bose, Satyendra Nath (1894-1974). Físico hindú. Nació en Calcuta, en cuya universidad se graduó y donde fue profesor (1916). Luego fue profesor en la Universidad de Dacca (1921-1945) y de nuevo en la de Calcuta (1945-1956). Junto con Einstein, estableció una ley estadística cuántica que tiene por límite la ley clásica de Maxwell-Boltzmann al aumentar la temperatura. Escribió *Ley de Plank y la hipótesis de los quanta de luz* (1924).

Bosse, Abraham (1602-1676). Grabador francés. Nació en Tours. Amigo y seguidor de Desargues, lo que le hizo sacrificar, ante los ataques de los adversarios de Desargues, su cátedra en la Académie des Arts. Publicó *Método universal de Desargues para practicar la perspectiva* (1648), en donde aparece por primera vez el teorema de Desargues (citado explícitamente por Bosse): “Si dos triángulos están situados de tal manera que las rectas que unen pares de vértices correspondientes son concurrentes en

un punto, entonces los puntos de intersección de los pares de lados correspondientes son colineales, y recíprocamente”. Escribió también *Tratado sobre las formas de dibujar los órdenes de la arquitectura antigua* (1664).

Boucharlat, Jean Louis (1725-1848). Matemático y literato francés. Nació en Lyon. Estudió en la École Polytechnique en París. Fue profesor en la École Militaire de la Fère. Publicó una geometría analítica con el título de *Teoría de las curvas y de las superficies de segundo grado* (1810). También publicó *Elementos de mecánica* (1827) y *Elementos de cálculo diferencial e integral* (1828).

Bouguer, Pierre (1698-1758). Matemático, astrónomo y físico francés. Nació en Le Croisic. Estudió matemáticas e hidrografía. Analizó (1732) la llamada curva de persecución. Realizó mediciones (1740) de la densidad de la Tierra. Escribió *Forma de la Tierra* (1749), *Ensayo de óptica sobre la graduación de la luz* (1729).

Bouleau, Charles (n. 1906). Pintor, creador de mosaicos y grabador francés. Nació en París. Estudió en la Escuela de Bellas Artes. Asistió a los talleres de Ernest Laurent, antiguo colaborador de Seurat, y de Paul Baudoin. Escribió *La geometría secreta de los pintores* (1995).

Bouquet, Jean-Claude (1819-1885). Matemático francés. Junto con Briot introdujeron el término *holomorfa*, en lugar de *synectique* (término introducido por Cauchy) para la función compleja univalente (función monódroma) y con una sola derivada para cada z (función monógena), que nunca es infinita, y el término *meromorfa* si la función poseía únicamente polos en el dominio. También junto con Briot simplificaron el método, que Cauchy llamó *cálculo de límites*, para establecer la existencia de soluciones para ecuaciones diferenciales, y cuya versión se convirtió en la habitual. También iniciaron el estudio de las soluciones de las ecuaciones diferenciales en los entornos de los puntos singulares. Publicó junto con Briot, *Investigación de las funciones de variable imaginaria* (1856), que vino a ser el primer manual sobre esta materia.

Bourbaki, Nicolás (1935). Grupo formado por 10 a 20 matemáticos casi exclusivamente franceses, que escribieron con dicho seudónimo (entre ellos H. Cartan, C. Chevalley, J. Delsarte, J. Dieudonné, S. Eilenberg, R. Godement, A. Grothendieck, L. Schwartz, J. P. Serre, R. Thom y A. Weil), cuyos miembros se van renovando. Una de las reglas del grupo consiste en que cada miembro que supere los 50 años debe pasar a la categoría de consejero sin derecho de decisión. Se considera que Nancy es su ciudad de residencia. En esta ciudad francesa hay una estatua del general Charles Denis Sauter Bourbaki (1816-1897) a quien se le ofreció en 1862 el trono de Grecia, oferta que declinó, y del que posiblemente el citado grupo asumió su nombre. Sus *Elementos de matemáticas* comenzaron a aparecer a partir de 1935. En ellos se intenta fundamentar y desarrollar las grandes teorías básicas de la matemática. Llamaron a la parte primera de su obra *Estructuras fundamentales del análisis*, que está formada por los libros siguientes: *Teoría de conjuntos*, *Álgebra*, *Topología general*, *Funciones de variable real*, *Espacios vectoriales topológicos*, *Integración*. También han publicado fascículos de otros tres libros de un nivel especial más avanzado: *Variedades diferenciables*, *Teoría espectral y Grupos y Álgebras de Lie*. Ante las dificultades por las que atraviesan en la actualidad ciertas investigaciones matemáticas, en especial las dirigidas a conseguir su máximo rigor, que han conducido a un cierto estancamiento a la espera de alcanzar acuerdos sobre la definición de ese rigor y lo que éste significa, Bourbaki ha mostrado su optimismo: “Hace veinticinco siglos que los matemáticos vienen practicando la costumbre de corregir sus errores, viendo así su ciencia enriquecida y no empobrecida; esto les da derecho a contemplar el futuro con serenidad”. Algunos de los componentes del grupo (Grothendieck, Schwartz, Serre, Thom) han sido galardonados con la medalla Fields.

Bourgain, Jean (n. 1954). Matemático belga. Nació en Ostende. Estudió en la Universidad Libre de Bruselas, donde fue profesor. También enseñó en la Universidad de Illinois. Obtuvo la medalla Fields 1994. Resolvió, junto con W. T. Gowers, la mayoría de las cuestiones planteadas por Banach en su obra *Teoría de las operaciones lineales*.

Boutin, Pierre (h. 1890). Matemático canadiense. Profesor en el Cégep (colegio de enseñanza general y profesional, asimilable a una universidad pública) de Sorel-Tracy (Quebec, Canadá). Realizó aportaciones a la geometría del triángulo (1890).

Bowditch, Nathaniel (1773-1838). Matemático y astrónomo estadounidense. Nació en Salem (Massachusetts). Estudió (1815) las curvas posteriormente llamadas de Lissajous. Tradujo cuatro de los cinco volúmenes de la *Mecánica celeste* de Laplace, añadiendo explicaciones. Sobre este trabajo dijo que cada vez que se encontraba la frase “es fácil ver que...”, sabía que le esperaban horas de duro trabajo para rellenar las lagunas. Escribió *Nuevo navegador práctico americano* (1815).

Bowen (h. 1990). Trabajó en la teoría del caos, en la demostración de que las probabilidades de ocupación de puntos pueden ser descritas y calculadas con los métodos de la mecánica estadística.

Bowman, Julia. V. Robinson, Julia.

Box, George Edward Pelham (n. 1919). Estadístico inglés. Nació en Gravesend (Kent). Estudió en la Universidad de Londres. Ha sido profesor en la Universidad de Carolina Norte en Chapel Hill, en la de Princeton y en la de Wisconsin-Madison. Ha trabajado en control de calidad, análisis de series temporales, diseño de experimentos e inferencia bayesana. Se le atribuye la frase: “Esencialmente todos los modelos están equivocados, pero algunos son útiles”.

Boyer, Carl B. (1906-1976). Historiador y matemático estadounidense. Escribió *Conceptos del cálculo* (1949), *Historia de la geometría analítica* (1956), *Historia de las matemáticas* (1968).

Bradwardine, Thomas (h. 1290-1349). Teólogo y filósofo inglés, que se ocupó de mecánica y de matemática. Arzobispo de Canterbury, recibió el nombre de “Doctor profundus”. Murió a causa de la peste negra. En su libro *Tratado sobre las proporciones* (1328) desarrolló y generalizó la teoría de Boecio de las proporciones doble, triple o, de una manera más general, lo que hoy se llamaría una proporción n -tupla, es decir, que las cantidades varían como la segunda, tercera, o, en general, la n -ésima potencia. También incluía proporciones subdobles, subtriples y sub- n -tuplas, en las que las cantidades varían como la raíz cuadrada, cúbica o la raíz n -ésima respectivamente. Aplicó esta teoría para proponer una alternativa a la ley aristotélica del movimiento: Para multiplicar por n la velocidad que se produce como consecuencia de una cierta razón o proporción F/R , debe conseguirse la n -ésima potencia de dicha razón. Bradwardine no intentó una confirmación experimental de esta ley, que no parece haber logrado una aceptación general. En sus obras *Aritmética*, *Geometría* y *Geometría especulativa*, está influido por Boecio, Aristóteles, Euclides y Campano, y muestra su interés por el ángulo de contingencia y los polígonos estrellados que engendra sistemáticamente prolongando los lados de los polígonos regulares de orden inferior (los polígonos de primer orden son los convexos), dando la fórmula para la suma de los ángulos internos de los polígonos estrellados de orden inferior. En sus obras citadas y sobre todo en *Tratado del continuo*, se patentiza su interés por el continuo y el infinito, afirmando “que las magnitudes continuas, aunque incluyen una cantidad infinita de indivisibles, no están formadas por tales átomos matemáticos, sino que están compuestas por una cantidad infinita de continuos del mismo tipo”. También escribió *Sobre la causa de Dios* (1344).

Brage logne, Christopher Bernard de (1688-1741). Matemático francés. Nació en París. Fue párroco de la Église Royale de Saint Julien de Brionde. Publicó un extenso trabajo sobre las curvas de cuarto orden y tercer género, en las que aparecían singularidades de orden superior.

Brahana, Henry Roy (1895-1972). Matemático estadounidense. Profesor en la Universidad de Illinois. Publicó estudios sobre la topología de las superficies y sobre fractales.

Brahe, Tycho (1546-1601). Astrónomo danés. Nació en Knudstrup (Scania). Estudió leyes en la Universidad de Copenhague (1559-1562), en la de Leipzig (1562-1565), Wittenberg, Rostock (1566), Basilea y Augsburgo. Decía de las universidades que, en aquella época, no había astrónomos sino

astrólogos, alquimistas, matemáticos y médicos. En 1571 se estableció en Scania, donde construyó un pequeño observatorio. Con ayuda del rey Federico II, construyó el observatorio que llamó Urania, en la isla de Ven, donde permaneció hasta 1597. Pasó a Praga bajo el patronazgo del rey Rodolfo II (1599), donde murió, sustituyéndole su alumno y ayudante Kepler.

Para calcular el valor del coseno de un lado de un triángulo esférico según la fórmula del coseno, Brahe utilizaba un ángulo auxiliar, mediante el cual, por un proceso de prostaféresis, obtenía el resultado por sumas y diferencias de cosenos. La fórmula es: $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$. Seguidamente, utiliza el ángulo auxiliar θ definido por la expresión: $\cos \theta = 1/2[\cos(b-c) - \cos(b+c)]$. Y aplicando esta relación, obtiene $\cos a = 1/2[\cos(b+c) + \cos(b-c)] + 1/2[\cos(A+\theta) + \cos(A-\theta)]$.

Con ayuda de instrumentos diseñados por él mismo, realizó numerosísimas observaciones que sirvieron de base a su discípulo Kepler para la formulación de las leyes del movimiento planetario. Jobst Bürgi (V. esta reseña) colaboró en estos cálculos con el círculo científico de Brahe.

La prostaféresis (transformación de una multiplicación en suma, usada principalmente por los astrónomos utilizando relaciones entre las funciones circulares) se utilizaba desde muchos siglos antes del ejemplo indicado más arriba, por supuesto sin tener ese nombre ni la misma finalidad. Es el caso de la clásica identidad, de reminiscencias babilónicas y diofánticas, que expresa el producto mediante la diferencia de dos cuadrados, y que en los siglos XIX y XX se utilizó en las “tablas de cuartos de cuadrados” en la forma $xy = E^{1/4}(x+y)^2 - E^{1/4}(x-y)^2$, con la introducción de la función E (parte entera de un número), que ahorra la escritura en la tabla de la parte fraccionaria. Con esa tabla el producto se obtiene mediante una suma, dos diferencias y dos lecturas en la tabla. Es claro que la introducción de los logaritmos ofreció una solución más adecuada, que ha sido superada ampliamente por las máquinas de calcular electrónicas.

Brahmagupta (h. 598-h. 665). Matemático y astrónomo hindú. Vivió en el Rajasthán (India noroccidental). Escribió en verso (hacia 628) una obra de astronomía en 20 libros, llamada *Brahmasphuta Siddhanta* (*La ciencia perfeccionada de Brahma*), cuyo libro 12 está dedicado a la aritmética y la geometría, y el libro 18 al álgebra y las ecuaciones indeterminadas. Brahmagupta escribió que “Así como el Sol eclipsa las estrellas por su brillantez, también el hombre culto eclipsará la fama de otros en asambleas del pueblo si propone problemas algebraicos y todavía más si los resuelve”. En los citados capítulos matemáticos aparece la llamada fórmula de Herón, extendida a los cuadriláteros inscriptibles (Brahmagupta no advirtió esta limitación, y extendió la fórmula equivocadamente a todos los cuadriláteros, inscriptibles o no), que da su área en función de los lados: $S = [(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)]^{1/2}$, donde p es el semiperímetro. Obtiene las expresiones que dan el valor de las diagonales d_1 y d_2 del cuadrilátero en función de sus lados: $d_1^2 = (ac+bd)(ad+bc)/(ab+cd)$, $d_2^2 = (ac+bd)(ab+cd)/(ad+bc)$.

También da la construcción de un cuadrilátero inscriptible de lados, diagonales y área conmensurables, siendo sus diagonales perpendiculares entre sí, para lo cual acude a Diofanto para obtener cuatro triángulos rectángulos de lados enteros, semejantes dos a dos y con catetos iguales también dos a dos, que al reunirlos haciendo coincidir el vértice del ángulo recto y los catetos iguales, configuran un cuadrilátero inscriptible en las condiciones dadas (es el caso del cuadrilátero de lados 25, 52, 60 y 39, de diagonales perpendiculares entre sí, 63 y 56, y de área 1764). Llama “área bruta” de un cuadrilátero a la fórmula prehelénica que consiste en multiplicar las medias aritméticas de los dos pares de lados opuestos. En esta obra también aparece un valor aproximado de π (el “valor práctico” 3, y el “valor exacto” $3^{1/2}$), así como ecuaciones indeterminadas de segundo grado.

En cuanto a las soluciones de las ecuaciones cuadráticas, Brahmagupta acepta también las negativas. De hecho, la primera vez que aparece sistematizada la aritmética de los números negativos y del cero (llamado *cifra*) es en la obra de Brahmagupta. Da una regla adecuada para los signos en la división, pero se equivoca al considerar el caso de denominador nulo: “Positivo dividido por positivo, o negativo por negativo, es afirmativo. Cifra dividido por cifra es nada. Positivo dividido por negativo es negativo. Negativo dividido por afirmativo es negativo. Positivo o negativo dividido por cifra es una fracción que la tiene por denominador”. Da una fórmula para la obtención de ternas pitagóricas, que es una forma modificada de la regla babilónica. Dio una solución general de la ecuación diofántica lineal $ax+by=c$, con a , b y c enteros. Para que tenga soluciones enteras, Brahmagupta sabía que el máximo común divisor de a y b debe dividir a c , y si a y b son primos entre sí, entonces todas las soluciones de la ecuación vienen dadas por $x=p+mb$, $y=q-ma$, donde m es un entero arbitrario, y $x=p$, $y=q$, dos

soluciones cualesquiera de dicha ecuación. Estudió también la ecuación diofántica cuadrática $x^2=1+py^2$, llamada hoy de Pell, y que apareció por primera vez en el problema de los bueyes de Arquímedes (V. esta reseña. También, V. Baskhara, que resolvió algunos casos particulares de esta ecuación).

Braikenridge, William (1700-1762). Clérigo anglicano y matemático inglés. Estudió (1733 y años sucesivos) construcciones sobre las cónicas y otras curvas de orden superior, especialmente por métodos cinemáticos.

Bramer, Benjamin (1588-1652). Arquitecto alemán. Nació en Felsberg. Dirigió las construcciones de las fortificaciones y castillos de Hesse-Kassel. Fue nombrado maestro de obras de la corte de Marburgo, dirigiendo la construcción de las fortificaciones de su castillo. Inventó aparatos para el trazado de cónicas, que describió en su obra *Apollonius catus*. Diseñó varios instrumentos matemáticos, entre ellos un pantógrafo.

Branford, Benchara (h. 1908). Matemático y pedagogo. Trabajó en la introducción de la perspectiva histórica en la enseñanza de las matemáticas. Publicó *Un estudio sobre la educación matemática incluyendo la enseñanza de la aritmética* (1908).

Branges de Bourcia, Louis de (n. 1932). Matemático franco-americano. Nació en París. Estudió en el Massachusetts Institute of Technology y en la Universidad de Cornell. Posteriormente estuvo en el Instituto de Estudios Avanzados (1959-1960) y en el Instituto Courant de Ciencias Matemáticas (1961-2). Miembro de la Universidad de Purdue (1962). En 1984, presentó en Leningrado (hoy, San Petersburgo) un manuscrito original de 385 páginas (Goluzin había fundado en Leningrado una escuela que durante muchos años fue centro de investigaciones sobre la teoría de funciones analíticas) sobre la demostración de la conjetura de Bieberbach (V. esta reseña), que fue aceptada por los matemáticos de Leningrado. Tras las discusiones que tuvieron lugar, Branges publicó una demostración de 16 páginas en *Acta Matemática*.

Brashman, Nikolai Dmitrievich (1796-1866). Matemático ruso de origen checo. Nació en Rassnova (Brno). Estudió en la Universidad de Viena. Fue profesor en San Petersburgo y en Kazán (1825-1834). En la Universidad de Moscú fue profesor de matemáticas aplicadas durante 30 años, retirándose en 1864. En su apartamento se reunían los científicos que dieron lugar a la Sociedad Matemática de Moscú (1864), de la que fue su primer presidente. Sus trabajos de investigación se centraron sobre todo en el principio de acción mínima y la hidrodinámica.

Brauer, Richard Dagobert (1901-1977). Matemático alemán. Nació en Berlín. Se graduó en Königsberg y se doctoró en Berlín (1925) bajo la dirección de Schur. Fue profesor en Königsberg hasta 1933, pasando a trabajar con Weyl sobre la teoría de Dirac sobre el spin de los electrones. Posteriormente trabajó sobre la teoría de Frobenius sobre grupos. Se trasladó a Canadá donde fue profesor en la Universidad de Toronto (1935). En 1948 pasó a enseñar en la Universidad de Michigan y luego en Harvard, hasta su retiro en 1971. Al final de la década de 1950, Brauer comenzó a formular un método para clasificar los grupos simples finitos, tarea que absorbió su atención el resto de su vida.

Braunmühl, Anton von (1853-1908). Historiador y matemático alemán, nacido en Tiflis (Rusia). Estudió en la Universidad de Munich, de donde fue profesor. Escribió *Lecciones de historia de la trigonometría* (1900).

Bravais, Auguste (1811-1863). Físico y mineralogista francés. Nació en Annonay. Estudió en el Collège Stanislas de París, doctorándose en la Universidad de Lyon (1837). Enseñó astronomía en la facultad de ciencias en Lyon (1841). Profesor de física en la École Polytechnique en París (1845). Profundizó en la teoría de la simetría y de los grupos de sustituciones. Estudió los grupos de movimientos para determinar las estructuras posibles de los cristales. Este estudio se reduce matemáticamente a la investigación de las transformaciones lineales en tres variables $x_i' = a_{i1}x + a_{i2}y + a_{i3}z$, para $i=1, 2, 3$, de determinante $+1$ ó -1 , lo que le condujo a 32 clases de estructuras moleculares simétricas que pueden aparecer en los cristales. Desarrolló la teoría de los

retículos cristalinos. Realizó comprobaciones de la ley de Gauss. Escribió entre otras obras, *Estudios cristalográficos* (1866).

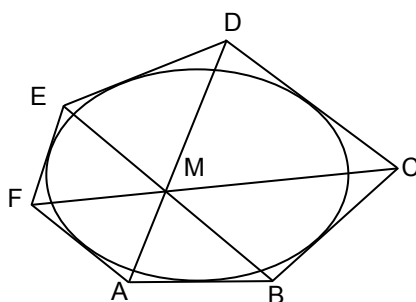
Bressier, Maurice (h. 1581). Matemático francés. En su obra *Metrice astronomica* (1581), se encuentra por primera vez la figura destinada a la representación sencilla y simultánea de las fórmulas de los seis casos de resolución de los triángulos rectángulos esféricos.

Breton de Champ, Paul Emile (1814-1885). Matemático francés. Estudió en la École Polytechnique de París. Ingeniero de puentes y caminos. En su *Nota sobre las líneas cuspidales* (1854), estudió las curvas toroides.

Bretschneider, Karl Anton (1808-1878). Matemático alemán. Fue auditor en el Palacio de Justicia de Gotha. Publicó importantes trabajos sobre trigonometría esférica y tetragonometría. Publicó *Relación entre los diámetros de los círculos inscrito y circunscrito a un triángulo esférico* (1838). Escribió una geometría didáctica elemental (1841) influida por la geometría proyectiva, lo que dio mayor rigor a su exposición.

Breuil, Christophe (h. 1999). Matemático francés. Estudió en Toulouse y en la École Polytechnique de París (1990-1992). Dirigió la investigación en la École Polytechnique (1993-1996), donde se doctoró en 1996, mientras enseñaba en la Universidad París-Sud en Orsay. Desde 2002, director de investigación en el Centre National de la Recherche Scientifique. Profesor en la Universidad de Columbia (2007-2008). Investiga en los campos de la geometría algebraica y la teoría de números. Demostró junto con Conrad, Diamond y Taylor (1999), la conjetura de Taniyama-Shimura-Weil para todas las curvas elípticas (V. Taniyama). Esta demostración tiene una aplicación de interés en el Programa Langlands consistente en asociar a una estructura algebraica (en este caso, una curva elíptica), un tipo específico de serie infinita construida a partir de datos concretos de la estructura y estudiar la información que la una brinda sobre la otra.

Brianchon, Charles Julien (1783-1864). Matemático francés. Nació en Sèvres. Se graduó en la École Polytechnique de París. Fue oficial de artillería y profesor de dicha Escuela. Al año siguiente de ingresar en ella, siendo alumno de Monge y leyendo la *Geometría de posición* de Carnot, cuando tenía 21 años, se publicó (1806) en el *Journal de l'École Polytechnique*, un trabajo suyo de título *Memoria sobre las superficies curvas de segundo grado*, donde demuestra el teorema de Pascal, olvidado durante largo tiempo, formulándolo en su forma actual: “En todo hexágono inscrito en una cónica, los tres puntos de intersección de los pares de lados opuestos están en una recta”. Tras unas demostraciones más, enunció el teorema que lleva su nombre, correlativo del de Pascal, que dice que:



“En cualquier hexágono circunscrito a una cónica, las tres diagonales se cortan en un punto” (V. dibujo), e indica que su teorema “está preñado de consecuencias curiosas”. En 1818, Brianchon fue profesor de la École d’Artillerie de la Garde Royale en Vincennes.

Los dos teoremas anteriores, el de Pascal y el de Brianchon, constituyen el primer ejemplo claro de un par de importantes teoremas “duales” en geometría, es decir, de teoremas que se convierten el uno en el otro si se intercambian las palabras “punto” y “recta”.

Brianchon estudió las propiedades de las figuras homológicas, los haces de cónicas, los haces de cuádricas, las cuárticas intersección de cuádricas y diversas cuestiones de la geometría del triángulo, como los sistemas de hipérbolas equiláteras inscritas en un triángulo. Brianchon y Poncelet publicaron

en un artículo conjunto en los *Anales* de Gergonne correspondientes a los años 1820-1821, con el título *Investigaciones sobre la determinación de una hipérbola equilátera*, una serie de teoremas entre ellos el que se refiere a la que hoy se llama circunferencia de los nueve puntos: la circunferencia que pasa por los pies de las perpendiculares trazadas por los vértices de un triángulo a los lados opuestos, pasa también por los puntos medios de los lados, así como por los puntos medios de los segmentos que unen los vértices del triángulo con el punto de intersección de las tres perpendiculares. Este teorema lleva el nombre de Feuerbach, pues aunque lo descubrió posteriormente en 1822, demostró una serie de propiedades de dicha circunferencia que no habían sido demostradas por Brianchon y Poncelet.

Briescom, E. (h. 1986). Escribió con Knörrer, *Curvas algebraicas planas* (1986).

Briggs, Henry (1561-1631). Profesor y matemático inglés. Nació en Warleywood (Yorkshire). Fue el primer profesor *saviliano* (Savilian Professor) de geometría de Oxford (1619), de donde pasó a la Universidad de Londres. Se le debe en buena parte la difusión y el perfeccionamiento de los logaritmos inventados por Napier. Los actuales logaritmos decimales surgieron de una entrevista entre Napier y Briggs, que tuvo lugar en 1615 en la residencia de aquél en Escocia. Briggs insinuó la conveniencia de adaptar los logaritmos al sistema de numeración y tomar para ello la base 1/10. Napier le replicó diciendo que ya había pensado en tal conveniencia, pero que le aconsejaba tomar la base 10. Briggs se dedicó a construir las tablas de acuerdo con ello y en 1617 publicó una tabla de logaritmos con ocho cifras de los números desde el 1 al 1.000.

En 1624 publicó *Aritmética logarítmica*, que contenía las tablas de los logaritmos de base decimal (también llamados vulgares o de Briggs), con catorce cifras decimales, de los números 1 a $2 \cdot 10^4$ y de $9 \cdot 10^4$ a 10^5 , en las que aparece la palabra “característica” (la palabra “mantisa” fue utilizada por primera vez por Wallis en 1693). También Briggs preparó la tabla de los logaritmos de las funciones circulares utilizando la división centesimal del grado, que fueron publicadas póstumas en 1633 por Gellibrand, cuando ya habían aparecido las tablas de Edmund Gunter basadas en la división sexagesimal del grado, de manera que la división centesimal no prevaleció. Dio dos de las cuatro analogías para los triángulos esféricos oblicuángulos (las otras dos las dio Napier).

Uno de los métodos utilizados por Briggs para el cálculo de los logaritmos, parte del hecho de que si se extraen las sucesivas raíces cuadradas de un número, por ejemplo de 10, después de un número p suficientemente alto de extracciones ($2^p = n$), el resultado estará muy próximo a la unidad. El resultado de la siguiente extracción ($2^{p+1} = 2n$) puede escribirse: $(10)^{1/2n} = 1 + \alpha$, donde α es muy pequeño. Elevando al cuadrado, se tiene: $(10)^{1/n} = 1 + 2\alpha + \alpha^2 \approx 1 + 2\alpha$. Igualando los dos valores de α obtenidos, se tiene: $(10)^{1/2n} - 1 \approx [(10)^{1/n} - 1] : 2$. Multiplicando ambos miembros por $2n$, se obtiene la expresión $2n[(10)^{1/2n} - 1] \approx n[(10)^{1/n} - 1]$, es decir, la expresión prácticamente no cambia cuando p sigue creciendo, pasando de $n = 2^p$ a $2n = 2^{p+1}$. Haciendo $(10)^{1/n} = x$, $\log_{10} x = 1/n \cdot \log_{10} 10 = 1/n$. Por tanto, se tiene que $n = 1/\log_{10} x$. Sustituyendo estos valores en la expresión anterior, se tiene que: $n[(10)^{1/n} - 1] \approx (x-1) : \log_{10} x$. Este mismo valor de x se puede obtener colocando en vez de 10 cualquier otro número finito a , tras $2^q = m$ extracciones, es decir, $x = a^{1/m}$, teniéndose que: $\log_{10} x = 1/m \cdot \log_{10} a$. Volviendo a la expresión anterior: $n[(10)^{1/n} - 1] \approx (x-1) : \log_{10} x \approx (a^{1/m} - 1)m : \log_{10} a$, de donde se obtiene que $\log_{10} a \approx m(a^{1/m} - 1) : n[(10)^{1/n} - 1]$.

Por tanto, el cálculo del logaritmo decimal de cualquier número se reduce de esta manera a la extracción sucesiva de las raíces cuadradas de este número (los valores de las potencias de 2 y las sucesivas extracciones de las raíces cuadradas de 10 se calculan previamente). Para eliminar la acumulación de errores, Briggs efectuó la extracción de la raíz cuadrada de orden 54 de 10 con exactitud de hasta 32 cifras decimales, obteniendo: 1,000 000 000 000 000 127 819 149 320 032 35.

Brill, Alexander von (1842-1935). Matemático alemán. Nació en Darmstadt. Estudió en las Universidades de Karlsruhe y Giessen. Fue profesor en Giessen, en Munich y en Tubinga. Demostró (1866) que para las ecuaciones $f(w,z)=0$ de género 2, las variables w y z se pueden expresar como funciones racionales de ξ y η donde η^2 es ahora un polinomio de quinto o sexto grado en ξ . Junto con Max Noether llevaron a cabo (a partir de 1871) investigaciones algebraicas para desarrollar una nueva teoría puramente algebraica de las funciones algebraicas, publicando *Desarrollo de las funciones algebraicas* (1892). Basaron su teoría sobre un famoso teorema residual (*restsatz*) que en sus manos ocupó el lugar del teorema de Abel. También dieron una prueba algebraica del teorema de Riemann-

Roch sobre el número de constantes que aparecen en las funciones algebraicas $F(w,z)$ que no se hacen infinitas en lugar alguno, a excepción de m puntos predeterminados de una curva C_n . Con el desarrollo de dicha teoría establecieron por primera vez los teoremas sobre puntos de intersección de curvas de manera algebraica.

Brillouin, Léon (1889-1969). Físico francés. En relación con ecuaciones diferenciales de la forma $y'' + \lambda^2 q(x,\lambda)y = 0$, donde λ es un parámetro positivo grande, pudiendo ser x real o complejo, la solución se suele dar con un término de error en función de λ . La aproximación más general y precisa de este término aparece explícitamente en artículos de Wentzel (1926), Kramers (1926), Brillouin (1926) y Jeffreys (1923), conociéndose dicha aproximación como la solución *WKB*. Todos ellos fueron físicos que trabajaron en teoría cuántica con la ecuación de Schrödinger.

Bring, Erland Samuel (1736-1798). Matemático e historiador sueco. Redujo la ecuación de quinto grado a su forma canónica $x^5 + px + q = 0$, por medio de la transformación de Tschirnhausen (1786).

Brioschi, Francesco (1824-1897). Matemático italiano. Junto con Betti y Casorati, emprendió un viaje científico (1858) visitando universidades extranjeras y poniéndose en contacto con sus más célebres científicos, a fin de conocer sus ideas y dar a conocer las propias. Gracias al esfuerzo de estos tres matemáticos, en Italia nació una escuela moderna de investigadores del análisis. Publicó su *Teoría de los determinantes*, aplicándolos a la geometría. Se ocupó de numerosas cuestiones de análisis y geometría diferencial. Continuó en Italia los trabajos de Boole sobre las formas algebraicas y la teoría de los invariantes.

Briot, Charles A. A. (1817-1882). Matemático y físico francés. Enseñó en la École Polytechnique de París y en la École Normale Supérieure. Junto con Bouquet introdujeron el término “holomorfa” en lugar de *synectique* (término introducido por Cauchy) para la función compleja univalente (función monódroma) y con una sola derivada para cada z (función monógena), que nunca es infinita, y “meromorfa” si la función poseía únicamente polos en el dominio. También junto con Bouquet simplificaron el método, que Cauchy llamó *cálculo de límites*, para establecer la existencia de soluciones para ecuaciones diferenciales, y cuya versión se convirtió en la habitual. También iniciaron el estudio de las soluciones de las ecuaciones diferenciales en los entornos de los puntos singulares. Publicó junto con Bouquet, *Investigación de las funciones de variable imaginaria* (1856), que vino a ser el primer manual sobre esta materia.

Brisón (s. IV a.C.). Sofista griego. Estudió la cuadratura del círculo, mostrando cómo las dos series de polígonos, inscritos y circunscritos, estrechan cada vez más al círculo, cuya área estará siempre comprendida entre la de dos polígonos, uno inscrito y otro circunscrito. Según algún comentarista, Brisón agregó que el área del círculo es media proporcional entre la de los cuadrados inscrito y circunscrito, con lo que, si ello fuera cierto, habría cometido un error bastante grosero, aproximadamente del 10%.

Brisson, Barnabé (1777-1828). Matemático francés. Fue el primero en ver la analogía entre una ecuación diferencial lineal y homogénea y una ecuación algebraica del mismo grado. Completó en algunos aspectos el libro de Monge sobre geometría descriptiva.

Brocard, Pierre René Jean Baptiste Henri (1845-1922). Matemático francés. Nació en Vignot (Commercy). Estudió en la École Polytechnique de París. Realizó la carrera militar. Trabajó en las Comisiones de Meteorología de Montpellier, Grenoble y Bar-le-Duc. Profundizó en la geometría del triángulo (puntos, círculo y triángulo de Brocard). En sus obras *Curvas geométricas notables* (1919) y *Revista de matemáticas especiales. Para uso de candidatos a las escuelas politécnicas*, estudió más de un millar de curvas.

Brouncker, Lord William (h. 1620-1684). Matemático inglés. Primer presidente (1662) de la Royal Society. Realizó una cuadratura de la hipérbola. Trabajó en teoría de números. Obtuvo, no se sabe cómo, el siguiente desarrollo de π en fracción continua infinita: $4/\pi = 1 + \frac{9}{2+} \frac{25}{2+} \frac{49}{2+} \dots \frac{(2n+1)^2}{2+} \dots$

Según Wallis, Brouncker obtuvo ese desarrollo transformando el siguiente producto infinito que él había obtenido $4/\pi = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdots / 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdots$. Cuando Fermat desafió a todos los matemáticos a encontrar una infinidad de soluciones enteras de la llamada ecuación de Pell, Brouncker dio algunas soluciones, aunque no demostró que hubiera infinitas.

Brousseau, Guy (n. 1933). Matemático y pedagogo francés. Estudió en la Universidad de Burdeos. Fue profesor del Instituto Universitario de Formación de Profesores de Burdeos. El proyecto inicial de Brousseau en la década de 1960, consistía en determinar de manera científica cuál podía ser la mejor enseñanza de las matemáticas para todos los niños de la escuela primaria en Francia. Buscaba una sucesión de lecciones que permitieran la adquisición lo más rápida posible por el mayor número posible de niños (al menos un 80%), del conocimiento matemático necesario. Puso en práctica sus ideas en la escuela Michelet (1966), desde donde se extendieron no sólo a Francia sino también a otros muchos países. En su trabajo *Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas* (1983), Brousseau expone que un obstáculo epistemológico es un conocimiento verdadero para una situación, pero falso para una situación nueva, que provoca errores persistentes cuyo origen escapa al sujeto.

Brouwer, Luitzen Egbertus Jan (1881-1966). Matemático y filósofo holandés. Nació en Overschie. Hijo de un maestro de escuela que le convirtió en niño prodigio. Estudió en la Universidad de Amsterdam, donde fue profesor (1909-1951). En 1905 escribió *Vida, arte y misticismo*, donde plasma su concepción de la vida y del mundo, impregnada de un espíritu anti-científico y anti-intelectual, y donde condena la causalidad como esencialmente inmoral: “El intelecto ha rendido a la humanidad un maligno servicio al ligar esas dos fantasías que son la causa y el efecto... Una verdad científica no es más que una cierta infatuación del deseo, que vive exclusivamente en la mente”. En 1907 presentó su tesis doctoral *Los fundamentos de las matemáticas*. En ella y en posteriores artículos, como *Sobre la falta de fiabilidad de los principios lógicos* (1908), atacó la fundamentación lógica de la aritmética y del análisis. Realizó importantes trabajos en topología y en otras áreas de las matemáticas, siendo nombrado profesor de la Universidad de Amsterdam (1912). En su lección inaugural titulada *Intuicionismo y formalismo* mostró su preocupación por la teoría de conjuntos y criticó los axiomas de Zermelo. Se le considera el creador del intuicionismo.

En 1917 presentó en la Real Academia Holandesa la primera parte de su obra *Fundamentos de una teoría de conjuntos, independiente del principio del tercio excluido*, que completó en 1918 con la segunda parte. Weyl, tras su lectura, se convirtió en apóstol del intuicionismo: “... ¡Y Brouwer que es la revolución! Brouwer es a quien tenemos que agradecer la solución moderna de los problemas del continuo”. Se le ofrecieron a Brouwer cátedras en Gotinga y en Berlín, que no aceptó. Brouwer, considerando tanto las posiciones de los adversarios del formalismo de Hilbert como los del logicismo de Russell, insistió en que los elementos y axiomas de la matemática son mucho menos arbitrarios de lo que podría parecer. Escribió *Sobre los fundamentos de la matemática intuicionista* (1925), donde asigna al conocimiento matemático un carácter intuitivo inmediato, concibiendo la matemática como “una actividad constructiva del espíritu”, o “el ingrediente exacto de nuestro pensamiento”. Estas ideas, que a muchos científicos suenan a metafísica y que sin duda contienen buena dosis de psicología, trajeron a primer plano la exigencia de la constructividad de las proposiciones matemáticas, que obligó a una revisión de las proposiciones no constructivas y a la búsqueda de nuevos recursos de demostración, lo que no dejó de ser saludable. En 1927 Brouwer da una serie de conferencias en la Universidad de Berlín, y allí preconiza un boicot al Congreso Internacional de Matemáticas que iba a celebrarse en Bolonia en 1928. Sin embargo, Hilbert acudió al Congreso donde haría su última intervención pública atacando duramente al intuicionismo y a Brouwer. La comunidad internacional de matemáticos aceptó la posición de Hilbert, y Brouwer se hundió en la depresión, y renovando sus sentimientos de aversión hacia el género humano, cesó en su producción matemática. Brouwer introdujo en la lógica matemática, en conexión con su teoría del intuicionismo, las lógicas trivalentes. Según Brouwer, la matemática no presupone en ningún sentido un lenguaje y una lógica, puesto que tiene su fuente en la intuición directa que hace sus conceptos e inferencias claros de una manera inmediata a nuestra mente. Una afirmación de que existe un objeto que tiene una propiedad dada, significa que hay un método conocido que permite encontrar o construir tal objeto en un número finito de pasos. En particular, el método de demostración indirecta o por reducción al absurdo, no es válido. Siempre, desde Aristóteles o incluso mucho antes, las tres leyes básicas de la

lógica han sido incuestionables: 1) La ley de identidad: A es A . 2) La ley de contradicción: A no puede ser simultáneamente B y no B . 3) La ley de tercio excluso (tertium non datur): A es o bien B o no B , sin posible tercera alternativa. Brouwer rechazó la tercera de estas tres leyes, negándose a aceptar los resultados basados en ella. Por ejemplo, planteó a los formalistas la cuestión de si era cierta o falsa la afirmación “la sucesión de dígitos 123456789 aparece en algún lugar en la representación decimal de π ”. Puesto que no existe hoy ningún método conocido para decidir tal afirmación en un número finito de pasos, no se puede aplicar la tercera ley para declarar la proposición verdadera o falsa.

Inciendo con mayor detalle en lo expuesto más arriba, puede decirse que la intuición fundamental, según Brouwer, es la presencia de percepciones en una sucesión temporal: “La matemática surge cuando la cuestión de la *paridad*, que resulta del paso del tiempo, se abstrae de todas las apariciones concretas. La forma vacía que permanece (la relación de n a $n + 1$) del contenido común de todas estas *paridades* se convierte en la intuición original de la matemática, y repetida indefinidamente crea nuevos objetos matemáticos”. Es decir, la mente construye el concepto de la sucesión de los números naturales, por repetición ilimitada. Brouwer concibe el pensamiento matemático como un proceso de construcción que edifica su propio universo independiente del de nuestra experiencia y algo así como un modelo libre, restringido únicamente en tanto que está basado en la intuición matemática fundamental. Este concepto intuitivo fundamental no debe concebirse como una idea indefinida, como ocurre en las teorías axiomáticas, sino más bien como algo en cuyos términos han de ser concebidas intuitivamente todas las ideas indefinidas que aparecen en los diversos sistemas matemáticos, si es que han de servir realmente en el pensamiento matemático. Brouwer sostiene que “en este proceso constructivo limitado por la obligación de reconocer con cuidado qué tesis son aceptables a la intuición y cuáles no, yace la única fundamentación posible de la matemática”. Las ideas matemáticas están en la mente humana *previamente al lenguaje, la lógica y la experiencia*. Es la intuición, y no la experiencia ni la lógica la que determina la validez y aceptabilidad de las ideas. Hay que recordar que estas afirmaciones sobre el papel de la experiencia hay que tomarlas en el sentido filosófico y no en el histórico. Para Brouwer los objetos matemáticos los adquirimos por construcción intelectual, donde los números básicos $1, 2, 3, \dots$ dan el prototipo de tales construcciones. La posibilidad de la repetición ilimitada de la forma vacía, es decir, la etapa de n a $n+1$ conduce a los conjuntos infinitos. Sin embargo, el infinito de Brouwer es el infinito potencial de Aristóteles, mientras que la matemática moderna tal como la fundamenta Cantor, por ejemplo, hace un amplio uso de conjuntos infinitos en sentido actual, cuyos elementos están presentes “todos de golpe”. Weyl dice, refiriéndose a los conjuntos infinitos, que: “Brouwer nos abrió los ojos y nos mostró hasta dónde la matemática clásica, alimentada por una creencia en lo absoluto que trasciende todas las posibilidades de realización humanas, se remonta más allá de las afirmaciones que pueden pretender tener un significado real y una verdad fundada en la evidencia”. El mundo de la intuición matemática se opone al mundo de las percepciones causales. A este mundo causal, y no a la matemática, corresponde el lenguaje, que sirve allí para el entendimiento en los asuntos comunes: las palabras o expresiones verbales se utilizan para comunicar verdades. El lenguaje sirve para evocar copias de ideas en la mente de los hombres por medio de símbolos y sonidos. Pero los pensamientos nunca pueden ser simbolizados completamente, y estas observaciones se aplican igualmente al lenguaje matemático, incluido el lenguaje simbólico. Las ideas matemáticas son independientes de la vestidura del lenguaje y, de hecho, mucho más ricas. La lógica se refiere al lenguaje, presentando un sistema de reglas que permiten deducir unas conexiones verbales de otras y que también intentan comunicar verdades. Sin embargo, estas últimas verdades no son tales antes de que se tenga experiencia de ellas, y tampoco está garantizado que se pueda asegurar dicha experiencia. La lógica no es un instrumento seguro para descubrir verdades, y no puede deducir verdades que no se puedan obtener de alguna otra manera. Los principios lógicos expresan la regularidad observada a posteriori en el lenguaje, y se reducen a un instrumento para manipular el lenguaje o una teoría de la representación de dicho lenguaje. Los progresos más importantes de la matemática no se obtienen perfeccionando la forma lógica sino modificando la teoría básica misma. La lógica se apoya en la matemática, y no la matemática en la lógica. Dado que Brouwer no reconoce ningún principio lógico obligatorio a priori, tampoco reconoce la tarea matemática de deducir conclusiones de axiomas. La matemática no está obligada a respetar las reglas de la lógica, y por este motivo las paradojas carecen de importancia, incluso si tuviéramos que aceptar los conceptos y construcciones matemáticas en que aparecen. Dice Weyl: “Según el punto de vista de Brouwer y la lectura de la historia, la lógica clásica resultó por abstracción de la matemática de conjuntos finitos y

sus subconjuntos... Olvidando este origen limitado se aplicó equivocadamente, más tarde, esa misma lógica para algo anterior a toda la matemática y por encima de ella, y por último se terminó aplicando, sin justificación, a la matemática de los conjuntos infinitos. En esto consiste la caída y el pecado original de la teoría de conjuntos, por lo que resulta justamente castigada en las antinomias. Lo sorprendente no es que aparecieran tales contradicciones, sino que lo hicieran en una etapa tan avanzada de la teoría". En el campo de la lógica hay algunos principios o procedimientos claros intuitivamente aceptables, que pueden utilizarse para obtener nuevos teoremas de otros anteriores. Estos principios forman parte de la intuición matemática fundamental. Sin embargo no todos los principios lógicos son aceptables por la intuición básica, y debería someterse a crítica lo que ha sido aceptado desde la época de Aristóteles. Las antinomias se han producido porque los matemáticos han aplicado libremente esas leyes aristotélicas. Por tanto, los intuicionistas tenían que proceder a un análisis acerca de qué principios lógicos son legítimos para que la lógica usual esté de acuerdo con las intuiciones correctas y sea capaz de expresarlas. Como ejemplo concreto de un principio lógico que se aplica demasiado libremente, Brouwer menciona la ley de tercio excluso, de la que se ha dado un ejemplo más arriba. Este principio, que afirma que toda proposición significativa es o verdadera o falsa, es fundamental para el método de demostración indirecta. Históricamente surgió por aplicación de razonamientos a subconjuntos de conjuntos finitos, por abstracción. Se aceptó entonces como un principio independiente a priori y se aplicó injustificadamente a conjuntos infinitos. Mientras que en el caso de conjuntos finitos es posible saber si todos los elementos tienen una propiedad comprobándolo con cada uno de los elementos, eso no puede hacerse con los conjuntos infinitos. Puede ocurrir que sepamos que un elemento del conjunto infinito no posee una propiedad o puede que por la misma construcción del conjunto sepamos o podamos demostrar que todo elemento tiene esa propiedad. En cualquier caso, no se puede usar la ley de tercio excluso para demostrar que la propiedad se verifica. Por tanto, si uno demuestra que no todos los elementos de un conjunto infinito tienen una propiedad, entonces Brouwer rechaza que se haya demostrado la conclusión de que existe por lo menos un elemento que no tiene dicha propiedad. Así, por ejemplo, de la negación de que se verifique $a^b = b^a$ para todos los números, los intuicionistas no concluyen que existan a y b tales que $a^b \neq b^a$. Como consecuencia, muchas demostraciones clásicas de existencia no son aceptadas por los intuicionistas. La ley de tercio excluso puede utilizarse en los casos en que la conclusión puede alcanzarse en un número finito de etapas; por ejemplo, para decidir la cuestión de si un libro contiene erratas. En cualquier otro caso los intuicionistas rechazan la posibilidad de una decisión. El rechazo de la ley de tercio excluso da lugar a una nueva posibilidad, la de proposiciones indecidibles. Los intuicionistas sostienen, con respecto a los conjuntos infinitos, que hay una tercera posibilidad, a saber, que una proposición no sea ni demostrable ni refutable. Como ejemplo de tal proposición, definiendo k como el lugar que ocupa el primer cero que aparece seguido por las cifras $1, 2, \dots, 9$ en el desarrollo decimal de π , la lógica aristotélica nos dice que k existe o no existe, y los matemáticos que siguen a Aristóteles pueden razonar a partir de estas dos posibilidades. Brouwer, en cambio, rechaza todos estos razonamientos debido a que no sabemos si podremos demostrar que k existe o no existe. Así pues, hay cuestiones matemáticas que pueden no ser decididas nunca a partir de las afirmaciones que expresan los axiomas de la matemática. Tales cuestiones pueden parecerse decidibles, pero en realidad nuestra base para esperar que esto ocurra se reduce a que tratan de conceptos matemáticos.

Con respecto a los conceptos aceptables como legítimos para una discusión matemática, los intuicionistas insisten en que han de tener definiciones constructivas. Para Brouwer el infinito existe exactamente en el sentido de que se puede encontrar siempre un conjunto finito mayor que otro dado. Para discutir cualquier otro tipo de infinito, se debe exigir que se dé un método de construir o definir tal infinito en un número finito de pasos. Así, Brouwer rechaza los conjuntos infinitos de la teoría de conjuntos. La exigencia de constructibilidad es otra que excluye cualquier concepto cuya existencia se haya establecido por un razonamiento indirecto, es decir, argumentando que la no existencia conduce a una contradicción. Aparte del hecho de que la demostración de existencia pueda utilizar la rechazable ley de tercio excluso, tal demostración no es satisfactoria para el intuicionismo porque exige una definición constructiva del objeto cuya existencia se está demostrando. Tal definición constructiva debe permitir determinar el objeto con cualquier grado de aproximación deseado en un número finito de pasos. La demostración de Euclides de la existencia de infinitos números primos no es constructiva, no permite determinar el n -ésimo primo, y por tanto no es aceptable. Si se demostrase simplemente la existencia de enteros x, y, z, n , tales que $x^n + y^n = z^n$, ningún intuicionista aceptaría la demostración.

Por otra parte, la definición de número primo sí es constructiva, pues se puede aplicar para determinar si un número lo es o no en un número finito de pasos. La insistencia en las definiciones constructivas se aplica especialmente a los conjuntos infinitos; por ejemplo, un conjunto construido aplicando el axioma de elección a infinitos conjuntos, no sería aceptable. Brouwer y su escuela no se han limitado a ejercer la crítica, sino que han tratado de construir una nueva matemática basada en las construcciones que aceptan. Han tenido éxito, salvando el cálculo infinitesimal con sus procesos de límite, pero sus construcciones son muy complicadas; también han reconstruido partes elementales del álgebra y la geometría.

El programa formalista (V. Hilbert) resultaba inaceptable para los intuicionistas. Brouwer lo atacó (1925) diciendo que, desde luego, el tratamiento axiomático formalista evitará las contradicciones, pero de esa manera no se encontrará nada de valor matemático. Una teoría falsa no es menos falsa porque no conduzca a contradicción, lo mismo que un acto criminal es criminal esté o no condenado por un tribunal. Y añadía sarcásticamente: “A la pregunta de dónde se encuentra el rigor matemático, las dos partes dan respuestas distintas. El intuicionista dice que en el intelecto humano; el formalista que en el papel”. Hilbert acusó a Brouwer y su escuela de intentar arrojar por la borda todo lo que no les convenía, promulgando de manera dictatorial un embargo (1922), y calificaba al intuicionismo de traición a la ciencia. Sin embargo, Hilbert mismo, en su metamatemática, se limitó a utilizar principios lógicos intuitivamente claros.

Brouwer se interesó en la topología a partir del estudio de problemas en teoría de funciones. Brouwer intentaba demostrar que hay $3g-3$ clases de superficies de Riemann conformemente equivalentes, de género $g > 1$, y este problema le condujo a considerar otros problemas topológicos relacionados con él. Así, demostró la invariancia de la dimensión de un complejo, en el sentido siguiente: Si K es una subdivisión simplicial n -dimensional de un poliedro P , entonces toda subdivisión simplicial de P y toda división de ese tipo de cualquier poliedro homeomorfo a P es también un complejo n -dimensional. Para demostrar este teorema se utiliza el método debido a Brouwer, llamado de aproximaciones simpliciales de las transformaciones continuas. Las transformaciones simpliciales (de simplex en simplex) no son otra cosa que las análogas de dimensión superior de las transformaciones continuas, mientras que las transformaciones simpliciales de las transformaciones continuas son análogas a la aproximación lineal de las funciones continuas; si el dominio en el que se realiza la aproximación es pequeño, entonces la aproximación sirve para representar la transformación continua a efectos de demostraciones de invariancia. En 1911, Brouwer demostró su teorema de la invariancia topológica de la dimensión, consistente en la imposibilidad de una aplicación topológica entre un espacio euclídeo n -dimensional y otro m -dimensional para $n \neq m$. También probó que la imagen topológica de un dominio n -dimensional contenido en un espacio n -dimensional es también un dominio. Se debe también a Brouwer el teorema fundamental sobre existencia de puntos fijos (1912), que se aplica a simplex n -dimensionales (o bien homeomorfos a ellos), y que afirma que toda transformación continua de un n -simplex en sí mismo tiene al menos un punto fijo. Por ejemplo, una transformación continua de un disco circular en sí mismo, debe tener al menos un punto fijo. También en el mismo artículo, Brouwer demostró que cualquier transformación continua inyectiva de una esfera de dimensión par en sí misma, que se pueda deformar en la transformación identidad, debe tener por lo menos un punto fijo. Brouwer extendió (1912) el teorema de la curva de Jordan que puede formularse de la siguiente forma: Sea S^2 una 2-esfera (superficie) y sea J una curva cerrada (topológicamente una S^1) en S^2 , entonces el número de Betti cero-dimensional de $S^2 - J$ es 2, y como este número de Betti es el número de componentes, J separa S^2 en dos regiones. La generalización de Brouwer afirma que una variedad $(n - 1)$ -dimensional separa el espacio euclídeo n -dimensional R , en dos regiones. Por estos trabajos y por su fusión de los métodos de Cantor con los del *analysis situs*, se le puede considerar como el fundador de la topología. En cualquier caso, con Brouwer comenzó el periodo de evolución y desarrollo de la topología que continúa hoy en día.

Brownell, William A. (1895-1977). Matemático y pedagogo estadounidense. Nació en Smethport (Pensilvania). Estudió en la Universidad de Chicago. Enseñó en las Universidades de Illinois, Michigan, Noroeste, Duke y California-Berkeley. En relación con la enseñanza de la matemática, Brownell argumentaba (1935) que ésta debía apoyarse en la comprensión de los conceptos básicos matemáticos (teoría del cognitivismo, en contraposición de la teoría del conductismo desarrollada por Thorndike, Skinner y Gagné). Su trabajo, así como los de Piaget, Bruner y Ausubel, parten de la

hipótesis de que la experiencia y el conocimiento preexistente juegan un papel fundamental en el aprendizaje. Las controversias nacidas de ambas teorías, han llevado a la creación de una nueva ciencia conocida como “educación matemática”.

Brückner, M. (h. 1900). Matemático alemán. Por el principio de dualidad, para cada poliedro existe otro en el que las caras y vértices ocupan lugares complementarios. Este proceso de definir el poliedro recíproco recibe el nombre de reciprocidad, siendo Brückner uno de los primeros en describirlo en su obra *Polígonos y poliedros* (1900).

Brunacci, Vincenzo (1768-1818). Matemático italiano. Nació en Florencia. Estudió en la Universidad de Pisa. Enseñó en esta Universidad y en la de Pavía. Extendió a la integral doble (1810) los trabajos de Legendre y Lagrange sobre la variación segunda. Publicó: *Cálculo integral de ecuaciones lineales* (1798), *Matemáticas, curso sublime* (cuatro volúmenes, 1804-1807), *Elementos de álgebra* (1809), *Hidráulica* (1810).

Bruneleschi, Filippo (1377-1446). Arquitecto italiano. Nació en Florencia. Como Ghiberti, Alberti y otros pintores y arquitectos, trató de investigar los fundamentos científicos de su arte, ocupándose del estudio de la perspectiva, es decir, de la intersección de un plano con el haz de rayos que parten de los distintos puntos del espacio. Son obras suyas, entre otras, el altorrelieve El Sacrificio de Isaac (1402), la cúpula de Santa María del Fiore (1420-1436), la iglesia de San Lorenzo (1423-1428), el Hospital de los Inocentes (1424), el Palazzo Pitti (1440-1470), etc.

Bruner, Jerome Seymour (n. 1915). Psicólogo y pedagogo estadounidense. Nació en Nueva York. Estudió en la Universidad de Duke, graduándose en 1937, y luego en la Universidad de Harvard, donde se doctoró en psicología (1941). Fue profesor en Harvard y luego en Oxford. Sus ideas se basan en la clasificación: “Percibir es categorizar, conceptualizar es clasificar. Aprender es formar categorías. Decidir es clasificar”. Escribió *El proceso de la educación* (1960), obra que repercutió en el diseño de la enseñanza. Brownell aplicó las teorías de Bruner a la enseñanza de las matemáticas.

Bruño, G. M. Seudónimo de Francisco Febres-Cordero (1854-1910). Nació en Cuenca (Ecuador). Ingresó (1868) en el noviciado de los Hermanos de las Escuelas Cristianas (Hermanos de La Salle). Cuando profesó, tomó el nombre de Hermano Miguel. Se dedicó a la enseñanza en Ecuador, Francia, Bélgica y España. Firmaba sus obras didácticas con el seudónimo G. M. Bruño. Fue canonizado en 1984. Los Hermanos de La Salle, a través de la sociedad IPSA (La Instrucción Popular, S. A.), fundaron Ediciones G. M. Bruño (1898), que editó, y sigue editando, diversos textos de Aritmética, Álgebra, Geometría, Trigonometría y de otras disciplinas, con amplia difusión en la enseñanza media en España y América.

Buchheim, Arthur (1859-1888). Matemático inglés. Nació en Manchester. Demostró que si una matriz es simétrica y sus elementos son reales, las raíces características son reales (Cauchy había establecido este resultado para los determinantes). Publicó: *Aplicación de los cuaternios a la teoría de la complejidad lineal* (1883), *Teoría de matrices* (1885), *Teoría de los grafos de Clifford* (1886).

Budan de Boislaurent, François Desiré (1761-1840). Médico y matemático francés. Nació en Cap Francis (Santo Domingo, hoy Haití). Estudió medicina en París. Desarrolló su teoría (1807), sin llegar a demostrarla, sobre las ecuaciones de orden superior, referente al número de raíces reales existentes entre dos límites dados. Se trataba de un método de separación aproximada de las raíces reales (V. Fourier).

Budyko, Mikhail Ivanovich (1920-2001). Climatólogo ruso. Nació en Gomel (hoy, Bielorrusia). Estudió en la Universidad de Leningrado (hoy, San Petersburgo). Fue director del Observatorio Geofísico de Leningrado (hasta 1972), y director de Investigación del Cambio Climático en el Instituto Hidrológico Estatal de San Petersburgo (1975). En relación con la aplicación de las matemáticas al estudio del clima, tras sus trabajos iniciales de 1956 y de los de Rudolf Geiger (1961), Budyko y Sellers introdujeron (1969), de forma independiente, los llamados “modelos difusivos

unidimensionales”, en los que la incógnita es un cierto promedio local de la temperatura superficial que conduce a una incógnita dependiente del tiempo y de la latitud.

Buerger, Martin Julian. (1903-1986). Cristalógrafo estadounidense. Nació en Detroit. Se doctoró (1929) en el Massachusetts Institute of Technology, de donde fue profesor y a partir de 1968, profesor emérito. También fue profesor de la Universidad de Connecticut (1968-1973). Escribió *Cristalografía de rayos X* (1942), donde estudió la geometría de las celosías.

Buffon, Georges Louis Leclerc, conde de (1707-1788). Naturalista francés. Nació en Montbard. Estudió en Dijon, donde mostró interés por las matemáticas. A requerimiento de su padre, comenzó a estudiar leyes (1723). Sin embargo, se trasladó a Angers (1728), donde estudió matemáticas, medicina y botánica. Viajó a Nantes, Roma y Londres. Volvió a Montbard donde se dedicó al cálculo de probabilidades y a las ciencias físicas. En 1735, publicó una traducción de una obra de Hale sobre vegetales, en cuyo prefacio Buffon desarrolló su concepción del método científico. En 1739 fue responsable del Jardín du Roi y su museo. Comenzó a trabajar en su gran obra *Historia natural, general y particular* (1749-1788), que constó de 36 volúmenes de los 50 previstos, y en cuya elaboración contó con diversos colaboradores. Entre los científicos en general de su época, a Buffon se le conocía como un iconoclasta que, entre otras cosas, proponía unos 75.000 años como estimación de la edad de la Tierra, en lugar de la cifra generalmente admitida de unos 6.000 años aproximadamente. Entre los matemáticos se conoce a Buffon por dos contribuciones: tradujo al francés (1740) el *Método de fluxiones* de Newton, y planteó y resolvió el problema de “la aguja” (1760), que lleva su nombre, que vincula una probabilidad geométrica con el número π .

También se mostró interesado en el problema de San Petersburgo (V. Bernoulli, Nicolaus (III), quien lo planteó junto con su hermano Daniel), y en su *Ensayo de aritmética moral* (1777), publicado en el volumen cuarto de un suplemento a la *Historia natural*, dio varias razones para considerar dicho juego como intrínsecamente imposible. En dicho *Ensayo*, introdujo una nueva rama de la teoría de probabilidades, la que estudia los problemas probabilísticos basados en consideraciones geométricas. Como ejemplo, planteó el problema citado más arriba: Considérese un plano horizontal dividido en regiones por un haz de rectas paralelas equidistantes, sobre el que se lanza al azar una aguja de grosor despreciable. La probabilidad de que la aguja corte a una de las rectas paralelas aparece calculada por Buffon como $2l/\pi d$, donde d es la distancia entre paralelas y l la longitud de la aguja, con $l < d$.

También en dicho *Ensayo* aparecen unas tablas de nacimientos, matrimonios y muertes en París para los años 1709-1766, así como resultados obtenidos a partir de ellas, relativos a esperanza de vida. Laplace extendió el problema de la aguja a una cuadrícula formada por dos haces de rectas paralelas equidistantes y perpendiculares el uno al otro. Si las distancias entre las rectas de cada uno de los haces son a y b , respectivamente, entonces la probabilidad de que una aguja de longitud l (menor que a y que b) lanzada al azar corte a una de estas rectas es $[2l(a + b) - l^2]: \pi ab$.

Buniakovski, Victor Yakovlevich (1804-1889). Matemático ruso. Estudió en París, donde se graduó (1825). Regresó a Rusia (1827) donde, desde 1846, fue profesor de la Universidad de San Petersburgo, y vicepresidente de la Academia de Ciencias a partir de 1864. Escribió *Bases de la teoría de probabilidades* (1848). Trabajó en la organización de las aseguradoras y de las cajas de préstamos, realizando diversos análisis sobre la población de Rusia. Encontró la siguiente desigualdad $[\int_{a,b} f(x) \cdot \varphi(x) dx]^2 \leq \int_{a,b} f^2(x) dx \cdot \int_{a,b} \varphi^2(x) dx$, que lleva el nombre de Schwartz, quien la encontró 16 años después de que lo hiciera Buniakovski. Éste trabajó también en el postulado de las paralelas.

Burali-Forti, Cesare (1861-1931). Matemático italiano. Anunció una de las primeras paradojas suscitadas por la teoría de conjuntos (1897), al observar que el conjunto bien ordenado formado por todos los números ordinales era contradictorio, pues debería tener como número ordinal el mayor de todos los ordinales, pero entonces ese número ordinal sería mayor que *todos* los números ordinales (Cantor había apreciado esta dificultad en 1895). Esta paradoja junto con otras (por ejemplo, la paradoja de Russell de 1905, que decía que era contradictorio el « conjunto de todos los conjuntos que no se contienen a sí mismos como elementos »), dieron origen a la *crisis* de los fundamentos de las matemáticas.

Bürgi, Jobst (1552-1632). Matemático, relojero e instrumentista suizo, versado en cuestiones de matemáticas, astronomía y mecánica y, sobre todo, hábil calculista. Nació en Lichtensteig. Fue relojero de la corte de Hesse-Kassel (1579-1592) y trabajó en el observatorio de Kassel. Diseñó y construyó diversos instrumentos geométricos y astronómicos. Se trasladó a Praga como relojero de Rodolfo II, donde trabajó en su observatorio. Colaboró en los cálculos teóricos (método prostaferético de transformación de productos trigonométricos en sumas y diferencias) con el círculo científico de Tycho Brahe y luego con Kepler, ayudándole en las observaciones y en los cálculos. A instancias de Kepler, publicó en Praga (1620), con el título *Tabla de la progresión aritmética y geométrica con la instrucción detallada de cómo utilizarla para todo género de cálculos*, independientemente de Napier (es posible que la idea de los logaritmos se le ocurriera a Bürgi hacia 1588, unos seis años antes que a Napier, aunque los publicó unos seis años después de que lo hiciera Napier), unas tablas de *logaritmos* (no los llama así, como se verá más adelante) exclusivamente numéricos, que tienen aproximadamente la base e , habiendo empleado en su elaboración cerca de ocho años. Para calcular sus *logaritmos* utiliza las dos progresiones, aritmética y geométrica, tomando como razón de ésta un número próximo a la unidad y algo mayor que ella. Se puede comprobar que sus *logaritmos* y *antilogaritmos* coinciden sensiblemente con nuestros logaritmos naturales y sus antilogaritmos. Bürgi parte de una progresión aritmética de primer término 0 , razón 10 y último término 32.000 . Estos números, que serían nuestros logaritmos, los denomina *números rojos* (por el color con que aparecen impresos en su tabla). La correspondiente progresión geométrica empieza en el número 10^8 y la razón es $1+10^{-4}$ (estos son sus *números negros*). La tabla es de doble entrada, entrando con los números rojos, por lo que Bürgi construyó una tabla de antilogaritmos. Teniendo en cuenta las cifras significativas de los números rojos y negros, se comprueba que los *logaritmos* de Bürgi tienen por base $(1+10^{-4})E10^4$, bastante próxima al número e , pues es $2,718146$. Para obviar los logaritmos negativos que podrían presentarse en el caso de la división de un número por otro mayor, utiliza *números rojos constantes*, que no son sino logaritmos de potencias de 10 , que suma al logaritmo del dividendo para que la diferencia de logaritmos sea siempre positiva, manteniendo las cifras significativas del cociente. Junto a la tabla de logaritmos dio también una tabla de senos para cuya construcción utilizó la expresión de los senos de los múltiplos de los arcos en función de los senos de los arcos, para el cálculo de algunos de los cuales resolvió ecuaciones de grado superior en forma aproximada. Enunció la ley trigonométrica de división de un ángulo. En sus trabajos utilizaba una notación en la que representaba las potencias de una incógnita escribiendo los números romanos correspondientes sobre los coeficientes.

Buridan, Jean (1300-1358). Filósofo francés. Nació en Béthune. Estudió filosofía en la Universidad de París, de la que fue profesor y rector. Fue junto con Oresme, cabeza de la llamada escuela de París. Comentarista de Aristóteles, bajo la influencia de Occam negó la posibilidad de la metafísica y de la libertad humana, siendo sus libros incluidos en el Índice de libros prohibidos (1474-1481). Se le atribuye erróneamente la fábula del asno de Buridan, según la cual, un asno delante de dos montones iguales de heno, incapaz de elegir, se moriría de hambre (este ejemplo es de Aristóteles, refiriéndose a un perro y no a un asno). Para explicar el movimiento continuo de los objetos lanzados por una fuerza, Buridan desarrolló una nueva teoría, la del ímpetu, que definió como la cantidad de materia multiplicada por la velocidad (en términos modernos, impulso o cantidad de movimiento). Esta nueva teoría era notable por varios motivos: aplicándola a los movimientos en el cielo y la tierra, éstos se pudieron unir en una sola teoría. Contrariamente a la ley de Aristóteles, esta teoría implicaba que una fuerza podía alterar el movimiento y no sólo mantenerlo; el concepto de ímpetu transfería la potencia motriz del medio al objeto móvil y hacía posible la consideración de un vacío. Buridan es uno de los fundadores de la dinámica moderna. La escuela parisina de Buridan y Oresme consideró no sólo el movimiento uniforme, sino también el diforme y el uniformemente diforme. Además de sus comentarios sobre Aristóteles, Buridan escribió *Summula de dialectica* (póstuma, 1487) y *Consequentie* (póstuma, 1493).

Burnside, William (1852-1927). Matemático británico. Escribió *Teoría de los grupos de orden finito*. Uno de los problemas de la teoría general de grupos que está sin resolver en su generalidad, es el llamado problema de Burnside. En relación al hecho de que todo grupo finito tiene las propiedades de ser finitamente generado y de que todo elemento tiene orden finito, Burnside se preguntó (1902) si el recíproco sería cierto, es decir, si un grupo es finitamente generado y si todo elemento tiene orden

finito, ¿dicho grupo es necesariamente finito? Por otra parte, Burnside encontró un resultado importante en la teoría de grupos, consistente en la determinación de una condición necesaria y suficiente sobre los coeficientes de un grupo de transformaciones lineales en n variables para que el grupo sea reducible. Trabajó en la generalización de la representación de grupos de sustituciones por transformaciones lineales, a las representaciones de todos los grupos finitos (esto lo hicieron también Frobenius, Molien y Schur).

Busemann, Herbert (1905-1994). Matemático germano-estadounidense. Nació en Berlín. Estudió en las Universidades de Munich, París, Roma y Gotinga. Enseñó en la Universidad de Copenhague. Nacionalizado estadounidense, enseñó en el Instituto de Estudios Avanzados, en la Universidad John Hopkins, en el Instituto de Tecnología de Illinois y en la Universidad del Sur de California. Escribió; *Geometría de las geodésicas* (1955), *Superficies convexas* (1958), *Métodos métricos en los espacios Finsler* (1942), *Geometría sintética diferencial* (1970).

Butchart, J. H. (h. 1939). Matemático estadounidense. Fue profesor en el Grinnell College (1944) y en el Arizona State College. Escribió *Hélices en el espacio euclidiano de n dimensiones* (1933), *La deltoide vista como envolvente de las rectas de Simson* (1939), *Algunas propiedades del caracol y la cardioide* (1948), *No cálculo, por favor* (1952).

Buteo, Jean (1483 a 1492-1560 a 1564). Matemático, geómetra y eclesiástico francés. Nació en Charpey (Dauphiné). Publicó su obra *Logística* (1559), es decir, aritmética y álgebra, en la que resuelve ecuaciones lineales con varias incógnitas por el método de reducción, utilizando letras para representar las incógnitas. También publicó *Sobre la cuadratura del círculo* (1559), donde analizaba los trabajos que al respecto se habían hecho hasta la fecha.

Buzengeiger, Carl Heribert Ignatz (1771-1835). Matemático y mineralogista alemán. Nació en Tubinga, donde estudió. Enseñó en la Universidad de Friburgo. Realizó diversas investigaciones en geometría y trigonometría, como las efectuadas para demostrar el teorema de Legendre referente a triángulos esféricos de lados muy pequeños (1818).

Byron, Augusta Ada King (condesa de Lovelace) (1815-1852). Matemática inglesa. Nació en Piccadilly Terrace, hoy Londres. Hija de Lord Byron, el famoso poeta. El matemático Augustus de Morgan, primer profesor de matemáticas de la Universidad de Londres, le ayudó en sus estudios avanzados. En 1833, Byron se interesó por las máquinas de Babbage y en 1842 realizó una detallada descripción de cómo la “máquina analítica” podía programarse para calcular los números de Bernoulli: “entrelaza las reglas algebraicas como el telar de Jacquard entrelaza flores y hojas”.



Caballero Gil, Pino (n. 1968). Matemática española. Nació en Gran Canaria. Doctora en matemáticas (1995) por la Universidad de La Laguna con una tesis sobre cifrado en flujo. Dirige el grupo de criptografía del departamento de estadística, investigación operativa y computación de la citada Universidad. Ha publicado *Introducción a la criptografía* (2003), *Avances en el estudio de la complejidad lineal del filtrado no lineal* (2004).

Cabrera y Felipe, Blas (1878-1945). Matemático y científico español. Nació en Arrecife (Lanzarote). Estudió en la Universidad Central de Madrid, de la que fue rector (1931), así como de la Universidad Menéndez Pelayo de Santander (1934). Exiliado a Méjico, enseñó en la Universidad Nacional Autónoma de Méjico, como profesor de Física atómica y de Historia de la Física. Miembro de la Sociedad Matemática Española (1912). Publicó, entre otras obras de carácter científico dedicadas especialmente al magnetismo, *Principios fundamentales del análisis vectorial en el espacio de tres dimensiones y en el universo de Minkowski* (1912),

Caffarelli, Luis A. (n. 1948). Matemático argentino. Nació en Buenos Aires. Estudió en la Universidad de Buenos Aires. En Estados Unidos estudió en la Universidad de Minnesota, de la que ha sido profesor, así como de la Universidad de Chicago, del Instituto Courant de Ciencias Matemáticas en la Universidad de Nueva York, y posteriormente en la Universidad de Texas en Austin. Ha hecho uso de los métodos que han llevado al entendimiento de la regularidad de las superficies mínimas y de las soluciones de los problemas variacionales propuestos por Hilbert (teoremas de Carleson y de De Giorgi-Nash), para obtener resultados fundamentales en la teoría de las fronteras libres.

Cagigal, Juan Manuel (1802-1856). Matemático venezolano. Nació en Barcelona (Venezuela). Estudió en España y Francia. Creó y dirigió la Academia Militar de Matemáticas de la Universidad de Caracas. Publicó: *Curso de astronomía y Tratado de mecánica elemental*.

Cagnoli, Antonio (1743-1816). Diplomático, astrónomo y matemático italiano. Nació en Zakynthos (isla de Zante, Grecia, entonces República de Venecia). Presidente de la Sociedad Italiana de Ciencias. Enseñó matemáticas en la Escuela Militar de Módena. Dio la solución trigonométrica para las ecuaciones de segundo grado, en su obra *Trigonometría* (1786), donde se ocupó también de la trigonometría diferencial.

Caille, Nicolas Louis de La. V. Lacaille, Nicolas Louis de.

Cajori, Florian (1859-1930). Matemático, pedagogo e historiador estadounidense, de origen suizo. Nació en Saint Aignan (Suiza). Emigró a Estados Unidos (1875). Fue profesor en la Universidad Tulane en Nueva Orleans (1885-1888), en el Colorado College (1889-1918) y profesor de historia de las matemáticas en la Universidad de California, Berkeley (1918). Escribió *Historia de las matemáticas* (1893), *Historia de la física y de sus ramas elementales* (1899), *Historia de la regla deslizante logarítmica e instrumentos relacionados* (1909), *Historia de los conceptos exponencial y logarítmico* (1913), *William Oughtred, un gran maestro de las matemáticas del siglo XVII* (1916), *Historia de los argumentos de Zenón sobre el movimiento* (1915), *Origen del nombre "inducción matemática"* (1918), *Historia de los conceptos de límites y fluxiones en Gran Bretaña desde Newton a Woodhouse* (1919), *Historia de las notaciones matemáticas* (1928), *Historia de las notaciones del*

cálculo (1929). Revisó y editó (póstuma, 1934) la tercera edición (1726) de los *Principios matemáticos de la filosofía natural* de Newton.

Calandri, Filippo (m. h. 1491). Matemático italiano. Publicó un tratado de *Aritmética* (Florencia, 1491), impreso en 1521, que explica con hermosos grabados la representación de los números por dedos, manos y brazos. Es el primer tratado impreso que contiene la palabra “cero”, así como también el primero en incluir el proceso de división similar al actual, y el primero en Italia en exponer un problema ilustrado.

Calatrava, Santiago (n. 1951). Arquitecto español. Nació en Benimamet (Valencia). Estudió arquitectura en Valencia, e ingeniería civil en Zurich. Sus obras (Valencia, Ripoll, Barcelona, Santa Cruz de Tenerife, Bilbao, Alcoy,...) ofrecen la posibilidad de ver formas geométricas nacidas de una estructura muy cuidada y funcional, tecnológicamente muy avanzadas. En la arquitectura actual se pueden observar interesantes usos de simetría en distribuciones urbanas, como es el caso de los puentes de Calatrava.

Calculator. V. Swineshead, Richard.

Calderón, Alberto (1920-1998). Matemático argentino. Nació en Mendoza. Estudió en la Universidad de Buenos Aires y en la de Chicago. Fue profesor en la Universidad de Ohio, en el Instituto de Estudios Avanzados en Princeton, en el Massachusetts Institute of Technology y en la Universidad de Chicago, donde se retiró (1985). Calderón y Zygmund, en su trabajo *Sobre la existencia de ciertas integrales singulares* (1952), introdujeron un método de variable real para entender las integrales singulares, lo que propició el desarrollo del análisis microlocal de las décadas 1960 y 1970, que hizo avanzar la teoría de las ecuaciones lineales en derivadas parciales: teorema de unicidad para el problema hiperbólico de Cauchy, problemas de frontera elípticos, teorías de hipoelipticidad, resolubilidad local, etc.

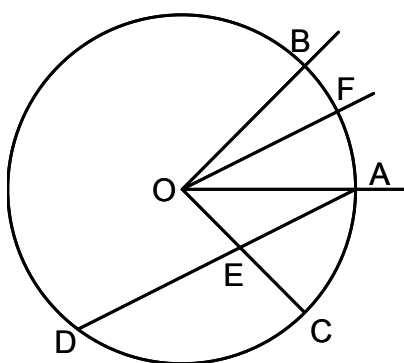
Callejo de la Vega, María Luz (h. 1994). Pedagoga española. Doctora en didáctica de las matemáticas por la Universidad París VII. Miembro del departamento de didáctica de las matemáticas del Instituto de Estudios Pedagógicos Somosaguas de Madrid. Investiga en la resolución de problemas matemáticos y el curriculum de matemáticas en la educación secundaria. Escribió entre otras obras, *Un club matemático para la diversidad* (1994). Es coautora de *Didáctica de la geometría* (2009), *Matemáticas y su didáctica* (2009).

Callet, Jean-Charles (François) (1744-1799). Matemático francés. En relación al debate establecido entre Euler y Nicolaus Bernoulli referente a la suma de las series divergentes, Callet envió una memoria a Lagrange, que éste aprobó para su publicación por la Académie des Sciences de París, publicación que no se llevó a cabo. En esta memoria, Callet partía de la siguiente igualdad: $(1+x+x^2+\dots+x^{m-1}) / (1+x+x^2+\dots+x^{n-1}) = (1-x^m) / (1-x^n) = 1-x^m+x^n-x^{n+m}+x^{2n}-\dots$. Entonces, para $x=1$ (y $m < n$), como el primer miembro vale m/n , la suma de la derecha ha de valer también m/n , donde m y n están a nuestra disposición. Lagrange expuso que el razonamiento de Callet era incorrecto, dando una solución basada en los razonamientos probabilísticos de Leibniz, diciendo que, por ejemplo, para $m=3$ y $n=5$, el valor más probable de la serie (el valor medio) es $3/5$, pues siendo la serie en este caso: $1+0x+0x^2-1x^3+0x^4+1x^5+0x^6+0x^7-1x^8+0x^9+1x^{10}+0x^{11}-\dots$, si se toma la suma del primer término, de los dos primeros, de los tres primeros, ..., para $x=1$, se tiene $1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, \dots$, luego de cada cinco sumas, tres valen 1 y dos valen 0 , y en consecuencia el valor más probable es $3/5$. Poisson también dio la misma argumentación que Lagrange.

Cámara Tecedor, Sixto (1878-1964). Matemático español. Nació en Baños de Rioja (La Rioja). Estudió en Miranda de Ebro y Logroño. Ingresó en la Academia de Infantería de Toledo (1897). Enseñó en el Instituto de Logroño. Se doctoró por la Universidad de Zaragoza (1913). Fue catedrático de geometría analítica en las Universidades de Valencia y Madrid. Investigó en geometría analítica, álgebra, aplicaciones de balística, estadística y cálculo de probabilidades. Publicó *Apuntes para la teoría geométrica de las líneas cíclicas de cuarto orden y primera especie* (1915), *Estudio gráfico de*

la curva balística cualquiera que sea la ley de resistencia del aire (1915), *Elementos de geometría analítica* (1919).

Campano de Novara, Giovanni (1220-1296). Matemático y astrónomo italiano. Nació probablemente en Novara. Capellán del papa Urbano IV. Tradujo las obras de Euclides al latín (1260), incluyendo los libros XIV y XV. Esta traducción constituyó el primer texto impreso de los *Elementos* (Venecia, 1482). Realizó el primer intento de fundar la aritmética de los números naturales sobre un sistema de cuatro axiomas postulados: los tres primeros afirman que la sucesión de los números naturales es ilimitada, mientras que el cuarto establece la existencia de un mínimo en todo grupo de números, al fijar “que un número no puede disminuir indefinidamente”. Utiliza estos postulados en la determinación del máximo común divisor y para demostrar la inconmensurabilidad de un segmento con los segmentos que lo dividen en media y extrema razón. Comentó la *Esférica* de Teodosio. Estudió los polígonos estrellados, obteniendo la suma de los ángulos internos de un pentágono estrellado. Campano, como Jordanus Nemorarius, señaló el carácter especial del ángulo formado por dos circunferencias tangentes, o por el formado por un arco de circunferencia con la tangente en uno de sus extremos (ángulo de contingencia o *ángulo corneado*). Expone que si se compara dicho ángulo con el ángulo entre dos semirrectas, parece haber una clara inconsistencia con la proposición X.1 de los *Elementos* de Euclides, que es la proposición fundamental del método de exhaustión. Dicha proposición dice: Dadas dos magnitudes desiguales, si de la mayor se resta una magnitud mayor que su mitad y de lo que queda otra magnitud mayor que su mitad y se repite continuamente este proceso, quedará una magnitud menor que la menor de las magnitudes dadas. Sigue diciendo Campano que cualquier ángulo rectilíneo es evidentemente mayor que un ángulo corneado; así pues si restamos del ángulo rectilíneo, que es el mayor, una parte mayor que su mitad, y si del resto quitamos otra parte mayor que su mitad y continuamos de la misma manera, restando cada vez algo mayor que la mitad, deberíamos llegar a un ángulo rectilíneo menor que el ángulo corneado, pero esto es obviamente falso. Campano saca de esta situación la conclusión correcta de que la proposición X.1 sólo se puede aplicar a magnitudes del mismo tipo, y que los ángulos rectilíneos y corneados no lo son. Al final del libro IV de su traducción de los *Elementos*, Campano describe una trisección del ángulo que es exactamente la misma que aparecía en la obra *De triangulis* de Jordanus; la única diferencia estriba en que las letras de la figura de Campano son latinas, mientras que las de Jordanus son greco-árabes. Esta construcción es la siguiente (V. dibujo): Sitúese el ángulo AOB a trisecar con su vértice O en el centro de un círculo de radio arbitrario $OA = OB$; se traza por O un radio OC perpendicular a OB , y por A una recta AED tal que $DE = OA$, estando D sobre la circunferencia y E sobre OC ; trácese por O la recta OF paralela a AED ; el ángulo FOB es un tercio del AOB .



Candolle, Alphonse-Louis-Pierre Pyrame de (1806-1893). Botánico suizo. Nació en París. Sucedió a su padre como director de los jardines botánicos de la Universidad de Ginebra (1842-1893). Comenzó a analizar el problema de la extinción de una especie (1873) con el objetivo de averiguar la probabilidad de extinción de un apellido, en un estudio del papel de la fertilidad en la sociedad. Publicó diversas obras sobre botánica.

Cantor, Georg Ferdinand Ludwig Philipp (1845-1918). Matemático alemán, de origen ruso. Nació en San Petersburgo de padres que habían emigrado de Dinamarca, pero pasó en Alemania la mayor parte de su vida, debido a que su padre se trasladó a Frankfurt cuando Cantor tenía 11 años. Sus padres eran cristianos: su padre que era judío se había convertido al protestantismo, mientras que su madre había nacido en una familia católica. Cantor se interesó en seguida por los sutiles argumentos de los teólogos medievales sobre el infinito y el continuo. Estudió en Darmstadt, Wiesbaden y luego en la Universidad de Zúrich, en la de Berlín (1863, donde tuvo como profesor a Weierstrass) y en la de Gotinga (1866), concentrándose en filosofía, física y matemáticas. Se doctoró en Berlín en 1867 con una tesis sobre teoría de números, titulada *En matemáticas, el arte de plantear problemas está más valorada que la de resolverlos*. Sus primeras publicaciones mostraron una atracción por el análisis de la escuela de Weierstrass. Llegó a “privatdozent” en la Universidad de Halle (1869) y a profesor en 1879, permaneciendo en ella el resto de su vida. En 1890 fundó la Sociedad de Matemáticos Alemanes, de la que fue su primer presidente. En 1897 organizó el primer Congreso Internacional de Matemáticos, en Zurich. Inició su carrera científica con la exposición de su trabajo sobre los números irracionales (1872), mediante sucesiones monótonas de números racionales o mediante series convergentes. Estos estudios, junto con sus investigaciones sobre las series trigonométricas inspiradas en Riemann, le condujeron a la invención de la teoría de conjuntos, que desarrolló en una serie de memorias (1874-1884) y que hoy constituye el fundamento de la aritmética y el álgebra modernas. Esta teoría original, pero audaz y revolucionaria para la época, unida a las dificultades que presentaba y los nuevos problemas que planteaba, así como las posturas contrarias de otros matemáticos, como la del influyente Kronecker que atacó brutalmente las ideas de Cantor durante una década, le llevaron a publicar *Fundamentos de una teoría general de variedades* (1883) en defensa de su teoría. En 1884 sufrió la primera de las crisis nerviosas que iban a presentarse periódicamente en el transcurso de su vida. Cantor se mantuvo alejado de la ciencia durante unos años, volviendo a ocuparse de la teoría de conjuntos en el decenio 1887-1897. Definió el conjunto como “agrupación en un todo de objetos bien definidos, de nuestra intuición o de nuestro pensamiento”. Afrontó el estudio de los conjuntos infinitos a partir de la noción de correspondencia biunívoca entre dos conjuntos, estableciendo los conceptos de cardinal y ordinal transfinitos. A la expresión de Gauss, para quien el infinito actual era “una manera de hablar”, Cantor responde: “No obstante la diferencia esencial entre los conceptos de infinito potencial y de infinito actual (siendo el primero una magnitud finita variable que crece más allá de todo límite finito, y el segundo una magnitud fija constante, que se mantiene más allá de todas las magnitudes finitas) ocurre con frecuencia tomar el uno por el otro... En vista de la justificada aversión a tales infinitos actuales considerados ilegítimos y a la influencia de la tendencia moderna epicúreo-materialista, se ha extendido en amplios círculos científicos cierto *horror infiniti*, que encuentra su expresión clásica y su apoyo en la carta de Gauss (donde éste se expresa como se ha recogido más arriba); sin embargo me parece que el consiguiente rechazo, sin crítica alguna, del legítimo infinito actual no deja de ser una violación de la naturaleza de las cosas, que han de tomarse como son”. Con sus trabajos, Cantor legitima el infinito actual, este infinito como ser, que está en la “naturaleza de las cosas”, que hasta entonces había estado reprimido de modo que sólo pudiera emerger a la conciencia matemática el infinito potencial, el infinito como devenir. Y así como el siglo XIX legisló sobre el infinito potencial, Cantor con su teoría de conjuntos legislará, jerarquizará y clasificará el infinito actual. Demostró la numerabilidad de los números racionales, es decir, que su conjunto se puede poner en correspondencia biunívoca con el de los números naturales, por lo que tienen la misma “potencia”, así como también demostró que la potencia del conjunto de los números reales es mayor que la de los números racionales. Cuando demostró la correspondencia biunívoca entre un cuadrado y su lado, o entre un cubo y su lado, dijo: “Lo veo, pero no lo creo”, pidiendo a su amigo Dedekind que revisara sus razonamientos. Hoy se suele llamar axioma de Cantor-Dedekind al que afirma que los puntos de una recta se pueden poner en correspondencia biunívoca con los números reales. Cantor definió como “número cardinal” de un conjunto su potencia. Demostró que hay infinitos números transfinitos mayores que el conjunto de los números reales (no se sabe si hay números transfinitos entre el conjunto de los números racionales y el de los números reales), por ejemplo, el cardinal del conjunto de todos los conjuntos de números reales es un tercer número transfinito, y el conjunto de los subconjuntos de este conjunto de subconjuntos determina un cuarto número transfinito, y así sucesivamente. Cantor desarrolló también una aritmética de números ordinales transfinitos. Cantor, que había pasado la mayor parte de su carrera profesional en la Universidad de Halle, esperaba

conseguir ser profesor en la Universidad de Berlín, no consiguiéndolo muy posiblemente por la postura contraria de Kronecker. Tuvo varios ataques de depresión, en los que se sentía algo confortado por el apoyo de algunos matemáticos como Hermite y Hilbert. Éste se refirió a la aritmética transfinita como “el más sorprendente producto del pensamiento matemático y una de las realizaciones más bellas de la actividad humana en el dominio de la inteligencia pura”. Cantor murió internado en un sanatorio mental de Halle. Hilbert escribió en 1926: “Nadie nos expulsará del paraíso que Cantor ha creado para nosotros”. Russell describió la obra de Cantor como “la que probablemente puede enorgullecer más a nuestra época”. Se tratan seguidamente detalles de lo expuesto más arriba, que ayudarán a comprender la innovadora tarea emprendida por Cantor.

Cantor comenzó sus investigaciones buscando criterios de unicidad para las representaciones de las funciones en series trigonométricas, demostrando (1870) que cuando $f(x)$ se representa por una serie trigonométrica convergente para todo x , no existe otra serie trigonométrica de la misma forma que converja análogamente para todo x y represente la misma función $f(x)$. Cantor mejoró su demostración de este resultado en un artículo de 1871. Este teorema de unicidad puede enunciarse así: Si para todo x , existe una representación convergente de cero por una serie trigonométrica, entonces los coeficientes a_n y b_n son cero. Cantor demostró también que la conclusión es válida incluso si se prescinde de la convergencia para un número finito de valores de x . Este trabajo fue el primero de una serie en los que Cantor trata el conjunto de valores excepcionales de x , extendiendo (1872) el resultado de unicidad al caso en que se permite un conjunto infinito de valores excepcionales. Para definir este conjunto definió primero que un punto p es punto límite de un conjunto de puntos S si todo intervalo que contenga a p contiene infinitos puntos de S . Después introdujo la noción de conjunto derivado de un conjunto de puntos, que consiste en los puntos límite del conjunto original. Entonces existe un segundo conjunto derivado, esto es, el conjunto derivado del conjunto derivado, y así sucesivamente. Si el n -ésimo conjunto derivado de un conjunto dado es un conjunto finito de puntos, entonces se dice que el conjunto dado es de clase n -ésima o de n -ésimo orden (o de primera especie). Tras esto, Cantor dio su respuesta final a la cuestión de si una función puede tener dos representaciones diferentes en series trigonométricas en el intervalo $(-\pi, \pi)$, o si cero puede tener una representación de Fourier que no sea cero, consistente en que si en el intervalo una serie trigonométrica suma cero para toda x excepto para un conjunto de puntos de clase n -ésima (en el que no se sabe algo más acerca de la serie), entonces todos los coeficientes de la serie deben ser cero. En este trabajo, Cantor sentó las bases de la teoría de los conjuntos de puntos.

Con el objeto de clarificar sus ideas sobre conjuntos, Cantor presentó una teoría sobre los números irracionales. Comenzó con los números racionales, indicando que no era necesario extenderse más sobre ellos tras los trabajos de Grassmann y Muller (aunque de hecho, estas dos presentaciones no fueron definitivas). Cantor introdujo una nueva clase de números, los números reales, que incluyen racionales e irracionales. Construyó los números reales a partir de los racionales, definiendo previamente lo que llamaba sucesión fundamental: Cualquier sucesión de racionales que cumple la condición de que, para cualquier ε prefijado, todos los términos de la sucesión, salvo a lo más un número finito de ellos, difieren entre sí en menos de ε , o bien que $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+m} - a_n) = 0$, para m arbitrario. Cada sucesión fundamental es, por definición, un número real al que podemos denotar por b . Dos sucesiones fundamentales (a_n) y (b_n) son el mismo número real si y sólo si $|a_n - b_n|$ se aproxima a cero cuando n se hace infinito. Para estas sucesiones se presentan tres posibilidades: dado un número racional arbitrario, los términos a_n de la sucesión para n suficientemente grande son todos en valor absoluto menores que el número dado; o todos los términos a partir de un cierto n son mayores que un cierto número racional positivo ρ ; o bien todos los términos de la sucesión a partir de un cierto n son menores que un cierto número racional negativo $-\rho$, teniéndose, respectivamente, que $b=0$, $b > 0$, $b < 0$. Si (a_n) y (a'_n) son dos sucesiones fundamentales, denotadas por b y b' , se puede probar que $(a_n \pm a'_n)$ y $(a_n \cdot a'_n)$ son también sucesiones fundamentales, que definen $b \pm b'$ y $b \cdot b'$. Además si $b \neq 0$, entonces (a'_n/a_n) es también una sucesión fundamental que define b'_n/b_n . Los números reales racionales quedan incluidos en la definición anterior, ya que una sucesión (a_n) con todos sus términos a_n iguales al mismo número racional a , define el número real racional a . A continuación, tras definir la igualdad y desigualdad entre dos números reales cualesquiera, Cantor demuestra el siguiente teorema fundamental: Si (b_n) es cualquier sucesión de números reales (rationales o irracionales), y si $\lim_{n \rightarrow \infty} (b_{n+m} - b_n) = 0$ para m arbitrario, entonces existe un único número real b , determinado por una sucesión fundamental (a_n) de números racionales a_n tal que $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b$. Es decir, que la formación de

sucesiones fundamentales de números reales no crea la necesidad de otros nuevos tipos de números que puedan servir como límites para esas sucesiones fundamentales, puesto que los números reales ya existentes bastan para proporcionar tales límites, por lo que los números reales constituyen un sistema completo.

Cantor trató de distinguir los conjuntos infinitos según su *tamaño* (que se llamó *potencia*, y luego *número cardinal*), decidiendo que la correspondencia uno a uno debía ser el criterio básico para ello. Introdujo el concepto *numerable* para cualquier conjunto que se pudiera poner en correspondencia biunívoca con los enteros positivos, que forman el conjunto infinito más pequeño. En 1874, Cantor probó que el conjunto de los números racionales es numerable (dio una segunda demostración en 1895), así como también lo es el conjunto formado por los números algebraicos (números que son soluciones de ecuaciones algebraicas $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$, con a_i enteros). Para probarlo, asignó a cada ecuación algebraica de grado n la altura $N = n - 1 + |a_0| + |a_1| + \dots + |a_n|$, que es un número entero. A cada N corresponde solamente un número finito de ecuaciones algebraicas, y por tanto una cantidad finita de números algebraicos $\varphi(N)$. A partir de $N=1$, Cantor numeró los correspondientes números algebraicos desde 1 hasta n_1 ; los números algebraicos de $N=2$ se numeran desde n_1+1 hasta n_2 ; y así sucesivamente. Como cada número algebraico se alcanzará en alguna etapa y se le asignará uno y sólo un entero, el conjunto de los números algebraicos es numerable. Cantor demostró que el conjunto de los números reales es no numerable, dando una primera demostración en 1874, y una segunda en 1890. En ésta, comenzó suponiendo que se pueden enumerar los números reales de 0 a 1, escribiendo cada número real en forma decimal, conviniendo que $1/2$ se escribiría $0,49999\dots$. Si estos números reales son numerables, se puede asignar cada uno de ellos a un entero n , así: $1 \leftrightarrow 0, a_{11}a_{12}a_{13}\dots$; $2 \leftrightarrow 0, a_{21}a_{22}a_{23}\dots$; $3 \leftrightarrow 0, a_{31}a_{32}a_{33}\dots$. Luego, se define un número real en el citado intervalo: Sea $b = 0, b_1b_2b_3\dots$, donde $b_k = 9$ si $a_{kk} = 1$, y $b_k = 1$ si $a_{kk} \neq 1$. Este número real difiere de cada uno de los escritos en la lista anterior. Sin embargo, se suponía que dicha lista contenía todos los números reales entre 0 y 1, luego hay una contradicción. Como los números reales no son numerables y los algebraicos sí lo son, tiene que haber irracionales trascendentes (se trata de una demostración de existencia no constructiva).

La idea utilizada por Cantor en la anterior demostración se puede generalizar fácilmente entre los puntos del cuadrado unidad y los del segmento (0,1), o entre los de un cubo y su arista, llegando Cantor a demostrar la correspondencia biunívoca entre estos conjuntos (1877). Du Bois-Reymond objetó a esta demostración (1887): “Repugna al sentido común. De hecho, se trata simplemente de la conclusión de un tipo de razonamiento que permite la intervención de ficciones ideales, a las que se hace jugar el papel de cantidades genuinas aunque no sean ni siquiera límites de representación de cantidades. Ahí es donde reside la paradoja”.

Tras la demostración de la existencia de conjuntos con la misma o diferente potencia, Cantor introdujo una teoría de números cardinales y ordinales en los que los elementos destacados son los cardinales y ordinales transfinitos. Esto lo llevó a cabo en una serie de ensayos en el periodo 1879-1884, bajo el título común *Sobre agregados lineales infinitos de puntos*, escribiendo en 1895 y 1897 dos artículos definitivos sobre ello (*Contribuciones a los fundamentos de la teoría de números transfinitos*). En el quinto artículo sobre agregados lineales (1883) Cantor comienza: “La descripción de mis investigaciones en la teoría de agregados ha alcanzado un estado en el que su prolongación depende de una generalización de los enteros reales positivos más allá de sus límites actuales; una generalización en una dirección en la que, por lo que yo sé, nadie se ha aventurado todavía. Dependo de esa generalización del concepto de número hasta tal punto que sin ella no podría dar ni siquiera pequeños pasos adelante en la teoría de conjuntos. Espero que esta situación justifique o, si es necesario, excuse la introducción de ideas aparentemente tan extrañas en mis argumentaciones. De hecho, el objetivo consiste en generalizar o extender la serie de los enteros reales más allá del infinito. Por atrevido que esto pueda parecer, tengo no sólo la esperanza, sino la firme convicción de que a su debido tiempo esta generalización será reconocida como un paso bastante simple, apropiado y natural. Aun así, soy muy consciente de que adoptando tal procedimiento me sitúo a contracorriente con respecto a las opiniones generales sobre el infinito en matemáticas y sobre la naturaleza de los números”.

Cantor señaló que su teoría de los números infinitos o transfinitos es distinta del concepto de infinidad bajo el que se entiende una variable que se hace infinitamente pequeña o infinitamente grande. Dos conjuntos en correspondencia biunívoca tiene la misma potencia, o el mismo número cardinal. Para conjuntos finitos, el número cardinal es el número usual de objetos del conjunto. Para conjuntos

infinitos se introducen nuevos números cardinales. Cantor denotó por \aleph_0 al número cardinal del conjunto de los números enteros. Como los números reales no se pueden poner en correspondencia biunívoca con los números enteros, el conjunto de los números reales debe tener otro cardinal distinto, que se denota por c , la inicial de continuo, siendo $c > \aleph_0$. Para obtener un número cardinal mayor que otro dado, Cantor demostró que el número cardinal del conjunto que consiste en todos los subconjuntos de un conjunto dado, es mayor que el cardinal de éste. Cantor también definió la suma, el producto y las potencias de cardinales, llegando a la igualdad $2^{\aleph_0} = c$.

Luego, define el concepto de número ordinal. Un conjunto está totalmente ordenado si para cada dos elementos uno de ellos precede al otro, de manera que dados m_1 y m_2 , o bien m_1 precede a m_2 , es decir, $m_1 < m_2$, o m_2 precede a m_1 , es decir, $m_2 < m_1$, siendo transitiva la relación de orden. De ahí, Cantor define el número ordinal de un conjunto ordenado como el tipo de orden del orden definido en el conjunto, y define las condiciones para que dos conjuntos ordenados sean semejantes. Define también el número ordinal de un conjunto finito, denota con ω el número ordinal del conjunto de los enteros en su orden natural, con $^*\omega$ el número ordinal del citado conjunto en orden decreciente, y con $^*\omega + \omega$ el de todos los números enteros, positivos y negativos, más el cero, en su orden natural. Seguidamente, Cantor introduce los ordinales transfinitos y define la jerarquía de números cardinales y ordinales, en cuya primera clase, denotada por Z_1 , están los ordinales finitos $1, 2, 3, \dots$. En la segunda clase, Z_2 , están los ordinales $\omega, \omega+1, \omega+2, \dots, 2\omega, 2\omega+1, \dots, 3\omega, 3\omega+1, \dots, \omega^2, \omega^3, \dots, \omega^\omega, \dots$.

Cada uno de esos ordinales es el ordinal de un conjunto cuyo cardinal es \aleph_0 . El conjunto de los ordinales que hay en Z_2 tiene a su vez un número cardinal. Ese conjunto no es numerable, y Cantor introduce para él un nuevo número cardinal \aleph_1 , que es el primer cardinal posterior a \aleph_0 . Los ordinales de la tercera clase, Z_3 , son $\Omega, \Omega+1, \Omega+2, \dots, \Omega+\Omega, \dots$. Y así sucesivamente. Cantor demostró que $\aleph_1 \leq c$, siendo Cohen quien ha demostrado que el conjunto de todos los subconjuntos de los números racionales es del mismo tamaño que el conjunto de todos los números reales.

En cartas a Dedekind (1899), Cantor se preguntaba si el conjunto de todos los números cardinales podría ser realmente un conjunto, ya que entonces su cardinal sería mayor que cualquier otro. Pensó que la respuesta correcta debía ser la negativa, distinguiendo entre conjuntos consistentes e inconsistentes.

Cantor, en defensa de su creación de los números transfinitos como cantidades realmente existentes, aducía que la matemática se distingue de otras ciencias por su libertad para crear sus propios conceptos sin atender a la realidad transitoria. En 1883 escribía: “La matemática es completamente libre en su desarrollo, y sus conceptos sólo se ven restringidos por la necesidad de ser no contradictorios y estar coordinados con los conceptos previamente introducidos mediante definiciones precisas... La esencia de las matemáticas reside en su libertad” (Cantor prefería el término *matemática libre* al más usual de *matemática pura*).

Cantor, Moritz Benedikt (1829-1920). Historiador y matemático alemán. Nació en Mannheim (Baden). Fue profesor en la Universidad de Heidelberg (1853), donde pasó toda su vida profesional. Escribió *Contribuciones matemáticas a la vida cultural de los pueblos* (1863) y *Lecciones de historia de la matemática*, cuyo primer volumen se publicó en 1880, el segundo en 1892, el tercero entre 1894 y 1896; el cuarto volumen fue escrito por nueve personas bajo la dirección de Cantor, terminándose en 1908. Esta obra recoge la historia mundial de las matemáticas desde los tiempos más antiguos hasta finales del siglo XVIII.

Capella, Martianus Minneus Felix (h. final s. IV-principio s. V). Escritor y enciclopedista latino. Nació en el norte de África. Fue abogado en Cartago. Autor de una obra en prosa y verso titulada *De las nupcias de Filología y Mercurio y de las siete artes liberales*, en nueve libros, precursora de las enciclopedias medievales, en la que se ocupa del *trivium* (gramática, dialéctica y retórica) y el *quadrivium* (geometría, aritmética, astronomía y música). En este escrito que, como otros de esta época, gozaron de estima y difusión durante la Edad Media, la geometría se reduce a las definiciones de los *Elementos* con el enunciado de su primer problema, y la aritmética a unas cuantas nociones de carácter neopitagórico.

Caraccioli, J. Battista (1695-1765). Matemático italiano. En su obra *Libro de las líneas curvas* (1740) estudió la curva que lleva su nombre.

Caramuel y Lobkowitz, Juan (1606-1682). Matemático español. Nació en Madrid. Estudió en la Universidad de Alcalá de Henares (1620), donde cursó humanidades, gramática, retórica y poética, y filosofía, versando su lección sobre la *Lógica* de Aristóteles. Ingresó en la Orden del Císter en el monasterio de la Espina (Valladolid) y a partir de 1635 recorrió los Países Bajos, Francia, Bohemia, Alemania, Austria y, finalmente, Italia. Se ocupó prácticamente de todas las materias de la ciencia y de la filosofía de su época, e intervino activamente en numerosas polémicas y debates. Mantuvo correspondencia y relaciones amistosas y de colaboración con numerosos sabios como Gassendi, Mersenne, etc. y quizá también con Descartes. En 1673 fue nombrado obispo de Vigevano (Pavía, Italia), ciudad en la que murió.

Escribió *Cursus mathematicus* (1667), dedicado básicamente a matemáticas, pero también a astronomía y arquitectura, siendo sus aportaciones más relevantes en el campo de las matemáticas, el estudio de los sistemas de numeración de base no decimal, haciendo notar la utilidad del sistema de base 12, el tratamiento moderno de la combinatoria y las probabilidades y el cálculo de logaritmos. A él se deben las primeras tablas de logaritmos de autoría española.

Su *Mathesis biceps vetus et nova* (1670) es la enciclopedia de las ciencias matemáticas “puras” y “mixtas”, es decir, físico-matemáticas y aplicadas, más amplia y completa de las aparecidas en Europa hasta entonces, correspondiendo sus principales contribuciones a las matemáticas (no se han estudiado en profundidad sus aportaciones a otros campos como la física o la biología). En sus obras resuelve problemas sobre juegos y apuestas por medio de la teoría coordinatoria.

Caratheodory, Constantin (1873-1950). Matemático alemán de origen griego. Nació en Berlín. Estudió matemáticas en la Universidad de Berlín (1900-1902) y en la de Gotinga (1902-1904), donde se doctoró (1904) bajo la dirección del matemático alemán Minkowski. Enseñó en las universidades de Hannover (1909), Breslau (1910-1913), Gotinga (1913-1918) y Berlín (1918-1920). Luego enseñó en Esmirna y Atenas (hasta 1924), de donde pasó a Munich. Trabajó especialmente en teoría de funciones de variable compleja y en el cálculo de variaciones. También ayudó a desarrollar la teoría especial de la relatividad de Einstein. Publicó *Tratado de las funciones reales* (1918), *Representación conforme* (1932), *Geometría óptica* (1937), *Comienzos de la investigación en el cálculo de variaciones* (1938), *Funciones reales* (1939) y *Teoría de funciones* (1950). Junto con Study, encontró la solución de problemas de máximos y mínimos por métodos geométricos, dando en 1909 la demostración geométrica de que, de todas las figuras planas con un perímetro dado, el círculo encierra el área máxima.

Caravelli, Vito (1724-1800). Matemático y astrónomo italiano. En su *Tratado de los osos*, acuñó este término para cuerpos de cualquier número de caras.

Cardano, Gerolamo (1501-1576). Matemático, médico y filósofo italiano. Nació en Pavía. De vida poco feliz y llena de alternativas. En sus últimos años redactó una *Autobiografía* (póstuma, 1643) en la que no oculta sus vicios ni defectos. Dice que sus padres le dotaron sólo de miseria y desprecio; pasó una infancia miserable y fue tan pobre durante los primeros cuarenta años de su vida que dejó de considerarse pobre a sí mismo porque no le quedaba nada que perder. Era de gran temperamento, dedicado a los placeres eróticos, pendenciero, engreído, sin sentido del humor, incapaz de sentir remordimiento e intencionadamente cruel en su manera de hablar. Aunque ciertamente no era un apasionado del juego, jugó a los dados todos los días durante veinticinco años y al ajedrez durante cuarenta como escape de la pobreza, de las enfermedades crónicas, de las calumnias y de las injusticias. En su *Liber de ludo aleae* (póstumo, 1663), dice que se debe jugar para conseguir el premio de la puesta para compensar el tiempo perdido, y proporciona consejos sobre cómo hacer trampas para asegurar esa compensación. Tras dedicar su juventud a las matemáticas, la física y el juego, estudió medicina en Pavía y Padua, graduándose en la Universidad de Padua. Practicó la medicina, enseñándola más tarde en Pavía (1543) y Bolonia (1562), haciéndose famoso como médico en toda Europa, de tal forma que en una ocasión fue llamado a Escocia para diagnosticar una enfermedad al arzobispo de St. Andrews. Fue profesor de física y matemáticas en las universidades de Bolonia y Milán. Astrólogo de afición, en 1570 fue encarcelado por la herejía de realizar el horóscopo de Jesús. Sorprendentemente, el papa le contrató más tarde como astrólogo, concediéndole una pensión. A los 75 años, poco antes de su muerte, se jactaba de su fama, de su nieto, de su riqueza, de

su conocimiento, de sus amigos poderosos, de su creencia en Dios y de catorce dientes en buen estado. Escritor prolífico, sus escritos se ocupan de matemáticas, astronomía, astrología, física, medicina y una enorme variedad de otros temas, como aforismos morales (para compensar sus trampas en el juego).

A pesar de su gran preparación en ciencias, Cardano, como hombre de su tiempo, creía firmemente en la astrología, en los sueños, en los hechizos, en la lectura de la mano, en los portentos y en las supersticiones, escribiendo muchas obras sobre estos temas. Es el apologista racional de estas artes ocultas, que, según sostenía, permiten tanta certeza como la navegación o la medicina. También escribió tratados enciclopédicos sobre los habitantes del universo, esto es, sobre los ángeles, demonios y diversas inteligencias, incluyendo en estos libros material robado, sin la menor duda, a Leonardo da Vinci, distinguido amigo de su padre. Extrajo de fuentes antiguas, medievales y contemporáneas, todo el conocimiento matemático disponible y lo reunió en una masa enciclopédica, utilizando fuentes tanto teóricas como empíricas. A su predilecta teoría de números, mágica y mística, estaba asociado su gran interés por la especulación algebraica. Además de ser un médico famoso, Cardano se distinguió de los demás filósofos naturales de su época en su gran interés por las matemáticas, que para él representaban un talento mágico especial y una forma de especulación cargada emocionalmente. El total de las obras escritas por Cardano alcanzan las 7.000 páginas. Como se ha dicho más arriba, Cardano fue un jugador conocedor de todas las tretas y fullerías del juego, que en ocasiones tuvo que utilizar como *modus vivendi*, por lo que se explica que en su ya citado *Liber de ludo aleae*, se ocupara de los juegos de azar, lo que le convierte en el iniciador del cálculo de probabilidades.

Su primer escrito matemático es *Ars magna arithmeticae*, un tratado de aritmética (1539) que incluía entre otras cosas la racionalización de denominadores que contenían raíces cúbicas, escribiendo posteriormente *De regula aliza* (1570), que puede considerarse un complemento de aquél. Pero su obra más importante es *Ars magna* (1545), primer tratado de álgebra digno de este nombre, que consta de 40 capítulos, en donde Cardano se expresa así respecto de la invención de la solución de las cúbicas: “En nuestros tiempos Scipione dal Ferro, boloñés, resolvió el capítulo de cubo y cosas igual a número, hazaña realmente hermosa y admirable. Este arte, verdadero regalo de los dioses, que supera toda sutileza humana posible y el esplendor de todo ingenio mortal, es una prueba del valor de la inteligencia y es tan maravillosa que quien la haya logrado puede creer que ya nada le ha de ser imposible. En emulación con el matemático mencionado Niccolò Tartaglia, de Brescia, amigo nuestro, habiendo entrado en disputa con Antonio María Fior, discípulo de dal Ferro, y a fin de vencer en la justa encontró el mismo capítulo y me lo confió, pues con insistentes ruegos se lo había pedido. En verdad, engañado yo por las palabras de Luca Pacioli, que afirmaba que además de sus capítulos no podían existir otros generales, y aunque el descubrimiento podía haber sido facilitado por otras cosas que yo había encontrado, con todo desesperaba de encontrar lo que no tuve el coraje de buscar. Después de obtener ese capítulo y hallada su demostración, comprendí que podían deducirse muchas cosas más; ya aumentada mi confianza llegué a encontrarlas, en parte por mi cuenta, en parte con la ayuda de Ludovico Ferrari, antiguo discípulo mío. Todo lo que éste encontró será indicado con su nombre y aquello que no se atribuye a otro, me pertenece”. Tras el desafío matemático entre Fior y Tartaglia (V. sus reseñas), Cardano, enterado de los hallazgos de Tartaglia, se esfuerza en conocerlos para incluirlos en su *Ars magna* en preparación, pero Tartaglia, deseoso de hacerlos aparecer en sus propios libros, se resiste hasta 1539, cuando Cardano logra una entrevista con Tartaglia y éste cede, y revela a Cardano las soluciones de las cúbicas mediante unos tercetos, no sin hacerle jurar “por los Santos Evangelios” que no las hará conocer antes de que Tartaglia las publique por su cuenta. Pero en 1545 Cardano, probablemente ante la demora de Tartaglia en publicar esas soluciones, rompe el juramento y las hace conocer en su *Ars magna*. En el capítulo 11 de esta obra, Cardano dice que “Scipione dal Ferro de Bolonia descubrió hace más de 30 años esta fórmula y se la dio a Antonio María Fior de Venecia, cuyo concurso con Niccolò Tartaglia de Brescia dio a éste ocasión de descubrirla. Me la dio en respuesta a mis peticiones, aunque ocultando la demostración en varias formas. Fue muy difícil. A continuación sigue mi versión”. Y expone al respecto su propio punto de vista acerca de la cuestión, hecho que da lugar a que Tartaglia, en sus *Quesiti* del año siguiente, publique ciertas apreciaciones sobre Cardano que provocan una polémica entre Tartaglia y Ferrari, que se prolonga desde principios de 1547 hasta 1548, nada edificante y que tampoco agrega nada a la cuestión de la solución de las ecuaciones de tercero y cuarto grado, polémica en la que Cardano no tomó parte. Respecto de las cúbicas, Cardano agrega la transformación de las ecuaciones cuatrinomias

en trinomias, al mismo tiempo que asoman algunos atisbos acerca de las raíces negativas, que llama falsas, y hasta de las imaginarias, así como de las relaciones entre los coeficientes y las raíces. En sus ejemplos aparecen también transformaciones de las ecuaciones, con el objeto de hacer aparecer factores lineales que, al eliminarse, disminuyen el grado de la ecuación. En cuanto a las ecuaciones de cuarto grado expone el método de resolución que, con gran complacencia, atribuye a su discípulo Ferrari (método que hoy lleva el nombre de éste). En su obra *Sermo de plus et minus*, estudió las raíces de cantidades negativas, a las que llama “falsas”. Analizó la relación entre los coeficientes y las raíces, por ejemplo Cardano sabía que la suma de las raíces de la ecuación $x^n + ax^{n-1} + \dots = 0$, es $-a$, y que la suma de los productos de las raíces tomadas de dos en dos es el coeficiente de x^{n-1} , etc. Cardano empleó la primera de estas relaciones entre raíces y coeficientes, para eliminar el término en x^{n-1} . Un ejemplo de ecuación cúbica resuelta por Cardano es: “Sea el cubo y seis veces el lado igual a 20” (Cardano está pensando en esta ecuación como típica de todas aquellas que presentan “el cubo y la cosa igual a número”, es decir con la simbología actual: $x^3+px=q$), que resuelve de la siguiente forma (en *Ars magna*, Cardano se refiere a la incógnita como *rem ignotum*): Se sustituye x por $u-v$, de forma que $u \cdot v$ sea un tercio del coeficiente p , es decir $uv=2$, obteniéndose $u^3 - v^3 = 20$. Eliminando v , se tiene $u^6 = 20u^3 + 8$, ecuación de segundo grado en u^3 , y por tanto: $u^3 = 108^{1/2} + 10$. Luego (siempre con la simbología actual): $x = (108^{1/2} + 10)^{1/3} - (108^{1/2} - 10)^{1/3}$.

Para la ecuación “el cubo igual a la cosa y un número”, aplica la sustitución $x = u + v$, llegando, para $x^3 = 15x + 4$, a la solución: $x = [2 + (-121)^{1/2}]^{1/3} + [2 - (-121)^{1/2}]^{1/3}$.

A estas raíces cuadradas de números negativos Cardano las denominó como *sofísticas*, concluyendo que en este caso su resultado era tan *sutil como inútil*. Así, en el capítulo 37 de su *Ars magna*, plantea y resuelve el problema de dividir 10 en dos partes cuyo producto sea 40, obteniendo la ecuación $x(10 - x)=40$, en notación actual, siendo sus raíces $5 \pm (-15)^{1/2}$, diciendo que “dejando a un lado las torturas mentales que ello implica”, el producto de las dos raíces es 40, afirmando que “así progresa la sutileza aritmética, cuyo fin es, como se ha dicho, tan refinado como inútil”. Para comprobar que las raíces obtenidas en la resolución de las ecuaciones cúbicas, eran válidas, Cardano empleaba un método geométrico basado en la comparación de volúmenes de cubos y paralelepípedos rectángulos, citando diversos teoremas de Euclides. En la solución dada por Cardano de la ecuación de tercer grado, se presenta una dificultad que Cardano observó y que no resolvió. Cuando todas las raíces de la ecuación son reales y distintas, las incógnitas auxiliares son complejas, lo que significa que ciertos números reales pueden expresarse en términos de raíces cúbicas de números complejos. Sin embargo, esas tres raíces reales no pueden obtenerse por medios algebraicos, es decir por radicales (Tartaglia llamó a este caso “irreducible”). Para la resolución de la ecuación cuártica, V. Ferrari, Ludovico.

Cardano sabía que si un círculo rueda sin deslizar sobre la circunferencia de otro círculo de diámetro doble y por el interior, el lugar geométrico que describe un punto de la circunferencia del círculo menor es un diámetro del círculo mayor (se trata del teorema de Nasir Al-Din, redescubierto independientemente por Copérnico y Cardano). En el campo de la mecánica introdujo la llamada junta cardan, acoplamiento de dos ejes que permite cualquier desplazamiento angular de uno respecto al otro, aunque es dudoso que fuera Cardano su inventor. En 1541, siendo rector del Colegio de Médicos de Milán, participó en calidad de tal en la entrada triunfal del emperador Carlos I de España y V de Alemania, en Milán, y parece ser que en esta ocasión ofreció al emperador como regalo dicho aparato. Estudió la construcción del pentágono regular para el diseño de fortificaciones.

Carleman, Tage Gills Torsten (1892-1949). Matemático sueco. Obtuvo resultados importantes en ecuaciones integrales, funciones casi analíticas, análisis armónico, series trigonométricas, etc. El teorema de Ahlfors-Carleman (anteriormente, conjetura de Denjoy) afirma que el número máximo de valores asintóticos de una función entera está determinado por la rapidez de crecimiento de la función, o más precisamente, el número de valores asintóticos de una función entera es a lo sumo dos veces el orden de la función. Carleman había demostrado este teorema unos años antes que Ahlfors, pero con un factor cinco en lugar de dos, que es el mejor posible, tal como lo demostró Ahlfors.

Carleson, Lennart Axel Edvard (n. 1928). Matemático sueco. Estudió en la Universidad de Uppsala, de la que fue profesor, así como de la Universidad de California, Los Ángeles. Trabajó sobre el análisis armónico, demostrando la conjetura de Lusin y enunciando el teorema que lleva su nombre (1965) sobre la convergencia de las series trigonométricas, que puede ser considerado como una

culminación del proyecto de análisis armónico lineal emprendido por Fourier. En la demostración de este teorema se usan las técnicas de Calderón-Zygmund junto a las descomposiciones, microlocalizaciones, ingeniosas de las funciones. A diferencia de las integrales singulares, cuyos núcleos tienen la singularidad localizada en el origen y en el infinito, el operador de Carleson extiende sus singularidades por todo el intervalo, lo que convierte su acotación en un gran logro del análisis armónico. El teorema es el siguiente: Dada $f \in L^2[-\pi, \pi]$, se verifica que $\lim_{N \rightarrow \infty} S_N f(x) = f(x)$ para casi todo x . Carleson escribió *Sobre la convergencia y crecimiento de las sumas parciales de las series de Fourier* (1966).

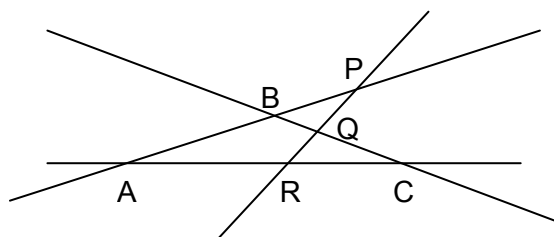
Carmo, Manfredo Perdigão do (n. 1928). Matemático brasileño. Nació en Maceió (Alagoas, Brasil). Estudió en la Universidad de Recife y en la de California, Berkeley. Profesor en las Universidades de Recife, de Brasilia y en la de California, Berkeley. Escribió *Geometría diferencial de curvas y superficies* (1976), *Geometría riemanniana* (1994).

Carnap, Rudolf (1891-1970). Filósofo y lógico alemán, naturalizado estadounidense. Nació en Ronsdorf. Estudió matemáticas, física y filosofía en las Universidades de Jena (donde enseñaba Gottlob Frege) y Friburgo. Se doctoró en Jena (1921) con un trabajo sobre el concepto de espacio, indicando la existencia de un espacio formal, un espacio físico y un espacio intuitivo, definiendo sus características y diferencias fundamentales. Trabajó sobre lógica y fundamentos de la física. En 1926, invitado por Moritz Schlick, fundador del Círculo de Viena, pasó a ser miembro del Círculo. Fue uno de los principales exponentes del positivismo lógico. Fue profesor de filosofía natural en la Universidad alemana de Praga (1931-1935). Emigró a Estados Unidos, principalmente a causa del nacionalsocialismo. Fue profesor en la Universidad de Chicago (1936-1952), en el Institute for Advanced Study en Princeton (1952-1954) y en la de California, Los Ángeles. En 1938 fundó con Otto Neurath y Charles W. Morris la *Enciclopedia internacional de ciencias unificadas*, que publicó una serie de monografías sobre problemas generales de filosofía de la ciencia y sobre cuestiones filosóficas que afectan a las matemáticas o a determinadas ramas de la ciencia empírica. Las contribuciones de Carnap se extienden a los campos de la lógica, análisis del lenguaje, teoría de la probabilidad, filosofía de la ciencia. Entre otras obras escribió *Sintaxis lógica del lenguaje* (1934), *Introducción a la semántica* (1942), *Significado y necesidad* (1947), *Fundamentos lógicos de la probabilidad* (1951).

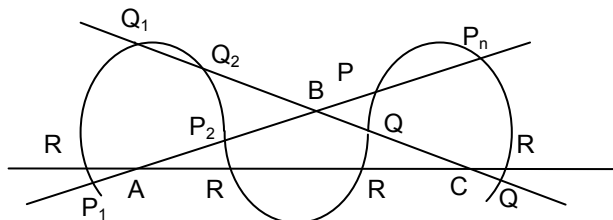
Carnot, Lazare Nicolas Marguerite (1753-1823). General, político, matemático y poeta francés. Nació en Nolay (Borgoña). Estudió en Autun, en la Escuela Preparatoria de Artillería en París (1769-1771), graduándose en la Escuela de Ingeniería de Mézières (1773) con el rango de teniente. Alumno de Monge, los trabajos de éste y su entusiasmo por la geometría llevaron a Carnot, como a otros discípulos de Monge, a revitalizar la geometría pura. Ardiente republicano, cuando vio amenazado el éxito de la Revolución Francesa, tanto por la confusión interior como por las amenazas de invasión desde el exterior, organizó los ejércitos y los condujo a la victoria. Pasó sucesivamente de la Asamblea Nacional a la Asamblea Legislativa (1791), a la Convención Nacional (1792), y al poderoso Comité de Salud Pública (1793). Con un alto sentido de la honradez intelectual, trató de ser imparcial en la toma de decisiones, de forma que después de una investigación meticulosa, absolvió a los monárquicos de la acusación de que habían mezclado vidrio en polvo con la harina destinada a los ejércitos revolucionarios; sin embargo se sintió obligado en conciencia a votar a favor de la ejecución de Luis XVI. Robespierre, a quien en alguna ocasión se había opuesto Carnot, formuló la amenaza (1794) de que Carnot perdería la cabeza al primer desastre militar. Pero Carnot se ganó la admiración de sus compatriotas por sus grandes éxitos militares y cuando una voz propuso en la Convención su arresto, los diputados se alzaron espontáneamente en su defensa (1795), aclamándolo como “Organizador de la victoria”. Formó parte del Consejo de los Quinientos y del Directorio (1795-1799). Fue responsable en parte de la ascensión de Napoleón Bonaparte al poder, por su nombramiento para llevar a cabo la campaña italiana, pero más tarde no dudó en oponerse a él, lo que a punto estuvo de costarle la vida. En 1797 rehusó apoyar un golpe de estado civil y fue deportado. Su nombre fue suprimido de los cargos del Institut de France y su silla de la sección de geometría se adjudicó en una votación por unanimidad al general Bonaparte. Posteriormente, en 1804, fue el único tribuno con el valor y la convicción suficientes como para votar en contra del nombramiento de Napoleón como emperador. No

obstante, más tarde, cuando consideró que la prosperidad de Francia así lo exigía, Carnot sirvió a Napoleón de buen grado. Habiéndose dedicado a la especulación económica, el fracaso de la aventura colonial en la que había invertido importantes sumas de dinero, le llevó a la ruina en 1809, momento en que el emperador Napoleón le concedió generosamente el cargo oficial de Conde del Imperio. Tras la restauración de la monarquía francesa, Carnot se vio obligado a exiliarse a Magdeburgo, donde continuó desarrollando su actividad intelectual. Trabajó en la consolidación de la *École Polytechnique* de París, estando muy interesado en la educación a todos los niveles, aunque al parecer nunca dio ni una sola clase. Su hijo Hippolyte (1801-1888) llegó a ser miembro de la Asamblea, senador vitalicio y ministro de Instrucción Pública. Otro de sus hijos, Sadi (1796-1832), fue un físico famoso, creador del llamado *ciclo de Carnot* (1824). Y un nieto, también llamado Sadi (1837-1894), fue el cuarto Presidente (1887-1894) de la tercera República Francesa.

En su exilio, Carnot completó una obra que tenía en mente desde hacía algún tiempo durante su trepidante vida política, que tituló *Reflexiones sobre la metafísica del cálculo infinitesimal* (1797), en donde, como Berkeley, sostuvo la inconsistente tesis de que si, no obstante sus imperfecciones, los conceptos infinitesimales no conducen a resultados erróneos, se debe a que los errores que se cometen se compensan y se anulan. A la objeción de que las cantidades que se desvanecen o bien son cero o bien no lo son, responde Carnot que “las llamadas cantidades infinitamente pequeñas no son en absoluto simplemente cantidades nulas, sino más bien cantidades que llegan a anularse, asignadas por una ley de continuidad que determina el carácter de la relación”. Los diversos planteamientos del cálculo, afirma Carnot, no fueron otra cosa más que simplificaciones del antiguo método de exhaustión que lo reducían así de diversas maneras a cómodos algoritmos. Aplicó las fórmulas trigonométricas a ángulos mayores de un recto, con la determinación de los signos, en su obra *De la correlación de las figuras en geometría* (1801), y sugirió una correlación entre figuras por medio de números imaginarios, citando como ejemplo la correlación entre la circunferencia $y^2 = a^2 - x^2$ y la hipérbola $y^2 = x^2 - a^2$ a través de la identidad $x^2 - a^2 = [(-1)^{1/2}]^2(a^2 - x^2)$, a pesar de que la representación gráfica de los números complejos aún no era de uso general. Escribió *Geometría de la posición* (1803), donde demostró el teorema sobre las intersecciones de los lados de un triángulo con una cónica. Generalizó el teorema del coseno al tetraedro obteniendo la fórmula $a^2 = b^2 + c^2 + d^2 - 2cd \cos B - 2bd \cos C - 2bc \cos D$, donde a, b, c, d son las áreas de las cuatro caras, y B, C, D son los ángulos diedros que forman los pares de caras de áreas c y d, b y d, b y c , respectivamente. En estas obras, Carnot rehusó emplear métodos analíticos, comenzando la cruzada de la geometría pura. En ambas obras geométricas, los términos correlación y geometría de la posición no tienen el significado geométrico que luego se les asignó. A fin de evitar que las figuras sean separadas para los distintos tamaños de los ángulos y las direcciones de las líneas, no usó los números negativos, que consideraba contradictorios, introduciendo en cambio un complejo esquema llamado “correspondencia de signos”. Con ello intentó, sin conseguirlo, introducir un algoritmo capaz de representar al mismo tiempo la posición y la magnitud de las figuras, mediante interpretaciones de signos. Carnot pensaba que debería poderse encontrar un sistema de coordenadas que “no dependiera de ninguna hipótesis particular ni de ninguna base de comparación tomada en el espacio absoluto”. Con esta idea inició la búsqueda de lo que ahora se llama coordenadas intrínsecas. Una de estas coordenadas la encontró en el concepto de radio de curvatura en un punto de la curva. Para la otra introdujo una cantidad a la que no dio nombre en particular, pero que más tarde se llamó “aberración” o “ángulo de desviación”, estando esta coordenada relacionada con la tercera derivada de la curva en el punto estudiado (la aberración de una cónica es constante en todos sus puntos). En su obra *Ensayo sobre la teoría de las transversales* (1806), aparece el concepto de “cuadrilátero completo”, generaliza el teorema de las transversales de Menelao, e indica que un conjunto de n rectas en un plano, o una poligonal alabeada de n lados o una poligonal esférica de n arcos de círculo máximo, pueden considerarse como una curva de grado n .



En la figura de arriba, cortando el triángulo ABC por la transversal PQR , se tiene, según Menelao, llamando $a'=AP$, $b'=BQ$, $c'=CR$, $a''=AR$, $b''=BP$, $c''=CQ$, que $a' \cdot b' \cdot c' = a'' \cdot b'' \cdot c''$. Carnot generalizó este teorema, demostrando que si se sustituye la recta PQR por una curva de orden n que corta a la recta AB (siguiente figura) en los puntos (reales o imaginarios) P_1, P_2, \dots, P_n , a la recta BC en Q_1, Q_2, \dots, Q_n y a la recta AC en R_1, R_2, \dots, R_n , si se llama a' al producto de las n distancias AP_1, AP_2, \dots, AP_n , y se definen análogamente b', c', a'', b'' y c'' , se sigue verificando el teorema de Menelao.



Carnot llevó a cabo el cambio de ejes coordenados en el espacio, de un sistema rectangular a uno oblicuo. Realizó distintos trabajos sobre poligonometría y poliedrometría, y sobre la geometría del tetraedro. Dedujo una fórmula que contiene 130 términos, para calcular el décimo de los diez segmentos que unen entre sí cinco puntos dados al azar en el espacio, si se conocen los otros nueve, así como la fórmula que da el volumen del tetraedro en función de sus seis aristas. Puede decirse que inició el estudio de las propiedades generales de las figuras que constituiría muy pronto la “geometría proyectiva”.

Caro y Anchía, Ricardo (n. 1870). Matemático y militar español. Nació en Zaragoza. Licenciado en ciencias físico-matemáticas. Profesor de la Escuela Industrial de Tarrasa. Colaboró en la *Revista trimestral de matemáticas* en la que escribió artículos como *Integrales de Fresnel* (1901), donde dice “estas integrales, que tan importante papel desempeñan en la teoría matemática de la luz, se obtienen casi siempre como casos particulares de otras más generales, pero después de largos desarrollos. Pueden obtenerse directamente como sigue”. Este método consiste en restar a la integral cuyo integrando es $\cos x^2$, la que contiene el integrando $\sin x^2$ multiplicada previamente por i , obteniéndose una integral cuyo integrando es e^{-y} , siendo $y = x^2 i$, de donde por medio de la función gamma, obtiene el mismo valor, $1/2(\pi/2)^{1/2}$, para cada una de las dos integrales de Fresnel. Publicó *Lecciones de aritmética y álgebra*, *Apuntes de mecánica racional*, *Cursos de cálculos diferencial e integral*, *Integrales de Fresnel e integrales múltiples*, así como también diversos tratados de electrotecnia.

Carrega, Jean-Claude (h. 1981). Matemático francés. Escribió *Teoría de los cuerpos, regla y compás* (1981).

Carroll, Lewis. V. Dodgson, Charles Lutwidge.

Carslaw, Horatio Scott (1870-1954). Matemático británico. Nació en Helensburgh (Dumbarton, Escocia). Estudió en las Universidades de Glasgow, Roma, Palermo y Gotinga. Profesor en las Universidades de Glasgow y Sidney. Publicó *Elementos de Geometría plana no euclídea y trigonometría* (1916), *Introducción a la teoría de las series de Fourier* (1922).

Cartan, Elie Joseph (1869-1951). Matemático francés. Nació en Dolomieu (Alpes franceses). Estudió en Montpellier, Lyon y en la École Normale Supérieure. Fue profesor en Montpellier (1894), Lyon (1896), Nancy y en la Sorbona (1912). Fue elegido miembro de la Académie des Sciences en 1931. Continuó los trabajos de Sophus Lie, desarrollando la teoría de la estructura de los grupos continuos de transformaciones. En 1914, Cartan determinó todas las álgebras simples con valores reales para los parámetros y las variables. Cartan y Killing realizaron la clasificación de los grupos de Lie simples. También establecieron los conceptos de radical y semisimplicidad para un álgebra de Lie, y encontraron todas las álgebras de Lie simples sobre los cuerpos de los números reales y complejos. En su tesis *Sobre la estructura de los grupos de transformaciones finitos y continuos* (1933), Cartan dio una clasificación completa de todas las álgebras de Lie simples sobre el cuerpo de los complejos para

los parámetros y las variables. Tal como había obtenido Killing, Cartan descubrió que se dividían en cuatro casos generales y las cinco álgebras excepcionales. Cartan estableció una teoría general de espacios en la que se combina la geometría riemanniana con otras teorías. Cartan y Weyl construyeron la teoría de representación de álgebras de Lie mediante matrices. También escribió *Geometría de los espacios de Riemann* (1925) y *Teoría de los grupos continuos y de los espacios generalizados* (1935).

Cartan, Henry Paul (1904-2008). Matemático francés. Nació en Nancy, hijo de Elie Cartan. Fue profesor en Caen (1928), Lille (1929), Estrasburgo (1931), París (1940-1969) y Orsay (1970-1975). Fue uno de los fundadores del grupo Bourbaki. Trabajó en geometría diferencial, teoría de funciones de variable compleja y topología algebraica. Al transmitirse los métodos de la topología algebraica al álgebra, se creó una rama nueva conocida como álgebra homológica, de la que el primer libro fue escrito en 1955 por Cartan y Eilenberg. También escribió *Álgebra homológica* (1956) y *Teoría elemental de funciones analíticas de una o varias variables complejas* (1963).

Casamayor y de la Coma, María Andrea (principios del siglo XVIII-1780). Matemática y escritora española. Nació en Zaragoza. Estudió en el Colegio de los Padres Escolapios. Escribió dos obras de carácter matemático, bajo el seudónimo de Casandro Manes de la Marca y Arioa. En el primero, *Tirocinio aritmético* (1738), se enseñan las reglas básicas de la aritmética, además de contener una tabla de pesas, medidas y monedas de la época con sus equivalencias. El segundo, *El para sí solo*, se divulgó tras su muerte. En él demuestra sus profundos conocimientos matemáticos al mostrar distintas aplicaciones matemáticas a la vida cotidiana.

Casey, John (1820-1891). Matemático y geómetra irlandés. Nació en Coolattin (Kilbehenny, Limerick). Estudió en el Trinity College y en la Universidad de Dublín. Fue profesor en la Universidad Católica de Dublín. Se le considera, junto con Lemoine, fundador de la moderna geometría del triángulo y la circunferencia (teorema de Casey, extensión del problema de Apolonio). Fue autor de numerosas aplicaciones del método de los rayos vectores recíprocos. Publicó *Consecuencias de los seis primeros libros de los Elementos de Euclides* (1881), *Tratado de la geometría analítica del punto, línea, círculo y secciones cónicas* (1885), *Tratado de trigonometría elemental* (1886), *Tratado de geometría esférica* (1889).

Casiodoro, Flavio Magno Aurelio (h. 490-h. 585). Político, historiador y erudito romano. Nació en Scylletium (Bruttium, reino de los ostrogodos). Fue cuestor (507-511), cónsul (514) y ministro de Teodorico, intentando lograr la fusión en un solo pueblo de romanos y godos. A la muerte de Teodorico, fue, con Atalarico, magister officiorum (526) y prefecto pretoriano (533). Discípulo de Boecio. Como traductor expuso en una pobre versión, unas pocas partes de las obras griegas en matemáticas y astronomía. Aun a pesar de la baja calidad de este trabajo, así como del de Isidoro de Sevilla y del de Beda el Venerable, estos hombres fueron los eslabones principales entre las matemáticas griegas y los primeros tiempos del mundo medieval. Tras el hundimiento del reino gótico, fundó (hacia 540) en Vivarium (Italia) un monasterio donde inició la costumbre de impulsar a los monjes al estudio, imponiéndoles la obligación, bajo su guía, de copiar antiguos textos, costumbre que, al mantenerse en los tiempos posteriores, permitió conservar buena parte de la literatura antigua. Escribió *Instituciones de las letras divinas y humanas*, donde expone el saber pagano necesario para la comprensión de la Biblia. También escribió *Historia de los Godos* y una colección de epístolas.

Casorati, Felice (1835-1890). Matemático italiano. Junto con Betti y Brioschi, emprendió un viaje científico (1858) visitando universidades extranjeras y poniéndose en contacto con sus más célebres científicos, a fin de conocer sus ideas y dar a conocer las propias. Gracias al esfuerzo de estos tres matemáticos, en Italia nació una escuela moderna de investigadores del análisis. Se ocupó de funciones analíticas y de geometría diferencial.

Cassini, Jacques (1677-1756). Astrónomo francés. Nació en París, hijo de Jean Dominique Cassini. Sucedió a su padre como director del observatorio de París (1712). Publicó *Elementos de astronomía* (1749), donde aparecieron impresos por primera vez los óvalos de Cassini, introducidos por su padre. Junto con otros miembros de su familia llevó a cabo la medición de un grado de latitud cerca del

ecuador y cerca del polo, encontrando que el diámetro de polo a polo era $1/95$ más largo que el diámetro ecuatorial, resultado contrario a lo calculado por Newton, lo que dio lugar a que la Académie des Sciences enviara dos expediciones, una a Laponia y la otra a Perú, aquélla bajo la dirección de Maupertuis, que confirmaron el achatamiento de la Tierra, según lo previsto por Newton. Voltaire aclamó a Maupertuis como el “achatador de los polos y los Cassini”. Escribió *Sobre el tamaño y la forma de la Tierra* (1720), *Elementos de astronomía* (1740) y *Tablas astronómicas* (1740).

Cassini, Jean Dominique (1625-1712). Astrónomo francés de origen italiano. Nació en Perinaldo (entonces, República de Génova). Director del observatorio de París (1671), se nacionalizó francés en 1673. Estudió (1680) los óvalos que llevan su nombre (lemniscatas generales) y la lemniscata. Descubrió cuatro satélites de Saturno (1671-1684) y la división de su anillo que lleva su nombre (1675).

Casson, Andrew John (n. 1943). Matemático inglés. Estudió en la Universidad de Liverpool. Profesor en las Universidades de Texas en Austin, de California en Berkeley y en Yale. En los trabajos de topología dirigidos a encontrar un contraejemplo de la conjetura de Poincaré, se pensó en la década de 1970, que el invariante de Roklin construido a partir de cobordismo, permitiría distinguir un contraejemplo, pero Casson demostró que dependía del grupo fundamental. En la demostración de la citada conjetura generalizada en dimensión cuatro, Freedmann utilizó las llamadas ansas de Casson. La pregunta o conjetura de Poincaré, dice: ¿Es la esfera tridimensional la única variedad cerrada de dimensión tres tal que todo lazo se contrae? O bien, equivalentemente: ¿Es la esfera tridimensional la única variedad cerrada de dimensión tres con grupo fundamental trivial?

Castelnuovo, Emma (n. 1913). Matemática y pedagoga italiana. Estudió en la Universidad de Roma, donde posteriormente trabajó en su biblioteca. Fue profesora de matemáticas de enseñanza secundaria en Roma. En la década de 1960, el uso de materiales audiovisuales era la avanzada de la enseñanza actual con ordenador. En la década de 1970, el material manipulativo se convierte en un instrumento cada vez más popular en las aulas. El uso de la minicalculadora de Papy en la que se representaban cantidades con el objetivo de reconocer la estructura numérica, contrastaba con los trabajos de Emma Castelnuovo, basados en que el alumnado expusiera el quehacer matemático que estaba desarrollando. Por ello, el material se torna “objeto real” con el que el alumnado hace matemáticas y muestra a otros sus descubrimientos. Es autora de numerosos textos escolares.

Castelnuovo, Guido (1865-1952). Matemático italiano. Estudió las transformaciones birracionales. Completó las demostraciones de Max Noether y Jacob Rosanes sobre el hecho de que la transformación plana de Luigi Cremona puede construirse a partir de una sucesión de transformaciones cuadráticas y lineales, así como que todas las transformaciones algebraicas uno-a-uno del plano deben ser transformaciones de Cremona. Escribió *Los orígenes del cálculo infinitesimal en la era moderna* (1938).

Castillo Ron, Enrique (n. 1946). Ingeniero y estadístico español. Nació en Santiago de Compostela. Estudió en la Universidad Politécnica de Madrid, obteniendo el título de ingeniero de caminos, canales y puertos (1969). Obtuvo un doctorado por la Universidad de Northwestern (Estados Unidos) y otro por la Universidad Politécnica de Madrid (1972). Licenciado en ciencias matemáticas (1974). Ha enseñado en la Universidad Politécnica de Madrid (1973) y en la de Cantabria. Ha investigado en estadística de valores extremos y en fiabilidad de obras civiles. Ha contribuido en la introducción de los métodos de optimización y análisis probabilistas de riesgos en ingeniería. Son importantes sus trabajos en ecuaciones y redes funcionales, y en la modelización de problemas físicos e ingenieriles, con su aplicación especialmente a la fatiga de materiales y al tráfico de vehículos y ferroviario.

Castillon Salvemini, Giovanni Francesco Melchiorre de (1704-1791). Matemático y astrónomo italiano. Nació en Castiglione del Valdano (Toscana). Estudió en la Universidad de Pisa. Propuso el problema que lleva su nombre, sobre la inscripción en un círculo de un triángulo cuyos lados pasan por tres puntos dados. En su obra *Sobre la curva cardioide* (1741), estudió esta curva a la que bautizó.

Castrense, Roberto. V. Roberto de Chester.

Castrigiano, Domenico P. L. (h. 1970). Profesor en la Universidad Técnica de Munich. Investiga sobre los problemas de la física matemática, incluyendo el análisis real y la teoría de la medida sobre un espacio topológico. Junto con S. A. Hayes escribieron *Teoría de catástrofes*. En esta obra se puede encontrar la demostración más accesible del teorema de Thom (V. esta reseña).

Castro Bonel, Honorato (1885-1962). Físico, matemático y político español. Nació en Borja (Zaragoza). Se licenció en ciencias exactas por la Universidad de Zaragoza, doctorándose por la Universidad Central de Madrid. Trabajó en el Observatorio de Madrid (1906-1920). Obtuvo la cátedra de cosmografía y física del globo en la Universidad Central de Madrid. Tras la guerra civil española se exilió, primero a Estados Unidos, donde estuvo al servicio de la Marina estadounidense, luego a Puerto Rico (1942) en cuya Universidad enseñó, y por último a México (1944), enseñando en la Universidad de Nuevo León en Monterrey, pasando luego a trabajar con Petróleos Mexicanos. Publicó múltiples trabajos, entre ellos *Construcción de cartas para aviación en proyección central sobre un tetraedro circunscrito a la esfera celeste o terrestre* (1943), *Nomogramas de rectas concurrentes* (1947), *Curvas de tiempos iguales* (1953), *Determinación gravimétrica del elipsoide que más se ajuste a la realidad mexicana* (1954), *Determinación de la ley de variación de velocidades sísmicas en un pozo petrolero* (1956), *Cambios de forma de las constelaciones celestes* (1960).

Catalan, Eugène-Charles (1814-1894). Matemático belga. Nació en Brujas. Estudió en la École Polytechnique en París (1833). Expulsado por sus ideas políticas extremadamente izquierdistas, pasó a Châlons-sur-Marne, donde enseñó tras su graduación. En 1838, con la ayuda de su amigo Liouville, volvió a la École Polytechnique de París, graduándose en matemáticas (1841). Enseñó geometría descriptiva en el Colegio Carlomagno. Fue catedrático de análisis en la Universidad de Lieja (1865). Investigó en fracciones continuas, teoría de números, combinatoria y geometría descriptiva. Demostró que una superficie que contiene un sistema de rectas reales, sólo puede ser una superficie mínima cuando es un plano o un helicoide. En 1865 descubrió una superficie única, periódica, mínima, que lleva su nombre. En su obra *Nota sobre la teoría de las ruletas* (1856), además de estas curvas estudió otras como las toroides, la trisectriz que lleva su nombre, y diversas cúbicas. En combinatoria introdujo los denominados “números de Catalan” consistentes en una secuencia de números naturales que aparecen en varios problemas de recuento, habitualmente recursivos. La conjetura que lleva su nombre (la única solución de $x^a - y^b = 1$ es $3^2 - 2^3 = 1$) fue demostrada por el matemático rumano Preda Mihailescu (2002). Se denomina constante de Catalan, en el contexto de las integrales elípticas, a la suma indefinida $1/1^2 - 1/3^2 + 1/5^2 - \dots = 0,91596559\dots$

Cataldi, Pietro Antonio (1552-1626). Matemático italiano. Nacido en Bolonia. Autor de numerosos escritos matemáticos, dos de los cuales son los más importantes: el que se refiere a los números perfectos, donde rectifica los errores que sobre ellos corrían entonces, y el que dedica (1613) a “una manera muy breve de encontrar la raíz cuadrada de los números”, siendo esta manera el desarrollo de la raíz en fracción continua infinita, dando la ley de formación de las hoy llamadas *reducidas* sucesivas, el signo alternado de la diferencia entre dos reducidas consecutivas y el valor de la raíz, así como su aproximación indefinida a este valor.

Cataldi opera con fracciones continuas de numerador cualquiera, y aunque lo hace con ejemplos numéricos, el desarrollo de una raíz cuadrada en fracción continua es general y semejante al actual. Si hay que calcular la raíz cuadrada de N , y a es el mayor número cuyo cuadrado es menor que N , siendo $b = N - a^2$, se tiene que: $N^{1/2} - a = (N - a^2)/(N^{1/2} + a) = b/(2a + N^{1/2} - a)$, y al reiterar el valor de $N^{1/2} - a$, se obtiene la fracción continua correspondiente a la raíz cuadrada de N , que por razones tipográficas, Cataldi escribe de la siguiente forma: $a \& b/2a. \& b/2a. \& b/2a. \& \dots$, donde con el punto que sigue al denominador quiere indicar que es ahí donde debe agregarse el numerador de la siguiente fracción. Por ejemplo, encuentra que la raíz cuadrada de 18 es $4 \& 2/8. \& 2/8. \& \dots$, señalando que la primera aproximación es $4 \frac{1}{4}$ con un error por exceso de $\frac{1}{16}$; la segunda es $4 \frac{8}{33}$ por defecto con error de $\frac{1}{1689}$, y así sucesivamente. En cambio, no parece que Cataldi haya advertido la propiedad de que las reducidas de una fracción continua sean los valores racionales aproximados más simples de un número

racional o irracional dado. Observó en 1607 que $2^n - 1$ es compuesto si n lo es, y comprobó que es primo para $n = 13, 17$ y 19 .

Cauchy, Augustin-Louis (1789-1857). Matemático francés. Nacido en París pocas semanas después de la caída de la Bastilla. Ingresó en 1805 en la École Polytechnique para estudiar ingeniería, y donde tanto Lagrange como Laplace se interesaron por sus progresos. En 1812 era ingeniero militar de puentes y caminos, trabajando como tal hasta 1813. Debido a su pobre salud, Lagrange y Laplace le aconsejaron que se dedicara a las matemáticas. Ocupó el sillón de Monge en la Académie de France cuando fueron expulsados de ella Monge y Carnot en la restauración de 1816. Al mismo tiempo fue nombrado profesor de la École Polytechnique. Fue un ardiente monárquico, apoyando a los Borbones, y un devoto católico saliendo en defensa de los jesuitas. Cuando en la revolución de 1830 se produjo un nuevo giro político y Carlos X (1824-1830) tuvo que exiliarse, Cauchy rehusó jurar lealtad a la nueva monarquía (una rama distante de los Borbones), renunció a su plaza en la École Polytechnique y abandonó París, exiliándose en Turín y en Praga, dedicándose a enseñar latín e italiano. En 1838 regresó a París, trabajando como profesor en diversas instituciones religiosas, entre ellas en un colegio de jesuitas. En 1848, cuando el gobierno abolió los juramentos y lealtades, Cauchy obtuvo la cátedra de astronomía matemática en la Sorbona. A pesar de que Napoleón III restauró el juramento en 1852, le permitió a Cauchy olvidarlo. Al condescendiente gesto del emperador, Cauchy respondió donando su salario a los pobres de Sceaux, donde vivía. Cauchy, un profesor admirable y uno de los más grandes matemáticos, murió en 1857. Sus intereses eran universales: conocía la poesía de su época, fue autor de un trabajo sobre la prosa hebrea, en matemáticas escribió más de setecientos artículos. Allí donde Cauchy se encontrara, en París, Turín o Praga, no dejó de producir tal corriente de libros y de memorias que sólo Euler lo supera en la extensión de su obra, siendo desarrollada la de Cauchy de forma elegante y rigurosa. En una edición moderna, sus trabajos llenan más de veintiséis volúmenes y abarcan todas las ramas de las matemáticas. En mecánica escribió importantes trabajos sobre el equilibrio de pesos y de membranas elásticas y sobre ondas en medios elásticos. En la teoría de la luz se ocupó de la teoría de ondas que Fresnel había empezado y de la dispersión y polarización de la luz. En 1812 leyó ante el Institut de France una larga memoria de 84 páginas sobre determinantes (este término es de Cauchy), en la que descubrió todas las propiedades fundamentales de los determinantes, en especial el teorema de la multiplicación que luego extendió a las matrices. En un trabajo de 1815 sobre propagación de ondas aplicó el lenguaje de los determinantes a un problema geométrico (cálculo del volumen de un paralelepípedo) y a un problema físico (el determinante de derivadas parciales que hoy se llama jacobiano). Se debe a Cauchy la disposición de los elementos del determinante en cuadrado y la notación de subíndices dobles. En sus *Lecciones* (1826) tomó el problema de la reducción de la forma cuadrática en tres variables y demostró que la ecuación característica (el término es suyo) es invariante para cualquier cambio de los ejes rectangulares. Creó el cálculo simbólico de matrices, haciendo notar su relación con los cuaternios. Estudió casos particulares de las congruencias de orden superior. En teoría de números, fue el primero en estudiar la ecuación general indeterminada de tercer grado. Indicó que el concepto de espacio n -dimensional es útil en muchas investigaciones analíticas, especialmente las de teoría de números. Extendió el teorema de Sturm a las raíces complejas. Se le puede considerar el fundador de la teoría de grupos de orden finito, haciendo los primeros ensayos para pasar de la teoría de números a la de grupos, que llamó “sistemas conjugados de sustituciones”. En 1815 escribió un artículo importante sobre los grupos de sustituciones, en el que, con la teoría de ecuaciones a la vista, demostró que no existe un grupo de n letras (grado n) cuyo índice relativo a la totalidad del grupo simétrico en n letras, sea menor que el máximo número primo que no excede a n , a menos que el índice sea 2 ó 1. Cauchy estableció este teorema en el lenguaje de los valores de las funciones: El número de valores diferentes de una función no simétrica de n letras no puede ser menor que el máximo primo p menor que n , a menos que sea 2. Durante los años de 1844 a 1846 escribió multitud de ensayos sobre grupos de sustituciones. En el principal de ellos (1844), sistematizó muchos de los resultados anteriores y demostró un buen número de teoremas especiales sobre grupos primitivos, transitivos, y demostró la aserción de Galois de que todo grupo finito de sustituciones cuyo orden se divide por un número primo p , contiene al menos un subgrupo de orden p . La mayor parte de los trabajos siguientes versaron sobre valores formales (no numéricos) que las funciones de n letras pueden tomar al cambiarse las letras y en encontrar funciones que toman un número dado de valores. Negó la existencia de conjuntos infinitos porque el hecho de

que una parte de ellos pudiera ponerse en correspondencia biunívoca con el todo la parecía contradictorio. Estudió el teorema fundamental del álgebra. En *Ejercicios de matemáticas* (1829), al atacar el problema de las desigualdades seculares de las trayectorias planetarias, demostró que dos formas cuadráticas en n variables se podían reducir simultáneamente por una transformación lineal a una suma de cuadrados. También resolvió el problema de encontrar los ejes principales para formas en cualquier número de variables, utilizando la noción de raíces características.

En su obra *Ejercicios de análisis y de física matemática* (cuatro volúmenes, 1840-1847), donde refiere sus trabajos realizados durante el periodo 1830-1838, cuando vivió en Turín y Praga, Cauchy definió los números complejos utilizando congruencias polinomiales: si $f(x) \equiv (a+bx) \pmod{x^2+1}$, y $g(x) \equiv (c+dx) \pmod{x^2+1}$, $f(x)+g(x) \equiv [(a+c)+(b+d)x] \pmod{x^2+1}$, y como $x^2 \equiv -1 \pmod{x^2+1}$, entonces se tiene que $f(x)g(x) \equiv (ac-bd)+(ad+bc)x \pmod{x^2+1}$, por lo que los números $a+bx$ y $c+dx$ se combinan como números complejos, tomando x el lugar de i . Cauchy introdujo i por x , siendo i para él una cantidad indeterminada real. Cauchy en 1847 seguía teniendo dudas sobre $(-1)^{1/2}$, escribiendo: “En la teoría de equivalencias algebraicas sustituida por la teoría de números imaginarios, la letra i cesa de representar el signo simbólico $(-1)^{1/2}$, que repudiamos completamente y que podemos abandonar sin remordimiento ya que no se sabe lo que este supuesto signo significa ni qué sentido atribuirle. Por el contrario, representamos por la letra i una cantidad real pero indeterminada, y al sustituir el signo \equiv por el signo $=$ transformamos lo que ha sido llamado una ecuación imaginaria en una equivalencia algebraica relativa a la variable i y al divisor i^2+1 . Ya que el divisor permanece igual en todas las fórmulas, se evita el escribirlo”.

Cauchy, a partir de 1812, siguió enviando escritos cada vez más largos al *Journal* de la École Polytechnique y a *Comptes rendus* de la Académie des Sciences, haciéndolo sobre una gran variedad de temas, pero especialmente sobre la teoría de funciones de variable compleja, rama de las matemáticas de la que se le puede considerar, desde 1814 en adelante, como el verdadero fundador. En este sentido, el primer artículo significativo es *Memoria sobre la teoría de las integrales definidas* (leído en la Académie de París en 1814, publicado en 1827). En su prefacio indica que trataba de rigORIZAR el paso de real a imaginario en procedimientos usados por Euler y Laplace para evaluar integrales definidas, aunque de lo que realmente trata el artículo es del cambio del orden de la integración en integrales dobles que surgen en las investigaciones hidrodinámicas, es decir: $\int_{x=x_0, x=X} \int_{y=y_0, y=Y} f(x,y) dy dx = \int_{y=y_0, y=Y} \int_{x=x_0, x=X} f(x,y) dx dy$, donde x_0, y_0, X e Y son constantes (este cambio es lícito cuando $f(x,y)$ es continua dentro y sobre el borde de la región). Luego, introduce dos funciones $V(x,y)$ y $S(x,y)$ tales que $\partial V/\partial y = \partial S/\partial x$ y $\partial V/\partial x = \partial S/\partial y$, y considera una $f(x,y)$ que está dada por $\partial V/\partial y = \partial S/\partial x$. Sustituyendo, obtiene: $\int_{x=x_0, x=X} \int_{y=y_0, y=Y} \partial V/\partial y dy dx = \int_{y=y_0, y=Y} \int_{x=x_0, x=X} \partial S/\partial x dx dy$, $\int_{x=x_0, x=X} \int_{y=y_0, y=Y} \partial S/\partial y dy dx = - \int_{y=y_0, y=Y} \int_{x=x_0, x=X} \partial V/\partial x dx dy$. Estas igualdades sirven para evaluar integrales dobles en cualquier orden de integración, aunque no hacen intervenir funciones complejas. En su *Curso de análisis* dice que las expresiones: $\cos a + (-1)^{1/2} \operatorname{sen} a$, $\cos b + (-1)^{1/2} \operatorname{sen} b$, $\cos(a+b) + (-1)^{1/2} \operatorname{sen}(a+b)$, “son simbólicas y no pueden ser interpretadas de acuerdo con las convenciones establecidas generalmente, y no representan algo real. El hecho de que el producto de las dos primeras expresiones sea igual a la tercera no tiene sentido. Para dar sentido a esta ecuación hay que igualar la parte real y los coeficientes de $(-1)^{1/2}$. Cada ecuación imaginaria es únicamente la representación simbólica de dos ecuaciones entre cantidades reales. Si operamos sobre expresiones complejas de acuerdo con reglas establecidas para cantidades reales, obtenemos resultados exactos que son frecuentemente importantes”. En este libro, Cauchy trata de números complejos y variables complejas $u + (-1)^{1/2}v$, donde u y v son funciones de una variable real, pero siempre en el sentido que las dos componentes reales son su contenido significativo; no consideró las funciones de valores complejos de una variable compleja. En 1822, en una nota en su *Resumen de lecciones sobre el cálculo infinitesimal*, Cauchy dio algunos pasos adelante llegando al resultado $\int_{ADC} F(z) dz = \int_{ABC} F(z) dz$, que es la expresión del teorema de la integral de Cauchy para el caso sencillo de integración alrededor de la frontera de un rectángulo $ABCD$, esto es, que la integral es independiente de la trayectoria. En 1825, Cauchy escribió *Memoria sobre las integrales definidas tomadas entre límites imaginarios* (publicada en 1874), ensayo considerado por muchos matemáticos como el más importante y uno de los más bellos en la historia de la ciencia, y en el que demuestra y enuncia el teorema que generaliza el resultado anterior siempre y cuando ninguna discontinuidad caiga entre dos trayectorias distintas: Si $f(x+iy)$ es finita y continua para $x_0 \leq x \leq X$, $y_0 \leq y \leq Y$, el valor de la integral $\int_{z_0=x_0+iy_0, Z=X+iY} f(z) dz$ es independiente de la forma de las funciones $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$. Considera

también lo que sucede cuando $f(z)$ es discontinua dentro o sobre la frontera del rectángulo, entonces el valor de la integral a lo largo de dos trayectorias diferentes puede ser diferente. Si en $z_1 = a + ib$, $f(z)$ es infinito, pero el límite $F = \lim_{z \rightarrow z_1} (z - z_1)f(z)$ existe, esto es, si f tiene un polo simple en z_1 , entonces la diferencia en las integrales es $\pm 2\pi(-1)^{1/2}F$. A la cantidad F , Cauchy la llamó residuo integral. Cuando una función tiene varios polos en la región limitada por las dos trayectorias de integración, se debe tomar la suma de los residuos para obtener la diferencia de las integrales sobre las dos trayectorias. En sus *Ejercicios* (1826), Cauchy señala que el residuo de $f(z)$ en z_1 es también el coeficiente del término $(z - a_1)^{-1}$ en el desarrollo de $f(z)$ en potencias de $z - a_1$. Más tarde, en 1841, Cauchy da una nueva expresión para el residuo en el polo, a saber, $F(z_1) = E[f(z)]_{z_1} = \frac{1}{2\pi i} \int f(z) dz$, donde se toma la integral a lo largo de un pequeño círculo que encierra $z = z_1$. Durante los años 1830 a 1838, cuando vivía en Turín y en Praga, sus publicaciones se hicieron más dispersas, refiriéndose a ellas en sus *Ejercicios de análisis y de física matemática* (1840-1847). En un ensayo de 1831 obtiene la hoy llamada fórmula integral de Cauchy, que proporciona un poderoso criterio fácil de aplicar para el desarrollo de una función en serie de Maclaurin. En el ensayo *Sobre las integrales que se extienden a todos los puntos de una curva cerrada* (1846), Cauchy relaciona la integral de una función analítica $f(z)$ alrededor de una curva que encierra un área (simplemente conexa) a una integral sobre el área. En este ensayo, así como en el titulado *Sobre las integrales en las que la función bajo el signo \int cambia bruscamente de valor*, también de 1846, Cauchy cambió su punto de vista sobre las funciones complejas, en contra de sus trabajos de 1814, 1825 y 1826, pues en lugar de interesarse por las integrales definidas y su cálculo, pasó a la teoría de funciones complejas en sí misma y a construir una base para ella. En dicho ensayo, Cauchy considera funciones con valores múltiples bajo el signo integral. Afirma que si el integrando es una expresión para las raíces de una ecuación algebraica o trascendente y si se integra sobre una trayectoria cerrada y regresa al punto inicial, entonces el integrando representa ahora otra raíz. En estos casos el valor de la integral sobre la trayectoria cerrada no es independiente del punto inicial, y el hecho de continuar alrededor de la trayectoria da diferentes valores de la integral. Pero si se va alrededor de la trayectoria suficientes veces de tal forma que la función regrese a su valor inicial, entonces los valores de la integral se repetirán y la integral es una función periódica de z . Los módulos de periodicidad de la integral ya no son, como en el caso de funciones con un valor, representables por los residuos. En artículos de 1851, Cauchy escribió sobre las funciones multivaluadas, introduciendo la noción de líneas de corte. También afirmó que la continuidad de las derivadas, así como también la continuidad de la función compleja, son necesarias para la expansión en series de potencias. En estos artículos, introdujo nuevos términos como función monotípica, monódroma, monógena y sinéctica.

La contribución más importante de Cauchy es sin duda la que se refiere a la teoría de las funciones analíticas, que elabora utilizando los resultados de Euler, Clairaut, D'Alembert, Poisson, Lagrange, etc. Entre sus numerosos escritos al respecto, destacan su *Curso de análisis* (1821) y su *Análisis algebraico* (1822). En esta obra escribe: "He tratado de dar a los métodos todo el rigor que se exige en geometría, sin acudir jamás a los argumentos tomados de la generalidad del álgebra. Tales argumentos, aunque bastante admitidos comúnmente, sobre todo en el paso de las series convergentes a las divergentes y en el de las cantidades reales a las imaginarias, se me ocurre que no deben ser considerados sino como inducciones, adecuadas a veces para hacer presentir la exactitud y la verdad, pero que no están de acuerdo con la exactitud tan reputada de las ciencias matemáticas. Además debe observarse que ellas tienden a atribuir a las fórmulas algebraicas una extensión ilimitada, mientras que en la realidad la mayor parte de esas fórmulas subsisten únicamente bajo ciertas condiciones y para determinados valores de las cantidades que ellas encierran. Determinando esas condiciones y esos valores, fijando de manera precisa el sentido de las notaciones que utilizo, toda vaguedad desaparece... Pero sería un serio error pensar que sólo se puede encontrar certeza en las demostraciones geométricas o en el testimonio de los sentidos". Es decir, que preconiza la vuelta al clásico rigor geométrico, a la precisión en las definiciones, a la delimitación del campo de validez de las fórmulas, a la eliminación de toda extensión ilegítima, cuestiones todas que forman su programa y que Cauchy cumple en sus numerosos libros y memorias. Con estas condiciones rigurosas y mediante adecuadas definiciones de función, de continuidad, de límite (concepto de paso al límite), funda el análisis sobre bases más firmes que sus antecesores. En tres de sus libros, *Curso de análisis de la École Polytechnique* (1821), *Resumen de lecciones sobre el cálculo infinitesimal* (1823) y *Lecciones sobre el cálculo diferencial* (1829), dio al cálculo infinitesimal elemental la forma que tiene hoy. En el

Resumen, dice Cauchy: “Mi objetivo principal ha sido conjugar el rigor, que me impuse en la exposición de mi *Curso de análisis*, con la sencillez surgida de la consideración inmediata de las cantidades infinitesimales. Por este motivo consideré un deber renunciar al desarrollo de funciones en series infinitas en todos los casos en que la serie obtenida no converge y me vi obligado a relegar al cálculo integral la fórmula de Taylor, ya que esta fórmula se puede considerar como general sólo cuando la serie contenida en ella se reduce a un número finito de términos y una integral definida complementaria (se trata de la forma integral del resto). Sé que el famoso autor de la *Mecánica analítica* (Lagrange) tomó la fórmula mencionada como base para su teoría de las funciones derivadas. Pero, a pesar del respeto profesado a tan gran autoridad, la mayor parte de los geómetras reconocen ahora la falsedad de los resultados a los que se puede llegar utilizando las series divergentes; agreguemos que en muchos casos el teorema de Taylor parece dar el desarrollo de una función en una serie convergente, aunque la suma de esta serie se diferencia esencialmente de la función propuesta. Además, espero que el lector de mi obra se convenza de que los principios del cálculo diferencial y sus importantísimas aplicaciones pueden ser fácilmente expuestos sin la ayuda de las series”. Realmente, el rigor de Cauchy en estas obras es impreciso de acuerdo con los criterios modernos. Usó frases tales como “se acerca indefinidamente”, “tan poco como se desee”, “últimas razones de incrementos infinitamente pequeños”, “una variable se acerca a su límite”, diciendo en su *Resumen* que había llegado a lo último en rigor dentro del análisis. Proporcionó los comienzos de demostraciones precisas de teoremas y limitó las afirmaciones adecuadamente, al menos para las funciones elementales.

Cauchy escribió que “uno debe estar bien seguro de que ha permitido a la ciencia hacer un gran progreso, si va a sobrecargarla con una multitud de términos nuevos y a exigir que los lectores sigan una investigación que les ofrece tantas cosas extrañas”. Abel, en 1826, escribió que “la distinguida obra *Curso de análisis*, debiera ser leída por todo aquél que ame el rigor dentro de las investigaciones matemáticas”, diciendo también que Cauchy “es en el presente quien conoce cómo deben ser tratadas las matemáticas”. En esta obra, Cauchy comienza con la definición de una variable: “Se llama variable a una cantidad que se considera tiene que tomar sucesivamente muchos valores diferentes unos de los otros”. Luego define la función: “Cuando se relacionan cantidades variables entre ellas de modo que estando dado el valor de una de éstas, se pueden determinar los valores de todas las otras, ordinariamente se concibe a estas cantidades diversas expresadas por medio de la que está entre ellas, la cual entonces toma el nombre de variable independiente; y las otras cantidades expresadas por medio de la variable independiente son aquéllas que uno llama funciones de esta variable”. Cauchy da la siguiente definición de límite: “Cuando los sucesivos valores que toma una variable se aproximan indefinidamente a un valor fijo, de manera que terminan por diferir de él en tan poco como queramos, este último valor se llama el límite de todos los demás”. Su definición de infinitésimo es la siguiente: “Diremos que una cantidad variable se hace infinitamente pequeña cuando su valor numérico disminuye indefinidamente de manera que converge hacia el límite cero”. Para Cauchy los conceptos de función y de límite de una función son los conceptos fundamentales. Para definir la derivada de la función $y = f(x)$ con respecto a x , da a la variable x un incremento $\Delta x = i$, y forma el cociente $\Delta y/\Delta x = [f(x + i) - f(x)]/i$, y al límite de este cociente de diferencias cuando i tiende hacia cero, lo denomina derivada $f'(x)$ de y respecto a x . Da una definición de función continua: “La función $f(x)$ es continua entre límites dados de la variable x , si entre estos límites un incremento infinitamente pequeño i de la variable x siempre da lugar a un incremento infinitamente pequeño $f(x+i) - f(x)$ de la función”. También dice que si una función de varias variables es continua en cada una por separado, entonces es una función continua de todas las variables (lo que no es correcto). Define el concepto de longitud de una curva. Retoma el concepto de integral como suma y no solamente como operación inversa de la diferencial. De esta recuperación del sentido geométrico de la integral como límite de sumas, más bien que del sentido de la antiderivada, han surgido numerosas y fructíferas generalizaciones modernas de la idea de integral.

Cauchy, mediante la utilización del teorema del valor medio, $[f(x + h) - f(x)]:h = f'(x + \theta h)$, $0 \leq \theta \leq 1$, consigue demostrar la relación usual que liga la integral con la antiderivada (se trata de la primera demostración del teorema fundamental del cálculo). La demostración que da sobre la existencia de la integral definida de una función continua, posee todos los rasgos posteriores de las demostraciones de los teoremas de existencia. La demostración es la siguiente: Se da una función $f(x)$ continua en el intervalo $[x_0, x]$. Este intervalo se divide en n partes mediante los puntos x_1, x_2, \dots, x_{n-1} . Se forma la

suma $S = \sum_{i=0, i=n-1} f(x_i) \cdot (x_{i+1} - x_i)$, y respecto a ella se demuestra que $S \rightarrow A$ cuando $n \rightarrow \infty$ y $\Delta x_i \rightarrow 0$. La magnitud de la integral A se considera como función de los valores extremos del intervalo de integración y de la función $f(x)$. Demuestra que todas las primitivas de una función dada difieren en una constante, y que siendo $f'(x)$ constante, $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$. Luego, trata las integrales singulares (impropias). Para el caso en que $f(x)$ tiene una discontinuidad en $x = c$ en cuyo valor $f(x)$ puede ser acotada o no, Cauchy define $\int_a^b f(x) dx = \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} \int_a^{c-\varepsilon_1} f(x) dx + \lim_{\varepsilon_2 \rightarrow 0} \int_{c+\varepsilon_2}^b f(x) dx$, cuando estos límites existen. Cuando $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ se obtiene lo que Cauchy llamó el valor principal.

Cauchy estudió la convergencia de series, y entre ellas las alternantes, fijando claramente los criterios de convergencia, y eliminando las series divergentes del análisis, puesto que carecen de suma, diciendo al respecto que: “Me he visto obligado a admitir diversas proposiciones que parecerán algo duras; por ejemplo, que una serie divergente carece de suma”. A pesar de esta conclusión, Cauchy siguió usando series divergentes, decidiendo investigar la cuestión de por qué estas series resultan tan útiles, llegando a estar cerca de reconocer la razón. Por ejemplo, en su artículo *Sobre el empleo legítimo de las series divergentes* (1843), hablando de la serie de Stirling para $\ln \Gamma(x)$, es decir, $\ln m!$, Cauchy señala que la serie, aun siendo divergente para todos los valores de x , puede utilizarse para calcular $\ln \Gamma(x)$ para x positivo y suficientemente grande, demostrando que, fijado el número n de términos tomados, el error absoluto cometido al sumarlos es menor que el valor absoluto del siguiente término, y el error se va haciendo más pequeño según x aumenta. Otros casos en los que Cauchy utilizó series divergentes se refieren, por ejemplo, a su estudio sobre la propagación de las ondas (1827), donde instaura el principio hoy llamado de la fase estacionaria, y a su trabajo (1842) sobre la difracción de la luz, donde da expresiones en series divergentes de las integrales de Fresnel.

En su *Curso de análisis*, Cauchy dice: “Sea $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ la suma de los n primeros términos de la serie infinita que se considera, designando n un número natural. Si, para valores constantemente crecientes de n , la suma s_n se acerca indefinidamente a cierto límite s , la serie se llama convergente, y el límite en cuestión se llamará la suma de la serie. Por el contrario, si mientras n se incrementa indefinidamente, la suma s no se acerca a un límite fijo, la serie se llamará divergente y no tendrá suma. Luego, Cauchy establece su criterio para la convergencia, a saber, una sucesión (S_n) converge a un límite S si y sólo si la diferencia $S_{n+r} - S_n$ puede hacerse en valor absoluto menor que cualquier cantidad asignable para todo r y n suficientemente grandes, demostrando que si la condición se satisface, se asegura la convergencia de la serie. Establece que para la convergencia de series con términos positivos se requiere que u_n debe tender a cero. Otra prueba de convergencia requiere que se encuentre el límite o límites hacia los que tiende la expresión $(u_n)^{1/n}$, conforme n se hace infinito, y designa el mayor de estos límites por k ; entonces la serie es convergente si $k < 1$ y divergente si $k > 1$. Lleva el nombre de Cauchy el criterio del cociente para la convergencia de las series, que estableció Waring (1776), consistente en que si el límite del cociente entre el término de lugar $(n + 1)$ y el de lugar n , para $n \rightarrow \infty$, es < 1 la serie converge, si es > 1 la serie diverge, y si es igual a 1 no se puede concluir nada. Proporciona casos especiales si la razón es 1 . Siguen criterios de comparación y un criterio logarítmico. También demuestra que la suma de dos series convergentes converge a la suma de las sumas separadas, y el resultado análogo para el producto. Las series con algunos términos negativos convergen cuando la serie de los valores absolutos de los términos converge. También considera la suma de una serie en la que todos los términos son funciones continuas reales unívocas. Cauchy fue el primero que estudió completamente la validez del desarrollo de Taylor y su convergencia, dando el resto que lleva su nombre; en sus textos de 1823 y 1829 hizo la observación importante de que la serie de Taylor infinita converge a la función de la que se obtiene si el residuo tiende a cero. Proporcionó el ejemplo $e^{-x^2} + e^{-1/x^2}$ de una función cuya serie de Taylor no converge a la función. En su texto de 1823, da el ejemplo e^{-1/x^2} de una función que tiene todas las derivadas en $x = 0$, pero no tiene expansión de Taylor alrededor de $x = 0$. Extendió este desarrollo a las funciones de variable compleja, introduciendo el concepto de polos, puntos singulares y círculo de convergencia, así como el cálculo de residuos y la fórmula integral que lleva su nombre que permite obtener el valor de una función en cada punto interior de un recinto, conociendo el valor de la función en su contorno. Estudió las ecuaciones diferenciales, especialmente los sistemas de orden enésimo, reduciéndolos a la integración de una ecuación lineal y homogénea en derivadas parciales. Para la resolución de la ecuación diferencial ordinaria de primer orden: $y' = f(x, y)$, demostró la existencia y unicidad de su solución, para condiciones iniciales dadas: $x = x_0, y = y_0$, en el dominio en que $f(x, y)$ y $\partial f(x, y) / \partial y$ son continuas. Para ello partió del método de Euler de integración aproximada: En el segmento del eje de

abscisas (x_0, x) señaló los puntos de abscisas $x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n$, cuyas respectivas ordenadas son las siguientes: $y_0, y_1 = y_0 + f(x_0, y_0) \cdot (x_1 - x_0), \dots, y_{n-1}, y_n$, siendo $y_n = y_0 + f(x_0, y_0) \cdot (x_1 - x_0) + \dots + f(x_{n-1}, y_{n-1}) \cdot (x_n - x_{n-1})$. Los vértices de las ordenadas determinan un polígono que aproxima la curva integral buscada. Y ya se demuestra la existencia de la función límite $y = \lim y_n$ para $n \rightarrow \infty$. Cauchy extendió su método de demostración de los teoremas de existencia al caso de la ecuación $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$, dados $x = x_0$, $y = y_0$, y respectivamente $y_0^{(i)}$ para $i = 1, 2, \dots, n-1$, por medio de su reducción a un sistema de ecuaciones de primer orden. En 1842, Cauchy demostró el teorema de existencia para un sistema lineal de ecuaciones en derivadas parciales, indicando el procedimiento de reducción a esta forma de un sistema no lineal. Expuso su método en un artículo de 1842 llamado *Memoria sobre el empleo del nuevo cálculo, llamado cálculo de límites, en la integración de un sistema de ecuaciones diferenciales*. Hoy se conoce este método como el de las funciones mayorantes o dominantes. La esencia del método es mostrar que una serie de potencias en las variables independientes con un dominio definido de convergencia satisface el sistema de ecuaciones. Es decir, dado el sistema de ecuaciones $dy_k/dx = f_k(x, y_0, \dots, y_{n-1})$, con $k = 0, 1, \dots, n-1$, sean f_0, \dots, f_{n-1} funciones monógenas (analíticas univalentes) de sus argumentos, suponiendo que son desarrollables en un entorno de los valores iniciales $x = \zeta$, $y_0 = \eta_0, \dots, y_{n-1} = \eta_{n-1}$, entonces existen n series de potencias en $x - \zeta$, convergentes en el entorno de $x = \zeta$, que cuando son sustituidas en las y_0, \dots, y_{n-1} en el sistema dado de ecuaciones, las satisfacen. Estas series de potencias son únicas, proporcionan una solución regular del sistema y toman los valores iniciales. Cauchy también aplicó este método en el dominio complejo.

Su artículo *Teoría de la propagación de ondas* recibió el premio de la Académie de París de 1816. Se trata de la primera investigación profunda sobre las ondas en la superficie de un fluido, una materia iniciada por Laplace en 1778. A pesar de que Cauchy establece las ecuaciones hidrodinámicas generales, se limita casi inmediatamente a casos especiales. Considera la siguiente ecuación: $\partial^2 q / \partial x^2 + \partial^2 q / \partial y^2 = 0$, donde q es lo que más tarde se llamó un potencial de velocidad, siendo x e y las coordenadas espaciales. Seguidamente, Cauchy obtiene no solamente la representación de la integral doble de Fourier de $F(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \cos mx \cos mu F(u) du dm$, sino que también da la transformada de Fourier de $f(m)$ a $F(x)$ y la transformada inversa, siendo $f(m) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \cos mu F(u) du$.

En 1822, estimulado por el trabajo de Fresnel, Cauchy creó otro enfoque de la teoría de la elasticidad, obteniendo las siguientes ecuaciones para un cuerpo isótropo: $(\lambda + \mu) \partial \theta / \partial x + \mu \Delta u = \rho \partial^2 u / \partial t^2$, $(\lambda + \mu) \partial \theta / \partial y + \mu \Delta v = \rho \partial^2 v / \partial t^2$, $(\lambda + \mu) \partial \theta / \partial z + \mu \Delta w = \rho \partial^2 w / \partial t^2$, $\theta = \partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z$, donde u, v, w constituyen componentes de los desplazamientos, θ se llama dilatación, y λ y μ son las constantes del cuerpo o medio.

Por otra parte, Cauchy estudió las funciones elípticas y la periodicidad múltiple de las integrales hiperelípticas (V. Abel). También estudió casos particulares de ecuaciones funcionales.

Dio una fórmula de interpolación en forma de integral y extendió la interpolación trigonométrica al caso de argumentos que tienen entre sí diferencias desiguales. Estableció de un modo completamente original todo el sistema sobre el teorema de los senos.

Formó parte junto con Arago y Poisson, de la Comisión relatora del *Ensayo sobre las propiedades proyectivas de las secciones cónicas* de Poncelet, manifestando sus dudas acerca de la aplicabilidad general del principio de continuidad, utilizado por éste en sus trabajos.

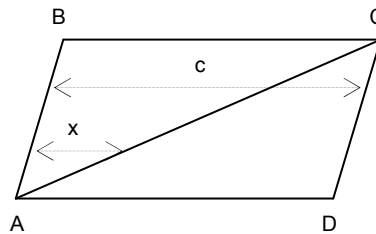
Demostó la constancia de la suma de los inversos de los cuadrados de dos diámetros conjugados de la elipse. Estudió la geometría de la rotación de los cuerpos y propuso diversos teoremas de la geometría del espacio. Estudió la clasificación de las cuádricas, sus invariantes, las condiciones para ser de revolución, sus generatrices rectilíneas, sus secciones planas y los haces de cuádricas.

Cavalieri, Francesco Bonaventura (1598-1647). Matemático italiano. Nació en Milán, en el seno de una familia noble. Religioso jesuato, miembro del grupo de amigos y discípulos de Galileo. Vivió en Milán y Roma antes de ocupar el puesto de profesor de matemáticas en Bolonia (1629) por recomendación de Galileo, cargo que compartió con el de superior del monasterio católico de la orden de San Jerónimo. Se ocupó de trigonometría y de aplicaciones de logaritmos.

Es autor de un método de "integración" basado en los "indivisibles", que ocupa un lugar intermedio entre las demostraciones de Arquímedes basadas en el método de exhaución y los métodos infinitesimales que surgirán en la segunda mitad del siglo XVII. Sin definir el término, Cavalieri adopta los indivisibles de la filosofía escolástica (los gérmenes filosóficos de la teoría de los indivisibles, están en Tomás de Aquino y Alberto Magno), es decir entes de dimensión menor respecto

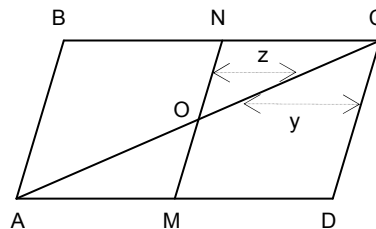
del continuo del que forman parte: los puntos son los indivisibles de las líneas, las líneas lo son de las figuras planas, etc. Mantenía que una línea está hecha de puntos como una sarta de cuentas, que un plano está hecho de líneas como un tejido de hebras, y un sólido de áreas planas como un libro de hojas, aceptando sin embargo un número infinito de elementos constituyentes. Cavalieri no utiliza esta definición, ni ninguna otra, sino que para él los indivisibles son una manera de hablar para referirse a los elementos de dos figuras que compara y que, mediante cierta técnica algebraica, le permiten calcular áreas y volúmenes.

El método lo expone en el año 1621, y en 1629 lo presenta en un manuscrito con vistas a ocupar el puesto de profesor en Bolonia. Amplía y mejora la exposición de su método en su tratado *Geometría de los indivisibles* (1635), aunque el método está mejor expuesto en *Seis ejercicios geométricos* (1647). Esta última obra perseguía también una finalidad polémica, pues estaba dirigido a responder a las objeciones de Guldin contra su método. En esta obra, Cavalieri demuestra con su método los teoremas que figuran en Pappus, relativos al área y al volumen de los cuerpos de rotación, conocidos hoy con el nombre de teoremas de Guldin, que éste no había demostrado sino mediante raciocinios metafísicos. Con su método, logró dar en sus “integraciones” el resultado de la “integración” de las primeras tres potencias de la variable, para más tarde, lograr la demostración para la cuarta potencia, extendiendo por analogía el resultado a una potencia de exponente natural cualquiera.



Para ello razona de la siguiente forma: Se considera el paralelogramo $ABCD$ (figura de arriba) de base $AD = c$, y el triángulo ABC ; se indica con x los segmentos variables paralelos a la base c ; en el lenguaje de los indivisibles, n segmentos x llenan el triángulo, como n segmentos c llenan el paralelogramo; por ser el triángulo la mitad del paralelogramo se tiene, con nuestros símbolos, que siendo Σx la suma desde 1 a n , $\Sigma x = \frac{1}{2}nc$.

De la misma manera, si se compara la pirámide de vértice A y base el cuadrado de lado BC , con el prisma de igual base y altura de volumen triple del de la pirámide, resultará $\Sigma x^2 = \frac{1}{3}nc^2$.



Para los exponentes 3 y 4 Cavalieri acude al álgebra; biseca el paralelogramo (figura de arriba) mediante la paralela MN a AD y llama y, z los segmentos paralelos a la base de los triángulos ABC y ONC , siendo O el centro del paralelogramo; luego $x = c/2 + z, y = c/2 - z$; como los n indivisibles del triángulo ABC pueden descomponerse por mitades en los triángulos ABC y ADC , se tiene que la suma de 1 a n de x^3 es igual a la suma de 1 a $n/2$ de $(x^3 + y^3)$, que es igual a la suma de 1 a $n/2$ de $[(c/2 + z)^3 + (c/2 - z)^3]$, lo que es igual a la suma de 1 a $n/2$ de $2[(c/2)^3 + 3 \cdot \frac{1}{2}cz^2]$, que es igual a $2 \cdot \frac{1}{8}c^3 \cdot \frac{1}{2}n + 3c \Sigma$ de 1 a $n/2$ de z^2 ; como los triángulos NOC y ABC son semejantes y de lados mitades, los $\frac{1}{2}n$ indivisibles iguales a z^2 equivalen a la mitad de los n indivisibles iguales a $(\frac{1}{2}x)^2$, y en definitiva, teniendo en cuenta el resultado para el exponente 2, la suma de 1 a n de x^3 es igual a $\frac{1}{8}nc^3 + 3c \cdot \frac{1}{2}$ de la suma de 1 a n de $(\frac{1}{2}x)^2$, que es igual a $\frac{1}{8}nc^3 + 3c \cdot \frac{1}{2}(\frac{1}{2}c)^2 \cdot n/3 = nc^3/4$.

De forma semejante Cavalieri demuestra que la suma de 1 a n de x^4 es $nc^4/5$. Y ya admite de forma general que la suma de 1 a n de x^p es igual a $nc^p/(p + 1)$, lo que en el lenguaje de los indivisibles, expresa que la suma de los n indivisibles de x^p , cuando x varía de 0 a c , es a la suma de n indivisibles iguales a c^p como 1 es a $p + 1$. Si se multiplica la igualdad de Cavalieri por el incremento c/n en ambos miembros y se pasa al límite para $n \rightarrow \infty$, se llega a la integral definida entre 0 y c de $u^p du = c^{p+1}/(p + 1)$.

Con estos resultados pudo resolver problemas planteados por los antiguos matemáticos, otros resueltos o planteados por Kepler y también algunos nuevos. Se denomina principio o teorema de Cavalieri el que establece que si dos sólidos tienen igual altura y si las secciones por planos paralelos a las bases y a la misma distancia de ellas siempre están en una razón dada, los volúmenes de los dos sólidos también están en esa razón. Demostró que el volumen de un cono es $1/3$ del volumen del cilindro circunscrito. Logró la cuadratura de la espiral de Arquímedes, que reduce a la de la parábola, y observa que el arco de dicha espiral era igual al arco de una determinada parábola. Desde el mismo momento de su presentación, el uso de su método y sus razonamientos extrañaron a quienes todavía respetaban el rigor lógico, a lo que Cavalieri respondía que los geómetras contemporáneos habían sido más libres que él (por ejemplo, Kepler en su *Nueva ciencia de medir volúmenes de toneles de vino*). Añadía que los geómetras griegos posteriores a Arquímedes no habían proporcionado demostraciones rigurosas al imitar el método de aquél, estando satisfechos con sus cálculos sólo con tal de que los resultados fueran útiles, sintiéndose justificado Cavalieri al adoptar el mismo punto de vista. En cualquier caso, decía Cavalieri, “el rigor es la preocupación de la filosofía y no de la geometría”. En su *Compendio de las reglas del triángulo*, publicó los llamados logaritmos de adición tratados en forma trigonométrica y resolvió trigonómicamente las ecuaciones de segundo grado. Estudió el hiperboloide de revolución de una hoja. En 1632 publicó su *Directorium universale uranometricum*, que incluía tablas de senos, tangentes, secantes y senos versos junto con sus logaritmos, con ocho cifras decimales. Escribió también sobre astronomía y óptica.

Cayley, Arthur (1821-1895). Matemático inglés. Nació en Richmond (Surrey) en el seno de una acomodada familia inglesa. Mostró habilidad matemática en la escuela. Sus profesores convencieron a su padre para enviarlo a Cambridge, en vez de ponerlo en los negocios de la familia. Estudió griego, francés, alemán, italiano y matemáticas en el Trinity College en Cambridge, ganando casi todos los premios en matemáticas, fue decano de los “wrangler” en los exámenes de matemáticas (“trips”) y ganó el premio Smith, graduándose en 1842. Lo seleccionaron como “fellow” del Trinity College y tutor asistente. Después de tres años lo abandonó porque deseaba tomar las órdenes sagradas. Los quince años siguientes los dedicó a las leyes. Durante este periodo fue capaz de emplear un tiempo considerable en las matemáticas y publicó cerca de 200 artículos. También durante este periodo comenzó su larga amistad y colaboración con Sylvester, con el que cooperó científicamente (Cayley y Sylvester fueron alguna vez socios, Cayley como abogado y Sylvester como actuari) en el estudio sistemático de las formas algebraicas y los invariantes (se les llamó los gemelos invariantes). Ocupó el puesto de profesor *sadleriano* en Cambridge (1863), cátedra recién creada. Excepto en el año 1882 en que estuvo en la Universidad Johns Hopkins como invitado de Sylvester, permaneció en Cambridge hasta su fallecimiento en 1895. Fue autor prolífico de trabajos matemáticos (el número de sus publicaciones rivaliza con las de Cauchy), aunque sólo publicó un libro con el título de *Tratado sobre las funciones elípticas*. Desde muy joven publicó artículos en el *Cambridge mathematical journal* y sus sucesores. Fue creador de varias áreas: la geometría analítica de n dimensiones, la teoría de los determinantes, transformaciones lineales, superficies alabeadas y teoría de matrices. Junto con Sylvester fundó la teoría de invariantes. Por estas contribuciones tan numerosas recibió muchos honores. Contrariamente a Sylvester, Cayley fue un hombre de temperamento equilibrado, juicio sobrio y serenidad, generoso en ayudar y apoyar a otros. Además de su trabajo excelente en el derecho y prodigiosos logros en matemáticas, encontró tiempo para su interés en la literatura, pintura, arquitectura y viajes.

En 1845 proporcionó una generalización de ocho unidades de cuaternios reales (octonianos, números de Cayley), siendo sus unidades $1, e_1, e_2, \dots, e_7$, con $e_i^2 = -1$, $e_i e_j = -e_j e_i$ para $i, j = 1, 2, \dots, 7$, así como también $i \neq j$, $e_1 e_2 = e_3$, $e_1 e_4 = e_5$, $e_1 e_6 = e_7$, $e_2 e_5 = e_7$, $e_2 e_4 = -e_6$, $e_3 e_4 = e_7$, $e_3 e_5 = e_6$, y las catorce ecuaciones obtenidas a partir de éstas últimas, siete al permutar cada conjunto de tres subíndices cíclicamente, por ejemplo: $e_2 e_3 = e_1$, $e_3 e_1 = e_2$.

Un octoniano general es $x = x_0 + x_1 e_1 + \dots + x_q e_q$, donde las x_i son números reales. La norma de x , $N(x)$, es por definición $N(x) = x_0^2 + x_1^2 + \dots + x_q^2$.

La norma del producto iguala el producto de las normas. La ley asociativa de la multiplicación falla en general (como lo hace la ley conmutativa de la multiplicación). Las divisiones a derecha e izquierda, excepto por cero, son siempre posibles y únicas. En artículos posteriores, Cayley proporcionó otras álgebras de hipernúmeros, que son algo diferentes a la anterior.

Cayley, influido por los trabajos de Cauchy sobre teoría de grupos, reconoció que la noción de grupo de sustituciones podía generalizarse. En tres artículos (1849), Cayley presentó la noción de un grupo abstracto. Utilizó un símbolo de operador general θ aplicado a un sistema de elementos x, y, z, \dots , señalando que en particular θ puede ser una sustitución (el grupo abstracto contiene muchos operadores). Su definición general de grupo supone un conjunto de operadores, todos ellos diferentes y tales que el producto de dos cualesquiera de ellos en cualquier orden, o el producto de cualquiera por sí mismo, pertenece al conjunto. Menciona que las matrices bajo la multiplicación y los cuaternios (con la adición) constituyen grupos (1854). Desafortunadamente, la introducción por Cayley del concepto de grupo abstracto no atrajo la atención en su tiempo, en parte porque las matrices y los cuaternios eran nuevos y no bien conocidos, y los otros muchos sistemas matemáticos que podían incluirse en la noción de grupo o estaban aún por desarrollar o no se había reconocido que lo eran. En 1878, Cayley escribió cuatro artículos más sobre grupos abstractos finitos. En ellos, como en los de 1849 y 1854, subraya que un grupo puede considerarse como un concepto general y no necesita limitarse a los grupos de sustituciones aunque, señala, todo grupo (finito) pueda representarse como un grupo de sustituciones. Estos artículos tuvieron más influencia que los anteriores, porque la época estaba ya madura para una abstracción que abarcaba más que los grupos de sustituciones.

Cayley fue atraído, como también Sylvester, hacia el estudio de los invariantes por la obra de Boole, a los que se unió Salmon. Estos tres autores realizaron tanto trabajo sobre los invariantes que en una de sus cartas, Hermite los apodó la trinidad invariante. Cayley había comenzado en 1841 a publicar artículos matemáticos sobre el aspecto algebraico de la geometría proyectiva. La lectura de Boole le sugirió el cálculo de los invariantes de las funciones homogéneas de grado n . Llamó a los invariantes derivados y después hiperdeterminantes (el término invariante se debe a Sylvester). Tras desarrollar una técnica para generar sus derivados, publicó entre 1854 y 1878, diez artículos sobre cuánticos (término que adoptó para los polinomios homogéneos en 2, 3 o más variables). En el caso particular de la forma cuártica binaria, $f = ax_1^4 + 4bx_1^3x_2 + 6cx_1^2x_2^2 + 4dx_1x_2^3 + ex_2^4$, Cayley demostró que el hessiano H de f y el jacobiano de f y H , son covariantes, y que $ac - 4bd + 3c^2$, así como $ace + 2bcd - c^3 - ad^2 - b^2e$, son invariantes. Seguidamente, los citados tres autores, como otros matemáticos, descubrieron entre 1840 y 1870, muchos invariantes especiales o particulares. Cayley demostró en 1856 que los invariantes y covariantes encontrados por Eisenstein para la forma cúbica binaria y los que él obtuvo para la forma cuártica binaria, eran un sistema completo para los casos respectivos. Ante la cantidad de trabajos realizados por Cayley sobre invariantes, y, por tanto, por el tiempo dedicado a ellos, Tait llegó a escribir: “¿No es una vergüenza que ese hombre tan sobresaliente (Cayley) dedique sus habilidades a tales cuestiones totalmente inútiles?”. Sin embargo, el asunto sí tuvo impacto en la física, indirecta y directamente, en gran medida a través del trabajo en invariantes diferenciales. Posteriormente, los trabajos de Hilbert sobre el tema dieron por agotada la investigación de invariantes y covariantes.

Cayley introdujo por primera vez (1855) las matrices con el objeto de simplificar la notación en el estudio de los invariantes bajo transformaciones lineales. Seguidamente, en 1858, publicó su trabajo *Una memoria sobre la teoría de las matrices*, donde dice que lógicamente la idea de matriz precede a la de determinante, pero históricamente el orden fue el inverso y esto se debe a que las propiedades básicas de las matrices ya estaban claras cuando éstas fueron introducidas. Por ello pudo ocurrírsele a Cayley introducirlas como entidades diferentes. Así dice: “Ciertamente no obtuve la noción de matriz de alguna manera a partir de los cuaternios; fue directamente de la de determinante o como una forma conveniente de expresar las ecuaciones $x' = ax + by$, $y' = cx + dy$ ”. Como Cayley fue el primero en aislar la matriz por sí misma y el primero en publicar una serie de artículos sobre ellas, se le aceptó generalmente como el creador de la teoría de matrices. Definió la igualdad entre matrices, la matriz cero, la matriz unidad, la suma y multiplicación de matrices, la matriz inversa y la transversa (traspuesta o conjugada), la ecuación característica (Cayley no utilizó este término) de una matriz cuadrada, etc. También en el citado trabajo, anunció lo que hoy es conocido como el teorema de Cayley-Hamilton para matrices cuadradas de cualquier orden, que dice que si en la ecuación característica de una matriz cuadrada se sustituye x por la matriz, la matriz resultante es la matriz cero. También en dicha memoria desarrolló la idea de tratar los hipernúmeros como matrices. Extendió las matrices al espacio pluridimensional. Tait, ante la extensión y profundidad de los trabajos de Cayley sobre las matrices, dijo: “Cayley está forjando las armas para las futuras generaciones de físicos”. Aplicó la teoría de los determinantes a la geometría. Introdujo los conceptos de determinantes oblicuos

y seudoesimétricos. Creó para los determinantes la forma hoy utilizada de su disposición en forma de matriz cuadrada entre dos trazos verticales. Dio la forma de determinante a la fórmula del área de un triángulo definido por sus vértices. El estudio de las geometrías generales en la dirección métrico-proyectiva aparece en 1859 en *Sexta memoria sobre cuánticos*, donde Cayley logra la subordinación de las propiedades métricas (distancia entre dos puntos, ángulo entre dos rectas, etc.) a las propiedades gráficas, mediante la demostración de que tales propiedades métricas se traducen en propiedades proyectivas de sus elementos, si se relacionan éstos con los elementos de una cónica (o de una cuádrica, si se trata del espacio) que denominó la “cónica absoluta”, o la “cuádrica absoluta”, o simplemente “lo absoluto del plano” o “lo absoluto del espacio”. Una consecuencia de ello es que, según se elija este absoluto (real o imaginario, propio o impropio), se obtienen distintas geometrías, encontrándose por este camino las geometrías no euclídeas, que pueden estudiarse siguiendo esta dirección métrico-proyectiva. De ahí que Cayley dijera que “la geometría proyectiva es toda la geometría”. Cayley comienza su trabajo con el hecho de que los puntos de un plano se representan mediante coordenadas homogéneas. Estas coordenadas no tienen que ser vistas como distancias o razones de distancias sino como una noción fundamental aceptada que no requiere ni admite explicación. Para definir la distancia y la medida de un ángulo, Cayley introdujo la forma cuadrática $F(x,x) = \sum_{i,j=1,3} a_{ij}x_i x_j$, con $a_{ij} = a_{ji}$, y la forma bilineal $F(x,y) = \sum_{i,j=1,3} a_{ij}x_i y_j$.

La ecuación $F(x,x) = 0$ define una cónica que es el absoluto de Cayley. La ecuación de esta cónica en coordenadas de rectas es $G(u,u) = \sum_{i,j=1,3} A_{ij}u_i u_j = 0$, donde A_{ij} es el cofactor de a_{ij} en el determinante $|a|$ de los coeficientes de F . La distancia δ entre dos puntos x e y , donde $x=(x_1, x_2, x_3)$, $y=(y_1, y_2, y_3)$, viene dada por la fórmula $\delta = \text{arc cos } F(x,y)/[F(x,x)F(y,y)]^{1/2}$. El ángulo φ entre dos rectas cuyas coordenadas de rectas son $u=(u_1, u_2, u_3)$, $v=(v_1, v_2, v_3)$, viene dado por la fórmula $\text{cos } \varphi = G(u,v)/[G(u,u)G(v,v)]^{1/2}$.

Estas fórmulas se hacen más sencillas si se toma como absoluto la cónica particular $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$. Tomando como cónica absoluto los puntos circulares en el infinito $(1, i, 0)$ y $(1, -i, 0)$, Cayley demostró que sus fórmulas para la distancia y el ángulo se reducen a las fórmula euclídeas usuales. Se observa que las expresiones para la longitud y el ángulo involucran la expresión algebraica para el absoluto, pues las propiedades métricas no son propiedades de la figura en cuanto a ella misma, sino de la figura en relación con el absoluto. Ésta es la idea de Cayley de la determinación proyectiva de la métrica, escribiendo que “la geometría métrica es parte de la geometría proyectiva”. Cayley fue un firme partidario del espacio euclídeo y aceptó las geometrías no euclídeas solamente en cuanto que podían ser realizadas en el espacio euclídeo por medio de nuevas fórmulas para la distancia. En 1883, en un discurso en la British Association for the Advancement of Science, dijo que los espacios no euclídeos eran a priori una idea equivocada, pero que las geometrías no euclídeas eran aceptables porque resultaban meramente de un cambio en la función distancia del espacio euclídeo. No garantizó la existencia independiente de las geometrías no euclídeas sino que las trató como una clase de estructuras euclídeas especiales, o como una manera de representar las relaciones proyectivas en la geometría euclídea. Su opinión era que “el axioma de Euclides en la forma que dio Playfair (V. esta reseña) no necesita demostración, sino que es parte de nuestra noción de espacio, del espacio físico de nuestra propia experiencia, esto es, el espacio con el que llegamos a conocer por medio de la experiencia, pero que es la representación subyacente en el fundamento de toda experiencia exterior. Se puede decir que la opinión de Riemann es que, teniendo in intellectu una noción más general de espacio (de hecho una noción de espacio no euclídeo), aprendemos por medio de la experiencia que el espacio (el espacio físico de la experiencia) es, si no exactamente, al menos en el más alto grado de aproximación, espacio euclídeo”.

Cayley se propuso tratar analíticamente la geometría n -dimensional “sin recurrir a nociones metafísicas”, publicando unos *Capítulos de geometría analítica en n dimensiones* (1845), en los que ofrecía resultados analíticos en n variables, que para $n = 3$ se concretaban en teoremas ya conocidos sobre superficies. De esta manera, el concepto de geometría n -dimensional quedaba plenamente establecido, pudiéndose decir que Cayley creó la geometría analítica de n dimensiones. Cayley en 1847, publicó un artículo en el *Journal de Crelle* en el que extendía algunos teoremas válidos en tres dimensiones al espacio de cuatro dimensiones. Desarrolló la geometría asociada con la teoría de las uniones. En relación con el llamado problema del mapa (se trata de la conjetura de que cuatro colores son suficientes para colorear un mapa), el primer artículo sobre él, fue el de Cayley de 1879, en el que decía que no había podido conseguir una demostración de dicha conjetura. Generalizó el problema del número de normales que se pueden trazar a una cónica desde un punto exterior, sustituyendo los

puntos cíclicos imaginarios del plano por una curva cualquiera de segunda clase. Se denomina curva de Cayley a la curva de tercera clase envolvente de las líneas de unión de los polos conjugados respecto a las cónicas de un haz. Trató analíticamente el problema de Malfatti sobre cuádras. Estudió la teoría de la superficie de ondas (de cuarto orden) de Fresnel. Calculó la ecuación de la superficie reglada de cuarto orden formada por todas las tangentes a una cúbica alabeada. Estudió las ecuaciones en coordenadas tangenciales. Dio las demostraciones analíticas directas de las fórmulas de Plücker, estableciéndolas para curvas alabeadas en general. Extendió el concepto de función armónica al caso de n variables. En su *Tratado sobre las funciones elípticas* utilizó como base de la teoría el desarrollo en productos infinitos de Weierstrass.

Cech, Eduard (1893-1960). Matemático checo. Trabajó en la introducción de la teoría de la homología para espacios generales, como los espacios métricos compactos, en vez de partir de figuras que fueran complejos. Las ideas básicas de esta teoría se deben además de a Cech, a Paul S. Alexandrov y a Leopold Vietoris.

Cedillo Díaz, Juan (m. 1625). Matemático y cosmógrafo español. Nació en Madrid. Al amparo de la Academia de Matemáticas de Madrid y de la Casa de Contratación de Sevilla, ambas creadas por Felipe II, surgieron en medio del apogeo algebraico, algunos geómetras que siguieron la corriente geométrica europea, como es el caso de Cedillo. Juan Cedillo, catedrático en Toledo, se incorporó (1584) a la Academia de Matemáticas de Felipe II, en Madrid, donde enseñó trigonometría (“materia de senos”). En 1611 fue nombrado Cosmógrafo Mayor y Catedrático de Matemáticas.

Cedillo y Rujaque, Pedro Manuel (h. 1676-1761). Matemático español. Nació en Sevilla y murió en Puerto de Santa María (Cádiz). Se formó en navegación en el Seminario de San Telmo de Sevilla, del que fue profesor hasta 1724. Publicó *Compendio de la arte de navegación* (1717), *Trigonometría aplicada a la navegación, así por el beneficio de los senos y tangentes logarítmicas como por el uso de las dos escalas plana y artificial* (1718). En 1724 pasó a la Academia de Guardias Marinas de Cádiz como segundo profesor de matemáticas, ocupando el puesto de director en 1728, que compartió con el de piloto mayor, con la facultad para examinar y dar licencia a los pilotos que hubiesen de conducir los buques a puertos americanos. Fruto de sus enseñanzas en esta escuela fue su *Tratado de la cosmografía y náutica* (1745). Escribió también, entre otras obras, *Vocabulario marítimo y explicación de los vocablos que usan las gentes del mar* (1772).

Celaya, Juan de (h. 1490-1558). Matemático, físico, cosmólogo, teólogo y filósofo español. Nació en Valencia. Estudió en las Universidades de Valencia y París. Era conocido como el “Doctor de París”. Discípulo del matemático aragonés Gaspar Lax. Rector y profesor de teología en la Universidad de Valencia. Carlos V le llamó a la corte y le dio pruebas grandes de distinción. Forma parte del grupo “aritmético” (según denominación de Rey Pastor), más cercano a la matemática francesa del s. XV, ya en declive, que a la renovadora matemática italiana.

Cellerier, Charles (1818-1889). Matemático suizo. En 1860 (publicado en 1890) mostró una distinción sorprendente entre continuidad y diferenciabilidad al dar el ejemplo de una función que es continua pero no diferenciable en ningún punto: $f(x) = \sum_{n=1, \infty} a^{-n} \operatorname{sen} a^n x$, donde a es un entero positivo grande.

Cerdá, Tomás (1715-1791). Matemático español. Nació en Tarragona. Jesuita, estudió humanidades, filosofía y teología en Tarragona, Gandía y Valencia. Profesor de filosofía en Zaragoza (1747-1750) y en Cervera (Lérida, 1750-1753), donde publicó *Tesis de filosofía jesuita* (1753), donde trata cuestiones de matemáticas, física y astronomía, con referencias a Kepler, Descartes, Gassendi, Huygens, Cassini, Clairaut, Jorge Juan, Newton, etc. Estudió matemáticas en Marsella (1753), encargándose a su regreso a España de la cátedra de matemáticas en el Colegio de Cordelles. En 1765 fue nombrado profesor del Colegio Imperial de Madrid. Proyectó publicar un compendio de matemáticas puras y aplicadas en 10 volúmenes, de los que sólo aparecieron dos: *Lecciones de matemática o elementos generales de geometría* (1760) y las *Lecciones de artillería* (1764), orientadas a los estudios de la Escuela de

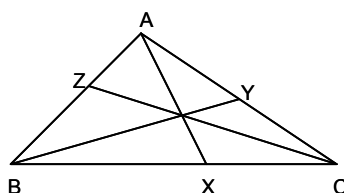
Artillería de Segovia. Publicó un tratado de aritmética y álgebra, y otro de geometría analítica según las ideas de Descartes.

Se conservan manuscritos relacionados con su proyecto enciclopédico, entre ellos varios dedicados al cálculo diferencial, la mecánica racional newtoniana y la astronomía. Colaboró con el austriaco Rieger, profesor del Colegio Imperial de Viena, en un texto manuscrito de éste donde se estudia el cálculo de Newton (cálculo de “fluxiones”), pero también introduce por primera vez en España la notación y el enfoque de Leibniz con los infinitamente pequeños, que a partir de entonces es la opción comúnmente adoptada en España. Cerdá escribió también *Lecciones de geometría y trigonometría, De secciones cónicas, Del cálculo diferencial e integral, De mecánica, De óptica, Prolusiones filosóficas, Mecánica y geometría sublime*.

Cesàro, Ernesto (1859-1906). Matemático italiano. Profesor de la Universidad de Nápoles. Profundizó en la inversión triangular. Presentó la forma analítica de las funciones f y g de Peano, de las que Schoenflies y Moore habían presentado la forma geométrica (V. Peano). Una serie de potencias $\sum a_n x^n$ puede representar una función analítica dentro de un círculo de radio r , pero no para valores de x en la circunferencia. Por ello se planteó el problema de saber si se podría encontrar un concepto de suma tal que la serie de potencias pudiera tener una suma para $|x| = r$ y tal que dicha suma pudiera incluso ser el valor de $f(x)$ cuando $|x|$ tiende a r . Este intento de extender el dominio de representación de una función analítica mediante una serie de potencias fue lo que motivó a Frobenius y a Cesàro a encontrar criterios de sumabilidad. Una de las definiciones de sumabilidad de series hoy habituales, es conocida como (C,r) -sumabilidad, debiéndose a Cesàro: Sea la serie $\sum_{i=0, \infty} a_i$ y sea $s_n = \sum_{i=0, n} a_i$. La expresión que da la suma de Cesàro es $s = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n^{(r)} / D_n^{(r)}$, para r entero ≥ 0 , donde $S_n^{(r)} = s_n + r s_{n-1} + r(r+1) s_{n-2} / 2! + \dots + r(r+1) \dots (r+n-1) s_0 / n!$, y $D_n^{(r)} = (r+1)(r+2) \dots (r+n) / n!$. El caso $r = 1$ incluye la definición de Frobenius. Estudió diversas curvas como la alisoide, cardioide, caracol. Escribió *Lecciones de geometría intrínseca* (1896).

Ceulen (Colonia), Ludolph van (1540-1610). Matemático alemán. Nacido en Hildesheim. Profesor en Leiden. Calculó (1596) el número π con 20 cifras decimales. Tras su muerte, su viuda publicó π con 35 cifras, que fueron grabadas sobre su tumba. Para efectuar este cálculo, partiendo del polígono regular de 15 lados y duplicándolo sucesivamente, tuvo que llegar al polígono de $15 \cdot 2^{31}$ lados. Impresionó tanto este logro, que en algunos países se llama aún al número π , la “constante ludolphina”.

Ceva, Giovanni (1647-1734). Matemático e ingeniero italiano. Publicó *De lineis se invicem secantibus*, que incluía varias proposiciones nuevas de geometría plana. Un famoso teorema de geometría lleva su nombre, consistente en que una condición necesaria y suficiente para que sean concurrentes tres rectas trazadas desde los vértices A, B, C , de un triángulo a puntos X, Y, Z , situados en los respectivos lados opuestos, es (V. dibujo). $AZ \cdot BX \cdot CY = ZB \cdot XC \cdot YA$.



Esta condición está estrechamente relacionada con el teorema de Menelao, que había sido olvidado, siendo redescubierto y publicado por Ceva en 1678. En 1692 publicó *Geometría motus, opusculum geometricum*, donde estudió las curvas sectrices.

Chacón, Pedro (1526-1581). Matemático y teólogo español. Nació en Toledo. Ejerció la cátedra de griego en la Universidad de Salamanca. Llamado por el papa Gregorio XIII, se trasladó a Roma para que, como matemático, estudiara la reforma del calendario juliano. Escribió la historia de la Universidad de Salamanca (1569), así como otras varias obras, entre ellas *Tractatus de ponderibus et mensuris, Kalendarii romani veteris Julii Caesariis aetate, Triclinio romano*.

Chaitin, Gregory J. (n. 1947). Matemático argentino. Nació en Nueva York, de padres emigrantes argentinos. Estudió en la Universidad de Buenos Aires, donde fue profesor. La demostración matemática con ordenador aparece como intrínsecamente inverificable y esencialmente falible: hay que admitir que la prueba con ordenador puede dar respuesta incorrecta sin que se tenga la posibilidad de determinar el lugar donde se produce el fallo. Se puede elaborar otros programas que permitan obtener el mismo resultado, es decir, intentar la confirmación a través de otras demostraciones que también tendrán su error intrínseco. Chaitin, como también Tymocko, consideran que, aceptado el empleo del ordenador, la matemática es empírica, inductiva, probabilística, y que se tiene, desde ahora, otra forma de concebir la demostración matemática. Por el contrario, otros matemáticos rechazan que el ordenador pueda tener papel privilegiado alguno en la praxis matemática.

Chaix Isnel, José (1766-1811). Ingeniero cosmógrafo, matemático y astrónomo español. Nació en Játiva (Valencia). Fue vicedirector del Real Cuerpo de Ingenieros Cosmógrafos del Estado, comisario de guerra honorario y profesor de los estudios de la Inspección General de Caminos. Murió en Valencia. Escribió *Instituciones de cálculo diferencial e integral con sus aplicaciones principales a las matemáticas puras y mixtas* (1801) y *Memoria sobre un nuevo método general para transformar en series las funciones trascendentes, precedido de otro método particular para las funciones logarítmicas y exponenciales* (1807). En estas obras se notan las influencias de Lagrange y Euler. También publicó trabajos de astronomía en los *Anales de Ciencias Naturales* (1801).

Chang Tsiau Tsien (s. VI). Matemático chino. En su obra aparecen por primera vez en China las reglas de la suma de las progresiones aritméticas.

Chapple, William (1718-1781). Clérigo y matemático inglés. Nació en Witheridge (Devon). Fue secretario del vicario de Witheridge, trasladándose a Exeter para llevar los negocios del vicario. Escribió juegos y adivinanzas para niños en *El diario de Lady*. Fue secretario de un inspector de Exeter y del hospital recién construido en esa localidad. La familia Courtenay de Devon le nombró su administrador. Tuvo sólidos conocimientos de matemáticas, cronología, antigüedad, historia, lenguas muertas y textos sagrados. Resolvió el problema de construir un triángulo inscrito en una circunferencia y circunscrito a otra (1746).

Charles, Jacques Alexandre César (1746-1823). Inventor, físico y matemático francés. Nació en Beaugency-sur-Loire (Loiret). Fue el primero en realizar una ascensión en globo aerostático de hidrógeno (1783) junto con Ainé Roberts, elevándose hasta una altura de mil metros. Entre otros dispositivos inventó un densímetro. Hacia 1787 descubrió la ley de Charles, antecesora de la ecuación general de estado de los gases perfectos de Gay-Lussac, quien la descubrió en 1802. Fue profesor de física. Investigó las soluciones singulares de las ecuaciones en diferencias finitas (1786). Trabajó en electricidad y aerostática.

Charpit de Villecourt, Paul (m. 1784). Matemático francés. Combinó, presumiblemente en 1784, los métodos de resolución para ecuaciones diferenciales no lineales y para ecuaciones diferenciales lineales, a fin de reducir a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias cualquier función $f(x,y,z,p,q)=0$, donde p y q son las derivadas parciales de z respecto a x e y . Lacroix afirmó que Charpit había presentado dicho año un artículo (que no fue publicado) en el que reducía las ecuaciones en derivadas parciales de primer orden a sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales. El método hoy llamado de Lagrange, de Lagrange-Charpit, de Charpit o de las características, establece que para resolver la ecuación general en derivadas parciales de primer orden $f(x,y,z,p,q)=0$, hay que resolver el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (es decir, las ecuaciones características de $f=0$): $dx/dt = f_p$, $dy/dt = f_q$, $dz/dt = pf_p + qf_q$, $dp/dt = -f_x - f_z p$, $dq/dt = -f_y - f_z q$. La resolución se efectúa hallando una integral de dicho sistema, es decir, $u(x, y, z, p, q) = A$. Entre esta integral y $f=0$ se despejan p y q , que se sustituyen en $dz = p dx + q dy$, integrando ésta última por el método de ecuaciones en diferenciales totales. Cauchy generalizó este método a n variables, por lo que a este método se le llama a menudo método de las características de Cauchy.

Chasles, Michel (1793-1880). Matemático francés. Nació en Épernon. Fue profesor de geodesia y mecánica en la École Polytechnique en París (1841) y de geometría en la Sorbona (1846). Fue un gran defensor de los métodos geométricos: “Las doctrinas de la geometría pura, frecuentemente, y en muchas ocasiones, proporcionan una manera simple y natural de penetrar en los orígenes de las verdades, para aclarar la misteriosa cadena que las une, y para hacerlas conocer individual, luminosa y completamente”.

Su obra más importante, *Resumen histórico sobre los orígenes y desarrollo de los métodos en Geometría* (1837), es un estudio histórico en el que Chasles admitió que ignoraba a los escritores alemanes porque desconocía su idioma, y afirmaba que los matemáticos de su tiempo, y anteriores, habían declarado que la geometría era un lenguaje muerto, que en el futuro no tendría uso ni influencia, lo que Chasles niega. Ante las quejas de los jóvenes matemáticos sobre la carencia de generalidad del método geométrico (método sintético), Chasles proporciona dos reglas a los futuros geómetras, para compensar esta carencia de generalidad. Primera regla: deberán generalizar teoremas particulares para obtener los resultados más generales, que deberán ser al mismo tiempo simples y naturales. Segunda regla: no deberán satisfacerse con la demostración del resultado, si no es parte de un método general o doctrina de la que depende naturalmente. Hay que saber cuándo se tiene realmente la base verdadera para un teorema, pues siempre existe una verdad principal que se reconocerá porque otros teoremas resultarán de la simple transformación, o como consecuencia inmediata. Las grandes verdades que son el fundamento del conocimiento, siempre tienen las características de la simplicidad y la intuición. Objetando la aplicación del análisis a la geometría, dijo que el análisis, a través de sus procesos formales, niega todos los pequeños pasos que continuamente da la geometría. Los rápidos y tal vez penetrantes pasos del análisis no revelan el sentido de lo que se consigue. La conexión entre el punto inicial y el resultado final no es clara. Chasles pregunta: “¿Es entonces suficiente en un estudio filosófico y básico de una ciencia, saber que algo es verdadero si no se sabe por qué es así y qué lugar debería ocupar en la serie de verdades a la que pertenece?”. El método geométrico, por otro lado, permite pruebas y conclusiones simples y evidentemente intuitivas. A pesar de que Chasles defendió la geometría pura, pensaba analíticamente, aunque sus demostraciones y resultados los presentaba geoméricamente. Este enfoque, denominado “método mixto”, fue utilizado posteriormente por otros geómetras. En la polémica sobre el principio de continuidad, así llamado por Poncelet, Chasles apoyó a éste, indicando que dicho principio era el adecuado para tratar los elementos imaginarios en geometría. Primero explica lo que se quiere decir por imaginario en geometría. Los elementos imaginarios pertenecen a una condición o estado de una figura en el que ciertas partes son no existentes, siempre que estas partes sean reales en otro estado de la figura. Porque, añade, no se puede tener ninguna idea de las cantidades imaginarias, excepto pensando en los estados relacionados en que las cantidades son reales. Estos últimos estados son los que se llaman “accidentales” y son los que proporcionan la clave para lo imaginario en geometría. Para demostrar resultados acerca de los elementos imaginarios, sólo es necesario tomar la condición general de la figura en la que los elementos son reales, y entonces, de acuerdo con el principio de relaciones accidentales o el principio de continuidad, se concluye que los resultados se mantienen cuando los elementos son imaginarios. “Así se observa que el uso y la consideración de los imaginarios está completamente justificado”.

En el citado *Resumen*, Chasles estudia las correlaciones y las homografías del espacio y pone, como fundamentos de la geometría, los principios generales que denomina “deformaciones y transformaciones” de las figuras, que no son sino casos particulares de las hoy llamadas homografías o colineaciones. Como se ha expuesto, Chasles introdujo los elementos imaginarios en geometría, aunque no en forma rigurosa, y dio el concepto de razón doble que denominó “razón anarmónica”. En 1828, Chasles había demostrado el teorema que dice que dados dos conjuntos de puntos colineales en una correspondencia uno-a-uno y tales que la razón anarmónica de cuatro puntos cualesquiera sobre una recta es igual a la de los puntos correspondientes sobre la otra, entonces las rectas que unen los puntos correspondientes son tangentes a una cónica que es tangente a las dos rectas dadas. En 1829, demostró que cuatro puntos fijos de una cónica y un quinto punto de la cónica determinan cuatro rectas con la misma razón anarmónica. En conexión con un método llamado de las “características”, sentó las bases de una rama de la geometría que estudia la determinación de puntos, rectas y planos que cumplen ciertas condiciones, y que posteriormente se denominó “geometría numerativa”. Escribió *Tratado de Geometría superior* (1852) y *Tratado de las secciones cónicas* (1865). Estudió las

características de los sistemas de cónicas. Dio el teorema recíproco del de Carnot sobre las intersecciones de los lados de un triángulo con una cónica. Dedujo varios teoremas sobre cónicas homofocales y sobre arcos semejantes en una misma cónica. Demostró numerosas propiedades métricas de los diámetros conjugados y de los ejes. Demostró que las seis rectas que unen los vértices de dos tetraedros polares recíprocos están sobre un hiperboloide. Extendió el problema de Apolonio a las secciones planas de cuádricas. Estudió el complejo de las normales de un sistema de cuádricas homofocales, así como la construcción de una cuádrica definida por nueve puntos. Fue el primero en aplicar la afinidad a un elipsoide. Investigó sobre la atracción de los elipsoides. Estudió las cuádricas con centro, polares una de otra respecto de una cuádrica cualquiera. Con alguno de sus discípulos, trató la proyección estereográfica que extendió a las cuádricas, adoptando un plano cualquiera como plano de proyección. Desarrolló el concepto de serie de cuádricas. Dedicó varios trabajos a las cónicas esféricas. Estudió diversas curvas como la cúbica que lleva su nombre. Demostró numerosas propiedades de las cúbicas alabeadas y enunció importantes teoremas sobre superficies regladas no desarrollables.

Chatfield, Chris (h. 1975). Estadístico inglés. Doctorado por el Imperial College de Londres. Profesor en el departamento de ciencias matemáticas de la Universidad de Bath. Los estadísticos habían experimentado la necesidad de depurar los datos de posibles defectos que pudieran viciar las inferencias obtenidas del análisis estadístico. Con este objeto, Chatfield (1985) describe la conveniencia de un análisis de datos inicial, es decir, un amplio análisis descriptivo de los datos basando sus conclusiones en el sentido común y la experiencia, con un mínimo uso de la metodología estadística tradicional. Publicó *Introducción a las series temporales* (1975), *Introducción al análisis multivariante*, *Resolución de problemas. Guía para estadísticos*, *Estadísticas de tecnología*, *Predicción de la serie*, *Uso de un modelo probabilístico para estimar la exposición personal a la contaminación atmosférica*. *Estadísticas del medio ambiente y ecológicas*, *Principios de previsión*. *Manual para investigadores y especialistas*.

Chau Bao, Ngo (n. 1972). Matemático vietnamita, nacionalizado francés. Estudió en la Universidad Nacional de Vietnam y en la École Normale Supérieure en París, doctorándose en la Universidad París-Sud, donde fue profesor. Ha trabajado en el Instituto para Estudios Avanzados en Princeton y en la facultad de matemáticas de la Universidad de Chicago (2010). Demostró el lema fundamental de la teoría de formas automorfas del programa de Langlands. Galardonado con la medalla Fields 2010.

Chebichev, Pafnuti Libovich (1821-1894). Matemático ruso. Nació en Okatovo. Se graduó (1841) en la Universidad de Moscú. En un concurso de trabajos de estudiantes fue premiado con la medalla de plata por su obra *Cálculo de las raíces de ecuaciones*. En 1846 presentó su tesis de maestría *Experiencia del análisis elemental de la teoría de probabilidades*. Al año siguiente se trasladó a San Petersburgo, comenzando a trabajar en su universidad, donde presentó su tesis doctoral (1849) *Teoría de las congruencias*. Fue profesor de la Universidad de San Petersburgo desde 1850 a 1882. Miembro de la Academia de Ciencias Rusa (1853). Fue miembro extranjero del Institut de France y de la Royal Society de Londres. Se ocupó de la distribución de los números primos (1851) en su obra *Sobre los números primos*, abordando la cuestión del número de números primos menor o igual a un número dado, demostrando varias fórmulas al respecto. Demostró que si $\pi(n) \cdot (\ln n) / n$ tiende a un límite cuando n crece indefinidamente, siendo la función $\pi(n)$ el número de números primos que no exceden a n , entonces este límite tiene que ser 1 , pero no pudo demostrar la existencia del límite (lo demostraron de forma independiente Charles Jean de la Vallée Poussin y Jacques Hadamard, en 1896). Demostró (1850) la conjetura de Bertrand, consistente en que si $n > 3$ hay siempre al menos un número primo entre n y $2n$ (o, más exactamente, $2n-2$) inclusive. En el estudio del indicador de un número hizo considerables progresos. En su trabajo *Sobre una cuestión aritmética* (1866) analizó mediante fracciones continuas, las soluciones aproximadas, en números enteros, de las ecuaciones diofánticas. Estudió las redes de curvas sobre superficies. Escribió una obra de carácter fundamental sobre cálculo de probabilidades (1845) a la que siguieron otros trabajos sobre la misma teoría en 1846, 1867 y 1887. Introdujo los conceptos de esperanza matemática y varianza para sumas y medias aritméticas de variables aleatorias. Demostró que si las esperanzas matemáticas de las magnitudes u_1, u_2, \dots son cero, y las esperanzas matemáticas de todas sus potencias tienen una magnitud numérica inferior a cierto

límite fijo, la probabilidad de que la suma de n magnitudes $u_1 + u_2 + \dots + u_n$, dividida por la raíz cuadrada del doble de la suma de las esperanzas matemáticas de sus cuadrados, se encuentre entre dos magnitudes cualesquiera t y t' , al tender n hacia infinito, tiene como límite la magnitud de la integral $\pi^{-1/2} \int_0, t e^{-x^2} dx$.

Generalizó la integral que aparece en la definición de la función beta, al demostrar que la integral que lleva su nombre, $\int x^p (1-x)^q dx$, es una función trascendente de orden superior, salvo que p , q , o $p+q$, sean enteros. Desarrolló la teoría general de polinomios ortogonales y la de aproximación uniforme óptima para el cálculo de integrales definidas.

Chebotarev, Nicolai Grigorievich (1894-1947). Algebrista soviético. Fue profesor en las Universidades de Odessa y Kazán. Las resolventes de Hilbert-Chebotarev se refieren a la generalización directa de la solución de ecuaciones por radicales. Llevó a cabo investigaciones en el campo de la teoría de Galois, la teoría de grupos de Lie, extensión de los polinomios, problema de las resolventes, y especialmente sobre si cualquier grupo de permutaciones puede ser grupo de Galois y sobre el desarrollo de la teoría de anillos numéricos. Formuló (1922) el llamado teorema de la densidad que lleva su nombre. Participó en la creación del Instituto Universitario de Investigación de Matemáticas y Mecánica en Kazán (1934), siendo su director permanente hasta su muerte. Son palabras suyas: “El álgebra ha sido la cuna de muchas de las ideas y conceptos que surgen en matemáticas y ha fertilizado en gran medida el desarrollo de ramas de las matemáticas que sirven de base directa a las ciencias físicas y tecnológicas”.

Chen-Jing-Run (1933-1996). Matemático chino. Nació en Fuzhou (Fujian, China). Estudió en la Universidad de Xiamen. Waring había enunciado que todo entero es suma de 4 cuadrados, 9 cubos, 19 bicuadrados, y sugirió que una propiedad similar debería ser cierta para potencias superiores. Llamando $g(k)$ al número mínimo de sumandos necesarios para expresar todo entero como suma de potencias k -ésimas, Chen-Jing-Run demostró (1964) que $g(5) = 37$.

Chen Luang (s. VI). Matemático chino. Realizó modificaciones y adiciones a la obra matemática *Chui-chang suan-shu*, o los *Nueve capítulos sobre el arte matemático*.

Chenciner, Alain (n. 1943). Matemático francés. Profesor en la Universidad París VII. Investigó en los campos de la geometría, los sistemas dinámicos, cálculo de variaciones, mecánica celeste, teoría de las singularidades, familias de campos de vectores, problema de los tres cuerpos. Escribió *Curvas algebraicas planas* (1978), *La forma de n cuerpos*.

Chester, Roberto de. V. Roberto de Chester.

Chevallard, Yves (h. 1990). Pedagogo y matemático francés. Profesor en la Universidad de Provenza. En el proceso de difusión de los saberes surge, entre otros, el problema de la pérdida de coherencia o consistencia de los conceptos. Chevallard dedicó gran parte de sus trabajos a la noción clave de la “transposición didáctica”. En la elaboración de situaciones didácticas, los conocimientos matemáticos, ya formalizados y despersonalizados, tienen que hacerse revivir y ser recreados en el aula. Hay pues un proceso inverso al del matemático profesional que intenta generalizar, formalizar y despersonalizar los saberes matemáticos buscando su mayor generalidad, proceso consistente en recontextualizar y repersonalizar el saber en cada individuo en situación de aprender. El proceso es complejo y hay una serie de fenómenos que se pueden enmarcar en la idea de transposición didáctica, que es el fenómeno de transformación que sufren los “saberes de los sabios”, para pasar a ser “saberes de los enseñados”. En los últimos cincuenta años ha publicado más de 160 obras sobre la materia.

Chevalley, Claude (1909-1984). Matemático francés. Nació en Johannesburgo (Sudáfrica), donde su padre desempeñaba el cargo de Cónsul General de Francia. Estudió (1926-1929) en la École Normale Supérieure. Fue profesor en las universidades de Estrasburgo y Rennes, de 1936 a 1938, y en Estados Unidos, en Princeton (1940-1948) y Nueva York (1948-1955). Vuelto a Francia, fue profesor en la Sorbona desde 1955 hasta su jubilación en 1978. Fue miembro del grupo matemático Bourbaki. Se le

deben importantes contribuciones a la teoría de los números algebraicos y sobre todo a la teoría de los grupos algebraicos.

Chiang, Chin Long (n. 1914). Matemático chino. Nació en Ningbo (Zhejiang, China). Estudió en la Universidad Nacional Tsing Hua (China). Profesor en la Universidad de California, Berkeley. En su obra *Competición y otras interacciones entre especies* (1954), se tratan los modelos para interacciones entre dos especies (modelos de competencia o de parásito y hospedador) o entre tres o más especies (modelos lobo-cabra-col). Un modelo completamente estocástico viene dado por lo que se llama un proceso de nacimiento-muerte no homogéneo en el tiempo. Chiang lo estudia en su obra. Matemáticamente es difícil obtener una solución explícita y general del sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas que se plantean, y sólo se han conseguido resolver casos particulares mediante métodos sofisticados. Esto se puede paliar mediante modelos estocásticos más simples que permitan un tratamiento analítico o utilizando técnicas de simulación numérica.

Chih, Li. V. Li Chih.

Ch'in Chiu-Shao (h. 1202-h. 1261). Matemático chino. Ministro y gobernador sin escrúpulos que tuvo el mérito de adquirir inmensas riquezas en los cien días de su mandato. Escribió *Las nueve secciones de matemática*, que contiene 81 problemas de análisis indeterminado y ecuaciones algebraicas de grado superior. Distingue con color rojo los coeficientes positivos y con negro los negativos (otros matemáticos chinos cruzan con una diagonal los coeficiente negativos), y con un circulito el cero. El método que emplea para la resolución de ecuaciones (método del “elemento celeste”, que es la denominación de la incógnita), coincide en esencia con el de Ruffini-Horner. Por ejemplo, para obtener la raíz cuadrada x de 71.824, parte de 200 como primera aproximación, obteniendo $y^2 + 400y - 31.824 = 0$. Encuentra ahora 60 como aproximación, por lo que disminuyendo la raíz en 60, llega a la ecuación $z^2 + 520z - 4.224 = 0$, de la que 8 es una raíz, y por tanto $x = 268$. De forma análoga resuelve las ecuaciones cúbicas y cuárticas.

Chiu-Shao, Ch'in. V. Ch'in Chiu-Shao.

Chomsky, Avram Noam (n. 1928). Lingüista, escritor, pedagogo y activista político estadounidense. Nació en Filadelfia. Se doctoró en la Universidad de Pensilvania (1955) con su trabajo *Análisis transformacional*. Enseñó lingüística en el Massachusetts Institute of Technology, alcanzando el grado de profesor (1961). Se le considera creador de la gramática transformacional y generativa, que proporcionó una herramienta aplicable a los lenguajes naturales y facilitaba el estudio y la formalización de los lenguajes de ordenador. Esta teoría se relacionaba con la de las máquinas abstractas hasta el punto de que ambas son isomorfas. Chomsky clasificó los lenguajes formales de acuerdo con una jerarquía de cuatro grados, cada uno de los cuales contiene a todos los siguientes. El más general se llama Tipo 0, e incluye todos los lenguajes posibles. Los de Tipo 1, llamados lenguajes sensibles al contexto, tienen algunas limitaciones, aunque se permite que la sintaxis de las palabras dependa de su contexto; algunos lenguajes naturales (como el alemán-suizo y el bambara) tienen construcciones gramaticales de esta clase. Los de Tipo 2 se llaman también lenguajes independientes del contexto, y restringen la libertad de formación de reglas gramaticales, pues la sintaxis de una palabra debe ser independiente de su contexto. La mayor parte de los lenguajes naturales y todos los de ordenador pertenecen a esta clase. Por último, los lenguajes del Tipo 3, los más sencillos, se llaman lenguajes regulares. Esta jerarquía es paralela a la de las máquinas abstractas, en el sentido de que los lenguajes de cada tipo pueden representarse mediante máquinas equivalentes, que pueden ayudar a resolver cierto tipo de algoritmos o problemas. Entre las obras de Chomsky, destacan *Teoría de las gramáticas transformacionales* (1950), *Estructuras sintácticas* (1957), *Teoría algebraica de los lenguajes independientes del contexto* (con Schutzenberger, 1963), *Aspectos de la teoría de la sintaxis* (1965), *Lingüísticas cartesianas* (1966), *Lenguaje y mente* (1968), *Estructura lógica de la teoría lingüística* (1975), *Reflexiones sobre el lenguaje* (1975), *Lenguaje y responsabilidad* (1979), *Lenguaje y problemas del conocimiento* (1988).

Chon Huo (s. XI). Matemático chino. En su obra se trata la suma de la serie de los números naturales y la de sus cuadrados.

Choquet, Gustave (1915-2006). Matemático francés. Nació en Solesmes (Nord). Estudió en la École Normale Supérieure, doctorándose en 1946, tras la segunda guerra mundial. Enseñó en la Universidad de París (1940-1984) y en la École Polytechnique (1960-1969). Investigó en análisis funcional y teoría del potencial. Escribió *La enseñanza de la geometría* (1964). Junto con el psicólogo suizo Piaget y el pedagogo británico Gattegno, fundaron en 1950 la Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas.

Chou Pei Suan Ching. Considerado como el documento matemático chino más antiguo. Puede ser razonable fecharlo en torno al 300 a.C., aunque hay historiadores que piensan que es un buen ejemplo de lo que era la matemática china de hacia 1.200 a.C. Las dos primeras palabras parecen referirse al uso del gnomon para el estudio de las órbitas circulares en los cielos. El libro trata de cálculos astronómicos, aunque incluye también una introducción a las propiedades del triángulo rectángulo, así como al uso de las fracciones. Está escrito en forma de diálogo entre un príncipe y su ministro, sobre el calendario. El ministro explica que el arte de los números deriva del círculo, que pertenece a los cielos, y del cuadrado, que pertenece a la tierra. El libro revela que la geometría china debió nacer de la agrimensura, reduciéndose esencialmente a un ejercicio numérico de aritmética o de álgebra. Pueden deducirse algunas indicaciones relativas al teorema de Pitágoras, que en todo caso es tratado algebraicamente.

Christoffel, Elwin Bruno (1829-1901). Matemático alemán. Profesor de matemáticas en Zúrich y posteriormente en Estrasburgo. Estudió las líneas geodésicas, introduciendo una simbología adecuada. Junto con Schwarz obtuvieron (1869) un teorema para la solución de ecuaciones en derivadas parciales mostrando cómo aplicar un polígono y su interior en el plano z , conformemente, dentro de la mitad superior del plano w (V. Schwarz), que se ha revelado muy útil para resolver la ecuación del potencial (de Laplace). Fue uno de los iniciadores del estudio de los invariantes diferenciales, como también lo hicieron Riemann, Beltrami y Lipschitz, y al que posteriormente Ricci-Curbastro dio un nuevo enfoque. Organizó sistemáticamente el cálculo tensorial (1869), introduciendo las derivadas que más tarde se llamaron “invariante” y “covariante” (introdujo en los correspondientes cálculos, símbolos de primera y segunda especie que llevan su nombre). Así, reconsideró y amplificó el tema tratado escuetamente por Riemann, relativo a cuándo una forma $F = \sum_{ij} g_{ij} dx_i dy_j$, puede ser transformada en otra $F' = \sum_{ij} g'_{ij} dy_i dy_j$, obteniendo las condiciones necesarias y suficientes para dicha transformación, que luego amplió al caso de n variables (el procedimiento que para ello siguió Christoffel es el que Ricci y Levi-Civita llamaron más tarde diferenciación covariante). Con este procedimiento se podían obtener, a partir de invariantes diferenciales formados con las derivadas de la forma fundamental para ds^2 y de ciertas funciones $\gamma(x_1, x_2, \dots, x_n)$, invariantes asociados a derivadas de orden superior. Una expresión del tensor de curvatura riemanniana se llama hoy tensor de curvatura de Riemann-Christoffel, a partir del cual, por contracción, Ricci obtuvo el hoy llamado tensor de Ricci o tensor de Einstein, pues éste lo utilizó para expresar la curvatura de su geometría riemanniana espacio-temporal.

Chu Shih-Chieh (h. 1280). Matemático chino. Floreció aproximadamente entre 1280 y 1303. Fue el matemático más importante y último del periodo Sung. Vivió en Yen-Shan, cerca de Pekín. Durante unos 20 años estuvo viajando en plan de sabio errante, ganándose la vida enseñando matemáticas. Hacia 1299 escribió *Introducción a los estudios matemáticos*, libro relativamente elemental que sin embargo ejerció una gran influencia en Corea y Japón, aunque en China desapareció más tarde y estuvo perdido hasta el siglo XIX. Escribió el tratado *El precioso espejo de los cuatro elementos* (1303), en donde expone, como algo no original, un diagrama numérico, que no es sino el “triángulo aritmético” occidental, hasta la novena línea. Mediante este tratado se introdujo el álgebra china en Japón. Los cuatro elementos a que se refiere el título, son el cielo, la tierra, el hombre y la materia, que representan las cuatro incógnitas de una ecuación. En esta obra se estudian tanto sistemas de ecuaciones simultáneas como ecuaciones individuales de grados tan altos como 14, y se explica un método de transformación para ecuaciones, llamado *fan fa*, cuyo fundamento debió aparecer en China

mucho tiempo antes, método que en Occidente suele denominarse “método de Ruffini-Horner”. Por ejemplo, para resolver la ecuación $x^2+252x-5.292=0$, obtiene por tanteo la aproximación $x=19$ y $x=20$, y a continuación utiliza el *fan fa*, en este caso la transformación $y=x-19$, para obtener $y^2+290y-143=0$, con una raíz entre 0 y 1. El valor aproximado de la raíz de esta ecuación es $y=143:(1+290)$, y por tanto $x=19+143/291$. Para resolver la ecuación $x^3-574=0$, usa la transformación $y=x-8$, que conduce a $y^3+24y^2+192y-62=0$, siendo la raíz buscada $x=8+62/(1+24+192)$, o bien $x=8^2/7$. En algunos casos obtiene aproximaciones decimales de las raíces.

Chuan Hen (78-139). Matemático chino. Consideraba que el cuadrado de la longitud de la circunferencia estaba en la relación 5:8 con el cuadrado del perímetro del cuadrado circunscrito, es decir, $\pi = 10^{1/2}$.

Chuan Tsanon (s. II a.C.). Matemático y hombre de negocios chino. Hay noticias de que compuso la obra *Chui-chang suan-shu*, o los *Nueve capítulos sobre el arte matemático*, para lo que coleccionó y sistematizó todos los conocimientos matemáticos chinos hasta su época. Esta obra es de difícil datación, fijándose la fecha de su realización hacia el siglo II a.C., habiendo sufrido modificaciones y adiciones posteriores, principalmente por parte de Hen Chou-Chan (s. I a.C.), Liu Hui (s. III), Chen Luang (s. VI), Li Chung-Fan (s. VII), y otros. Quizá sea la obra que mayor influencia tuvo entre todos los libros matemáticos chinos. Incluye 246 problemas sobre agrimensura, agricultura, compañía, ingeniería, impuestos, cálculo, resolución de ecuaciones y propiedades de los triángulos rectángulos. Los libros que componen esta obra tienen la forma de pergaminos independientes, estando dedicados fundamentalmente a cuestiones de índole práctica. Parece como si cada libro estuviera destinado a diferentes departamentos de la administración: agrimensores, ingenieros, astrónomos, recaudadores de impuestos, etc. La exposición es dogmática: se formulan los enunciados de un grupo de problemas del mismo tipo, se dan las respuestas y se presenta el algoritmo de su resolución que consta de la formulación general de la regla aplicada, o bien de indicaciones de las operaciones sucesivas con números concretos. No se indica la deducción de las reglas, ni se dan explicaciones, definiciones ni demostraciones. El primer libro se titula “Medición de campos”. Se utiliza como unidad de medida un rectángulo de lados 15 y 16 “bu” (paso de unos 133 cm). Se dan reglas correctas para calcular las áreas de triángulos, rectángulos y trapecios. El área del círculo se calcula tomando los tres cuartos del área del cuadrado construido sobre su diámetro, o bien un doceavo del cuadrado de la circunferencia, lo que equivale a $\pi=3$. También se utiliza este valor para las áreas del sector circular y de la corona circular. Sin embargo para el área de un segmento circular se utiliza la fórmula $s(s+c):2$, donde s es la sagita y c la cuerda base del segmento. El sistema de numeración utilizado es el decimal jeroglífico. En este libro se introducen las fracciones simples y sus operaciones, que siguen las reglas habituales, salvo en la división de fracciones para la que se exige la previa reducción a un denominador común. El libro segundo se denomina “Relación entre las diferentes formas de cereales”, donde se recoge la práctica del cobro de impuestos sobre el grano, medido en unidades de volumen, y los cálculos durante la elaboración del grano. Los problemas se refieren a la regla de tres y al reparto proporcional. Posteriormente se añadió a este libro la determinación del coste de los objetos, coste que puede ser un número entero o fraccionario. El libro tercero se denomina “División escalonada”. Los problemas se refieren al reparto proporcional, al reparto proporcional a los inversos de los números dados, y a la regla de tres simple y compuesta, con problemas sobre la distribución de los ingresos entre los funcionarios de diferentes clases. El cuarto libro, titulado “Shao-Huan”, trata inicialmente de la obtención del lado del rectángulo conociendo los valores del área y del otro lado. A continuación se exponen las reglas de extracción de raíces cuadradas y cúbicas, como también la determinación del radio de un círculo conociendo su área, utilizando el valor $\pi = 3$, salvo en un caso en el que se utiliza $\pi = 27/8$. El libro quinto se denomina “Estimación de los trabajos”, cuyos problemas se refieren a cálculos para la construcción de muros de fortificaciones, murallas, diques, torres, fosos, etc. Para ello, se calculan volúmenes de diferentes cuerpos, así como las necesidades en mano de obra, materiales y medios de transporte. El libro sexto se denomina “Distribución proporcional”, comenzando con problemas sobre la justa (proporcional) distribución de los impuestos. Los métodos utilizados son semejantes a los del libro tercero. Algunos problemas se refieren a la suma de progresiones aritméticas, así como al trabajo colectivo con diferente productividad. El libro séptimo se denomina “Exceso-defecto”, recogiendo problemas que conducen a ecuaciones lineales y a sistemas de

ecuaciones lineales, que se resuelven por el método de doble falsa posición. En el problema nº 18 se dice que 9 lingotes de oro pesan tanto como 11 lingotes de plata. Si un lingote de oro se intercambia por uno de plata, el peso de los 8 lingotes de oro más el de plata pesan 13 lan menos que los 10 lingotes de plata más el de oro (16 lan equivalen a 1 tzin). ¿Cuál es el peso de cada tipo de lingote? La solución viene dada por la resolución del sistema $8x+y+13=10y+x$, $9x=11y$ (es decir, $7x-9y+13=0$). Aplicando la doble falsa posición, se toma $x_1=3$ tzin, $x_2=2$ tzin, de donde $y_1=2^{5/11}$ tzin, $y_2=1^{7/11}$ tzin. Introduciendo estos valores en la segunda ecuación (con todos sus términos en el primer miembro de la igualdad), se tiene un defecto de $z_1=^{49/11}$ lan y un exceso de $z_2=^{15/11}$ lan. El verdadero valor de x se encuentra por la siguiente regla: $x=(x_1z_2 - x_2z_1) : (z_2 - z_1)=2^{15/64}$ tzin, de donde se obtiene que $y=1^{53/64}$ tzin.

El problema nº 16, indica que se construye un cubo con jaspe, de peso específico a , y con piedra, de peso específico $b=a-1$. Se conoce el peso P_0 y el volumen V_0 del cubo. El peso y el volumen del jaspe son P_1 y V_1 . Y los de la piedra P_2 y V_2 . El sistema de ecuaciones es: $V_1+V_2=V_0$, $aV_1+bV_2=P_0$, que se resuelve por la sustitución de los dos valores $V_1=V_0$ y $V_2=V_0$, aplicando la regla de la doble falsa posición. El libro octavo está dedicado a la regla “fan-chen”, que se aplica a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Se establece un algoritmo único para todos los problemas de este libro, consistente en la formación de una matriz con los coeficientes de las ecuaciones, que se transforma de tal modo que todos los números a la izquierda y sobre la diagonal principal sean cero (los chinos escribían de derecha a izquierda), operando exclusivamente con las columnas (no con las filas). La matriz transformada con los ceros, corresponde a un sistema escalonado de ecuaciones, cuyas soluciones se obtienen en cascada. Al realizar las operaciones con las columnas, los matemáticos chinos introdujeron los números negativos mediante la aplicación de una regla especial “cheng-fu” (más-menos). Uno de los problemas consiste en la resolución del sistema, $x+2y+3z=26$, $2x+3y+z=34$, $3x+2y+z=39$, cuya matriz es:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{array}$$

Mediante operaciones con las columnas, se obtiene la matriz:

$$\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 36 & 1 & 1 \\ 99 & 24 & 39 \end{array}$$

Luego se tiene el sistema: $36z = 99$, $5y + z = 24$, $3x + 2y + z = 39$, de sencilla solución en cascada. El último problema de este capítulo plantea la resolución de un sistema de cuatro ecuaciones con cinco incógnitas. El capítulo noveno y último incluye diversos problemas sobre triángulos rectángulos, por ejemplo: Calcular la profundidad de un estanque circular de 10 pies cuadrados de superficie sabiendo que una caña que crece en su centro y que asoma 1 pie por encima del agua, alcanza exactamente la superficie si se la dobla hasta el borde del estanque. O éste otro: Hay un bambú de 10 pies de altura que se ha roto de tal manera que su extremo superior se apoya en el suelo a una distancia de 3 pies de la base, ¿a qué altura se ha producido la rotura? También aparece el primer ejemplo registrado de cuadrado mágico, que según la leyenda, fue comunicado a los hombres por una tortuga del río Lo, en los tiempos del emperador Yü, famoso ingeniero hidráulico:

$$\begin{array}{ccc} 4 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 6 \end{array}$$

Chudakov, Nikolai Grigorevich (1904-1986). Matemático soviético. Nació en Lysovsk (Novo-Burassk, Saratov, Rusia), Estudió en las Universidades de Saratov y de Moscú, en las que después enseñó. Se había establecido con anterioridad a Chudakov que si se considera la sucesión 1^{250} , 2^{250} , 3^{250} , ..., n^{250} , $(n+1)^{250}$, ..., a partir de un determinado n debe existir entre dos términos consecutivos cualesquiera al menos un número primo. Basándose en el método de sumas trigonométricas de Vinogradov, Chudakov logró sustituir dicha serie por la serie 1^4 , 2^4 , ..., n^4 , $(n+1)^4$, ..., cuyos términos están considerablemente más próximos entre sí que los de la serie anterior, pero que también contiene al menos un número primo entre dos términos consecutivos a partir de un cierto n . Posteriormente este resultado se ha mejorado reemplazando las cuartas potencias por cubos.

Ch'ung-Chih, Tsu. V. Tsu Ch'ung-Chih.

Chuquet, Nicholas (h. 1445-h. 1500). Matemático francés. Nació en París, bachiller en medicina que ejerció en Lyon. Escribió en francés una obra en tres partes, de ahí su nombre *Triparty en la ciencia de los números* (1484), que no se imprimió hasta 1880 y que por tanto la debieron conocer pocos matemáticos de la época (V. Etienne de la Roche). En ella, Chuquet utilizó un sistema muy avanzado de símbolos: como signo de raíz utiliza la letra R con un exponente 2 ó 3 según sea cuadrada o cúbica; todas las potencias de las incógnitas se indican mediante el exponente aplicado al coeficiente, apareciendo en algún caso el exponente 0 y el -1; la suma y la resta se indican con las sínkopas p y m , etc.

En su primera parte expone las operaciones con enteros y fracciones, dando explícitamente la regla de los signos para la multiplicación y la división, y una regla de promedios según la cual $(a + c):(b + d)$ está entre a/b y c/d , siendo a, b, c, d , números positivos. La segunda parte está dedicada a las raíces y sus operaciones, utilizando la multiplicación por la expresión conjugada para racionalizar denominadores. La tercera parte está dedicada a las ecuaciones, que denomina “equipolencia entre números”, cuadráticas o reducibles a cuadráticas. Resuelve sistemas de 3, 4 y 5 ecuaciones del mismo tipo, admitiendo soluciones nulas y negativas.

En un apéndice incluye una colección de 166 problemas. Uno de éstos consiste en hallar cinco números tales, que cada uno de ellos sumados al producto de la suma de los cuatro restantes multiplicada, respectivamente, por $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$, el resultado es siempre 40. Chuquet llega al resultado mediante un método no muy diferente al actual, en el que aplica en cierto momento la falsa posición simple. Pero el interés del resultado estriba en que en él aparecen un valor nulo y otro negativo, pues los números son: 30, 20, 10, 0, -10 (a este último número, Chuquet llama “menos 10”). En las ecuaciones cuadráticas no reconoce, en cambio, la raíz nula (por ejemplo, dice que la ecuación $5x^2 = 9x^2$ no tiene solución), mientras interpreta correctamente, como imposible, una raíz cuadrada de radicando negativo. Seguidamente se expone una ecuación cuadrática resuelta por Chuquet con su notación algebraica y, entre llaves, su escritura con el simbolismo actual, es la siguiente: $R^2 4^2 4^1 p^2 1 p^1$ igual a 100, $\{(4x^2 + 4x)^{1/2} + 2x + 1 = 100\}$; $R^2 4^2 p^4 1$ de una parte y $99m^2 1$ de la otra, $\{(4x^2 + 4x)^{1/2} = 99 - 2x\}$; $4^2 p^4 1$ igual a $9801m396 1 p^4 2$, $\{4x^2 + 4x = 9801 - 396x + 4x^2\}$; 400^2 de una parte y 9801 de la otra, $\{400x^2 = 9801\}$. De donde se deduce fácilmente el valor de la incógnita.

Church, Alonzo (1903-1995). Matemático y lógico estadounidense. Nació en Washington. Estudió en la Universidad de Princeton. En 1936, publicó su tesis en la que exponía que la noción de función recursiva no es sino la formalización matemática de la noción de función humanamente computable. Trabajó conjuntamente con Turing en la Universidad de Princeton, demostrando la equivalencia entre su concepto de computabilidad y el de Turing, originándose la llamada tesis de Church-Turing. Esta tesis propone que, supuesta una capacidad de almacenamiento ilimitada, cualquiera que sea la forma en la que un computador se construya, su capacidad potencial de cómputo no varía (aunque sí puede variar su velocidad), e introduce la idea de máquina oráculo, capaz de dar respuesta a una cuestión indecidible.

Cibramonte, Pablo (Vibramonte, Pablo) (finales del siglo XVI y principios del XVII). Teólogo y matemático español. Nació en Zaragoza. Sobresalió como teólogo y matemático. Fue carmelita, ocupando los puestos de lector y provincial de su orden. Escribió *Artificiosa rota orbicularis orbis caelistis, De mathematicis rudimentis opusculum, De universis sciothericorum texturis figurandis*.

Cid Palacios, Rafael (1918-2004). Matemático y físico español. Nació en Vigo (Pontevedra). Se licenció en ciencias exactas por la Universidad de Madrid (1944). Se incorporó al Observatorio de Santiago de Compostela, doctorándose con la tesis *Sobre el movimiento de las estrellas dobles visuales*. Enseñó astronomía general, topografía y geodesia en la Universidad de Zaragoza. Investigó sobre el problema gravitatorio de n cuerpos, teoría de perturbaciones, dinámica de satélites artificiales, dinámica de sólidos rígidos. Publicó *Geodesia geométrica, física y por satélites* (con S. Ferrer, 1977).

Cierva y Codorníu, Juan de la (1895-1936). Nació en Murcia. Ingeniero, inventor y aviador español. En 1923 presentó el autogiro en Getafe (Madrid) y en 1934 logró el despegue vertical. Para el diseño

de un autogiro más rápido que los que había construido, planteó para la estabilidad del movimiento de las palas, una ecuación diferencial lineal homogénea y de coeficientes periódicos, que Puig Adam resolvió (1934). Su solución confirmaba plenamente las intuiciones de Juan de la Cierva al respecto.

Ciolek, Erasmo. V. Vitellio.

Ciruelo, Pedro. V. Sánchez Ciruelo, Pedro.

Císcar y Císcar, Gabriel (1760-1829). Matemático, marino y político español. Nació en Oliva (Valencia). Ingresó en la Academia de Guardias Marinas de Cartagena (1777), donde dirigió (1785-1789) el Curso de estudios mayores, y de la que fue nombrado director en 1788. Redactó libros de texto sobre aritmética, cosmografía y trigonometría esférica, así como un *Curso de estudios elementales de marina* (1803), declarado obligatorio (1805) en todas las escuelas españolas de navegación y de la que se hicieron varias ediciones hasta 1873. En 1793 publicó una nueva edición del primer tomo del *Examen marítimo* de Jorge Juan, en el que insertó anotaciones y adiciones que prácticamente equivalían a un nuevo tratado. Propuso un procedimiento gráfico para simplificar los cálculos en el método de las distancias lunares para la determinación de la longitud geográfica en el mar. Participó en la elaboración de los trabajos realizados en París para la definición del Sistema Métrico Decimal (1798), publicando sobre ello dos obras (1800 y 1821). Fue vocal de la Junta Central del Reino (1808-1810) y Regente del Reino (1810, 1812, 1823). Siendo un político de ideas liberales moderadas, fue condenado a muerte por el gobierno del segundo periodo absolutista de Fernando VII, refugiándose en Gibraltar, donde murió.

Clairaut, Alexis Claude (1713-1765). Matemático y astrónomo francés. Fueron veinte hermanos (V. Clairaut le cadet) de los que sólo él sobrevivió a su padre, que fue un matemático estimable. Clairaut fue uno de los matemáticos más precoces de la historia, aventajando en este sentido a Pascal. A los diez años estudiaba los textos de l'Hôpital sobre el cálculo y las cónicas, a los trece leía un artículo de la Académie des Sciences, a los dieciocho fue elegido miembro de la Académie des Sciences mediante una dispensa especial (Jean Le Rond D'Alembert fue elegido académico a los 24 años). Poseía un gran encanto personal y fue una figura de la sociedad parisina. El mismo año de su elección publicó *Investigación sobre las curvas de doble curvatura* (1731, escrito en 1729), donde trató analíticamente problemas de las curvas en el espacio y sobre las geodésicas en superficies de revolución (las curvas alabeadas se llamaban de doble curvatura puesto que se estudiaban mediante sus dos proyecciones con sendas curvaturas distintas), y cuyo resumen lo había presentado dos años antes a la Académie. Pensaba que, geoméricamente, una curva en el espacio estaba formada por la intersección de dos superficies, y que, analíticamente, la ecuación de cada superficie se expresaba como una ecuación de tres variables, demostrando que eran necesarias dos de esas ecuaciones para describir una curva en el espacio. También vio que ciertas combinaciones de las ecuaciones de dos superficies que pasan a través de una curva, proporcionan la ecuación de otra superficie que contiene también a la misma curva. Basándose en ello, expuso la obtención de las ecuaciones de las proyecciones de dicha curva o, también, las ecuaciones de los cilindros perpendiculares a los planos de proyección que la contienen. En la obra aparecen las ecuaciones de algunas cuádricas y las de numerosas curvas espaciales determinadas por intersecciones de diversas superficies, se dan fórmulas para las distancias en dos y en tres dimensiones y se estudian las tangentes a algunas de las curvas. Demostró que una curva puede tener infinitas normales localizadas en un plano perpendicular a la tangente. Supuso que una curva de tercer grado no puede tener más de tres puntos de inflexión reales, y demostró que una recta que pasa por dos de ellos contiene al tercero. Demostró por primera vez el teorema de Newton sobre las cinco formas fundamentales de las cúbicas. Mostró que una ecuación homogénea en x, y, z representa un cono con vértice en el origen de coordenadas. Obtuvo las expresiones para la longitud de un arco de curva espacial, como también la cuadratura de ciertas áreas sobre superficies. En conclusión, este libro constituyó el primer tratado de geometría analítica tridimensional. En 1733, en una expedición geodésica a Laponia bajo la dirección de Maupertuis, demostró que a lo largo de una línea geodésica sobre una superficie de revolución, el producto del radio de un paralelo (círculo cuyo plano es perpendicular al eje de revolución) por el seno de su ángulo con el meridiano, es constante. Creó la trigonometría esferoidal (1733). Dio una solución a las ecuaciones diferenciales de las líneas

geodésicas. En 1734, Clairaut trató la ecuación que ahora lleva su nombre (la “ecuación de Clairaut” es un caso particular de la ecuación hoy llamada de D’Alembert): $y = xy' + f(y')$, cuya integración dio por el método aparentemente paradójico de diferenciación, obteniendo la solución general $y = cx + f(c)$, consistente en una familia de rectas. También obtuvo la solución singular, aunque no vio que se trataba de la envolvente de la ecuación general, pero sí fue explícito al exponer que la solución singular no estaba incluida en la solución general. En un trabajo de 1735 demostró que si en un punto cualquiera de una superficie de revolución un plano pasa por la normal a la superficie y al plano del meridiano en dicho punto, entonces la curva determinada en la superficie tiene un radio de curvatura en el citado punto igual a la longitud de la normal entre dicho punto y el eje de revolución. Demostró que una integral curvilínea entre dos puntos fijos es independiente del camino de integración. Planteó (1739) que la expresión $Pdx + Qdy$, es una diferencial total de cierta función $f(x,y)$ si, y sólo si, $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x$.

También en dicho artículo de 1739, Clairaut introdujo la idea de factor integrante, y amplió esta teoría en un artículo de 1740, dando la condición necesaria y suficiente para que una ecuación diferencial sea integrable con ayuda de un factor integrante. Su obra *Teoría de la figura de la tierra, obtenida de los principios de la hidrostática* (1743), representa un trabajo clásico sobre la forma de la Tierra, tratando de una manera más general de lo que lo habían hecho Newton y Maclaurin, la forma de un cuerpo que gira, tal como la que toma la Tierra bajo la atracción gravitacional mutua de sus partes.

En dicha obra estableció las condiciones matemáticas para el equilibrio de los fluidos, sentando los fundamentos de la futura teoría del potencial, y estudiando la mecánica del sistema solar, resolviendo los problemas mecánicos y astronómicos con métodos exclusivamente geométricos. En esta obra, Clairaut introdujo la integral curvilínea $\int_C Pdx + Qdy$. Se ocupó del “problema de los tres cuerpos”, principalmente para estudiar el movimiento de la Luna, escribiendo varios ensayos al respecto, ganando con uno de ellos el premio de la Academia de San Petersburgo (1750), publicando en 1763 su *Teoría de la Luna*. En 1747 utilizó soluciones en serie de las ecuaciones diferenciales, aplicando su resultado al movimiento del cometa Halley, que había sido observado en 1531, 1607 y 1682, esperándose que estuviese en el perihelio de su trayectoria alrededor de la Tierra en 1759. Clairaut calculó las perturbaciones debidas a la atracción de Júpiter y Saturno y predijo en un artículo leído en la Académie de París en noviembre de 1758 que el perihelio tendría lugar el 13 de abril de 1759, haciendo notar que el momento exacto era dudoso con un margen de un mes debido a que las masas de Júpiter y Saturno no se conocían con precisión y a ligeras perturbaciones causadas por otros planetas (el cometa alcanzó su perihelio el 13 de marzo). En 1757, cuando estudiaba las perturbaciones causadas por el sol, afirmó que las series trigonométricas podían servir como expresión de una función cualquiera $f(x)$, es decir, $f(x) = A_0 + 2\sum_{n=1, \infty} A_n \cos nx$.

Consideró esta cuestión como un problema de interpolación, por lo que utilizó los valores de la función en $x = 2n\pi/k$ (sus fórmulas para la interpolación trigonométrica fueron las primeras en conocerse), obteniendo $A_n = \frac{1}{2\pi} \int_0, 2\pi f(x) \cos nx \, dx$.

En sus *Elementos de álgebra* (1746) trató el caso irreducible de la ecuación de tercer grado. En *Elementos de geometría* (1741) escribió: “No es sorprendente que Euclides tenga dificultades para demostrar que dos círculos que se cortan no tienen el mismo centro, que la suma de los lados de un triángulo comprendido dentro de otro es más pequeña que la suma de los lados del triángulo mayor. Este geómetra tuvo que convencer a sofistas obstinados que se gloriaban en rechazar las verdades más evidentes; de tal forma que la geometría debe, como la lógica, basarse en un razonamiento formal para refutar las sutilezas... Pero las cosas han cambiado. Todo razonamiento concerniente a lo que el sentido común sabe de antemano, sirve únicamente para ocultar la verdad y agotar al lector, y es ignorado hoy día”.

Clairaut le cadet (1716-1732). Matemático francés. Hermano menor de Alexis Claude Clairaut (V. esta reseña). Rivalizó con su hermano en cuanto a precocidad, puesto que a los quince años publicó un libro sobre cálculo titulado *Tratado de las cuadraturas circulares e hiperbólicas* (1731). Murió al año siguiente a causa de la viruela.

Clariana y Ricart, Lauro (1842-1916). Matemático e ingeniero industrial español. Nació en Barcelona. Profesó en la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad de Barcelona. Colaboró en la revista *El progreso matemático*, donde escribió artículos como *Introducción al estudio de las*

integrales eulerianas y *Nuevos puntos de vista en matemáticas*, ambos en 1892. También colaboró en la *Revista trimestral de matemáticas*, con artículos como *Demostración de la fórmula elíptica de Legendre*, *Nuevo procedimiento para determinar la integral de $xd^2y/dx^2 + 2ndy/dx - m^2xy = 0$* , *Superficie del elipsoide de revolución, con relación a las integrales elípticas*, todos ellos de 1901. Para la *Revista de la Sociedad Matemática Española* escribió (1911) *Armonía entre algunas líneas notables*. Publicó, entre otras obras, *Sobre el espíritu de las matemáticas en los tiempos modernos* (1888), *Influencia del mundo real y del mundo ideal en el análisis infinitesimal* (1891), *Aplicación de la geometría analítica a la técnica militar* (1894), *Sobre la variabilidad* (1897), *Trilogía humana sobre la matemática simbólica* (1900), *La metafísica del cálculo* (1908), *Tratado de cinemática*, *Conceptos fundamentales de análisis matemático* (póstuma, 1920).

Clausberg, Christlieb von (1689-1751). Matemático alemán. Nació en Gdansk (hoy, Polonia). Estudió en Altdorf. Enseñó en Gdansk (Danzig), Leipzig, Hamburgo y Lübek. Publicó *El arte de calcular demostrado* (1732), dedicado al cálculo numérico práctico, acompañando cada regla por su correspondiente demostración.

Clausen, Thomas (1801-1885). Matemático y astrónomo danés. Director del Observatorio de Tartu (hoy, Estonia). En relación con el problema de Castillon sobre la inscripción de un triángulo en un círculo, sustituyó éste por una cónica (1829). Calculó el número π con 250 decimales, de los que 248 eran correctos.

Clauser, C. E. (h. 1969). Colabora en el Laboratorio de investigación médico-aeroespacial en Dayton (Ohio). Clauser escribió junto con J. T. McConville y J. W. Young, *Peso, volumen, centro de masas de segmentos del cuerpo humano* (1969). Para el análisis dinámico de un sistema coordinado (el cuerpo humano) en movimiento, el hecho de conocer la localización de su centro de gravedad tiene especial relevancia. En la biomecánica deportiva es necesario definir el número de segmentos que componen el modelo humano, conocer la localización del centro de gravedad de cada segmento y determinar su peso. Estos problemas se han resuelto de forma experimental, unas veces mediante segmentación de cadáveres, que es el caso del citado libro, y otras mediante la definición geométrica de los segmentos, y recientemente mediante el escáner de rayos gamma.

Clausius, Rudolf Julius Emanuel (1822-1888). Físico matemático alemán. Nació en Köslin (Prusia). Profesor de física en la Escuela de Artillería e Ingeniería de Berlín (1850), en el Instituto Politécnico de Zúrich (1855), en la Universidad de Würzburg (1867) y en la de Bonn (1869). Contribuyó de manera fundamental en la teoría matemática de la elasticidad. Introdujo (1850) el concepto de entropía, formulando el segundo principio de la termodinámica.

Clavius, Christopher (Clavius Christopher Schlüssel) (1537-1612). Matemático alemán. Jesuita, amigo de Kepler. Publicó *Astrolabium* (1593) en donde se lleva a cabo por primera vez una división de ángulos basada en la idea del *nonius*, y en donde describe la proyección estereográfica (nombre dado por Aiguillon en 1613), conocida por Hiparco y difundida por Ptolomeo. En dicha obra utilizó el punto para separar la parte entera de la decimal.

En *Geometría práctica* (1604) utiliza la citada división para la medida de líneas rectas. Publicó una traducción latina de la obra de Euclides, acompañándola de atinados comentarios, que influyó en la enseñanza. Por ejemplo, señaló la ausencia de un axioma que garantizara la existencia de una cuarta proporcional para tres magnitudes dadas. Colaboró en la reforma gregoriana del calendario (1582).

Clebsch, Rudolf Friedrich Alfred (1833-1872). Matemático alemán. Estudió bajo el asesoramiento de Hesse en Königsberg de 1850 a 1854. En la primera etapa de sus trabajos se interesó por la física matemática y de 1858 a 1863 fue profesor de mecánica teórica en Karlsruhe y después profesor de matemáticas en Giessen y Gotinga. Hasta aproximadamente 1860 trabajó sobre las propiedades proyectivas de las curvas y superficies de tercero y cuarto grado. Trabajó sobre problemas dejados por Jacobi en el cálculo de variaciones y la teoría de las ecuaciones diferenciales. En 1861 dedujo del teorema de Hermite referente a las llamadas hoy matrices hermitianas, que las raíces características diferentes de cero de una matriz asimétrica real son imaginarias puras. En 1862 publicó *Tratado de*

elasticidad. Sin embargo, su labor principal la llevó a cabo en invariantes algebraicos y geometría algebraica. Conoció a Gordan en 1863 y supo del trabajo de Riemann en la teoría de funciones de variable compleja. Clebsch aplicó esta teoría a la de las curvas (a este enfoque se le llama trascendente). A pesar de que Clebsch llevó a cabo la conexión entre las funciones complejas y las curvas algebraicas, en una carta que envió a Roch admitió que no podía entender la obra de Riemann sobre funciones abelianas ni tampoco las contribuciones de Roch al respecto. Clebsch reinterpretó la teoría de las funciones complejas de la siguiente forma: La función $f(w,z)=0$, donde z y w son variables complejas, geoméricamente requiere de una superficie de Riemann para z y un plano o una parte de un plano para w o, si se prefiere, de una superficie de Riemann a la cual se asigna un par de valores z y w a cada uno de sus puntos. Considerando sólo la parte real de z y w , la ecuación $f(w,z)=0$ representa una curva en el plano cartesiano real. Es posible que z y w tengan aún valores complejos que satisfagan $f(z,w)=0$, pero éstos no se dibujan. Este punto de vista de las curvas reales con puntos complejos era ya familiar a partir del trabajo en geometría proyectiva. Clebsch reformuló por primera vez el teorema de Abel sobre integrales de primera clase en términos de curvas. Clebsch también aplicó a las curvas el concepto de Riemann de las integrales abelianas sobre superficies de Riemann, esto es, las integrales cuyo integrando es una función racional. En 1865, Clebsch introdujo la noción de género como un concepto para clasificar las curvas. Si la curva tiene d puntos dobles el género es: $p=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)-d$.

Previamente se tenía la noción de la deficiencia de una curva, esto es, el máximo número posible de puntos dobles que podía poseer una curva de grado n , a saber, $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$, menos el número que realmente posee. Clebsch demostró que para curvas con sólo puntos múltiples ordinarios el género es igual a la deficiencia y es invariante por una transformación birracional de todo el plano en sí mismo. Cuando el género es 1, Clebsch demostró que una curva puede transformarse birracionalmente en una curva de tercer grado. Además de la clasificación de las curvas por el género, Clebsch introdujo clases dentro de cada género. Puso en una clase a todas aquellas curvas que se pueden obtener de una dada por medio de una transformación birracional uno-a-uno. En el problema de la uniformización para curvas, Clebsch demostró para una ecuación $f(w,z)=0$ de género 0 , que cada una de las variables puede expresarse como una función racional de un solo parámetro, que es una función uniformizadora. El resultado de Clebsch sobre la uniformización de curvas de género 1 por medio de funciones elípticas de un parámetro hizo posible establecer propiedades notables para tales curvas acerca de puntos de inflexión, cónicas osculatrices, tangentes desde un punto a una curva, etc. Con la colaboración con Gordan (V. esta reseña) durante 1865-1870, buscaron establecer la teoría de las integrales abelianas sobre la base de la teoría algebraica de las curvas, interpretando en términos geométricos los resultados alcanzados analíticamente por Riemann en su teoría de las funciones abelianas. Clebsch y Gordan publicaron *Teoría de las funciones abelianas* (1866), lo que representó una contribución a la geometría algebraica, pero no estableció una teoría puramente algebraica de la teoría de Riemann sobre las integrales abelianas. Dieron la primera demostración algebraica de la invariancia del género p de una curva algebraica por las transformaciones racionales y también proporcionaron nuevas demostraciones del teorema de Abel. Se denomina teorema de Clebsch-Gordan al obtenido por Gordan con el auxilio de teoremas de Clebsch, que dice que a cada forma binaria $f(x_1, x_2)$ le corresponde un sistema completo finito de invariantes y covariantes enteros racionales.

En resumen, Clebsch y Gordan colocaron la parte algebraica de la teoría de las integrales y funciones abelianas en un primer plano, y en particular establecieron la teoría de las transformaciones sobre fundamentos propios de ella. Clebsch enfocó el estudio de la geometría algebraica de las superficies empleando métodos de la teoría de funciones e introdujo integrales dobles que hacen el papel de las integrales abelianas en la teoría de las curvas.

Clifford, William Kingdon (1845-1879). Matemático y filósofo inglés. Nació en Exeter (Devon). Estudió en el King's College de Londres. Graduado como segundo "wrangler" por el Trinity College, siendo elegido "fellow" (1868). Gimnasta consumado; ganó premios de declamación; escribió una colección de cuentos para niños (*Gente pequeña*). Profesor de matemáticas y mecánica del University College de Londres (1871). Publicó una cadena de teoremas sobre circunferencias. Fue uno de los iniciadores de la geometría algebraica. Creó las llamadas "álgebras de Clifford", de las que son casos particulares las de los octonianos o de los bicuternios (éstos satisfacen la ley del producto de la multiplicación, pero la multiplicación no es asociativa). Estas álgebras no conmutativas, las utilizó

Clifford para estudiar los movimientos en espacios no euclídeos, de los que ciertas variedades se conocen como espacios de Clifford y de Klein. Escribió un artículo sobre la teoría del espacio (1870) en el que se mostraba firme defensor de las geometrías no euclídeas, deduciendo que las leyes de la geometría euclídea no eran válidas para un espacio cuya curvatura fuera variable, a causa bien del lugar, bien del movimiento de la materia, y donde decía: “Mantengo de hecho: 1) Que las porciones pequeñas del espacio son de una naturaleza análoga a pequeñas colinas sobre una superficie que es en promedio plana. 2) Que esta propiedad de ser curvada o distorsionada es transmitida continuamente de una porción del espacio a otra a la manera de una onda. 3) Que esta variación de la curvatura del espacio es realmente lo que sucede en aquel fenómeno que nosotros llamamos el movimiento de la materia, ya sea ponderable o etéreo. 4) Que en este mundo físico nada tiene lugar excepto esta variación, sujeta posiblemente, a la ley de continuidad”. En relación con la estructura de las superficies de Riemann, Clifford demostró que la superficie de Riemann de una función n -valuada con w puntos de ramificación, puede transformarse en una esfera con p agujeros, siendo $p = \frac{1}{2}w - n + 1$. En 1878, Clifford se ocupó de espacios n -dimensionales con dirección proyectiva. Escribió *Elementos de dinámica* (dos volúmenes, 1878 y 1887), *Ver y pensar* (1879), *Lecciones y ensayos* (1879), *Papeles matemáticos* (1882) y *El sentido común de las ciencias exactas* (completado por K. Pearson, 1885).

Cochran, William Gemmell (1909-1980). Estadístico escocés. Estudió en las Universidades de Glasgow y Cambridge. Enseñó en la Universidad de Harvard (1957-1976). Estableció el teorema y el test que llevan su nombre. Junto con Cox, publicó *Diseño experimental* (1950).

Codazzi, Delfino (1824-1875). Matemático italiano. Trabajó en la geometría diferencial de superficies. Lleva su nombre una de las tres ecuaciones fundamentales entre las magnitudes de primera y segunda especie de Gauss.

Código Arceriano. V. Arceriano, Código.

Cohen, Paul J. (1934-2007). Matemático alemán. Profesor de matemáticas de la Universidad de Stanford. Obtuvo la medalla Fields 1966. Escribió el artículo *Independencia de la hipótesis del continuo* (1963), donde demostró que el axioma de elección y el de hipótesis del continuo, son independientes del sistema de Zermelo-Fraenkel; es decir, que no pueden ser demostrados dentro de dicho sistema. Además, incluso si se añade el axioma de elección al citado sistema, la hipótesis del continuo sigue sin poder ser demostrada. Estas demostraciones implican que se tiene la libertad para construir nuevos sistemas de matemáticas en los que se nieguen uno o los dos de estos controvertidos axiomas. También demostró que el conjunto de todos los subconjuntos de los números racionales es del mismo tamaño que el conjunto de todos los números reales (conjetura de Cantor).

Cohn-Vossen, Stephan E. (1902-1936). Matemático alemán. Nació en Breslau, Alemania (hoy Wrocław, Polonia). Estudió en la Universidad de Breslau y enseñó en la de Colonia. Emigrado a la URSS, enseñó en la Universidad de Leningrado. Demostró un teorema (1927) que establece que dos superficies convexas cerradas (superficies con curvatura gaussiana positiva) son equivalentes bajo movimientos rígidos si son isométricos. Publicó junto con David Hilbert (1952), la obra *Geometría e imaginación*, donde se hace una exposición detallada de los grupos de movimientos de primera especie discretos del plano.

Colebrooke, Henry Thomas (1765-1837). Matemático inglés. Residió mucho tiempo en la India. Escribió un libro sobre la matemática hindú, de título *Álgebra, con aritmética y medida, desde el sánscrito de Brahmagupta y Baskhara* (1817).

Colonia, Ludolph van. V. Ceulen (Colonia), Ludolph van.

Comberousse, Charles de (1826-1897). Matemático e ingeniero francés. Escribió *Curso de matemáticas*, y con Eugène Rouché *Tratado de geometría*.

Commandino, Federigo (1509-1575). Matemático italiano. Tradujo al latín los cuatro primeros libros de las *Secciones cónicas* de Apolonio. Editó (1558) nuevamente el *Planisphaerium* de Ptolomeo. También tradujo las *Colecciones matemáticas* de Pappus, aunque esta traducción no se publicó hasta 1588. Escribió un tratado sobre la determinación del centro de gravedad en los cuerpos sólidos (1565). Contribuyó en los estudios sobre perspectiva.

Condorcet, Marie-Jean-Antoine-Nicolas de Caritat, marqués de (1743-1794). Filósofo, científico y político francés. Nació en Ribemont. Estudió en el colegio de los jesuitas de Reims y en el Collège de Navarre en París. Colaborador de la Enciclopedia y secretario perpetuo (1782) de la Académie de France. Perteneció al círculo de Voltaire y de D'Alembert. Como matemático publicó libros sobre teoría de probabilidades y sobre cálculo integral, pero también fue un inquieto idealista y visionario que se interesaba por todo lo que tuviera que ver con el bienestar de la humanidad. Había visto tantas desigualdades injustas en el Antiguo Régimen que, a pesar de mantener su título de marqués, se dedicó a escribir y trabajar en favor de la reforma. Defendió la educación pública y libre.

Aplicó las matemáticas a los problemas sociales, como fue el caso de su apoyo, como el de Voltaire y el de Daniel (I) Bernoulli, a la vacunación contra la viruela. Llegó a ser presidente de la Asamblea Legislativa, a la que presentó (1792) sus planes de educación que fueron objeto de fuertes ataques. Denunció resueltamente a los extremistas que se habían hecho con el control del poder, ordenándose su arresto. Condorcet se ocultó, y durante los largos meses de escondite escribió *Bosquejo de un cuadro histórico del progreso de la mente humana*. Completada esta obra (1794), pensando que su presencia ponía en peligro la vida de los amigos que le escondían, abandonó su refugio; reconocido por un aristócrata, fue arrestado. A la mañana siguiente se le encontró muerto en su celda, presumiblemente por suicidio.

Publicó *Cálculo integral*, intentando poner orden y método en los diversos y numerosos métodos y artificios para resolver ecuaciones diferenciales. Enumeró las operaciones de derivación, eliminación y sustitución y trató de reducir todos los métodos a esas operaciones canónicas, pero su trabajo no llevó a ninguna parte. Estudió la resolución de la ecuación diferencial de primer orden (1765) e inició la de las ecuaciones diferenciales ordinarias por medio de una función arbitraria o por una serie de coeficientes cualesquiera. Extendió los conceptos de diferencial completa y de variación a las diferencias finitas y dio métodos de aproximación para la resolución de ecuaciones en estas diferencias. En 1784, adjudicó a las series de Taylor y Maclaurin el nombre de sus descubridores. Impresionado por el trabajo de Monge, Condorcet escribió en 1781: "... a pesar de tantos trabajos coronados frecuentemente con el éxito, estamos lejos de haber agotado todas las aplicaciones del análisis a la geometría... debemos confesar que estamos únicamente en los primeros pasos de una carrera inmensa. Estas nuevas aplicaciones, independientemente de la utilidad que tengan en sí mismas, son necesarias para el progreso del análisis en general: dan nacimiento a cuestiones que uno no pensaría proponer; piden crear nuevos métodos". Escribió también *Ensayo sobre la aplicación del análisis en la probabilidad de las decisiones tomadas con pluralidad de votos* (1785), *Vida de Voltaire* (1789), *Elementos de cálculo de probabilidades y su aplicación en los juegos de azar, en la lotería y en los juicios de los hombres* (1805).

Connes, Alain (n. 1947). Matemático francés. Estudió en la École Normale Supérieure de París. Profesor en el Institute des Hautes Études Scientifiques, en el Collège de France y en la Universidad de Vanderbilt. Galardonado con la medalla Fields 1982. Publicó *Geometría no conmutativa* (1994).

Conón de Samos (h. 280 a.C.-h. 220 a.C.). Matemático y astrónomo griego. Realizó observaciones astronómicas en Sicilia e Italia. Maestro del Museo alejandrino. Sucesor de Euclides, mantuvo correspondencia científica con Arquímedes. Estudió la espiral llamada de Arquímedes, que pudo haber sido inventada por Conón (así lo dice el mismo Arquímedes) para la trisección del ángulo. Escribió *Sobre astrología* (siete libros) y *Pros Thrasydaion*, sobre los puntos de intersección entre cónicas y círculos (no se conserva ninguna de sus obras).

Conrad, Brian (n. 1970). Matemático estadounidense. Nació en Nueva York. Estudió en Harvard y Princeton. Profesor en las Universidades de Michigan y de Stanford. Demostró junto con Breuil, Diamond y Taylor (1999), la conjetura de Taniyama-Shimura-Weil para todas las curvas elípticas (V.

Taniyama). Esta demostración tiene una aplicación de interés en el Programa Langlands consistente en asociar a una estructura algebraica (en este caso, una curva elíptica), un tipo específico de serie infinita construida a partir de datos concretos de la estructura y estudiar la información que la una brinda sobre la otra.

Coolidge, Julian Lowell (1873-1954). Matemático estadounidense. Nació en Brookline (Massachusetts). Estudió en la Exeter Academy y en el Harvard College, donde se graduó (1895). Se doctoró en Oxford (1897). Fue profesor en la Groton School y en el departamento de matemáticas de Harvard (1899). Estudió en Bonn, donde se doctoró (1904). Volvió a Harvard como profesor, siendo presidente de departamento en 1927. Publicó *Elementos de la geometría no euclídea* (1909), *Geometría del dominio complejo* (1924), *Introducción a la probabilidad matemática* (1925), *La edad heroica de la geometría* (1929), *Historia de los métodos geométricos* (1940), *Historia de las secciones cónicas y de las superficies cuádricas* (1945), *Comienzos de la geometría analítica tridimensional* (1948), *Matemáticas de los grandes aficionados* (1949).

Copérnico, Nicolás (1473-1543). Astrónomo polaco. Natural de Thorn. Estudió matemáticas y ciencia en la Universidad de Cracovia (1491-1494). Amplió estudios de derecho canónico, medicina y astronomía en las Universidades de Bolonia, Padua y Ferrara (1497-1503). Enseñó en Roma. Regresó a Polonia en 1510, donde ocupó una canonjía en Frauenburg (actual Frombork) y donde permaneció hasta su muerte. Tuvo que ocuparse de la reforma de la moneda y de refrenar a la Orden teutónica. Tuvo como alumno en 1539 a Rheticus, quien trabajó con Copérnico durante tres años. En su obra *De revolutionibus orbium coelestium* (1543), presentó su revolucionaria concepción heliocéntrica del mundo, con la Tierra y los planetas girando en torno al Sol, consiguiendo sustituir los complicados diagramas que se requerían para describir el movimiento de cada cuerpo celeste, por diagramas mucho más simples: en lugar de 77 circunferencias necesitó sólo 34 para explicar el movimiento de la Luna y de los seis planetas conocidos. Su teoría encontró una oposición tan profunda como llena de prejuicios, tanto por parte de científicos y matemáticos como de la religión. Como la nueva teoría era estéticamente superior a la anterior y abrumadoramente armoniosa, Copérnico no podía ocultar su júbilo: “Obtenemos, por tanto, bajo esta disposición ordenada, una maravillosa simetría en el universo y una relación definida de armonía en el movimiento y magnitud del orbe, de una clase que no es posible obtener de otra manera”. Además no tenía duda de que su teoría heliocéntrica era verdadera, porque Dios debió haber preferido una teoría más simple (que la preexistente). En su libro, Copérnico dedicó tres capítulos a las funciones circulares, de los que dos de ellos aparecieron un año antes en un escrito de su editor Rheticus. Para la deducción de las fórmulas de trigonometría esférica utilizadas en sus trabajos, aplicó el método estereométrico. En una primera versión manuscrita de la obra, Copérnico incluyó un teorema (suprimido en la versión impresa) que es una generalización de un teorema de Nasir Al-Din sobre el movimiento rectilíneo resultante de combinar dos movimientos circulares. El teorema de Nasir Al-Din es el siguiente: Si un círculo rueda sin deslizar sobre la circunferencia de otro círculo de diámetro doble y por el interior, el lugar geométrico que describe un punto de la circunferencia del círculo menor es un diámetro del círculo mayor (este teorema lo conocía también Cardano). La generalización de Copérnico es la siguiente: Si un círculo menor rueda sin deslizar por el interior de una circunferencia de un círculo mayor cuyo diámetro es doble que el del primero, entonces la trayectoria de un punto fijo del círculo menor, que no esté situado sobre su circunferencia, es una elipse.

Coppola, Nicolás (m. 1697). Matemático y abate español. Nació en Palermo. Trasladado a España, enseñó matemáticas hasta su fallecimiento. Publicó *Defensa matemática de las proposiciones resueltas de la trisección del ángulo* (1692) donde estudió la curva sectriz que lleva su nombre.

Corachán, Juan Bautista (1661-1741). Matemático, físico y astrónomo español. Nació en Valencia. Se graduó en artes y se doctoró en teología. Asistió a las academias y tertulias valencianas de matemáticas, siendo, junto con Tosca, uno de los principales miembros de la Academia de Matemáticas (1687). En 1696 obtuvo la cátedra de matemáticas de la Universidad de Valencia, que desempeñó hasta 1720. Publicó *Aritmética* (1699), obra de gran valor didáctico, en la que destaca el uso pionero en España, de la notación decimal moderna. Murió en Valencia, dejando unos cincuenta

volúmenes manuscritos que constituyen un inapreciable testimonio del esfuerzo que desarrolló para incorporar y difundir las nuevas corrientes filosóficas y científicas en el ambiente valenciano. En uno de estos manuscritos, *Avisos del Parnaso* (1690), figura el primer intento de traducción al español del *Discurso del método* de Descartes.

Corbalán Yuste, Fernando (n. 1948). Matemático español. Nació en Terriente (Teruel). Licenciado en matemáticas por la Universidad de Zaragoza (1970) y doctor en pedagogía por la Universidad Autónoma de Barcelona (1997). Catedrático de matemáticas en el Instituto Grande Covián de Zaragoza. Investiga en la aplicación educativa de los juegos matemáticos, matemáticas y medios de comunicación, y matemáticas de la vida cotidiana. Ha escrito *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato* (1994), *Juegos de estrategia y resolución de problemas* (1998), *Juegos y estrategias de pensamiento* (1999). Es coautor de diversas obras como *La proporción áurea, el diseño y la naturaleza* (2009), *Matemáticas y medios de comunicación* (2001).

Corbusier, Le (1887-1965). Seudónimo de Charles Edouard Jeanneret-Gris. Arquitecto y urbanista francés de origen suizo. Nació en La Chaux-de-Fonds. Se le considera, con W. Gropius, el principal protagonista de la renovación arquitectónica internacional. Expuso sus ideas en su *Modulor*, siendo un buen ejemplo de ellas el edificio de la ONU en Nueva York (Harrison y Abramovitz). Le Corbusier toma la serie roja de medidas en centímetros: 4, 6, 10, 16, 27, 43, 70, 113, 183,... y la serie azul que es su doble: 8, 12, 20, 32, 54, 86, 140, 226,... siendo ambas series de Fibonacci. Operar a la *Fibonacci* en construcciones representa que al juntar dos módulos de igual altura y con bases dos términos consecutivos de la sucesión surge otro módulo de la serie. La modularidad en arquitectura moderna basada en el sistema métrico decimal y las proporciones ligadas a los trazados geométricos, es un tema relacionable con la producción industrial de elementos.

Córdoba Barba, Antonio (n. 1949). Matemático español. Nació en Murcia. Doctor por la Universidad de Chicago (1974). Ha sido profesor en la Universidad de Princeton y miembro del Instituto para Estudios Avanzados. Es catedrático de análisis matemático en la Universidad Autónoma de Madrid. Fundador de la *Revista Matemática Iberoamericana*. Investiga en análisis armónico, teoría de números y ecuaciones diferenciales.

Cornu, Bernard (h. 1991). Experto francés en didáctica. Profesor en la Universidad de Grenoble. Estudió la influencia de los ordenadores y la informática en las matemáticas y en la enseñanza en general, contribuyendo a la reforma de ésta. Introdujo el concepto de obstáculo en la didáctica de las matemáticas (V. Brousseau). Entre las investigaciones que han permitido observar la aparición de diversos obstáculos epistemológicos, se encuentra la que realizó sobre el concepto de límite (1991).

Cornu, Marie-Alfred (1841-1902). Físico francés. Estudió en la École Polytechnique (1860) y en la École des Mines (1866). Profesor de física experimental en la École Polytechnique (desde 1867). En su obra *Introducción al análisis de las líneas curvas algebraicas*, estudió la clotoide, también llamada espiral de Cornu, y la cúbica que lleva su nombre. Utilizó la clotoide para calcular la difracción de la luz (1874). Realizó mediciones de la densidad de la Tierra, importantes investigaciones sobre la velocidad de la luz, las radiaciones ultravioletas, la teoría ondulatoria de la luz, etc.

Cortázar y Larrubia, Daniel Francisco de Paula (1844-1927). Ingeniero de minas y geólogo español. Nació en Madrid. Trabajó en la elaboración del mapa geológico de España. Defendió la enseñanza de la matemática no sólo en su faceta práctica, como se hacía en las escuelas de ingeniería, sino que tanto en éstas como en la universidad, donde dicha enseñanza languidecía, debían impartirse los estudios teóricos. Así dice: “Sostiénese comúnmente que los estudios en las escuelas especiales de ingenieros han de ser esencialmente prácticos, mientras que en las universidades es donde sólo debe cultivarse lo que ahora se llama la ciencia por la ciencia. Mas a poco que se reflexione se advertirá que la práctica sola es de suyo torpe y rutinaria, mientras que de la teoría proceden los recursos, verdaderamente inesperados y fecundos, indispensables para satisfacer hasta donde es posible en lo humano las necesidades de la sociedad”.

Cortázar, Juan (1809-1873). Matemático español. Nació en Bilbao. Estudió en París, la carrera de ingeniería en la Escuela Central de Artes y Manufacturas, graduándose de ingeniero (1837). Obtuvo el título de catedrático de matemáticas elementales y en 1847 se licenció en ciencias, consiguiendo el nombramiento (1850) de catedrático de álgebra superior y geometría analítica. Enseñó en la Universidad de Madrid. En el escalafón de catedráticos de universidad publicado en 1851, era uno de los dos únicos catedráticos de matemáticas. En el escalafón de 1859 era el único catedrático de matemáticas. Fue uno de los primeros catedráticos que enseñó cálculo de números complejos en sus formas binomial y trigonométrica. Publicó diversos tratados de aritmética, álgebra, geometría, topografía y trigonometría.

Cortés de Albar, Martín (1510-1582). Cosmógrafo y matemático español. Nació en Bujaraloz (Zaragoza). Estudió en Cádiz las técnicas de navegación, dedicándose a la enseñanza. Estudió los polos magnéticos, diferenciándolos de los geográficos, dejando asentada la variabilidad de la declinación magnética. Se le atribuye, así como a Alonso de Santa Cruz, la invención de las cartas marinas esféricas, basadas en la separación progresiva de los paralelos, invención que parece deberse a Mercator y a Wright. Publicó *Breve compendio de la esfera y del arte de navegar* (1551), obra considerada como el primer tratado de navegación científica de la época.

Cossali, Pietro (1748-1815). Profesor italiano de matemáticas. Escribió una historia del álgebra, enfocada especialmente a Italia (1797-1799).

Cotes, Roger (1682-1716). Matemático inglés. Nació en Burbage. Primero como estudiante y luego como profesor en Cambridge, empleó gran parte de su tiempo entre 1709 y 1713 en preparar la segunda edición de los *Principios* de Newton. Tres años después murió, dejando gran cantidad de trabajos importantes pero incompletos. La vida de Cotes es un ejemplo trágico de una carrera científica muy prometedora interrumpida repentinamente por una muerte prematura; como Newton comentó en cierta ocasión: “Si viviera Cotes podríamos haber sabido algo”. La mayor parte de sus trabajos se publicaron póstumamente en 1722 en *Harmonia mensurarum*, título que se deriva del siguiente teorema que lleva su nombre:

Si desde un punto O se trazan secantes a una curva algebraica de orden n que la cortan en los puntos P_1, P_2, \dots, P_n , el punto P tal que $n/OP = 1/OP_1 + 1/OP_2 + \dots + 1/OP_n$, describe una recta.

Descompuso el binomio formado por la suma algebraica de dos potencias enésimas, en sus factores lineales, llegando a establecer (1714) un teorema sobre números complejos que, en notación actual, establece que $(-1)^{1/2} \Phi = \ln(\cos \Phi + (-1)^{1/2} \operatorname{sen} \Phi)$. Ésta es la relación que hoy se representa por la igualdad $\cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi = e^{i\varphi}$, enunciada en esta forma por primera vez por Euler (1740). También estableció Cotes en 1714 que $e^{-1} = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{6} + \dots$, que Euler dio en *Fraciones continuas* (1737, publicado en 1744). Cotes formuló la llamada “propiedad de Cotes del círculo”, relacionada con el teorema de De Moivre, que permite escribir igualdades como la siguiente: $x^{2n} + 1 = (x^2 - 2x \cos \frac{\pi}{2n} + 1) \dots (x^2 - 2x \cos \frac{(2n-1)\pi}{2n} + 1)$, que se comprueba fácilmente considerando sobre la circunferencia unidad las raíces de índice $2n$ de -1 , y multiplicando después las parejas de raíces complejas conjugadas. En relación a los inicios de la teoría de errores, estableció el concepto de *peso* de una observación. Calculó las derivadas de algunas de las funciones trigonométricas. Realizó la integración de algunas diferenciales binomias. Completó la fórmula hoy llamada de Euler-Cotes, para la integración aproximada, partiendo de los valores de n ordenadas correspondientes a abscisas equidistantes. Estudió las propiedades generales de las curvas geométricas. Estableció varios teoremas de trigonometría que llevan su nombre, las curvas representación gráfica de la tangente y de la secante para arcos comprendidos entre 0° y dos circunferencias completas, y las fórmulas fundamentales de la trigonometría diferencial.

Coullet, Pierre (n. 1949). Matemático francés. Nació en Niza. Profesor de la Universidad de Niza-Sophia Antipolis. En relación con la física del caos, Coullet descubrió que existen unas leyes de escala universales: en el momento en que empieza el caos en algunos sistemas, magnificando las trayectorias por un número mágico que no depende del sistema, se obtiene un dibujo muy parecido al original. Esto aclara muchas observaciones descriptivas de Mandelbrot que había encontrado fenómenos

semejantes en muchos aspectos de las ciencias naturales. Este descubrimiento también fue hecho de manera independiente por Feigenbaum en Estados Unidos, y por Tresser en Francia.

Courant, Richard (1888-1972). Matemático alemán. Nació en Lublinitz (hoy Lubliniec, Polonia, entonces Prusia). Hijo de un comerciante judío arruinado, tuvo que costearse los estudios de bachillerato dando clases particulares. Tras terminar matemáticas en Breslau, se trasladó a Gotinga (1907) atraído por la fama de Hilbert, donde se doctoró (1910). Asistió al seminario de física matemática de Hilbert y Minkowski, convirtiéndose en profesor asistente de Hilbert, con quien consiguió su habilitación en 1912. Terminada la Primera Guerra Mundial, accedió (1921) a la cátedra de Klein en Gotinga, con el apoyo de éste. Llevó a cabo el proyecto soñado por Klein de crear el Instituto de Matemáticas en Gotinga, que se inauguró en 1929, y cuya plantilla estaba formada por Courant, Neugebauer, Landau, Herglotz, Weyl y Noether. Hitler subió al poder en enero de 1933, y desde esa fecha hasta 1938, los profesores de origen judío perdieron sus puestos (el 30% de la plantilla en matemáticas). Ante el temor de represalias, surgió un movimiento de simpatía hacia el nacionalsocialismo. En el caso de Bieberbach su militancia llegó al esperpento: en 1933-1934 dictó en Berlín el curso *Grandes matemáticos alemanes: un enfoque racial*. En abril de 1933 se hizo público que los profesores Courant, Bernstein y Noether quedaban en excedencia obligatoria. Con ayuda de sus colegas americanos a través de Bohr, el Comité de Ayuda a Refugiados Científicos Alemanes y la Fundación Rockefeller consiguieron para Courant un puesto de dos años en la Universidad de Nueva York, que en 1936 se hizo permanente, poniéndole al frente de un Centro de Matemáticas para Graduados. Durante la Segunda Guerra Mundial, Courant es llamado a formar parte del Comité de Matemática Aplicada que asesoraba a la industria de armamento. En 1952 se emplazó en la Universidad de Nueva York el ordenador “Univac 4”. El proyecto de Courant se consolidó definitivamente en el Instituto de Ciencias Matemáticas, que tras la retirada de Courant en 1958 pasó a llamarse Instituto Courant, siendo en la actualidad uno de los centros pioneros en matemática pura y aplicada.

Courant, además de su capacidad para la gestión y organización, investigó en el campo del análisis infinitesimal y de la física matemática. Publicó *Cálculo diferencial e integral* (1927). Junto con H. E. Robbins publicó *Qué son las matemáticas* (1941). Hilbert publicó *Métodos de la física matemática* (1924) escrito en colaboración con Courant, donde se exponían sistemáticamente sus métodos y resultados perfeccionados, así como también los de sus discípulos y colaboradores.

Cournot, Antoine Augustin (1801-1877). Economista y matemático francés. Nació en Gray. Publicó *Exposición de la teoría de oportunidades y probabilidades*. En su obra *Tratado de la teoría de funciones y del cálculo infinitesimal* (1841), expuso su descubrimiento de que la ecuación discriminante de una ecuación diferencial puede representar también el lugar de los puntos de retroceso y que éste es el caso más general. Fue el primer economista que aplicó los conocimientos matemáticos al tratamiento de las cuestiones económicas. Publicó *Investigaciones sobre los principios matemáticos de la teoría de la riqueza* (1838)

Court, Nathan Altshiller (1881-1968). Matemático polaco. Nació en Varsovia. Estudió en la Universidad de Gante (Bélgica). Enseñó en la Universidad de Oklahoma. Publicó *Geometría* (1925), *Introducción a la geometría moderna del triángulo y el círculo* (1952), *Desargues y su teorema* (1954), *Matemáticas divertidas y en serio* (1958), *El profesor de matemáticas* (1962).

Cousin, Pierre (1867-1933). Matemático francés. Fue el primero en publicar en 1895, la extensión del teorema de Heine-Borel para el caso en que puede seleccionarse un conjunto finito de intervalos recubridores de un conjunto infinito no numerable.

Cousinery, Barthélemy Edouard (1790-1851). Ingeniero y matemático francés. Nació en Marsella. Estudió en la École Polytechnique en París (1808) y en la École des Ponts et Chaussées (1810). Publicó *Geometría perspectiva* (1828), donde trató a la perspectiva lineal como sistema independiente de representación geométrica, y *Geometría de precisión* (1851).

Cox, Gertrude Mary (1900-1978). Estadística estadounidense. Nació en Dayton (Iowa). Estudió en las Universidades de Iowa y de California, Berkeley. Enseñó en la Universidad de Carolina del Norte. Dedicó un gran esfuerzo en la educación estadística, dirigiendo el Comité de Educación creado en 1948 por el Instituto Internacional de Estadística. Junto con Cochran, publicó *Diseño experimental* (1950).

Cox, Homersham (1821-1897). Matemático inglés. Estableció (1891) en el espacio proyectivo la cadena de sus teoremas referentes a cuatro, cinco, seis, etc. planos de posición general que pasan por un punto dado. Estos teoremas están relacionados con el teorema de Möbius referente a los vértices y planos de dos tetraedros.

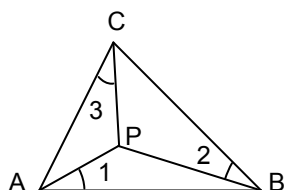
Coxeter, Harold Scott Macdonald (1907-2003). Matemático inglés. Nació en Londres. Estudió en la Universidad de Cambridge. Desde 1936 enseñó durante cerca de sesenta años en la Universidad de Toronto (Canadá). Destacado geómetra, investigó en teoría de politopos, geometría no euclídea, teoría de grupos y combinatoria. Publicó *Politopos regulares en seis o siete dimensiones* (1928), *La sección áurea* (1953), *Proyectiva plana real* (1961), *Fundamentos de Geometría* (1961), *Politopos regulares* (1963), *Geometría no euclídea* (1968), *El problema de Apolonio* (1968), *M. C. Escher. Arte y ciencia* (et al., 1986).

Cramer, Gabriel (1704-1752). Matemático suizo. Profesor de matemáticas en Ginebra. Escribió *Introducción al análisis de las líneas curvas algebraicas* (1750), haciendo importantes contribuciones al estudio sistemático de estas curvas, eligiendo en cada caso un sistema adecuado de ejes de referencia. Entre dichas contribuciones, destaca una detallada exposición del desarrollo en serie para las singularidades de orden superior, en el origen de coordenadas, y para las ramas infinitas, incluyendo numerosos ejemplos. También abordó el desarrollo de y en términos de x cuando y y x están dadas por una función implícita, esto es, $f(x,y) = 0$, determinando la expresión en serie para cada rama de la curva, particularmente las ramas que se extienden al infinito (hoy se llama diagrama de Newton-Cramer al método de análisis de las curvas implícitas por medio del “paralelogramo de Newton”). Conoció, así como Maclaurin, el llamado teorema de Bezout, consistente en que dos curvas algebraicas de grados m y n respectivamente, se cortan en general en $m \cdot n$ puntos. Se denomina *paradoja de Cramer* (o de Cramer-Euler) a la siguiente: Una curva de orden n queda determinada en general por $\frac{1}{2} n(n+3)$ puntos, como había determinado Stirling (una cónica queda determinada por 5 puntos y una cúbica por 9 puntos); sin embargo, dos curvas de grado n se cortan en n^2 puntos según el teorema de Maclaurin-Bezout, luego dos cúbicas distintas se cortan en 9 puntos, y por lo tanto es obvio que $\frac{1}{2} n(n+3)$ puntos no siempre determinan una y sólo una curva de orden n (todas las cúbicas que pasan por ocho puntos fijos de una cúbica dada deben pasar por el mismo noveno punto fijo, esto es, el noveno es dependiente de los ocho primeros). En la determinación de los coeficientes de la ecuación de una curva algebraica, conociendo un número suficiente de puntos, Cramer dio la regla conocida por su nombre en la resolución general de sistemas lineales (esta regla fue descubierta por Maclaurin en 1729): Sus determinantes fueron, como en el presente, la suma de los productos formados al tomar uno y sólo un elemento de cada fila y columna, con el signo de cada producto determinado por el número de cambios de los elementos a partir de un orden fijado, siendo positivo el signo si este número es par o negativo si es impar. Descubrió la curva llamada alforjas. Estudió el trifolium que lleva su nombre, así como la cúbica que también lo lleva. Descubrió la generación de la cardioide por medio de dos circunferencias. Formó la resultante en sistemas de dos ecuaciones, por el método de las funciones simétricas.

Crebs, Nikolaus. V. Nicolás de Cusa.

Crelle, August Leopold (1780-1855). Ingeniero y matemático alemán. Nació en Eichwerder (Brandeburgo). Ingeniero civil al servicio del gobierno prusiano hasta 1828, pasando a trabajar con el Ministerio de asuntos eclesiásticos y educación pública. Fue un buen organizador y ayudó a un buen número de jóvenes a encontrar trabajo en las universidades. Escribió *Sobre algunas propiedades de triángulos rectilíneos planos* (1816), donde mostró, por ejemplo, cómo determinar un punto dentro de

un triángulo, tal que las rectas que unen dicho punto con los vértices formen con los lados del triángulo, ángulos iguales (V. dibujo).



Propuso la ecuación de la recta en forma continua. En 1826 comenzó a editar en Berlín la *Revista para matemáticas puras y aplicadas*, que se llamó también *Journal de Crelle*, (desde 1855 a 1880 se llamó *Journal de Borchardt*), donde publicaron artículos Abel, Plücker, Cayley, Dirichlet, Heine, Weierstrass, Cantor, etc.

Cremona, Gerardo de. V. Gerardo de Cremona.

Cremona, Jacobo de. V. Jacobo de Cremona.

Cremona, Antonio Luigi Gaudenzio Giuseppe (1830-1903). Matemático italiano. Nació en Pavía. Profesor de geometría en Bolonia (1860), donde fue compañero de Beltrami, de geometría y estática gráfica en Milán y director de la Escuela Politécnica de Ingeniería en Roma (1873), cuyas responsabilidades significaron el final de sus investigaciones. Fue senador del Reino de Italia. Estudió las superficies algebraicas de tercer orden. Escribió *Sobre las transformaciones geométricas de la figura plana* (1863), donde extendió para el plano las transformaciones proyectivas mediante funciones irracionales, no bilineales, transformaciones que hoy llevan su nombre y comprenden, como caso particular, las transformaciones cuadráticas; la más antigua e importante de ellas es la inversión o transformación por radios recíprocos que, al igual que la proyección estereográfica, tiene la propiedad de conservar los ángulos y, por tanto, pertenece a las transformaciones que se denominan *conformes*. Estudió las redes de cónicas. Realizó importantes contribuciones a la estática gráfica. Escribió también *Introducción a la teoría geométrica de la curva plana* (1862), *La figura recíproca de la estática gráfica* (1872), *Elementos de geometría proyectiva* (1885) y *Elementos del cálculo gráfico* (1874).

Cucker Farkas, Juan Felipe (h. 1986). Matemático español. Se doctoró por las Universidades de Cantabria (Santander) y Rennes (1986). Catedrático de lenguajes y sistemas informáticos en la Universidad de Hong Kong. En 2010, junto con Peter Bürgisser, dieron una respuesta al problema de la resolución de problemas polinómicos, problema 17º de la lista de Smale, mediante un análisis de suavizado de un algoritmo probabilístico de Beltrán-Pardo (V. Beltrán Álvarez, Carlos).

Cuesta Dutari, Norberto (1907-1989). Matemático y humanista español. Nació en Salamanca. Fue catedrático de matemáticas en el Instituto Fray Luis de León y en la Universidad de Salamanca. Publicó *Sinfonía del infinito*, *Ordenación de infinitésimos* (1949), *Historia de la invención del análisis infinitesimal y su introducción en España*, *Análisis metamatemático de los números reales* (1980), *Análisis metamatemático de la axiomática de los números naturales* (1980), *Aritmética de las sucesiones de números $6n-1$ y $6n+1$ y de los primos gemelos* (1986), *El maestro Juan Justo García* (1974).

Culmann, Karl (1821-1881). Ingeniero alemán. Nació en Bergzabern (Renania Palatinado). Trabajó en el servicio civil de Baviera (1841). Fue profesor de ciencias de la ingeniería en el Instituto de Tecnología de Zúrich (1855-1881). En 1860 inició los cursos en el citado Instituto de una nueva disciplina, la “estática gráfica”, de la que se considera su fundador, y cuyos métodos se revelaron más eficaces que los de la estática analítica. Escribió, entre otras obras, *Estática gráfica* (1865).

Cundy, Henry Martin (1913-2005). Matemático y educador inglés. Nació en Derby (East Midlands). Estudió en Monkton Combe y en el Trinity College de Cambridge (1932), donde se doctoró en 1938. Fue profesor de matemáticas en Sherborne School (1938-1966) y en la Universidad Malawi (1968-

1975). Tomó parte activa en la reforma de la enseñanza de las matemáticas en Gran Bretaña. Escribió *Modelos matemáticos* (1961). Estudió con A. P. Rollett las curvas cruz celta, o esvástica, y cruz de Malta. Junto con Parry escribió *Algunas curvas cúbicas asociadas con un triángulo* (1995) y *Propiedades geométricas de algunas cúbicas de Euler y circulares* (1999).

Cusa, Nicolás de. V. Nicolás de Cusa.

Cusano, El. V. Nicolás de Cusa.

Cyparinos, Stephanos (h. 1879). Realizó aportaciones (1879) sobre la geometría del tetraedro.

D

D'Alembert, Jean Le Rond. V. Alembert, Jean Le Rond D'.

D'Hondt, Victor. V. Hondt, Victor d'.

Da Messina, Francesco. V. Maurolico, Francesco.

Da Vinci, Leonardo. V. Leonardo da Vinci.

Dacia, Pedro de. V. Pedro de Dacia.

Dal Ferro, Scipione. V. Ferro, Scipione dal.

Dales, H. Garth (h. 1976). Matemático inglés. Se doctoró por la Universidad de Newcastle upon Tyne (1970). Profesor en la Universidad de Leeds. Investigó sobre las álgebras de Banach. En su obra *Introducción a la independencia de los analistas* (con W. Woodin, 1987), se hace una exposición del método que Cohen había seguido en su trabajo sobre el axioma de elección y el de hipótesis del continuo (V. Cohen). Como aplicación, demuestran la conjetura de Kaplansky suponiendo que la hipótesis del continuo sea falsa, demostrando de paso, que esta hipótesis es independiente de los axiomas de la teoría de conjuntos usual. Dales y Esterle habían demostrado (1976), utilizando la hipótesis del continuo, que la conjetura de Kaplansky era falsa (V. Kaplansky).

Damascio de Damasco (h. 480-h. 550). Filósofo neoplatónico griego. Profesó en Atenas y fue el último jefe (h. 520) de la Academia (Platón la había fundado en 387 a. C.). Bajo su jefatura, en 529, Justiniano cerró la Academia como último reducto del paganismo, trasladándose Damascio, junto con Simplicio y otros cinco filósofos, a la corte de Cosroes, rey de Persia. En el tratado de 533 entre Justiniano y Cosroes, se permitió que los citados filósofos pudieran volver a Atenas, donde encontraron un ambiente más propicio a su filosofía que el existente en la corte de Cosroes. Se atribuye a Damascio parte del apócrifo libro XV de los *Elementos* de Euclides, que contiene un estudio de los poliedros regulares, de importancia menor.

Dandelin, Germinal Pierre (1794-1847). Matemático francés. Estudió la resolución numérica de las ecuaciones de orden superior. Llamó exagrama místico el exágono alabeado. Extendió los teoremas de Pascal y Brianchon a un exágono formado por generatrices de una cuádrica. Estudió las secciones planas de un cono y dos esferas inscritas en él, demostrando el siguiente teorema: Si dos esferas están inscritas en un cono circular de tal manera que son tangentes a un plano dado que corta al cono según una sección cónica, los puntos de contacto de las esferas con el plano son los focos de la sección cónica, y las intersecciones del plano con los planos de los círculos a lo largo de los cuales las esferas tocan el cono, son las directrices de la cónica. Trató la proyección estereográfica de las cuádricas en general.

Danti, Egnacio (Carlo Pellegrino) (1536-1586). Matemático y humanista italiano. Nació en Perugia. Dominicó, profesor de matemáticas en Bolonia y divulgador de conocimientos científicos. Escribió un libro de matemáticas para profanos que reducía toda la matemática pura y aplicada a cuadros sinópticos, titulado *La ciencia matemática reducida a cuadros* (1577), que se utilizó en la instrucción matemática en las escuelas al final del siglo XVI. Danti fue uno de los pocos matemáticos y astrónomos que abogaron por considerar la matemática aplicada como una rama del conocimiento. La

matemática pura estaba representada por la aritmética, geometría, música y astrología, y la práctica por la goniometría, meteorología, dióptrica, geografía, hidrografía, mecánica, arquitectura, arquitectura militar, pintura y escultura. Danti comentó la obra de Barozzi, *Las dos reglas de la perspectiva práctica*, para uso de los artistas (1583).

Dantzig, George Bernard (n. 1914). Matemático estadounidense. Nació en Portland (Oregón). Estudió en las Universidades de Maryland, Michigan y Berkeley. Enseñó en las Universidades de Stanford y Berkeley en California. En 1947 introdujo en la investigación operativa el método del simplex, procedimiento básico de lo que a partir de entonces se conoce como programación lineal. Son palabras suyas: “En la mayor parte de las ocasiones el método simplex resolvía problemas de m ecuaciones en $2m$ o en $3m$ pasos, algo realmente impresionante. En realidad, nunca pensé que fuese a resultar tan eficiente. En aquellas fechas yo no tenía experiencia en problemas de dimensiones mayores y no confiaba en mi intuición geométrica. Por ejemplo, mi intuición me decía que el procedimiento requeriría demasiados pasos desde un vértice al siguiente. En la práctica, son muy pocos pasos. En pocas palabras, la intuición en espacios mayores no es muy buena guía. Sólo ahora, 52 años después de haber propuesto el método simplex por primera vez, la gente está comenzando a tener una idea de por qué el método funciona tan bien como lo hace”. Publicó *Programación lineal y extensión* (1963) y *Programación lineal* (dos volúmenes, 1997 y 2003).

Darboux, Jean-Gaston (1842-1917). Matemático francés. Nació en Nimes. Fue profesor en el Collège de Francia (1866-1867), en el Liceo Luis el Grande (1867-1872), en la École Normale Supérieure (1872-1873) y en la Sorbona (1873-1890), todos ellos en París. Fue uno de los fundadores de la geometría diferencial. Realizó estudios sobre la teoría de las funciones y sobre las ecuaciones diferenciales. Dio un ejemplo de una función que tomaba todos los valores intermedios entre dos valores dados al pasar de $x = a$ a $x = b$, pero que no era continua, por lo que una propiedad básica de las funciones continuas no es suficiente para asegurar la continuidad. Con relación a la condición de integrabilidad de una función dada por Riemann, Darboux completó su formulación y demostró que la condición era necesaria y suficiente. También demostró que una función acotada será integrable sobre (a,b) si y sólo si las discontinuidades de $f(x)$ constituyen un conjunto de medida cero, es decir, que los puntos de discontinuidad pueden encerrarse en un conjunto finito de intervalos cuya longitud total es arbitrariamente pequeña. También demostró que el teorema fundamental del cálculo se cumple para funciones integrables en el sentido ampliado. Basándose en una demostración de Bonnet sobre el teorema del valor medio del cálculo diferencial que no utilizaba la continuidad de $f(x)$, Darboux demostró que $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$, cuando f' es integrable sólo en el sentido Riemann-Darboux. Darboux y Cayley expusieron (1872) la teoría de las soluciones singulares de las ecuaciones diferenciales en su forma actual. Estudió la geometría de las cónicas y las superficies de orden superior. Aplicó la teoría de los determinantes a la geometría. Introdujo las coordenadas tetracíclicas y seguidamente las pentacíclicas.

Escribió *Sobre una clase notable de curvas y superficies algebraicas y sobre la teoría de los imaginarios* (1873), *Lecciones sobre la teoría general de las superficies y las aplicaciones geométricas del cálculo infinitesimal* (cuatro tomos, 1887-1896), donde compendió los resultados de la geometría diferencial “clásica” (en ella realizó un estudio completo de la curva braquistócrona). En esta obra, Darboux cita el ensayo de Riemann de 1858-1859, en relación con la ecuación de ondas, sobre una cierta generalización del teorema de Green, dando Darboux la generalización que emplea la ecuación diferencial adjunta y que también recibe el nombre de teorema de Green. Escribió también *Nota sobre una clase de curva de cuarto grado y sobre la suma de las funciones elípticas* (1867) y *Lecciones sobre los sistemas ortogonales y las coordenadas curvilíneas* (1898). En 1870, Darboux lanzó la revista *Boletín de las ciencias matemáticas*.

Dase, Johann Martin Zacharias (1824-1861). Calculista alemán. Nació en Hamburgo. Genio del cálculo aritmético, calculó el número π con 200 cifras exactas (1844), y estudió los números primos correspondientes al 7º, 8º y en parte al 9º millón (1862-1865).

Datta, Bibhutibhusan (1888-1965). Matemático hindú. Escribió junto con Singh, *Historia de la matemática hindú* (1935-1938).

Daubechies, Ingrid (n. 1954). Física y matemática belga. Nació en Houthalen. Estudió en la Universidad de Bruselas. Profesora en la Universidad de Princeton. Utilizando la estructura MRA (V. Mallat), probó la existencia de ondículas definidas en intervalos finitos, que es lo idóneo para su localización, y que son derivables hasta el orden deseado, y dio un método para su construcción. Con ello, mejoró la construcción de ondículas de Meyer (V. esta reseña) al permitir aunar las dos grandes cualidades buscadas desde el principio de la teoría de ondículas: regularidad y localización.

Davenport, Harold (1907-1969). Matemático inglés. Nació en Huncoat (Accrington, Lancashire). Estudió en la Universidad de Manchester y en el Trinity College de Cambridge. Especialista en la teoría de los números, publicó entre otras obras, *Progresos recientes en la geometría de los números* (1950).

Davis, Martin (n. 1928). Matemático estadounidense. Nació en Nueva York. Estudió en Princeton y enseñó en la Universidad de Nueva York. El décimo de los problemas planteados por Hilbert en 1900, se refiere a la determinación de las condiciones de resolubilidad de una ecuación diofántica. En 1961, en un artículo conjunto de Julia, Davis y Putnam, se daban lo que se denominan las hipótesis de Robinson que consisten en encontrar una relación diofántica que tuviera un cierto tipo de crecimiento. Si se encontrara esta relación quedaría resuelto el problema de forma negativa (V. Julia). Fue Matijasevich (V. esta reseña) quien la encontró. Publicó *Fundamentos teóricos de las ciencias de la computación*. Con Sigal y Weyuker, publicaron *Computabilidad, complejidad e idiomas*.

Davis, Philip J. (n. 1923). Matemático estadounidense. Nació en Lawrence (Massachusetts). Estudió en la Universidad de Harvard. Profesor en la Universidad de Brown (Providence, Rhode Island). Trabajó en análisis numérico, teoría de la aproximación y en historia y filosofía de las matemáticas. Autor de un artículo sobre la repercusión en geometría, de la utilización de las recientes herramientas de cálculo simbólico. Escribió con Hersch, *La experiencia matemática* (1981), y con Rabinowitz, *Métodos numéricos de integración de sistemas*.

De Alba, Luis. V. Alba, Luis de.

De Alcega, Juan. V. Alcega, Juan de.

De Beaune, Florimond. V. Beaune, Florimond de.

De Billy, Jacobo. V. Billy, Jacobo de.

De Buffon, Georges Louis Leclerc. V. Buffon, Georges Louis Leclerc, conde de.

De Castillon, Francesco. V. Castillon, Francesco de.

De Celaya, Juan. V. Celaya, Juan de.

De Comberousse, Charles. V. Comberousse, Charles de.

De Condorcet, Marie-Jean-Antoine-Nicolas de Caritat. V. Condorcet, Marie-Jean-Antoine-Nicolas de Caritat, marqués de.

De Cortázar, Daniel. V. Cortázar, Daniel de.

De Espinosa, Pedro. V. Espinosa, Pedro de.

De Fermat, Pierre. V. Fermat, Pierre de.

De Foncenex, D. V. Foncenex, D. de.

De Gemund, Juan. V. Juan de Gemund.

De Groninga, Joannes Arcerius. V. *Arceriano, Código.*

De Gua de Malves, Jean-Paul. V. Gua de Malves, Jean-Paul de.

De Gundisalvo, Domingo. V. Domingo de Gundisalvo.

De Guzmán, Miguel. V. Guzmán, Miguel de.

De Jauer, Cristóbal Rudolff. V. Jauer, Cristóbal Rudolff de.

De Jonquières. V. Jonquières, de.

De Lacaille, Nicolas Louis. V. Lacaille, Nicolas Louis de.

De la Faille, Jean Charles. V. Faille, Jean Charles de la.

De la Goupillière, Julien Napoleon Haton. V. Goupillière, Julien Napoleon Haton de la.

De la Gournerie, Jules-Antoine-René Maillard. V. Gournerie, Jules-Antoine-René Maillard de la.

De la Hire, Philippe. V. Hire, Philippe de la.

De la Ramée, Pierre. V. Ramée, Pierre de la.

De la Roche, Etienne. V. Roche, Etienne de la.

De la Vallée Poussin, Charles Jean. V. Vallée Poussin, Charles Jean de la.

De la Villa Cuenca, Agustín. V. Villa Cuenca, Agustín de la.

De Lagny, Thomas Fantet. V. Lagny, Thomas Fantet de.

De Laón, Radulfo. V. Laón, Radulfo de.

De Laplace, Pierre Simon. V. Laplace, Pierre Simon de.

De la Torre Argaiz, Francisco. V. Torre Argaiz, Francisco de la.

De L'Hôpital, Guillaume François Antoine marqués. V. Hôpital, Guillaume François Antoine marqués de L'.

De Longchamps, Gohierre. V. Longchamps, Gohierre de.

De Maupertuis, Pierre-Louis Moreau. V. Maupertuis, Pierre-Louis Moreau de.

De Médici, Cósimo I. V. Médici, Cósimo I de.

De Médici, Cósimo II. V. Médici, Cósimo II de.

De Méré, Antoine Gombaud, caballero. V. Méré, Antoine Gombaud, caballero de.

De Meurs, Juan. V. Juan de Meurs.

De Moivre, Abraham. V. Moivre, Abraham de.

De Montferrier, Alexandre André Victor Sarracin. V. Montferrier, Alexandre André Victor Sarracin de.

De Montmort, Pierre Rémond. V. Montmort, Pierre Rémond de.

De Morgan, Augustus. V. Morgan, Augustus de.

De Muris, Juan. V. Juan de Meurs.

De Nebrija, Antonio. V. Nebrija, Antonio de.

De Olabarrieta, Luciano. V. Olabarrieta, Luciano de.

De Omerique, Antonio Hugo. V. Omerique, Antonio Hugo de.

De Ortega, Juan. V. Juan de Ortega.

De Pedrayes y Fallo, Agustín. V. Pedrayes y Fallo, Agustín de.

De Pisa, Leonardo. V. Leonardo de Pisa.

De Prony, Riche. V. Prony, Riche de.

De Regensburgo, Andrés Alexander. V. Regensburgo, Andrés Alexander de.

De Roberval, Gilles Personne. V. Roberval, Gilles Personne de.

De Rojas, Cristóbal. V. Rojas, Cristóbal de.

De Sacrobosco, Johannes. V. Sacrobosco, Johannes de.

De Saint Laurent, Thomas. V. Saint Laurent, Thomas de.

De Saint Venant, Adhémar Jean-Claude Barré. V. Saint Venant, Adhémar Jean-Claude Barré de.

De Saint Vincent, Grégoire. V. Saint Vincent, Grégoire de

De Sarasa, Alfons A. V. Sarasa, Alfons A. de.

De Sigüenza y Góngora, Carlos. V. Sigüenza y Góngora, Carlos de.

De Slüse (Slüze), René François Walter, barón. V. Slüse (Slüze), René François Walter, barón de.

De Tilly. V. Tilly, De.

De Toledo, Luis Octavio. V. Toledo, Luis Octavio de.

De Ulloa y de la Torre Giral, Antonio. V. Ulloa y de la Torre Giral, Antonio de.

De Ulloa, Pedro. V. Ulloa, Pedro de.

De Villa Dei, Alejandro. V. Villa Dei, Alejandro de.

De Wallingford de Oxford, Richard. V. Wallingford de Oxford, Richard de.

De Witt, Johan. V. Witt, Johan de.

De Zaragoza y Vilanova, José. V. Zaragoza y Vilanova, José de.

Deaux, R. (h. 1953). Matemático francés. Escribió *Cúbicas analagmáticas* (1953), *Introducción a la geometría de los números complejos* (1957).

Dedekind, Julius Wilhelm Richard (1831-1916). Matemático alemán. Nació en Braunschweig (también Brunswick, Baja Sajonia). Estudió en el Gymnasium Martino-Catharineum de Braunschweig (1838-1847) y en el Colegio Carolino (1848-1850). Ingresó en la Universidad de Gotinga a los 19 años. Fue alumno de Gauss, consiguiendo el doctorado tres años después, con una tesis en análisis que se ganó los elogios de Gauss, tan parco en ellos. Permaneció en Gotinga (1854-1858) como “privatdozent”, enseñando y asistiendo a las lecciones de Dirichlet. En 1858 fue profesor en la Escuela Politécnica de Zúrich. En 1862, decidió dedicarse a la enseñanza secundaria, en la escuela de Tecnología de Braunschweig, donde terminó su carrera. Fue uno de los fundadores del álgebra moderna, que dio base definitiva a la teoría de los números irracionales. Su teoría de las cortaduras, que enseñaba desde 1858, cuando dedicó su atención al problema de los números irracionales, la presentó en su libro *Continuo y números irracionales* (1872), llegando a la conclusión de que el concepto de límite habría que desarrollarlo de una manera puramente aritmética, sin referencia alguna a la geometría, si se quería que fuera un concepto riguroso. Dedujo que la esencia de la continuidad de un segmento no se debe a una vaga cohesión, sino a una propiedad opuesta exactamente a ésta, la de la división de un segmento en dos partes por un punto del segmento: en cualquier división de los puntos del segmento en dos clases tales que cada punto pertenezca a una y sólo a una de las dos clases, y tal que todo punto de una de las dos clases esté a la izquierda de cualquier punto de la otra clase, hay uno y sólo un punto que produce la división. Dedekind escribió que “en esta observación trivial se revela el secreto de la continuidad”. Dedekind vio que se podía extender el dominio de los números racionales para formar un continuo de números reales si se admite lo que hoy se llama axioma de Cantor-Dedekind, que afirma que los puntos de una recta se pueden poner en correspondencia biunívoca con los números reales. Expresado este hecho aritméticamente, significa que para cualquier partición de los números racionales en dos clases disjuntas A y B tales que todo número de la clase A sea menor que todo número de la clase B , existe uno y sólo un número real que produce la “cortadura” de Dedekind. Si en A hay un número máximo o en B un mínimo, entonces la cortadura define un número racional, pero si en A no hay máximo ni en B mínimo, entonces la cortadura define un número irracional. Por ejemplo, si se ponen en A todos los números racionales negativos, el cero y todos los números racionales positivos cuyos cuadrados son menores que 2, y en B todos los números racionales positivos cuyos cuadrados son mayores que 2, entonces se ha dividido el dominio de los números racionales de manera que queda definido un número irracional, en este caso la raíz cuadrada de 2. Con esta definición, observa Dedekind, los teoremas fundamentales sobre límites se pueden demostrar rigurosamente sin recurrir a la geometría.

Dedekind escribió *Sobre la teoría de los números enteros algebraicos* (1879), publicando su teoría de los números algebraicos en un suplemento a la segunda edición de la *Teoría de números* de Dirichlet, que Dedekind editó, continuando la difusión de sus ideas en los suplementos de la tercera y cuarta edición (1894) del citado libro, donde creó la teoría moderna de los números algebraicos. Se trata de una generalización de los enteros complejos de Gauss y los números algebraicos de Kummer. Se llama número algebraico de grado n al que es raíz de la ecuación $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ (los coeficientes son enteros positivos o negativos), no siendo raíz de una ecuación de grado menor que n . Tras definir sus propiedades, Dedekind introdujo los conceptos de cuerpo (el término es suyo) de números (el conjunto de los números algebraicos forma un cuerpo) y de anillo (el conjunto de todos los enteros algebraicos forma un anillo). Tras exponer las propiedades de cuerpo y anillo, Dedekind estudió la factorización única, que no siempre es posible en el anillo de los enteros de un cuerpo de números algebraicos (sin embargo, sí es posible la factorización específica de los enteros algebraicos en primos), introduciendo las clases de números algebraicos que llamó ideales, en honor a los números ideales de Kummer: Siendo K un cuerpo de números algebraicos específico, se dice que un conjunto

de enteros A de K forma un ideal si cuando α y β son dos enteros cualesquiera en el conjunto, los enteros $\mu\alpha + \nu\beta$, donde μ y ν son otros dos enteros cualesquiera en K , también pertenecen al conjunto. Alternativamente, un ideal A se dice que es generado por los enteros algebraicos $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ de K si A consiste en todas las sumas $\lambda_1\alpha_1 + \dots + \lambda_n\alpha_n$, donde los λ_i son enteros cualesquiera de un cuerpo K , denotándose este ideal mediante $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$. Dedekind define el ideal cero, el ideal unidad, los ideales principales, la igualdad de ideales, el producto de ideales (que es conmutativo y asociativo), los ideales primos, deduciendo el teorema fundamental en la teoría de ideales: Todo ideal se puede factorizar unívocamente en ideales primos. Resumiendo, la teoría de ideales de Dedekind es una generalización de los enteros ordinarios. Esta teoría suministra los conceptos y propiedades en el dominio de los números algebraicos que permiten establecer la factorización única.

Dedekind fue el creador del álgebra abstracta. En 1858, dio una definición abstracta de los grupos finitos, derivada de los grupos de permutaciones. En 1877 observó de nuevo que sus módulos de números algebraicos, a los que pertenecían $\alpha + \beta$ y $\alpha - \beta$ si pertenecían α y β , se podían generalizar de manera que los elementos no fueran ya números algebraicos, y la operación podía ser arbitraria con tal de tener un inverso y ser conmutativa, es decir, Dedekind sugería un grupo finito abstracto conmutativo. Formuló en 1879, de manera abstracta, el concepto de carácter de un grupo para grupos abelianos. En 1897, introdujo el concepto de conmutador y subgrupo conmutador: Si s y t son elementos de un grupo G , al elemento $s^{-1}t^{-1}st$ se le llama conmutador de s y t . Dedekind utilizó este concepto en sus teoremas, por ejemplo, el conjunto de todos los conmutadores de los pares ordenados de elementos de un grupo G generan un subgrupo invariante de G .

Por otra parte, Dedekind presentó un sistema completo de axiomas (1888) sobre los que fundar la aritmética, y en 1903 dio un sistema de axiomas independientes para un cuerpo. Trabajó en la geometría algebraica de curvas y superficies (en colaboración con Weber), y en la teoría de retículos.

Degli Angeli, Stefano. V. Angeli, Stefano degli.

Dehn, Max W. (1878-1952). Matemático alemán, nacionalizado estadounidense. Nació en Hamburgo. Estudió en Gotinga, donde fue discípulo de Hilbert. Trabajó en la Universidad de Münster, donde se habilitó en 1900. Pasó a la Universidad de Frankfurt, de donde fue obligado a retirarse por los nazis (1935), huyendo a Copenhague en 1939, y posteriormente a Noruega, ocupando un puesto en el Instituto Noruego de Tecnología en Trondheim. A través de Siberia y Japón llegó a Estados Unidos, donde trabajó en la Universidad del Sur de Idaho, en el Instituto de Tecnología de Illinois (1942), en el St. John's College en Annapolis, Maryland (1943), y en el Negro Mountain College en Carolina del Norte (1945). En 1893, Dehn formuló el problema de la identidad o de las palabras, en el sentido de determinar si una "palabra" o producto de elementos cualesquiera, en un grupo definido en términos de un número finito de generadores y relaciones, es igual al elemento unidad. Puede darse cualquier conjunto de relaciones, porque, en el peor de los casos, el grupo trivial consistente sólo las satisface en la identidad. Decidir si un grupo dado por generadores y relaciones es trivial, no es trivial; de hecho, no hay ningún procedimiento efectivo para hacerlo. Resolvió negativamente, el mismo año en que se presentaron (1900), uno de los 23 problemas planteados por Hilbert en el Congreso de París, cuyo enunciado es el siguiente: Dos tetraedros de igual volumen ¿se pueden descomponer en partes mutuamente congruentes?, o de otra forma, ¿todos los poliedros, o tetraedros, pueden diseccionarse para formar un cubo? Para ello, Dehn demostró que, así como Hilbert había demostrado que para la construcción de la teoría de las áreas en el plano no se necesitaba el axioma de continuidad, en el espacio, por el contrario, tal axioma es necesario. En 1901, Dehn encontró un invariante que, al igual que el volumen, se conserva en los procesos de corte y ensamblaje para poliedros, hoy conocido como invariante de Dehn. El resultado de Dehn establece que dos poliedros son equivalentes por descomposición finita si, y sólo si, tienen el mismo volumen y el mismo invariante de Dehn. En 1926, Dehn revisó la obra de Pasch, *Lecciones sobre la nueva geometría*, que éste había escrito en 1882.

Del Ferro, Scipione. V. Ferro, Scipione dal.

Del Monte, Guidubaldo. V. Monte, Guidubaldo del.

Delamain, Richard (1600-1644). Matemático inglés. Nació en Londres. Carpintero de profesión, estudió matemáticas en el Gresham College de Londres. Profesor particular de matemáticas, fue tutor en matemáticas de Carlos I, rey de Gran Bretaña e Irlanda (1625-1649), ambos habían nacido en 1600. Fue discípulo de Oughtred con quien mantuvo amistad, hasta su disputa por la invención de la regla de cálculo circular. Oughtred describió la regla de cálculo en 1622, y la regla de cálculo circular en 1632, mientras que Delamain describió la regla de cálculo circular en un folleto que remitió al rey en 1629 y que publicó en 1630.

Delambre, Jean Baptiste Joseph (1749-1822). Astrónomo francés. Nació en Amiens. En 1771, Delambre fue tutor del hijo de M. d'Assy, quien en 1788 construyó un observatorio astronómico para uso de Delambre. En 1792, Delambre, como consecuencia de las observaciones y cálculos realizados, publicó *Tablas de Sol, de Júpiter,...* Ingresó en el Institute de France (1795), llegando a ser el secretario permanente de su sección de matemáticas y física (1803). Desde 1795 formó parte de la Oficina de Longitudes, ocupándose de la medición del meridiano que une Dunkerque con Barcelona (1792-1799). Fue profesor de astronomía (1807) en el Collège de France en París. Calculó los logaritmos de sumas por medio de las funciones trigonométricas (1782), obteniendo fórmulas parecidas a las deducidas por Cavalieri. Escribió *Bases del sistema métrico* (tres volúmenes, 1806-1807-1810). En su *Informe histórico sobre el progreso de las ciencias matemáticas desde 1789 y sobre su estado actual* (1810), dijo: “Sería difícil y precipitado analizar las posibilidades que el futuro ofrece al avance de las matemáticas; en casi todas sus ramas se está bloqueando por barreras infranqueables; la perfección del detalle parece ser la única cosa que queda por hacer. Todas estas dificultades parecen anunciar que el poder de nuestro análisis se encuentra casi agotado...”. Su error es patente. En 1817, la Oficina de Longitudes publicó sus *Tablas eclípticas de los satélites de Júpiter*. Un importante cráter de la Luna lleva el nombre de Delambre.

Delanges, Paolo (1750-1810). Matemático italiano. En su obra *Mecánica práctica* (1783) estudió la curva trisectriz que lleva su nombre.

Delaunay, Charles-Eugène (1816-1872). Astrónomo y matemático francés. Nació en Lusigny-sur-Barse. Estudió en la École des Mines (1836-1843), y matemáticas y astronomía en la Sorbona (1841-1848). Fue profesor de mecánica en la École Polytechnique (desde 1850), enseñando también en la École des Mines. En 1870 sucedió a Le Verrier en el observatorio de París. Escribió *Sobre la superficie de revolución cuya curvatura media es constante* (1841), donde estudió las ruletas que llevan su nombre. Demostró en parte los teoremas de Jacobi sobre la variación segunda de una integral. Escribió también *Curso elemental de mecánica* (1850), *Curso elemental de astronomía* (1853), *Teoría del movimiento de la Luna* (dos volúmenes, 1860-1867), *Tratado de mecánica racional* (1856), *Ralentización de la rotación de la Tierra* (1866), *Informe sobre los progresos de la astronomía* (1867).

Deligne, Pierre R. (n. 1944). Matemático belga. Nació en Etterbeek. Estudió en la Universidad de Bruselas, en la École Normale Supérieure de París y en la Universidad de París-Sur. Trabajó en el Institute des Hautes Études Scientifiques de París. Galardonado con la medalla Fields 1978. Resolvió completamente (1970) el problema 21º presentado por Hilbert en 1900, que cuestionaba la existencia de ecuaciones diferenciales lineales que tuvieran un grupo monodrómico prefijado. En 1974, demostró, como consecuencia de su demostración de las conjeturas de Weyl, la conjetura de Ramanujan (V. su reseña, y en anexo esta conjetura), definida como $|\tau(p)| \leq 2p^{1/2}$, para todo primo p . Obtuvo su demostración haciendo uso de las propiedades de la estructura algebraica asociada a la serie infinita $\sum \tau(n)q^n$. Estableció la solución para la hipótesis generalizada de Riemann respecto a los ceros de la función zeta (problema octavo de Hilbert), aunque la hipótesis sigue sin resolverse completamente (V. Hilbert).

Della Francesca, Piero. V. Francesca, Piero della.

Delsarte, Jean (1903-1968). Matemático francés. Nació en Fourmies (Nord). Estudió en la École Normale Supérieure de París. Enseñó en la Universidad de Nancy. Miembro del grupo Bourbaki (V.

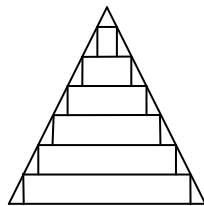
esta reseña). Publicó diversos artículos y libros sobre las funciones medio-periódicas, así como también: *Hipergrupos y operadores de permutación y de transmutación* (1956), *Transmutaciones de operadores diferenciales en el dominio complejo* (1957), escrito junto con J. L. Lions.

Deming, William Edwards (1900-1993). Estadístico, pedagogo y consultor estadounidense. Nació en Sioux City (Iowa). Estudió en las universidades de Wyoming (1921), Colorado (1924) y Yale (1928) donde se doctoró en física matemática. Trabajó en el departamento de Agricultura y en la Oficina de Censo (1939-1945). Desde 1946 fue profesor de estadística en la Universidad de Nueva York. Aplicó el control estadístico en la industria. En 1950 fue invitado por Japón para enseñar sus métodos a ingenieros y ejecutivos. A partir de 1980 sus métodos fueron adoptados por la industria norteamericana.

Demócrito de Abdera (h. 460-h. 370 a.C.). Filósofo y matemático griego. Natural de Abdera (Tracia). Pertenece a una rica familia. Heredó de su padre una fortuna de cien talentos de oro, que gastó en viajar por Egipto, Caldea, Persia e India. Agotado su caudal, vivió estrechamente de la pensión con que le subvencionaron sus conciudadanos, dedicándose exclusivamente a escudriñar la naturaleza, prefiriendo, según fueron sus propias palabras, “un descubrimiento científico a la corona de un rey”. Platón no lo cita en sus *Diálogos* y parece que decía que se debían quemar todos sus libros. Por el contrario, Aristóteles dijo de él que “parece haber meditado sobre todas las cosas, y nadie antes que él había hablado del crecimiento y del movimiento más que de un modo superficial”. Como Leucipo, Demócrito considera la materia a la manera de Parménides, adoptando la teoría del atomismo, que le lleva entre otras conclusiones, a negar las causas finales, por lo que muchos siglos después, Dante mandó al infierno a Demócrito.

Demócrito escribió varias obras, todas perdidas. Los títulos de algunas de ellas son: *Sobre los números*, *Sobre la geometría*, *Sobre tangencias*, *Sobre proyecciones*, *Sobre los irracionales*. Quizá sean también de Demócrito: *Sobre los pitagóricos*, *Sobre el orden del mundo*, *Sobre la ética*. Sus obras sobre geometría pudieron ser antecedentes de los *Elementos* de Euclides. Dedujo los volúmenes de pirámides y conos; Arquímedes dice, sobre la equivalencia de prismas y pirámides, que: “... no debe dejar de atribuirse un mérito no pequeño a Demócrito que fue el primero que dio esas proposiciones sin las demostraciones”.

El atomismo geométrico de Demócrito le lleva a razonamientos como el recogido por Plutarco: “Dice Demócrito que si un cono se corta por un plano paralelo a la base, ¿podemos decir si son iguales o desiguales las áreas obtenidas? Si son desiguales, darán un cono irregular con dientes de sierra (V. dibujo), y si son iguales, el cono parecerá tener las propiedades del cilindro y estará formado por círculos iguales y desiguales, lo que es absurdo” (uno de los seis problemas clásicos de la matemática griega es el de la validez de los métodos infinitesimales; los otros cinco son: la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo, la trisección del ángulo, la razón entre magnitudes inconmensurables y las paradojas sobre el movimiento).



Dempster, Wilfrid Taylor (1905-1965). Anatomista estadounidense. Profesor en la Universidad de Michigan. Para el análisis dinámico de un sistema coordinado (el cuerpo humano) en movimiento, el hecho de conocer la localización de su centro de gravedad tiene especial relevancia. En la biomecánica deportiva es necesario definir el número de segmentos que componen el modelo humano, conocer la localización del centro de gravedad de cada segmento y determinar su peso. Estos problemas se han resuelto de forma experimental, unas veces mediante segmentación de cadáveres, que es el caso estudiado por Dempster, y otras mediante la definición geométrica de los segmentos, y recientemente mediante el escáner de rayos gamma. Dempster escribió *Requerimientos de espacio para un operador sentado* (1955), *Propiedades de los segmentos corporales en función del tamaño y el peso* (2005).

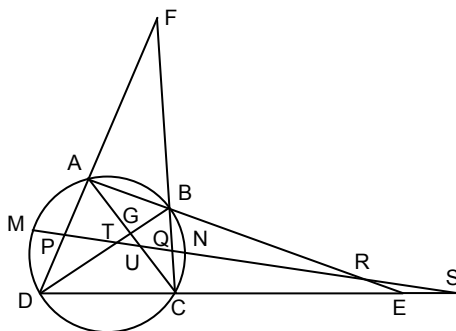
Denjoy, Arnaud (1884-1974). Matemático francés. Nació en Auch (Gers). Estudió en la École Normale Supérieure de París. Enseñó en las Universidades de Montpellier, Utrecht y París. Definió un concepto de integral más general que la de Lebesgue. Con ella demostró que una serie trigonométrica convergente en todos sus intervalos es siempre la serie de Fourier de su suma. Hoy se llama teorema de Ahlfors-Carleman a la conjetura de Denjoy que afirmaba que el número máximo de valores asintóticos de una función entera está determinado por la rapidez de crecimiento de la función (V. Carleman). Publicó *Cálculo de los coeficientes en una serie trigonométrica* (cuatro volúmenes, 1941 a 1949).

Der Grinten, Paulus Mattheus Eugenius Maria van. V. Grinten, Paulus Mattheus Eugenius Maria van der.

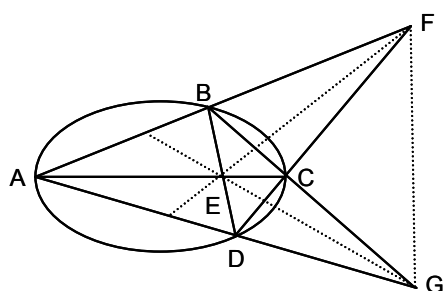
Der Waerden, Bartel Leinden van. V. Waerden, Bartel Leinden van der.

Desargues, Girard (1591-1661). Oficial del ejército, ingeniero militar, arquitecto y matemático francés. Nació en Lyon. Consejero técnico del cardenal Richelieu y del gobierno francés. Estuvo en el sitio de La Rochelle (1628), donde conoció a Descartes. Hacia 1630 formó parte del grupo de matemáticos que se reunía en París en torno a Mersenne (V. esta reseña). Pero sus opiniones poco ortodoxas sobre la perspectiva en la arquitectura y en la geometría no encontraron apenas ningún eco, por lo que regresó a Lyon, para desarrollar por sí mismo su nuevo tipo de matemática. No obstante su propia declaración de no interesarse en las investigaciones científicas sino en la medida que “puedan ofrecer al espíritu un medio de lograr algún conocimiento... de las cosas que puedan traducirse en actos para la conservación de la salud o en sus aplicaciones en la práctica de algún arte”, se le puede considerar como el primer cultivador de una de las ramas de las matemáticas más alejada de la realidad como es la geometría proyectiva. Comenzó por poner en orden muchos teoremas utilizables, difundiendo inicialmente sus resultados en cartas y hojas impresas. Dio clases gratis en París. Después, escribió varios libros, uno de ellos de enseñanza de canto para niños, y otro de aplicación de la geometría a la albañilería y al tallado de piedras. Preocupado por los problemas prácticos de la construcción de relojes de sol y del corte de piedras, se ocupó de perspectiva, sobre la que publicó dos breves trabajos. En el primero de ellos titulado *Perspectiva* (1636), representó el punto en forma numérica por sus tres coordenadas.

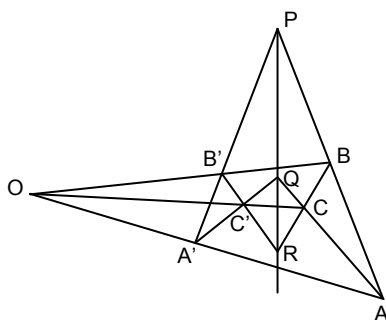
Partiendo de la perspectiva usada para la pintura, aplicó la proyección central a las figuras geométricas, en especial a las cónicas, estableciendo así los fundamentos de la que después se llamó geometría proyectiva. A petición de sus alumnos de un curso sobre propiedades geométricas, publicó *Borrador de un ensayo de tratado de los resultados de los encuentros de un cono con un plano* (1639), que constituye un tratado sobre las cónicas, con conceptos e ideas originales que hoy forman parte de la geometría proyectiva. Por ejemplo, Desargues mostró que cualquier conjunto de rectas paralelas tienen un punto en común situado en el infinito, y como hay un número infinito de conjuntos distintos de rectas paralelas, hay infinitos puntos en el infinito, estando todos ellos situados sobre la recta del infinito. Trató también el concepto de “involución” (correspondencia entre pares de puntos de una recta cuyos productos de distancias a otro fijo es constante), al que da este nombre, y demuestra que una recta corta a un círculo y al cuadrilátero completo inscrito en él, en cuatro pares de puntos que son pares de una involución (en la figura, la recta *MPTUQNRS* corta al círculo en *M* y *N*, y a los pares de lados opuestos en los puntos *P* y *Q*, *R* y *S*, *T* y *U*).



Y como una involución se proyecta sobre una involución, al proyectar desde un punto exterior la figura del cuadrilátero completo inscrito en un círculo y efectuar una sección de esta proyección, el círculo dará origen a una cónica en la que está inscrita la proyección del cuadrilátero completo, que seguirá siendo un cuadrilátero completo, obteniéndose que cualquier recta corta a una cónica y a un cuadrilátero completo inscrito en ella, en cuatro pares de puntos en involución. Seguidamente, Desargues introduce el concepto de cuaterna armónica (pares de puntos conjugados respecto a los puntos dobles de una involución) y su constancia en sus proyecciones (la actual definición de que la razón doble de la cuaterna armónica sea igual a -1 es posterior a Desargues). Observa que las tres cónicas (elipse, hipérbola, parábola), que se obtienen por proyección de una circunferencia desde un punto sobre un plano, deben tener las mismas propiedades que la circunferencia e inversamente. Eso le lleva a distinguir entre las propiedades que se mantienen en la proyección y las que no se mantienen. Entre las primeras considera las que hoy forman la teoría de polos y polares (como también las propiedades de la involución) con lo que demuestra una numerosa serie de propiedades de las cónicas, entre ellas las del cuadrilátero completo que hoy lleva su nombre: Si un cuadrilátero está inscrito en una cónica, la recta que pasa por dos de los tres puntos diagonales, es la polar del tercer punto diagonal respecto a la cónica (V. dibujo).



También sabía que la intersección con la cónica de la polar de un punto con respecto a ella son los puntos de contacto de las tangentes a la cónica trazadas desde dicho punto. Definía el diámetro de una cónica como la polar de un punto del infinito. Trata diferentes cuestiones sobre diámetros, diámetros conjugados y asíntotas. Extiende algunas de sus observaciones al espacio, entre ellas la de que un haz de rayos paralelos debe considerarse como de iguales propiedades que un haz de rayos concurrentes. Posteriormente (1643), enunció, entre otros muchos y variados, el teorema hoy llamado de los triángulos homológicos:



Si dos triángulos están situados de manera que las rectas que unen pares de vértices correspondientes son concurrentes en un punto, los puntos de intersección de los pares de lados correspondientes están en línea recta, y recíprocamente. En la figura, los triángulos ABC y $A'B'C'$ son homológicos, pues AA' , BB' y CC' concurren en O , y los puntos P , Q y R , intersecciones de los lados AB y $A'B'$, AC y $A'C'$, BC y $B'C'$, están alineados. Este teorema por el que esencialmente Desargues es conocido hoy, fue publicado por su amigo Abraham Bosse (1611-1678), que era grabador, en un libro titulado *Manera universal de Desargues para practicar la perspectiva* (1648), donde se lo atribuye explícitamente. También en esta obra aparece otro fundamental resultado de Desargues: la invariancia de la razón doble por proyecciones. Bosse indicó que Desargues dedujo sesenta teoremas de Apolonio a partir de su teorema de involución, y que Pascal le felicitó por ello. Desargues utilizaba una curiosa terminología, parte de la cual ya aparecía en la obra de Alberti. Llamaba “palmas” a las rectas. Cuando ciertos puntos aparecían señalados en las rectas, lo llamaba “tronco”. Sin embargo, una recta con tres

pares de puntos en involución era un “árbol”. La intención de Desargues al introducir esta nueva terminología era ganar en claridad al evitar las ambigüedades presentes en los términos más usuales. Pero su lenguaje y sus extrañas ideas hacían difícil la lectura del libro. Mersenne, Descartes, Pascal y Fermat lo llamaron loco. Incluso Descartes, al enterarse de que Desargues había introducido un nuevo método para tratar las cónicas, escribió a Mersenne que no veía cómo nadie pudiera hacer nada nuevo en cónicas que no fuera con ayuda del álgebra. Sin embargo, al conocer Descartes los detalles del trabajo de Desargues, lo respetó profundamente. Fermat consideraba a Desargues el verdadero fundador de la teoría de las secciones cónicas, y hallaba su libro rico en ideas. Pero la falta general de aprecio hacia su obra repugnó a Desargues que se retiró a su hacienda. Aunque apreciado por sus contemporáneos, la obra de Desargues no tuvo influencia alguna. El estilo oscuro con que presentaba las nuevas ideas y su terminología, pero en especial el deslumbrante efecto que en esa época ejercían los métodos analíticos (geometría analítica, cálculo infinitesimal) sobre los matemáticos, hizo que su *Borrador* (Desargues publicaba sus obras no para venderlas, sino para distribuir las entre sus amigos, por lo que sólo imprimió unos cincuenta ejemplares de esta obra) permaneciera desconocido hasta que Chasles lo descubrió accidentalmente en 1845 en una copia que para su uso personal había hecho confeccionar en 1678, La Hire, arquitecto y discípulo de Desargues. Este ejemplar fue reproducido por N. G. Poudra, quien editó la obra de Desargues en 1864. Por todo ello habría que esperar más de un siglo para que las propiedades proyectivas de las figuras, cuyo estudio inició Desargues, volvieran a ser objeto de investigaciones sistemáticas y formaran una rama autónoma de las matemáticas. Pierre Moisy descubrió hacia 1950 en la Biblioteca Nacional de París, una primera edición de 1639 del *Borrador*, que ha sido reproducida. Este ejemplar contiene también un apéndice y una importante fe de erratas del propio autor.

Desboves, Adolphe Honoré (1818-1888). Matemático francés. Enseñó en el Liceo Condorcet en París, siendo Henrie Bergson uno de sus discípulos. En 1855, verificó la conjetura de Goldbach para todos los números hasta el 10.000. Publicó sus obras *Cuestiones de álgebra elemental*, *Cuestiones de Geometría*, *Teoremas y problemas sobre las normales a las cónicas*.

Descartes, René du Perron (1596-1650). Filósofo y científico francés. Nació en La Haye (Turena), en el seno de una familia bien situada económicamente. Su padre, un abogado moderadamente rico, le envió a los ocho años de edad al colegio de los jesuitas de La Flèche, en Anjou, en el que los libros de texto de Clavius tenían un lugar destacado. Por su delicada salud le estaba permitido pasar las mañanas en la cama, tiempo que aprovechaba para estudiar, conservando esta costumbre toda su vida. A los dieciséis años dejó La Flèche y a los veinte se licenció en la Universidad de Poitiers con el título de abogado. Se fue a París donde conoció a Mersenne y al círculo de científicos que se reunían en su celda (V. Mersenne), y donde pasó un año estudiando matemáticas. Durante los nueve años siguientes viajó por diversos países y participó en algunas campañas militares, primero en Holanda (1617) con Mauricio, príncipe de Nassau, y después con el duque Maximiliano I de Baviera, y más tarde con el ejército francés en el sitio de La Rochelle. Durante el frío invierno de 1619, que pasó con el ejército bávaro, cuando podía permanecer en la cama por la mañana hasta las diez debido a su frágil salud, dedicaba su tiempo a pensar problemas matemáticos; de esta manera encontró la fórmula poliédrica que se suele llamar de Euler, es decir, caras más vértices igual a aristas más dos. En sus viajes entró en contacto con algunos de los intelectuales más importantes, como Faulhaber en Alemania y Desargues en Francia. Volvió a París, y entusiasmado por la potencia del telescopio, estudió la teoría y construcción de instrumentos ópticos. En 1628 escribía a un amigo en Holanda, diciéndole que había hecho tales progresos en aritmética y geometría que no le quedaba ya nada por desear. No se sabe cuáles eran esos progresos porque durante esos años, Descartes no publicó nada, por tanto no se sabe si para esa fecha ya había descubierto su geometría analítica en toda su generalidad, pero en cualquier caso la fecha concreta de la invención de la geometría cartesiana no puede ser muy posterior a 1628. Por esa misma época Descartes abandonó Francia y, en busca de un ambiente intelectual más libre y seguro, se instaló en Holanda, donde vivió los siguientes veinte años de su vida y donde escribió sus obras. En 1649, Descartes aceptó una invitación de la reina Cristina de Suecia para trasladarse a ese país y enseñarle filosofía, y para fundar una academia de ciencias en Estocolmo. Descartes no había disfrutado nunca de buena salud, y los rigores del invierno escandinavo fueron demasiado para él, muriendo de neumonía a principios de 1650.

Su primera obra, *Reglas para la dirección del espíritu*, fue escrita hacia 1628 y publicada póstumamente. En ella dice que la matemática es la ciencia del orden y la medida e incluye, además del álgebra y la geometría, la astronomía, la música, la óptica y la mecánica, y expone los principios para asegurar la exactitud del conocimiento en cualquier campo: no aceptar como verdadero nada que no esté en la mente de forma tan clara y distinta que excluya cualquier duda, dividir las dificultades en otras menores, proceder de lo simple a lo complejo y, finalmente, enumerar y revisar los pasos del razonamiento de forma tan completa que nada pueda omitirse. En 1634 escribió *Sistema del mundo*, que contiene una teoría cosmológica de vórtices para explicar cómo se mantienen los planetas en su movimiento propio y en sus órbitas alrededor del sol (Descartes defendía las ideas de Copérnico y Galileo). Esta obra no fue publicada por miedo a ser perseguido por la Iglesia.

En 1637 publicó *Discurso del método para conducir bien la razón y buscar la verdad en las ciencias*. Se trata de una obra clásica en filosofía y literatura. Contiene tres apéndices: *Dióptrica*, *Meteoros* y *Geometría*. Este último apéndice es la única obra que Descartes escribió sobre matemáticas. En 1644 publicó *Principios de la filosofía*, dedicado a la ciencia física y en especial a las leyes del movimiento y la teoría de vórtices, que incluye material de su obra *Sistema del mundo*, que ahora consideraba más aceptable para la Iglesia, y donde creía alcanzar una física general (la matemática universal) capaz de explicar completamente todo lo que el universo encierra, en la tierra y en los cielos. También escribió *Pasiones del alma* (1649), *Resumen de música* (1650), etc.

Las ideas de Descartes dominaron el siglo XVII. Sus enseñanzas y escritos fueron conocidos incluso por personas ajenas a la ciencia, por la forma tan atractiva en que los presentaba, siendo una de las máximas que Descartes siguió: “Cuando se discuten cuestiones trascendentales hay que ser trascendentalmente claro”. Sólo la Iglesia le rechazó. En realidad, Descartes era persona devota, y feliz de haber establecido, como creía, la existencia de Dios. Pero había enseñado que la Biblia no era la fuente del conocimiento científico, que la razón por sí sola bastaba para establecer la existencia de Dios, y que el hombre sólo debía aceptar aquello que pudiese entender. La Iglesia reaccionó ante estas enseñanzas incluyendo su libro en el Índice de libros prohibidos poco después de su muerte, y prohibió las oraciones fúnebres con ocasión de su entierro en París.

Fundador del racionalismo, aplicó el método matemático a la filosofía, poniendo como principio de certeza el “pienso, luego existo”, junto con las siguientes verdades que le parecieron tan claras como para aceptarlas de inmediato: todo fenómeno tiene una causa, un efecto no puede ser mayor que su causa, y son innatas a la mente las ideas de perfección, espacio, tiempo y movimiento. La idea de perfección, de ser perfecto, no puede ser deducida o creada por la mente imperfecta del hombre (un efecto no puede ser mayor que su causa), sólo puede obtenerse a partir de un ser perfecto. Luego Dios existe. Como Dios no puede engañarnos, podemos estar seguros de que los axiomas de las matemáticas, que son claros para nuestra intuición, y las deducciones que de ellos hacemos mediante procesos puramente mentales, se aplican realmente al mundo físico y son verdades. Se sigue así que Dios tiene que haber establecido la naturaleza según leyes matemáticas.

Una de las características del pensamiento cartesiano es su “afán cósmico”, es decir un anhelo de generalización y de absoluto, que le hace perseguir la realización de una física general, capaz de explicar completamente todo lo que el universo encierra, lo que cree alcanzar con sus *Principios de la filosofía* de 1644, aunque ese afán es visible desde 1619, fecha de sus primeros descubrimientos en esta dirección (Descartes dice que su método se le ocurrió en un sueño, el 10 de noviembre de 1619, durante una de sus campañas militares). Por tanto, la matemática, para él, no tiene un fin en sí, sólo es un medio, un método que utilizará para sistematizar la ciencia. También llega a la conclusión de que la lógica en sí misma es estéril: “En cuanto a la Lógica, los silogismos y los demás preceptos son de utilidad para la comunicación de lo que ya sabemos, ... incluso para hablar sin juicio de cosas que ignoramos, pero no para investigar lo desconocido”.

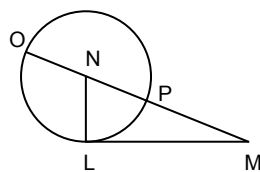
Descartes habla de “matemáticas” cuando se refiere a sus estudios escolares y destaca entre ellas el álgebra y la geometría, aunque para él la geometría “está siempre tan ligada a consideraciones sobre las figuras que no pueden ejercer el intelecto sin cansar mucho la imaginación”, y en el álgebra “se está tan sujeto a ciertas reglas y ciertas letras que en lugar de una ciencia que eduque a la mente se convierte en un arte oscuro y confuso que la turba”. Descartes aspira a una ciencia única, integral, ciencia que será la “matemática universal” (en singular), de la que “las matemáticas” sólo son “la envoltura”. Se muestra despectivo con las disciplinas matemáticas, pues son “tan abstractas que no parecen tener ningún uso” y en cuyos problemas “acostumbran a entretenerse geómetras y

calculadores ociosos”. Por el contrario, ve una finalidad de las matemáticas en el método de demostración y en sus aplicaciones: “Las matemáticas tienen invenciones sutilísimas que pueden satisfacer tanto a los curiosos como facilitar todas las artes y disminuir el trabajo humano”, de forma que de la práctica matemática no espera otra cosa “que acostumbrar a la mente a nutrirse de verdades y no satisfacerse con falsas razones”. Así mismo, dice sobre la matemática: “Es un método de conocimiento más potente que ningún otro que nos haya sido otorgado por obra humana, y es la fuente de todos los demás ... Todas las ciencias que tienen como fin la investigación sobre el orden y la medida están relacionadas con las matemáticas, y poco importa si esa medida se busca en los números, formas, estrellas, sonidos o cualquier otro objeto; por todo ello, debe existir una ciencia general que explique todo lo que deba ser conocido sobre el orden y la medida, con independencia de su aplicación a alguna disciplina particular, y es así que esta ciencia tiene su propio nombre, consagrado por su prolongado uso, y es el de matemáticas. Y una prueba de que sobrepasa con mucho en facilidad e importancia a las ciencias que de ella dependen, es que abarca a la vez todos los objetos a los que éstas se dedican, además de muchos otros... Las largas cadenas de razonamientos simples y fáciles a que están acostumbrados los geómetras para alcanzar las conclusiones de sus más difíciles demostraciones me han llevado a imaginar que todas las cosas cuyo conocimiento compete al hombre están mutuamente relacionadas de la misma forma”. Descartes proclamó explícitamente que la esencia de la ciencia eran las matemáticas. Dice que “ni admite ni espera ningún principio de la física diferente de los que están en la geometría o en la matemática abstracta, porque así se explican todos los fenómenos de la naturaleza y pueden darse algunas demostraciones de ellos”. El mundo objetivo es espacio solidificado, o geometría encarnada, y debe ser accesible y reducible a las matemáticas. Insistió en que las propiedades más fundamentales y fiables de la materia son forma, extensión y movimiento en el espacio y en el tiempo. Como la forma es sólo extensión, Descartes afirmaba: “Dadme extensión y movimiento y construiré el universo”. Y puesto que la extensión y el movimiento eran expresables matemáticamente, todos los fenómenos podían ser descritos matemáticamente. En su *Discurso del método* escribió: “Es posible alcanzar un conocimiento que es muy útil en la vida y, en lugar de esa filosofía especulativa que se enseña en las escuelas, podemos encontrar una filosofía práctica mediante la cual, conociendo la fuerza y la acción del fuego, del agua, del aire, de las estrellas, de los cielos y de todos los demás cuerpos que nos rodean, tan nítidamente como conocemos el oficio de nuestros artesanos, podamos de la misma manera utilizarlos en todos aquellos usos para los que están adaptados y, por tanto, convirtamos en los dominadores y poseedores de la naturaleza”.

El único escrito matemático que publicó es *Geometría*, como tercero y último de los ensayos que figuran como apéndices (los otros dos apéndices corresponden a los ensayos titulados *Dióptrica*, donde formuló la ley de la refracción, y *Meteoros*) de su *Discurso del método para conducir bien la razón y buscar la verdad en las ciencias* (1637). En dicho ensayo creó la geometría analítica, como aplicación del álgebra a la geometría, basándose en dos conceptos: el de las coordenadas y el de representar en forma de curva plana cualquier ecuación algebraica con dos incógnitas. De esa forma vinculaba ambas disciplinas, tomando “lo mejor del análisis geométrico y del álgebra, corrigiendo los defectos del uno por el otro”. Con ello, el álgebra sustituyó a la geometría en el lugar preferente de los estudios matemáticos. Ya en el cuerpo mismo del *Discurso*, del que la *Geometría* es un apéndice, Descartes plantea los méritos relativos del álgebra y de la geometría, sin llegar a inclinarse por uno de ellos. Como se ha visto más arriba, acusa a la geometría de apoyarse excesivamente en diagramas y figuras que llegan a fatigar de manera innecesaria la imaginación, y al álgebra de ser un arte confuso y oscuro que desconcierta a la mente. Luego el objetivo del método es doble: liberar a la geometría en lo posible, por medio de los métodos algebraicos, del uso de las figuras, y dar un significado concreto a las operaciones del álgebra por medio de su interpretación geométrica (hay un esbozo de tratado de álgebra, conocido como *Cálculo* (1638), escrito por el propio Descartes o bajo su dirección, que considera al álgebra como una ciencia específica. Esta álgebra está desprovista de sentido; es una técnica de cálculo, y forma parte de su búsqueda general del método). Descartes dice: “He decidido abandonar la geometría abstracta, es decir, la consideración de cuestiones que sólo sirven para ejercitar la mente, para estudiar otro tipo de geometría que tiene por objeto la explicación de los fenómenos de la naturaleza”. La *Geometría* consta de tres libros, cuya motivación general viene determinada por la primera frase del ensayo: “Cualquier problema de geometría puede reducirse fácilmente a términos tales que el conocimiento de las longitudes de determinados segmentos es suficiente para su construcción”. Tal como se indica en esta frase, la meta perseguida es generalmente una construcción

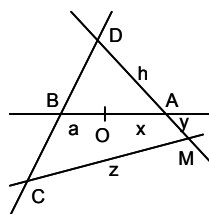
geométrica, y no necesariamente la reducción de la geometría al álgebra, que sin embargo es lo que vino a suceder, aunque podría decirse igualmente bien que la meta del ensayo consistía en la traducción de las operaciones algebraicas al lenguaje de la geometría. El primer libro se titula “Sobre los problemas que pueden construirse utilizando sólo círculos y líneas rectas”, cuyo primer párrafo dice: “Cómo el cálculo de la aritmética se relaciona con las operaciones de la geometría”. Esta relación la lleva a cabo mediante un recurso muy simple. En efecto, una diferencia esencial entre los elementos geométricos (segmentos) y los elementos algebraicos (letras) que impedía su comparación, consistía en que mientras con las letras pueden realizarse operaciones aritméticas en número ilimitado obteniéndose nuevas combinaciones de letras, con los segmentos tales combinaciones quedan limitadas al caso en que la “dimensión” del resultado es 1, 2, 3, pues en los otros casos ese resultado deja de ser inteligible, es decir, de ser expresable en términos de figuras geométricas: líneas, superficies, sólidos. Para eliminar tal limitación Descartes recurre a la idea simple del segmento unitario. Así como en aritmética el número 1 agregado como factor o divisor a cualquier expresión aritmética o algebraica no altera su valor pero sí modifica arbitrariamente el número de factores o divisores, es decir su “dimensión”, de igual modo Descartes, a fin de que “los segmentos se reduzcan tanto mejor a los números”, adopta un segmento arbitrario como unidad y, operando convenientemente con él, reduce toda combinación de segmentos, cualquiera sea su “dimensión”, a un segmento único. Esta unidad irá “sobrentendida”, pues ni ella ni sus operaciones aparecerán, pues -y ésta es la segunda etapa de este proceso genial- bastará indicar con una letra cada uno de los datos, y el resultado con la combinación respectiva de las letras de acuerdo con las reglas del álgebra. Por tanto, a cada problema geométrico corresponderá cierta relación entre letras, es decir una ecuación. Si ésta tiene una sola incógnita, su valor dará el segmento solución, y el problema será determinado. Si la ecuación tiene dos o más incógnitas, dando valores a éstas, salvo a una, el problema se reduce a un sistema determinado. En el caso de dos incógnitas, resultará que si una de éstas representa un segmento variable sobre una recta fija, uno de cuyos extremos es fijo, y la otra coincide con uno de los extremos del segmento de dirección fija, distinta de la anterior que representa la segunda incógnita, el otro extremo de este segmento dibujará una curva que resuelve el problema. Esta es la manera cartesiana de introducir el método que luego se denominó de las coordenadas, aunque este nombre no figura en los escritos de Descartes, como tampoco la mención especial de ejes.

De acuerdo con tales principios, Descartes inicia su *Geometría* indicando cómo se realizan con segmentos las operaciones de suma, resta, multiplicación, división y raíz cuadrada. Señala a continuación, al referirse a “Cómo pueden emplearse letras en geometría”, el significado de la unidad “sobrentendida” con el siguiente ejemplo: Si ha de extraerse la raíz cúbica de $a^2b^2 - b$, debe entenderse que el primer término está dividido una vez por la unidad y el segundo término multiplicado dos veces por la unidad. Pasa luego a la resolución gráfica de la ecuación de segundo grado, de la cual da dos procedimientos distintos, según tenga la ecuación una o dos raíces positivas. En el caso de raíces imaginarias el “problema propuesto es imposible”.



Para resolver la ecuación $z^2 = az + b^2$, Descartes procede de la manera siguiente (V. dibujo): Trácese un segmento LM de longitud b , y levántese en L un segmento NL perpendicular a LM y de longitud $a/2$; con centro en N dibújese la circunferencia de radio $a/2$ y trácese la recta MN , que corta a la circunferencia en O y en P ; la solución es $z = OM$ (Descartes ignora la raíz PM porque es negativa). Descartes da construcciones análogas para $z^2 = az - b^2$ y para $z^2 + az = b^2$. A continuación Descartes se centra en la aplicación del álgebra a determinados problemas geométricos, diciendo: “Si queremos, pues, resolver un problema cualquiera, supondremos en primer lugar la solución ya efectuada, y daremos nombres a todos los segmentos que parecen necesarios para su construcción, tanto a los que son desconocidos como a los conocidos. Después, y sin establecer ninguna diferencia entre los segmentos conocidos y desconocidos, se debe desentrañar la dificultad que muestre de una manera natural las relaciones entre estos segmentos, hasta que se pueda expresar una misma cantidad de dos maneras distintas. Esto constituirá una ecuación (en una única incógnita), ya que los términos de una

de estas dos expresiones son, considerados juntos, iguales a los términos de la otra”. En su obra, Descartes se dedica principalmente a este tipo de problema geométrico, en el que la ecuación algebraica resultante sólo puede contener una incógnita: “Si se puede resolver por medio de la geometría ordinaria, es decir, mediante el uso de rectas y circunferencias trazadas en una superficie plana, cuando la última ecuación haya sido reducida completamente, no quedará, como máximo, más que el cuadrado de una incógnita igualado al producto de su raíz por alguna cantidad conocida, al cual vendrá sumada o restada alguna otra cantidad también conocida”. Se trata, por tanto, de problemas que los griegos llamaban “problemas planos” y que conducen simplemente a una ecuación cuadrática en el caso más complicado. El primer libro termina con un problema tomado de Pappus, que resuelve (sólo había sido resuelto para casos particulares). Se trata del problema que Pappus denominó “de las tres o más rectas”, cuyo enunciado es: Dadas $2n-1$ (o $2n$) rectas, determinar el lugar geométrico de los puntos tales que trazando por ellos $2n-1$ (o $2n$) rectas que forman, respectivamente, con las anteriores ángulos dados, el producto de n segmentos así determinados esté en una razón dada con el producto de los $n-1$ restantes por un segmento dado (o de los n restantes). Para resolverlo, Descartes supone como siempre, el problema resuelto, y “para salir de la confusión de todas esas líneas”, considera como principales una de las dadas y una de las que hay que encontrar, y a ellas trata de referir las demás. Es decir, toma las rectas dadas AB y BC (V. dibujo), y sean las correspondientes rectas buscadas MA y MC , siendo M un punto del lugar buscado (los ángulos MAB y MCB están dados, no teniendo que ser iguales entre sí).



Sobre la recta dada AB toma el punto O , siendo fijo $OB = a$, y llama al segmento $OA = x$, y al segmento $AM = y$, segmentos que toma como elementos de referencia. Y siendo D el punto de intersección de MA con BC , y llamando $MC = z$, y $AD = h$, demuestra que el segmento z es función lineal de x e y , pues los triángulos ABD y MCD , de lados de direcciones fijas, permiten escribir, con b y c constantes: $b(h + y) = z$, $h = (a + x)c$, eliminando h , resulta: $abc + bcx + by = z$, terminando Descartes con la siguiente expresión: “... Se ve también que, multiplicando varias de estas líneas entre sí, las cantidades x e y que se encuentran en el producto, no pueden tener cada una más que tantas dimensiones como líneas haya. De modo que ellas no tendrán nunca más de dos dimensiones cuando se trate sólo de la multiplicación de dos líneas, ni más de tres cuando se trate sólo del producto de tres, y así al infinito”. Entonces, continúa Descartes, si el problema es a lo sumo de cuatro rectas, dando un valor fijo a una de las incógnitas se obtendrá una ecuación de segundo grado, que permitirá obtener con regla y compás puntos del lugar geométrico. En el libro segundo demostrará, además, que ese lugar será plano o sólido, mientras que si se trata de 5 o más líneas aparece una ecuación de un grado más *compuesto*, en cuyo caso Descartes designa el lugar como *hipersólido*. A continuación demuestra que el caso más simple de estos lugares está representado por la “parábola cartesiana”, curva que resuelve el problema de Pappus cuando se dan 5 rectas, 4 de ellas equidistantes y paralelas y la quinta normal a las 4 anteriores. Como en la resolución de este problema pueden presentarse rectas o circunferencias (lugares planos), cónicas (lugares sólidos) u otras clases de curvas no conocidas por los antiguos, Descartes dice que antes de considerar el caso general “es necesario que diga algo en general de la naturaleza de las líneas curvas”.

Tal es el objeto del segundo libro, cuyo título es “Sobre la naturaleza de las líneas curvas”, en el que, después de criticar la clasificación de los antiguos en problemas planos, sólidos y lineales, introduce una clasificación poco feliz de las curvas planas algebraicas en géneros (en su *Geometría* no figuran curvas trascendentes, que denomina mecánicas, y a las que intentó separar del campo de las matemáticas), dando a continuación dos métodos, con sus correspondientes trazados mecánicos, para obtener curvas de género cada vez mayor. Con notaciones actuales, las curvas obtenidas por esos métodos tienen por ecuaciones, respectivamente, $x^{4m} = a^2(x^2 + y^2)^{2n-1}$, $xy = (y - a)Y$, donde Y es la ordenada de la curva de género inmediato inferior. Cuando Y es una función lineal se obtiene una

hipérbola que, para Descartes, es una curva de primer género, mientras que, si Y es la ordenada de una parábola de ecuación $y = (x^2 - b^2):b$, se obtiene para $a = 2b$ la hoy llamada tridente o “parábola cartesiana”, curva de tercer grado, cuya ecuación general es $xy = ax^3 + bx^2 + cx + d$, que resuelve el problema de Pappus para el caso particular de 5 rectas. Un segundo problema, en el que Descartes pone a prueba su método, se refiere a la determinación de las normales a las curvas planas, “problema que me atrevo a decir que es el más útil y general no sólo que yo conozca, sino aun que yo haya anhelado jamás conocer en Geometría”. Aplicó este problema a la construcción de las normales a ciertos óvalos, hoy llamados “óvalos de Descartes”, de ecuación $m(x^2 + y^2)^{1/2} + n((x - a)^2 + y^2)^{1/2} = k$, que encuentran aplicación en su *Dióptrica*. Estudió el problema de las tangentes a las líneas curvas planas, considerando que una tangente es una secante cuyos dos puntos de corte se han confundido en uno solo. Para Descartes, encontrar la tangente a una curva era importante porque permitía encontrar propiedades de las curvas, como, por ejemplo, el ángulo de intersección de dos de ellas. A este respecto, dice Descartes: “Éste es el problema más útil, y el más general, no sólo que conozco, sino de los que deseo conocer en geometría”. Su método para determinar las tangentes o las normales, es algo engorroso, pero tiene valor desde el punto de vista algebraico porque resuelve el problema de índole infinitesimal sin recurrir a nociones infinitesimales, empleando además en sus cálculos algebraicos el “método de los coeficientes indeterminados”, de gran porvenir en matemáticas. En efecto, el método algebraico de Descartes para determinar la normal a una curva en un punto de abscisa x_1 se traduce geoméricamente en la determinación de la circunferencia con centro en el eje de la curva y tangente a la curva en ese punto. Si x_0 es la abscisa del centro de la circunferencia, el segmento de valor $|x_1 - x_0|$ es la subnormal. Para ello trata de que la ecuación que da los puntos de intersección de ambas curvas, tenga una raíz doble utilizando, si es necesario, el método de los coeficientes indeterminados, respecto del que advierte que “puede servir a una infinidad de otros problemas”. Termina el segundo libro con un estudio no muy feliz sobre las curvas alabeadas.

El libro tercero de la *Geometría*, cuyo título es “Sobre la construcción de sólidos o más que sólidos”, es un tratado de álgebra cuyo objeto es la resolución de problemas que llevan a ecuaciones de grado superior al segundo. Aceptaba en parte los números negativos: llamaba “falsas” a las raíces negativas de las ecuaciones, con el argumento de que pretendían representar números menores que la nada. Sin embargo, había mostrado que, dada una ecuación, es posible obtener otra cuyas raíces son mayores en una cantidad dada que las de la original, de forma que una ecuación con raíces negativas puede transformarse en otra con raíces positivas. Dado que se puede convertir raíces falsas en raíces reales, Descartes estaba dispuesto a aceptar los números negativos. Dice que una ecuación puede tener tantas raíces como el número de dimensiones (el grado) de la incógnita, usando la expresión “puede tener” por considerar las raíces negativas como falsas. Descartes rechazó las raíces complejas, acuñando para ellas el término “imaginarias”, diciendo que: “Ni las raíces verdaderas ni las falsas (negativas) son siempre reales; a veces son imaginarias”. Razonaba que, mientras que las raíces negativas al menos pueden hacerse “reales” transformando la ecuación en la que aparecen, esto no puede hacerse para las raíces imaginarias. Por tanto, éstas no son reales sino imaginarias, no son números, dando al término imaginario el sentido que en una ecuación “pueden imaginarse raíces, en vista de su grado, que sin embargo no existen”. Más tarde, al incluir las raíces imaginarias y las negativas a efectos de contar las raíces, concluyó que hay tantas como indica el grado. Entre los problemas a resolver sitúa la reconstrucción de una ecuación conociendo sus raíces, supuestas reales, que distingue en “verdaderas” (positivas) y “falsas” (valor absoluto de las negativas). De la citada reconstrucción deduce empíricamente (sin demostración) la hoy llamada “regla de los signos de Descartes”, para determinar el número de raíces verdaderas de una ecuación (la regla dice que el número de raíces positivas de una ecuación no supera al número de variaciones que presenta la sucesión de sus coeficientes, y ambos números tienen la misma paridad. Por tanto, la regla sólo da un valor máximo de ese número). Estudia las transformaciones hoy comunes de las ecuaciones algebraicas (supresión del segundo término, cambio de signo de las raíces, multiplicación de las raíces por un valor constante, aumento o disminución de las raíces según un valor fijo, supresión de factores cuando se conocen raíces, etc.). También en este libro trata la resolución de las ecuaciones de tercero y cuarto grado, sin presentar mayores novedades: para la cúbica utiliza la regla “cuya invención atribuye Cardano a un llamado Scipion Ferreus” y para la cuártica utiliza como transformación una combinación de los métodos de Ferrari y de Viète. Los ejemplos que presenta permiten reconstruir la resolución completa, en términos algebraicos y con letras, de un problema geométrico, también de Pappus, que es el que había utilizado

Girard para comprobar un caso de interpretación concreta de las raíces negativas, y después de exponer la resolución geométrica de Pappus, plantea la ecuación, que resulta de cuarto grado, suprime el segundo término, aplica el método de Ferrari (sin citarlo) y deduce en la cúbica resultante, por simple observación, una raíz con la que da la expresión algebraica de la solución del problema (en realidad no da sino la raíz positiva menor, sin advertir que siempre existe otra raíz positiva). Para la resolución gráfica de las ecuaciones cúbica y cuártica, utiliza el método de la “parábola fija”, consistente en considerar la ecuación de cuarto grado reducida $x^4=px^2+qx+r$ (que para $r=0$ coincide con una cúbica) como resultante de la eliminación de y entre las siguientes ecuaciones: $y=x^2$, $(x - q/2)^2+[y - (p + 1)/2]^2=(p + 1)^2/4 + q^2/4 + r$, ecuaciones de una parábola fija de “lado recto” unitario y de una circunferencia de centro y radio dados por los coeficientes de la ecuación que Descartes determina o construye gráficamente tomando como elementos de referencia el eje y el vértice de la parábola fija. Descartes aplica esta resolución a los problemas de Delos y de la trisección del ángulo, demostrando de paso que cualquier problema de tercero o cuarto grado puede reducirse a uno de éstos dos. Finaliza este libro con la resolución gráfica de una ecuación completa de sexto grado, mediante la intersección de la “parábola cartesiana” con una circunferencia, señalando varias aplicaciones del problema: división de un ángulo en 5 partes iguales, construcción de polígonos regulares de 11 y 13 lados, etc.

El párrafo final del libro es el siguiente: “Pero mi objeto no es escribir un libro abultado, trata más bien de muchas cosas en pocas palabras ... si se considera que habiendo reducido a una misma construcción todos los problemas de un mismo género, he dado a la vez la manera de reducirlos a una infinidad de otras diversas y, así, de resolver cada uno de ellos, de una infinidad de maneras; y además de esto, que habiendo construido todos los que son planos, cortando un círculo con una línea recta, y todos los que son sólidos, cortando también con un círculo una parábola y, en fin, todos los que son de grado más compuesto, cortando lo mismo con un círculo una línea que no es más que de grado más compuesto que la parábola, no hay más que seguir el mismo camino para construir todos los que son más compuestos, hasta el infinito. Pues en materia de progresiones matemáticas, cuando se tienen los dos o tres primeros términos no es difícil encontrar los otros. Espero que nuestros descendientes me estén agradecidos no sólo por las cosas que aquí expliqué, sino también por aquéllas que voluntariamente omití para proporcionarles el placer de descubrirlas”. En esta frase se observa el escaso interés de Descartes por el aspecto formal de la matemática y por su índole técnica, que demuestra dominar: que los demás redescubran lo que él ya ha encontrado. Está también su acentuación del valor metódico de la matemática, mostrando cómo sirve de modelo de su precepto lógico de “conducir ordenadamente mis pensamientos comenzando por los objetos más simples y más fáciles de conocer para ir subiendo poco a poco gradualmente hasta los conocimientos más complejos... hasta el infinito”.

Su ensayo *Dióptrica*, así como parte del libro segundo de *Geometría*, está dedicado a la óptica, con la geometría analítica como auxiliar. Tras describir el funcionamiento del ojo, Descartes considera el problema de diseñar lentes para telescopios, microscopios y gafas. Dedujo (1637) las leyes de la refracción (V. Snell), aunque su argumento era incorrecto, resolviendo seguidamente el problema general consistente en la definición de qué superficie de separación entre dos medios es tal que los rayos de luz procedentes de un punto del primer medio que pasen por refracción al segundo, convergen en un punto, descubriendo que la curva generatriz de la superficie de revolución buscada es un óvalo, hoy llamado óvalo de Descartes.

Descartes mantuvo ciertas controversias con Fermat. Éste, al comprobar que el argumento de Descartes sobre el que basaba su deducción de la ley de la refracción, era incorrecto, abordó tanto la propia ley como su demostración, no estando convencido de su validez hasta que la dedujo de su principio de tiempo mínimo, lo que significó una controversia entre Descartes y Fermat que duró diez años. Por otra parte, Fermat y Descartes se enredaron en una discusión sobre la prioridad del descubrimiento de la geometría analítica. La obra de Fermat *Introducción a los lugares planos y sólidos*, se publicó póstuma en 1679, pero su descubrimiento de las ideas básicas de la geometría analítica, en 1629, antecede a la publicación de la *Geometría* de Descartes en 1637. Descartes siempre negó que obtuviera sus ideas de las de Fermat. Además, las ideas de Descartes en geometría analítica, según el matemático holandés Beeckman, se remontan a 1619. Roberval, Pascal y otros tomaron el partido de Fermat, y Mydorge y Desargues, el de Descartes. Los amigos de Fermat escribieron implacables cartas contra Descartes. Con el tiempo, las actitudes de ambos se suavizaron, y en un

trabajo de 1660, Fermat, mientras apuntaba cierto error en la *Geometría*, declaró que admiraba de tal forma el genio de Descartes, que, incluso cuando cometía errores, su trabajo era más valioso que el de otros que no cometían ninguno. Descartes no había sido tan generoso con él.

Descartes perfeccionó el simbolismo algebraico: aunque conoce el signo = prefiere utilizar para la igualdad un signo propio parecido al actual para el infinito; cuando le conviene escribe el segundo miembro de una ecuación igual a 0; introdujo el uso de las letras minúsculas, las primeras letras para los valores conocidos, las últimas para las incógnitas; introdujo sistemáticamente los exponentes; desarrolló el cálculo literal, etc. Admitía los irracionales como números abstractos que pueden representar magnitudes continuas. Suprimió la necesidad de la homogeneidad de las ecuaciones, al introducir la magnitud unidad. Estudió diversas curvas algebraicas de orden superior que denominó geométricas, entre ellas el folium que lleva su nombre, cuya ecuación es $x^3 + y^3 = 3axy$, los óvalos, el tridente que a veces se llama parábola de Descartes (las ecuaciones de estas dos últimas curvas se han expuesto más arriba), la espiral equiangular, cuya ecuación polar es $\rho = ae^{b\theta}$, las parábolas de orden superior de ecuación $y = ax^n$.

Sabía que toda ecuación con tres incógnitas representa una superficie, y recíprocamente, pero no lo desarrolló. Incidentalmente se encuentra en sus obras el concepto de curvas de orden superior con n parámetros, representadas en el espacio de n dimensiones. Obtuvo una construcción geométrica de los diámetros de los círculos cuyos polígonos regulares circunscritos de 4, 8, 16, ... lados tienen igual perímetro. Encontró la relación entre caras, vértices y aristas de los poliedros, fórmula atribuida a Euler. Para la deducción matemática de la ley de caída de los graves, utilizó una división del tiempo en intervalos infinitamente pequeños.

Deschales, Claude-François Milliet (1612-1678). Matemático francés. Natural de Lyon. Publicó *El curso o el mundo de las matemáticas* (1674, y en una edición ampliada, en 1690). Esta obra trata de aritmética, trigonometría, logaritmos y además de geometría práctica, mecánica, estática, geografía, magnetismo, ingeniería civil, carpintería, talla de piedras, construcción militar, hidrostática, movimiento de fluidos, hidráulica, construcción de barcos, óptica, perspectiva, música, diseño de armas de fuego y cañones, el astrolabio, relojes de sol, astronomía, el cálculo del calendario y el horóscopo. Finalmente, incluye álgebra, la teoría de los indivisibles, la teoría de las cónicas y curvas especiales como la cuadratriz y la espiral. Esta obra fue popular y estimada.

Deshouillers, Jean Marc (n. 1947). Matemático francés. Profesor en la Universidad de Burdeos. Waring había enunciado que todo entero es suma de 4 cuadrados, 9 cubos, 19 bicuadrados, y sugirió que una propiedad similar debería ser cierta para potencias superiores. Llamando $g(k)$ al número mínimo de sumandos necesarios para expresar todo entero como suma de potencias k -ésimas, Balasubramanian, Deshouillers y Dress demostraron (1986) que $g(4) = 19$. Ha publicado *Teoría de números y probabilidad; algunos ejemplos de conexiones* (1997), *Matemáticas de la computación* (con Hennecart y Landreau, 2000), *El problema de Waring para dieciséis bicuadrados; resultados numéricos* (con Hennecart y Landrau, 2000), *Un límite superior en el problema de Goldbach* (con Granville, Narkiewicz y Pomerance).

Despeyrous, Théodore (1815-1883). Matemático francés. Nació en Beaumnot. Enseñó en las Universidades de París, Dijon y Toulouse. Escribió *Memoria sobre las ecuaciones resolubles algebricamente*, *Curso de mecánica* (póstuma, 1884), donde dio solución al problema de la curva braquistócrona.

Desvalls y de Ardena, Juan Antonio (1740-1820). Científico español. Nació en Barcelona. Estudió en el Colegio Cordelles de Barcelona. Fue uno de los fundadores de la Conferencia Físico-Matemática Experimental de 1764, de la que fue secretario perpetuo. Escribió numerosos trabajos sobre física, zoología y meteorología, como la *Disertación sobre los terremotos* (1783), *El aerómetro o pesalicores* (1791).

Deulofeu Piquet, Jordi. (h. 1990). Matemático español. Profesor en la Universidad de Barcelona. Investiga en la didáctica de las matemáticas. Escribió suplementos matemáticos y científicos en el periódico *La Vanguardia*. Ha publicado diversas obras sobre la materia, como: *Una recreación*

matemática, Gimnasia mental, Investigación sobre juegos, interacción y construcción de conocimientos matemáticos, Para pensar de un minuto a una hora. Divulgación de las matemáticas en la prensa escrita.

Deulofeu Torres, Alexandre (1903-1978). Químico e historiador español. Nació en Armentera (Gerona). Se licenció en farmacia y ciencias químicas por las Universidades de Barcelona y Madrid. Amplió sus estudios de historia en la Universidad de Montpellier. Fue catedrático de física y química, y director de la Escuela de Artes y Oficios de Figueras. Publicó, además de varias obras sobre arte, temas sociales e históricos, *Química estructural* (1937) y *La matemática en la historia*, obra en 17 volúmenes, de la que se publicó un resumen en 1951.

Dewulf, Eugène (1831-1896). Matemático francés. Geómetra e historiador de las matemáticas. Profundizó en las transformaciones cuadráticas (1873). Publicó varios trabajos sobre los manuscritos medievales del Magreb.

Di Borgo, Luca. V. Pacioli, Luca.

Di Fagnano, Giovanni Francesco de Toschi. V. Fagnano, Giovanni Francesco de Toschi di.

Di Fagnano, Giulio Carlo de Toschi, conde. V. Fagnano, Giulio Carlo de Toschi di, conde.

Diamond, Fred (n. 1964). Matemático estadounidense. Estudió en la Universidad de Michigan, graduándose en 1983. Se doctoró en la Universidad de Princeton (1988). Ha enseñado en las Universidades de Brandeis, Rutgers y en el King College de Londres. Sus campos de investigación se centran en las formas modulares y en las representaciones de Galois. Demostró junto con Breuil, Conrad y Taylor (1999), la conjetura de Taniyama-Shimura-Weil para todas las curvas elípticas (V. Taniyama). Esta demostración tiene una aplicación de interés en el Programa Langlands consistente en asociar a una estructura algebraica (en este caso, una curva elíptica), un tipo específico de serie infinita construida a partir de datos concretos de la estructura y estudiar la información que la una brinda sobre la otra.

Díaz, Juan (h. 1518). Capellán español, con cierta formación matemática. Formó parte de una expedición de Hernán Cortés al Yucatán (1518), siendo posiblemente la primera persona con formación matemática que pisó suelo americano.

Díaz Díaz, Jesús Ildefonso (n. 1950). Matemático español. Nació en Toledo. Doctor en matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid. Catedrático de matemática aplicada en dicha Universidad. Doctor honoris causa por la Universidad de Pau et des Pays de l'Adour (Francia). Investiga en las matemáticas aplicadas al estudio del clima. Es coautor de *Matemáticas y clima* (2001), *Matemáticas para el estudio del clima* (2000).

Díaz Godino, Juan (n. 1947). Matemático español. Nació en Jaén. Doctor en matemáticas (1982). Catedrático de didáctica de la matemática en la Universidad de Granada. Especialista en teoría de la educación matemática. Ha publicado *Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas* (2009) y es coautor de *Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de la matemática desde un enfoque ontosemiótico* (2009).

Dickson, Leonard Eugene (1874-1954). Matemático estadounidense. Nació en Independence (Iowa). Fue profesor en las universidades de Texas (1899) y Chicago (1900-1939). En 1912 completó las demostraciones de Cayley sobre hipernúmeros. Contribuyó a la teoría de las álgebras lineales con un número finito, y aun infinito, de unidades generadoras (primarias) y con o sin división. Como Moore y Huntington, dio (1905) conjuntos de postulados independientes para el concepto de grupo abstracto. Simultáneamente con Wedderburn, demostró (1905) que todo cuerpo finito es conmutativo (para la multiplicación). Hasta 1905 las únicas álgebras con división conocidas eran los cuerpos conmutativos y los cuaternios. Entonces Dickson introdujo otras nuevas, tanto conmutativas como no conmutativas,

En 1914, Dickson y Wedderburn dieron los primeros ejemplos de cuerpos no conmutativos con centros (conjunto de todos los elementos que conmutan con todos los demás) de rango n^2 . Escribió *Historia de la teoría de números* (1919-1923) y *Modernas teorías algebraicas* (1926).

Diderot, Denis (1713-1784). Literato y pensador francés. Nació en Langres. Fue tonsurado en 1726, aunque de hecho no entró en la Iglesia. Se educó en los jesuitas de Langres. Estudió en París (1729-1732), graduándose como maestro en artes. Estudió leyes, lenguas, literatura, filosofía y matemáticas. Conoció a Rousseau (1741) con quien entabló una profunda amistad. Fue uno de los más importantes representantes de la Ilustración, cuyas ideas pensó difundir a través de la Enciclopedia. Comenzó a trabajar en ella en 1745, impulsado por André le Breton, y contó con la colaboración de D'Alembert y Turgot, saliendo el primer tomo en 1751 y el último en 1772. Diderot fue autor de dramas, novelas y ensayos. Pensaba, como también D'Alembert, que la mecánica concentraría la máxima atención de los matemáticos. Diderot escribió en *Pensamientos sobre la interpretación de la naturaleza*: “Me atrevo a decir que en menos de un siglo no quedarán tres grandes geómetras matemáticos en Europa. Esta ciencia muy pronto llegará a un punto estático donde los Bernoullis, Maupertuis, Clairauts, Fontaines, D'Alemberts y Lagranges la hubieran dejado... No iremos más allá de este punto”. Patente error, similar al de Delambre (V. esta reseña), en contraposición de la predicción más sabia realizada por Condorcet (V. esta reseña). Diderot escribió, entre otras muchas obras, *Carta sobre sordos y mudos* (1751), *Pensamientos sobre la interpretación de la naturaleza* (1754), *Elementos de psicología*, *Suplemento al viaje de Bougainville*, *Discurso sobre la poesía dramática*, *Ensayo sobre la pintura*, *Ensayo sobre los reinos de Claudio y Nerón*.

Dienes, Zoltan Pal (n. 1916). Matemático húngaro. Experto en didáctica de las matemáticas. Escribió *Las seis etapas del aprendizaje de las matemáticas* (1971), donde discute el valor del material como soporte a las estructuras matemáticas, como es el caso de los bloques lógicos, el material multibase, etc., con el objetivo de acceder a fases cada vez más abstractas del conocimiento matemático. Ha publicado *Memorias de un matemático*, *Juegos matemáticos*.

Diesterweg, Friedrich Adolph Wilhelm (1790-1866). Matemático alemán. Nació en Siegen. Director de formación del profesorado en Moers y Berlín. Dio gran importancia a la aritmética razonada, suprimiendo la oposición entre el cálculo mental y el cálculo con cifras escritas (1842).

Dieudonné, Jean Alexandre Eugène (1906-1992). Matemático francés. Nació en Lille. Estudió en París. Obtuvo el doctorado (1931) en la École Normale Supérieure. Profesor en las universidades de Nancy, Sao Paulo (Brasil), Michigan (1952) y Northwestern (hasta 1959) en Estados Unidos y, a su vuelta a Francia, París (1959-1964) y Niza (1964). Miembro de la Académie des Sciences (1968). Uno de los fundadores del grupo Bourbaki. Investigó en topología, teoría de grupos y geometría algebraica. Escribió *Geometría de los grupos clásicos* (1955), *Fundamentos del análisis moderno* (1960), *Álgebra lineal y geometría elemental* (1964), *Desarrollo reciente de las matemáticas* (1964), *Resumen de historia de las matemáticas 1700-1900* (1978), *Historia del análisis funcional* (1981), *En honor del espíritu humano. Las matemáticas hoy* (1987).

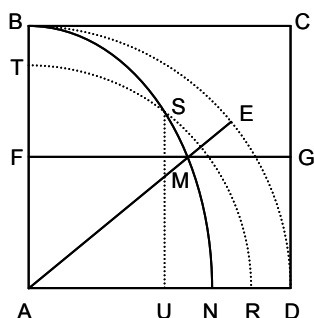
Diffie, Whitfield (n. 1944). Matemático estadounidense. Estudió en el Instituto Tecnológico de Massachusetts. Diffie y Hellman idearon (1976) una forma de cifrar llamada clave pública, basada en una gran cantidad de cálculos e ingenio matemático. Se basa en las llamadas funciones unidireccionales con trampa, cuya característica consiste en que se pueden aplicar de forma sencilla, pero sin embargo es muy difícil invertirlas salvo que se posea determinada información adicional (trampa). El cifrado se realiza con una clave pública, mientras que para descifrar es necesario poseer una clave secreta. El emisor utiliza dos números, uno secreto x y otro público g para calcular g^x , y envía el resultado al receptor. Éste usa su número secreto y junto con el público g para calcular g^y , y se lo remite al emisor. Así ambos pueden calcular g^{xy} y usar este valor como clave secreta compartida. Si se interceptaran los números g^x y g^y no se podrían obtener x e y , porque todos los cálculos anteriores se realizan en un cuerpo finito y el cálculo de logaritmos discretos es uno de los problemas considerados más difíciles.

Din, Baha Al. V. Baha Al-Din.

Din, Nasir Al. V. Nasir Al-Din.

Dini, Ulisse (1845-1918). Matemático italiano. Discípulo de Enrico Betti. Trabajó en la construcción de la teoría de las series de Fourier. Escribió una obra (1878) sobre los fundamentos de las funciones de variable real.

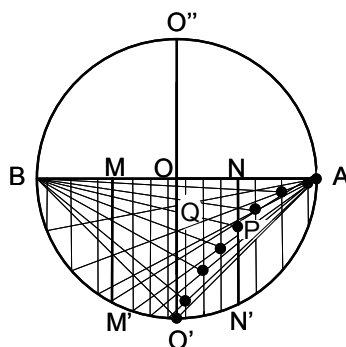
Dinostrato (390-320 a.C.). Geómetra griego, hermano de Menecmo. Miembro de la escuela platónica. Sus trabajos en geometría fueron similares a los de Hippias. Estudiando (350 a.C.) la curva *trisectriz* que lleva el nombre de Hippias (V. esta reseña), dedujo que esta curva que resolvía la trisección del ángulo, resolvía también la cuadratura del círculo.



La trisectriz de Hippias se puede construir por puntos de la siguiente forma (V. dibujo): Sea un cuadrado $ABCD$, en el que el lado AB gira sobre el punto A con movimiento uniforme hasta llegar a la posición AD . Simultáneamente, y también con un movimiento uniforme, el lado BC se desplaza paralelamente a sí mismo hasta alcanzar la posición AD , a la que llega a la vez que AB en su giro alrededor de A . La intersección en un instante dado de las posiciones AE y FG de los dos segmentos móviles, determinan un punto M de la trisectriz. Como el ángulo BAM es proporcional al segmento BF , la trisectriz permite dividir el ángulo en un número cualquiera de partes iguales, sin más que dividir BA en ese número de partes. La cuestión estudiada por Dinostrato estriba en que el punto N , en el que la trisectriz corta a AD , no puede obtenerse como los demás puntos de la curva, ya que en esta posición final ambos segmentos móviles coinciden, no teniendo por tanto punto de intersección. Aplicando el método de exhaución, Dinostrato demostró que AB es media proporcional entre AN y la longitud del arco del cuadrante de circunferencia BED , de manera que mediante este segmento AN era posible rectificar la circunferencia. También se puede demostrar la citada propiedad del segmento AN por el método griego de demostración indirecta, de forma que, siendo R el punto en que la trisectriz corta a AD , se refuten las dos alternativas: que o bien $AR > AN$, o bien $AR < AN$. Suponiendo que: $\text{arco } BED / \text{lado } AB = \text{lado } AB / \text{segmento } AR$, siendo $AR > AN$, se traza la circunferencia de centro A y radio AR , que corta a la trisectriz en S y al lado AB en T . Se traza la perpendicular SU desde S sobre AD . Como Dinostrato sabía que los arcos de circunferencias correspondientes al mismo ángulo central son entre sí como sus respectivos radios, se tiene: $\text{arco } BED / \text{lado } AB = \text{arco } TSR / \text{segmento } AR$, y como por hipótesis $\text{arco } BED / \text{lado } AB = \text{lado } AB / \text{segmento } AR$, se tiene que: $\text{arco } TSR = \text{lado } AB$. Pero de la propiedad que define la trisectriz resulta que $\text{arco } TSR / \text{arco } SR = \text{lado } AB / \text{segmento } SU$, luego si: $\text{arco } TSR = \text{lado } AB$, se tendría que: $\text{arco } SR = \text{segmento } SU$, lo que es absurdo, ya que la perpendicular es menor que cualquier línea que vaya desde S al lado AD . Por tanto AR no puede ser mayor que AN . De forma análoga se demuestra que AR no puede ser menor que AN , por lo que queda demostrado el teorema de Dinostrato, es decir que: $\text{arco } BED / \text{lado } AB = \text{lado } AB / \text{segmento } AN$. Arquímedes demostró cómo se podía pasar, con regla y compás, de la circunferencia rectificada por medio de la trisectriz, a la cuadratura del círculo, de manera que desde entonces quedó justificado el nombre de cuadratriz dado también a la trisectriz de Hippias o de Dinostrato.

Diocleciano (245-316). Emperador romano. Distinguía entre geometría y matemáticas. Aquella se enseñaba y aplicaba en las escuelas públicas, pero el “arte de las matemáticas”, esto es, la astrología, fue condenado y prohibido completamente. El *Código de matemáticas y malas artes*, ley romana que prohibía la astrología, se aplicó también en Europa durante la Edad Media.

Diocles (240-180 a.C.). Geómetra griego. Nació en Eubea. Residió en Atenas. Escribió *Sobre los espejos ustorios*, donde introduce la cisoide con objeto de lograr la duplicación del cubo (el término cisoide procede de la palabra griega *kissos*, que significa hiedra, por la forma semejante a una hoja de hiedra que adopta la figura limitada por un arco de dicha curva y una semicircunferencia).



En efecto (V. dibujo), sea una circunferencia de centro O y diámetros perpendiculares AB y $O'O''$ y dos semicuerdas MM' y NN' simétricas respecto a $O'O''$ y normales a AB (M sobre OB y N sobre OA). La intersección P de AM' con NN' es un punto de la cisoide que se obtiene haciendo variar la pareja de semicuerdas. La rama de la curva $O'A'O'$, situada dentro del círculo, junto con la semicircunferencia $O'B'O'$ dibuja la hoja de hiedra (en la figura sólo se han representado puntos de la cisoide situados en el semicírculo inferior). Como $AM : MM' = AN : NP$, y $AM : MM' = BN : NN'$, se tiene que $AN : NP = BN : NN'$. Y como $NN'^2 = BN \cdot NA$, resulta: $BN : NN' = NN' : AN = AN : NP$, es decir que NN' y AN son medias proporcionales entre BN y NP . Como $BN : NP = BO : OQ$ (Q es la intersección de $O'O''$ con BP), bastará tomar BO y OQ como segmentos dados, construir la cisoide en la circunferencia de radio OB y buscar su intersección P con la recta BQ , para tener en AN y NN' segmentos proporcionales a las dos medias buscadas. En cuanto a los espejos ustorios (incendiarios) eran espejos cóncavos en forma de esfera, paraboloides de revolución o elipsoide, que reflejarían la luz solar concentrándola sobre un punto produciendo en éste un calor muy grande. También se atribuye a Diocles una solución del problema de Arquímedes (dividir una esfera en dos segmentos cuyos volúmenes estén en una razón dada), mediante una elipse y una hipérbola.

Diofanto de Alejandría (h. 200/214 -h. 284/298). Matemático griego, vinculado por sus trabajos a la matemática babilonia. Un epigrama de la *Antología griega*, atribuida a Metrodoro, refiriéndose a la vida de Diofanto dice que transcurrió en la niñez el sexto de su vida, un dozavo en la adolescencia y que, después de otro séptimo de su existencia, se desposó, naciéndole un hijo a los cinco años de casado; mas el hijo vivió la mitad de la vida del padre y éste, afligido, buscó consuelo en la ciencia de los números y cuatro años después de la muerte del hijo, falleció. De todo ello se deduce que Diofanto vivió 84 años (aunque es poco probable que dicho epigrama tuviera alguna finalidad informativa).

En sus escritos rompió con la costumbre de enunciar los problemas en forma de historieta redactada, en general, con arreglo a moldes mitológicos, planteando todas sus proposiciones, excepto una, en abstracto, con lo que su *Aritmética* gana en claridad para nosotros, pero debió de ser, por el contrario, más oscura para los antiguos, habituados a la forma concreta, como lo demuestra el haber vuelto a adoptar, después de Diofanto, las normas tradicionales. Si, como parece, éste escribió su obra para enseñanza de la juventud cristiana, es indudable que no quiso despertar en ella curiosidad alguna por tales historietas, que llevaban envueltas ideas de paganismo, dando así idea de un escrúpulo religioso, que, en último caso, benefició a la ciencia.

Su libro *Aritmética* es un caso único en la matemática griega, pues Diofanto utiliza ese título para diferenciar la aritmética de la logística, lo que no es una simple variación de título, sino algo más profundo, puesto que implica un concepto de número distinto del clásico al desvestirse de su ropaje geométrico, y un cambio de forma y de método, ya que éstos se apartan de la tradición logística para adentrarse en la zona del razonamiento algebraico, inaugurando la época del álgebra sincopada. Los enunciados de las cuestiones anteriores a él son historietas más o menos complicadas cuya solución se obtiene, en cada caso particular, mediante una serie de operaciones concretas que, luego de efectuadas, se olvidan de una vez para otra. Los problemas diofánticos, en general, se refieren a números abstractos. Reaccionando contra los logísticos que no demostraban nada, limitándose a dar la solución

del problema propuesto, Diofanto la analiza, y el camino que sigue para llegar a ella, aunque no siempre satisfactorio, es rigurosamente científico. El libro no contiene teoremas ni proposiciones, sino problemas entre números abstractos, como se ha dicho antes, con excepción de un problema entre cantidades y de la colección de problemas del sexto libro, en los que los datos y las incógnitas son elementos de triángulos rectángulos que han de satisfacer por tanto a la ecuación pitagórica. La mayor parte de los problemas se refieren a casos indeterminados, en los que la solución dada comporta exclusivamente números racionales positivos, aunque no ignora los negativos, y no necesariamente enteros como haría pensar la denominación de análisis diofántico, llamado así en su honor, con que a veces se designa este estudio. Se conocen seis libros de la *Aritmética*, que según el prefacio debía tener trece, aunque parece que sólo escribió esos seis libros. Precede al primero un preámbulo en el que se exponen algunos conocimientos indispensables para leer la obra. Parte de la definición de número como conjunto de unidades, pero en los problemas entiende, en general, el racional, sin prescindir, no obstante, del irracional, advirtiendo que en algunos problemas la incógnita no es racional, aunque sólo se ocupa de las soluciones racionales, desechando por imposibles o absurdas las soluciones que no sean racionales y positivas. Continúa el preámbulo exponiendo los signos que utilizará y sus reglas operatorias: utiliza signos literales para indicar las tres primeras potencias de la incógnita, que reitera para indicar las tres siguientes; un signo especial agregado a las anteriores servía para indicar las potencias recíprocas; utiliza un par de signos más para la igualdad y la sustracción, en cambio no hay signo para la suma que se indica escribiendo los sumandos uno tras otro (se ha dicho antes que el álgebra de Diofanto es “sincopada”, representando una etapa intermedia entre el álgebra retórica y la simbólica actual). No dispone sino de una incógnita, a la que llama “el número del problema”, lo que le obliga a ciertos recursos cuando se trata de problemas de varias incógnitas. En la resolución de los problemas adopta valores numéricos particulares, pero el método que emplea es en general independiente de esos valores, que han sido elegidos de antemano para que el problema tenga solución. Los problemas no están ordenados ni en cuanto al método ni en cuanto a su naturaleza. La elección del método de resolución y los recursos auxiliares utilizados confieren a este escrito la fisonomía algebraica que los caracteriza, distinguiéndolo de los demás escritos griegos. Por ello se puede llamar a Diofanto el padre del álgebra, aunque esta denominación no hay que tomarla demasiado literalmente, dado que su obra no contiene nada del material que constituye la base del álgebra elemental moderna, ni tampoco se parece al álgebra geométrica de Euclides.

El libro I contiene veinticinco problemas de primer grado (veintiuno determinados y cuatro indeterminados), y catorce de segundo grado (trece determinados y uno indeterminado), o sea, un total de treinta y nueve proposiciones. El libro II consta de treinta y cinco problemas, los cinco primeros de los cuales parece que sean apócrifos, siendo los demás indeterminados de segundo grado (uno de éstos, dividir un cuadrado dado en dos cuadrados, dio origen al llamado gran teorema de Fermat). La analogía de los cuatro primeros problemas del libro III con los dos últimos del libro II, permite poner en duda su autenticidad, y de los diecisiete restantes merecen especial atención el décimo, por ser el primero resuelto por falsa posición, y el 19º, en que Diofanto accede por primera vez a la representación geométrica. Casi todos los problemas del libro IV, que contiene 40 problemas, se refieren a números cúbicos y están resueltos mediante el análisis indeterminado de segundo y tercer grado; y como los griegos no conocían la fórmula de la ecuación cúbica, Diofanto demuestra gran ingenio y habilidad para encontrar soluciones particulares gracias a una feliz elección de los datos. También pertenecen al análisis indeterminado de segundo y tercer grado veintiocho de los treinta problemas del libro V, y los otros dos llevan a ecuaciones bicuadradas, que Diofanto reduce a cuadráticas, y termina este libro con el “problema de los vinos”, que es el único caso de datos concretos y que tiene cierta semejanza con los problemas que hoy se llaman “de mezclas”. Los veinticuatro problemas del libro VI se refieren a triángulos rectángulos. En total, la *Aritmética* consta de 189 problemas.

En resumen, se pueden distinguir los siguientes tipos de problemas:

a) Problemas de primer grado con una incógnita. Es el caso de determinar dos números conociendo su suma y diferencia (el menor es la semidiferencia de los datos, y el mayor es el menor más la semidiferencia); o bien el problema consistente en dados dos números buscar un tercero tal que los productos de cada uno de ellos por la suma de los otros dos estén en progresión aritmética (se resuelve mediante una ecuación que expresa que uno de los productos es media aritmética de los otros dos).

b) Sistemas lineales, en los que, mediante la introducción de variables auxiliares, Diofanto los reduce al caso anterior. Uno de estos problemas consiste en calcular cuatro números conociendo las cuatro diferencias entre la suma de tres de ellos y el restante (Diofanto lo resuelve introduciendo una quinta incógnita auxiliar, que es la semisuma de las cuatro incógnitas, deduciendo su valor mediante una ecuación de primer grado, y de ahí obtiene los números buscados).

c) Ecuaciones de segundo grado, en las que sólo considera la raíz positiva, y en el caso de que haya dos raíces positivas sólo considera una de ellas. Es el caso del “problema de los vinos” que consiste en encontrar las cantidades de dos clases de vino de precios proporcionales a 8 y 5, de manera que el costo sea un cuadrado que sumado al número 60, reproduzca el cuadrado de la suma de las cantidades. Con los símbolos actuales se plantea el sistema: $8x + 5y = z^2$, $z^2 + 60 = (x + y)^2$, es decir: $(x + y)^2 = 8x + 5y + 60$. Para resolverlo, Diofanto introduce la incógnita auxiliar $u = x + y$, que le lleva al siguiente sistema:

$u^2 - 60 = 3x + 5u = 8u - 3y$, de donde plantea las desigualdades: $8u > u^2 - 60 > 5u$. Transformando las desigualdades en igualdades, encuentra que las ecuaciones cuadráticas correspondientes, que sólo tienen una raíz positiva, cumplen con las desigualdades $11 < u < 12$. Como $u^2 - 60$ debe ser un cuadrado, Diofanto introduce una nueva incógnita v , tal que $u^2 - 60 = (u - v)^2$. Utilizando los valores extremos de u llega a un nuevo par de inecuaciones en v : $22v < 60 + v^2 < 24v$. En este caso las ecuaciones correspondientes tienen ambas dos raíces positivas, pero Diofanto sólo utiliza la mayor, llegando a la desigualdad $19 < v < 21$. Toma $v = 20$, por lo que: $u = \frac{23}{2}$, $x = \frac{59}{12}$, $y = \frac{79}{12}$, $z = \frac{17}{2}$.

En el caso de sistemas de grado superior al primero, la solución también depende de la adecuada elección de variables auxiliares. Por ejemplo, en el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas que hoy escribimos: $x(y + z) = a$, $y(z + x) = b$, $z(x + y) = c$, toma como nuevas incógnitas: $xz = u$, $yz = v$, pasando al sistema lineal: $u + v = c$, $u - v = a - b$, de donde obtiene u y v , y por tanto, x^2 , y^2 , z^2 .

d) Sistemas indeterminados, en los que Diofanto pone de relieve su habilidad algebraica. Los de primer grado no tienen hoy mayor interés, pues siendo los coeficientes racionales existe una infinidad de soluciones racionales. En estos casos Diofanto adopta una sola de ellas como solución o determina la que corresponde a un valor prefijado de una de las incógnitas. Pero en los sistemas de grado superior esto no puede hacerse y es necesario acudir a recursos especiales. En algún caso Diofanto habla de “expresión general”, por ejemplo cuando enuncia las reglas para encontrar dos números tales que su producto más (o menos) su suma es un valor dado, regla que equivale a escribir $xy + (x + y) = a$ en la forma $(x + 1)(y + 1) = a + 1$, de ahí que conocido uno de los números se obtiene el otro. En general, estos problemas los resuelve mediante adecuadas elecciones de variables auxiliares. Así si la ecuación es: $x^2 + y^2 = a^2$, hace $y = xz - a$, y la expresión se torna lineal en x . Igualmente la ecuación $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$, se hace lineal en z mediante las sustituciones: $x = zu - a$, $y = zv - b$. La ecuación $x^2 - y^2 = a^2$ se hace lineal en y con $x = y + z$.

En otros casos la solución es más rebuscada, pero no por eso menos ingeniosa, como por ejemplo, el siguiente problema: Determinar cuatro números tales que sumando a cada uno de ellos el cuadrado de su suma, se obtenga en todos los casos un cuadrado. Para resolverlo, Diofanto acude a una propiedad de los triángulos rectángulos: el cuadrado de la hipotenusa más cuatro veces el área es un cuadrado (de la suma de los catetos), reduciéndose el problema a buscar cuatro triángulos rectángulos de igual hipotenusa, que logra partiendo de dos triángulos rectángulos cualesquiera de catetos b, c, b', c' e hipotenusas respectivas a, a' , utilizando factores de proporcionalidad y las identidades entre suma de dos cuadrados. En efecto los triángulos de catetos: ba' y ca' ; $b'a$ y $c'a$; $bb' + cc'$ y $bc' - b'c$; $bb' - cc'$ y $bc' + b'c$, respectivamente, tienen todos la misma hipotenusa aa' . De esta manera se obtienen cuatro números (los cuádruplos del área) que sumados al mismo cuadrado, se obtienen cuadrados. Para que ese cuadrado común sea a su vez suma de esos números bastará encontrar un factor de proporcionalidad que haga cumplir esa condición.

e) Problemas de triángulos rectángulos de lados racionales, de manera que se trata siempre de un sistema de ecuaciones, una de las cuales es la pitagórica (son los problemas del libro VI). Es el caso de determinar, por ejemplo, un triángulo rectángulo tal que el área más un cateto sea un cuadrado y el perímetro un cubo. Para resolverlo, Diofanto parte de la ecuación general pitagórica afectada por comodidad por un factor de proporcionalidad, llegando a que un cierto número u debe ser tal que $2u + 1$ debe ser un cuadrado y su doble un cubo, lo que exige que $2u + 1$ debe ser el cuádruple de una sexta potencia. Toma como base de esta potencia la unidad que da para u el valor $\frac{3}{2}$ y de ahí obtiene para los lados del triángulo $\frac{8}{5}$, 3 y $\frac{17}{5}$, cuya área $\frac{12}{5}$ más el cateto $\frac{8}{5}$ es cuadrado de 2, y cuyo perímetro 8

es un cubo. Otro problema, también de reminiscencias babilónicas, pide determinar un triángulo rectángulo tal que el área más un cateto sea una constante dada, que Diofanto toma igual a 7. El sistema a resolver es: $\frac{1}{2}xy+x=7$, $x^2+y^2=z^2$. Diofanto considera un triángulo semejante al buscado de factor de proporcionalidad h , con lo que la primera ecuación se convierte en una ecuación de segundo grado en h que exige para que sus raíces sean reales que $\frac{7}{2}xy+\frac{1}{4}x^2$ sea un cuadrado perfecto, como también lo debe ser x^2+y^2 . Llega así a un sistema de “doble ecuación”, en el que hace $y = kx$, obteniendo: $\frac{7}{2}k + \frac{1}{4} = u^2$, $I + k^2 = v^2$. Restando ambos cuadrados se obtiene un producto, y de ahí la solución particular $u = \frac{7}{2}$, $k = \frac{24}{7}$, siendo el triángulo semejante a uno de lados 7, 24 y 25. Por la primera ecuación el factor de proporcionalidad es $\frac{1}{4}$, y el triángulo buscado es $\frac{7}{4}$, 6, $\frac{25}{4}$. Hay una segunda solución que Diofanto no buscaba: $\frac{24}{7}$, $\frac{25}{12}$, $\frac{337}{84}$.

Sobre su escrito *Porismas*, hoy se piensa que formaba parte de su *Aritmética*, puesto que tres veces habla Diofanto de sus proposiciones como refiriéndose no a una obra distinta, sino a la propia *Aritmética*. Empleando la notación moderna, dichas proposiciones son: 1) Si se verifican las tres igualdades: $x_1 = m^2 - a$, $x_2 = (m + 1)^2 - a$, $x_3 = 2(x_1 + x_2) - I$, las expresiones: $x_1x_2 + a$, $x_2x_3 + a$, $x_3x_1 + a$, son cuadrados. 2) Si se tiene: $x_1 = m^2$, $x_2 = (m + 1)^2$, $x_3 = 2(x_1 + x_2) + 2$, las expresiones: $x_1x_2 + x_1 + x_2$, $x_2x_3 + x_2 + x_3$, $x_3x_1 + x_3 + x_1$, $x_1x_2 + x_3$, $x_2x_3 + x_1$, $x_3x_1 + x_2$, son cuadrados. 3) La ecuación $x^3 + y^3 = a^3 - b^3$, tiene siempre soluciones racionales.

Se conoce un fragmento de su escrito *Sobre los números poligonales*, que trata de un estudio de teoría de números, cuyo resultado importante es la generalización de la propiedad de los números triangulares (1, 3, 6, 10, 15,...) de ser su óctuplo más uno un cuadrado, generalización que Diofanto demuestra en forma retórica. Con la simbología actual, la fórmula que da el número poligonal P de lado m y n términos, es la siguiente: $P = n/2[n(m - 2) - m + 4]$, obteniéndose la fórmula generalizada: $8P(m - 2) + (m - 4)^2 = [2n(m - 2) - (m - 4)]^2$, de donde para los números triangulares, haciendo $m = 3$, se tiene la expresión: $8P + 1 = (2n + 1)^2$.

Es de dudosa autenticidad de Diofanto un escrito que trataba de números fraccionarios.

Dion, Siméon (n. después de 1799). Amplió importantemente las ideas que Jacobo (I) Bernoulli había expuesto sobre el concepto de esperanza matemática.

Dionisodoro (Dionisoro, Dionisodoro) de Amiso (probablemente s. I a.C.). Matemático griego. Resolvió por medio de cónicas (parábola e hipérbola) el problema de Arquímedes de dividir una esfera en dos segmentos cuyos volúmenes están en una razón dada. Este trabajo está perdido así como otro suyo sobre el toro.

Dionisoro de Amiso. V. Dionisodoro de Amiso.

Dirac, Paul Adrien Maurice (1902-1984). Físico inglés. Nació en Bristol. Estudió en la Universidad de Bristol. Profesor de matemáticas en la Universidad de Cambridge (hasta 1968). Trasladado a Estados Unidos, fue profesor emérito en la Universidad de Florida (1971). Premio Nobel de Física 1933. Neumann y Dirac construyeron el formalismo matemático que ha dado lugar a lo que hoy se conoce como los postulados de la mecánica cuántica. Escribió, entre otras obras, *Principios de la mecánica cuántica*, *Lecciones de mecánica cuántica* (1966), *Desarrollo de la teoría cuántica* (1971), *Teoría general de la relatividad* (1975).

Dirichlet, Peter Gustav Lejeune (1805-1859). Matemático alemán de origen francés. Nació en Düren (Francia, hoy Alemania). Estudió en París (1822-1826), donde se ganó la vida como preceptor de la familia del general Foy. Alumno de Gauss y Jacobi. Profesor en Breslau (1826-1828) y Berlín (1829-1855). Sucesor de Gauss en la cátedra de Gotinga (1855). Miembro de la Academia de Ciencias de Berlín (1831). En su obra *Lecturas sobre la teoría de números* (póstuma, 1863; Dedekind suplementó extensamente las ediciones segunda, tercera y cuarta de 1871, 1879 y 1894), explicó las *Investigaciones* de Gauss y dio un importante impulso a la “teoría analítica de los números”, al establecer una íntima conexión entre la aritmética y la teoría de las funciones analíticas.

El problema que llevó a Dirichlet a emplear el análisis fue demostrar que cada progresión aritmética $a, a + b, a + 2b, \dots$, donde a y b son primos entre sí, contiene un número infinito de primos. Euler y Legendre propusieron esta conjetura, y en 1808 Legendre proporcionó una demostración que era

errónea. En 1837, Dirichlet dio una demostración correcta, para lo que introdujo las llamadas series de Dirichlet, $\sum a_n e^{-\lambda_n s}$, donde los coeficientes de Dirichlet a_n son números complejos, los exponentes de Dirichlet λ_n forman una sucesión monótona creciente de números reales, y s es una variable compleja. Dirichlet también demostró que la suma de los recíprocos de los primos en la progresión $a + nb$, diverge. En 1841 demostró un teorema sobre los primos en progresiones de números complejos $a + bi$. Estudió el llamado problema de Fermat, resolviéndolo para $n = 5$ (1825) y para $n = 14$ (1832). Trabajó también en la teoría de los cuerpos de números.

Se conoce como criterio de Dirichlet el siguiente: Si los términos de la serie $a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \dots + a_n b_n + \dots$

son tales que los b_i son todos positivos y tienden monótonamente a cero, y si existe un número M tal que $|a_1 + a_2 + \dots + a_m| < M$, para todos los valores de m , la serie dada converge. En 1837 Dirichlet demostró que en una serie absolutamente convergente es posible agrupar o reacomodar los términos y no cambiar la suma. También proporcionó ejemplos para mostrar que los términos de cualquier serie condicionalmente convergente se pueden ordenar de modo que la suma se altere. En *Sobre la convergencia de las series trigonométricas*, Dirichlet dio la primera demostración rigurosa de la convergencia de una serie de Fourier para una función que cumpla ciertas restricciones, conocidas como condiciones de Dirichlet. Una serie de Fourier obtenida de una función no siempre converge al valor de la función dada, pero Dirichlet demostró en 1828, el siguiente teorema: Si $f(x)$ es periódica de periodo 2π , si para $-\pi < x < \pi$ la función $f(x)$ tiene un número finito de máximos y mínimos y un número finito de discontinuidades, y si $\int_{-\pi, \pi} f(x) dx$ es finita, la serie de Fourier de $f(x)$ converge al valor $f(x)$ en todos los puntos en los que la función $f(x)$ es continua, y en los puntos de discontinuidad de salto converge a la media aritmética de los límites de la función por la derecha y por la izquierda. Escribió *Teoría de funciones* (1829). En 1837 propuso una definición de función sumamente amplia y general: Si una variable y está relacionada con otra variable x de tal manera que siempre que se atribuya un valor numérico a x hay una regla según la cual queda determinado un único valor de y , se dice que y es una función de la variable independiente x . Para mostrar lo arbitraria que podía ser la regla de correspondencia, Dirichlet propuso una función de “muy mal comportamiento”: Sean c y d dos números reales distintos; cuando x es racional sea $y = c$, y cuando x es irracional sea $y = d$. Esta función, llamada de Dirichlet, es discontinua para todos los valores de x . Expuso, con Riemann, la formulación más general de función como correspondencia entre dos conjuntos de números, cualquiera sea el modo de establecer esa correspondencia. Determinó el número de clases de las formas cuadráticas. Calculó las sumas llamadas de Gauss por medio de integrales definidas. Representó determinadas integrales múltiples por medio de las funciones gamma. El “problema de Dirichlet” consiste en determinar en un recinto una función finita y continua de dos variables reales que satisfaga la ecuación del potencial de Laplace, $(\partial u / \partial x)^2 + (\partial u / \partial y)^2 = 0$, conocidos los valores que toma la función en el contorno. La existencia de esta función, problema importante en termodinámica y electrodinámica, está vinculada con el llamado “principio de Dirichlet” (llamado así por Riemann), que éste estableció a modo de postulado en sus estudios sobre la teoría del potencial. Este principio dice que una función u que minimiza la integral de Dirichlet: $\iint [(\partial u / \partial x)^2 + (\partial u / \partial y)^2] dx dy$, satisface la ecuación del potencial.

En 1850, Dirichlet publicó su estudio sobre la *Geometría pura y aplicada*, donde se definen las llamadas regiones de Dirichlet (o polígonos de Voronoi) de una celosía, formadas al unir los circuncentros de los seis triángulos congruentes del mosaico formado por paralelogramos. Los puntos interiores de dichas regiones son todos los puntos del plano que están más cerca de un punto de la celosía en particular que de cualquier otro punto. Estas regiones que cada una de ellas rodea a un punto de la celosía, encajan bien y llenan todo el plano; de hecho, la región de Dirichlet es una clase particular de región fundamental.

Do Carmo, Manfredo Perdigao. V. Carmo, Manfredo Perdigao do.

Dobrushin, Roland Lvovich (1929-1995). Matemático soviético. Nació en San Petersburgo. Estudió en la Universidad de Moscú. Contribuyó en teoría de las probabilidades, física matemática, teoría de la información. Trabajó en la mecánica estadística del equilibrio, en una versión rigurosa.

D’Ocagne, Maurice. V. Ocagne, Maurice d’.

Dodgson, Charles Lutwidge (Lewis Carroll) (1832-1898). Matemático y escritor inglés. Nació en Daresbury (Cheshire), en el seno de una familia numerosa (once hermanos, siete mujeres y cuatro varones). Estudió en la escuela Richmond (1844-1845) y en Rugby (1846-1850). Pasó a Oxford (1850) donde estudió matemáticas y clásicos. Fue ordenado diácono en 1861. Fue profesor de matemáticas en Oxford. Publicó *Teoría elemental de determinantes* (1867) donde se enuncian los resultados generales sobre m ecuaciones con n incógnitas, en términos de determinantes ampliados o no. Consideró que la geometría no euclidiana carecía de sentido. Famoso por sus libros para niños *Alicia en el país de las maravillas* (1865) y *A través del espejo y lo que Alicia encontró allí* (1871). Escribió libros de matemáticas como *Syllabus de geometría algebraica plana* (1860), *Euclides y sus rivales modernos* (1879), *Matemática curiosa* (1888), *Lógica simbólica* (1896), y de matemáticas recreativas, como *Matemática demente* y *Un cuento enmarañado*.

Doménech y Estapá, José (1858-1917). Matemático y arquitecto español. Nació en Tarragona. Catedrático de geodesia en la Universidad de Barcelona, y posteriormente, de geometría descriptiva y de geometría de la posición, en la Facultad de ciencias exactas de dicha Universidad. Entre los edificios que proyectó en Barcelona destacan el Palacio de Justicia, el Observatorio Fabra y el edificio de Catalana de Gas. Publicó *Tratado de geometría descriptiva*, *La geometría proyectiva en el arte arquitectónico*, *Absurdos geométricos que engendran ciertas interpretaciones del infinito matemático*, *Justa interpretación que debe darse al cero y al infinito matemático*, *Geometrías racionales*, *Concepto pedagógico de la ciencia matemática*, *Geometría real dentro de la finitud humana*.

Domingo de Gundisalvo (h. 1110-1181). Traductor y filósofo español. Nació en Segovia. Miembro del cabildo de la catedral de Segovia, fue llamado (1130) por el arzobispo Raimundo de Toledo para que con Juan de Sevilla (el Hispalense), comenzaran los trabajos que terminarían por conocerse como la Escuela de Traductores de Toledo, en cuya labor permaneció hasta su muerte. Traducía del castellano al latín, junto con Juan de Sevilla que lo hacía del árabe al castellano. Entre las traducciones que realizaron figura la *Aritmética* de Al-Khuwarizmi que se ha conservado en su versión latina con el título de *Algoritmi de numero indorum*, reelaborada por ellos como *Liber algorismi de practica arithmetica*, en la que se mencionan las cifras hindúes con el cero, no se habla del ábaco, y aparece el término “algoritmo”.

Domnino de Larisa (h. 420-h. 480). Matemático griego. Nació en Larisa (Siria). Fue discípulo de Proclo en Bizancio. Fue jefe de la Escuela de Atenas. En un manual de introducción a la aritmética sostuvo la necesidad, en contra de la tendencia de Nicómaco y de Jámblico, de volver al rígido sistema euclídeo de demostración, insistiendo que en lugar de enunciar propiedades sobre la base de algunos casos particulares, se debía volver a la representación de los números mediante segmentos rectilíneos y demostrar sus propiedades geoméricamente. No parece que su crítica tuviera éxito.

Donaldson, Simon (n. 1957). Matemático inglés. Nació en Cambridge. Estudió en las Universidades de Cambridge y Oxford. Trabajó en Princeton, y fue profesor de matemáticas en Oxford y en el Imperial College de Londres. Galardonado con la medalla Fields 1986. Ha investigado en los campos de la topología y de las variedades diferenciables de dimensión cuatro.

Donkin, William Fishburn (1814-1869). Matemático inglés. Nació en Bishop Burton (Yorkshire, Inglaterra). Profesor de astronomía en Oxford. Publicó varios trabajos sobre matemáticas puras, como *Teoría geométrica de la rotación* (1851), y sobre música griega.

D’Ooge, Martin Luther. V. Ooge, Martin Luther d’.

Doppler, Christian (1803-1854). Físico y matemático austríaco. Nació en Salzburgo. Estudió en el Instituto Politécnico de Viena. Fue director del Instituto Físico de Viena y profesor de física experimental en la Universidad de Viena (1850). Famoso por el efecto que lleva su nombre. Sus primeros escritos fueron matemáticos. En 1842 publicó *Sobre la luz coloreada de las estrellas dobles*, que contiene su primera exposición del citado efecto.

Dörrie, Heinrich (1911-1983). Filósofo alemán. Nació en Hannover. Estudió en Tubinga, Leipzig y Gotinga. Enseñó en las Universidades de Gotinga, Saarbrücken y Münster. Realizó importantes contribuciones al estudio del platonismo. Con independencia de sus trabajos filosóficos, escribió *Cien grandes problemas de matemáticas elementales. Su historia y solución*. (1965).

Dortous de Mairan, Jean-Jacques (1678-1771). Matemático, astrónomo y geofísico francés. Nació en Béziers (Hérault). Realizó importantes trabajos científicos (existencia de los ciclos circadianos en las plantas, observación de una nueva nebulosa, etc.). Llevó a cabo diversas demostraciones geométricas, como la del método de Simpson. En su obra *Sobre la refracción de los cuerpos*, estudió la curva anaclástica. Una de las nebulosas de Orión y un cráter de la Luna, llevan su nombre.

Dositteo de Pelusa (h. 240 a.C.). Matemático, astrónomo y maestro del Museo de Alejandría, donde fue sucesor de Euclides y de Conón de Samos, y anterior a Eratóstenes. Amigo de Arquímedes, con quien mantuvo correspondencia científica. Éste le dirigió el preámbulo de su obra *Cuadratura de la parábola*.

Dou Mas de Xaxas, Alberto (1915-2009). Ingeniero y matemático español. Nació en Olot (Gerona). Estudió en la Escuela de Ingenieros de Caminos en Madrid, terminando la carrera en 1943. Ingresó en la Compañía de Jesús, obteniendo la licenciatura pontificia en filosofía (1949). Más tarde se licenció en teología, siendo ordenado sacerdote (1954). Obtuvo la licenciatura de matemáticas en la Universidad de Barcelona (1950). Estudió en la Universidad de Hamburgo y obtuvo el doctorado en matemáticas en la Universidad Central de Madrid (1952). Fue catedrático de ecuaciones diferenciales en la Universidad de Madrid (1955). Miembro de la Real Academia de Ciencias, presidente de la Sociedad Matemática Española, decano de la facultad de matemáticas de la Universidad Complutense en Madrid, rector de la Universidad de Deusto y del ICAI-ICADE de Madrid. Colaboró en los cálculos del Programa Apolo de la NASA. Publicó *Fundamentos de matemáticas*, *Fundamentos de física*, *Las teorías del movimiento de proyectiles*, *La verdad en la matemática axiomática*, *La mutua influencia entre matemáticas y física*, *Método de máximos y mínimos*, *Los primeros testimonios del Nuevo Testamento*, *Ciencia y poder*, *Sobre la estimación de la energía potencial elástica de un cilindro*, *Notas lógicas e históricas sobre la geometría de Saccheri*, *Las derivadas segundas del potencial del volumen*, *De la verdad a la validez en geometría*.

Douglas, Jesse (1897-1965). Matemático estadounidense. Nació en Nueva York. Estudió en la Universidad de Columbia. Profesor en el Massachusetts Institute of Technology y en el City College de Nueva York. Galardonado, junto con Ahlfors, con la primera medalla Fields (1936), por la resolución del problema de Plateau (1930) sobre la existencia de una superficie mínima acotada por una curva de Jordan (este problema, en su forma inicial, fue planteado en 1769 por Lagrange en relación con el cálculo de variaciones). También contribuyó significativamente al problema inverso del cálculo de variaciones (1939).

Drasin, David (n. 1940). Matemático estadounidense. Nació en Filadelfia. Doctorado en la Cornell University (1966). Profesor en la Purdue University desde 1966. Investigó en teoría del potencial y funciones meromorfas.

Dress, François (h. 1986). Matemático francés. Profesor en la Universidad de Burdeos. Waring había enunciado que todo entero es suma de 4 cuadrados, 9 cubos, 19 bicuadrados, y sugirió que una propiedad similar debería ser cierta para potencias superiores. Llamando $g(k)$ al número mínimo de sumandos necesarios para expresar todo entero como suma de potencias k -ésimas de enteros, Balasubramanian, Deshouillers y Dress demostraron (1986) que $g(4) = 19$. Ha publicado *Probabilidad - Estadística* (1997), *Diccionario de probabilidad y estadística* (2004).

Drinfeld, Gershonovich Vladimir (n. 1954). Matemático ruso. Nació en Jarkov (hoy, Kharkiv, Ucrania). Estudió en las Universidades de Kiev y Moscú. Enseñó en la Universidad de Jarkov y trabajó en el Instituto de Física de esta ciudad. Emigrado a Estados Unidos, es profesor en la

Universidad de Chicago. Galardonado con la medalla Fields 1990. Ha llevado a cabo importantes trabajos en teoría de números y en física cuántica.

Du Bois du Boisaymé, Jean-Marie-Joseph-Aimé. V. Boisaymé, Jean-Marie-Joseph-Aimé Dubois du.

Du Bois-Reymond, Paul. V. Bois-Reymond, Paul du.

Du Séjour, Achille-Pierre Dionis. V. Séjour, Achille-Pierre Dionis du.

Du Val, P. V. Val, P. Du.

Dubnov, Yakov Semenovich (1887-1957). Matemático ruso. Nació en Mstislavl (Mogilev; hoy, Mahilyow, Bielorrusia). Publicó *Errores en las demostraciones geométricas*.

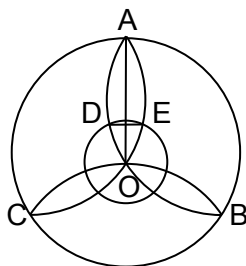
Dudeney, Henry Ernest (1857-1930). Matemático inglés. Nació en Mayfield. Se dedicó a las matemáticas recreativas, publicando en el *Strand Magazine* varias colecciones de puzzles y problemas curiosos que han sido reimpresos varias veces (1917-1967). Son obras suyas: *Los acertijos de Canterbury*, *El acertijo del mandarín*, *Los gatos del hechicero*, *El misterio del muelle*, *Acertijos, desafíos y tableros mágicos*.

Dupin, Charles-Eugène (1784-1873). Matemático, economista y político francés. Discípulo de Monge, se graduó en la École Polytechnique como ingeniero naval. Escribió *Desarrollos de Geometría* (1813), subtítulo “Con aplicaciones a la estabilidad de barcos, excavación y relleno, fortificaciones, óptica, etc.”, y *Aplicaciones de la Geometría y la Mecánica* (1822). En sus obras introdujo nuevos conceptos, entre ellos las tangentes principales, las tangentes conjugadas en un punto de una superficie que están separadas armónicamente por las generatrices. Estudió las generatrices de las cuádricas como intersección de la superficie con un plano tangente. Definió la indicatriz (1813) que lleva su nombre. Dado el plano tangente a una superficie en un punto M , Dupin llevó en cada dirección a partir de M un segmento cuya longitud es igual a la raíz cuadrada del radio de curvatura de la sección normal de la superficie en esa dirección. El lugar geométrico de los puntos finales de esos segmentos es una cónica, la indicatriz, que da una primera aproximación de la forma de la superficie alrededor de M . Las líneas de curvatura que pasan por M son las curvas que tienen como tangentes en M los ejes de la indicatriz. Estudió los puntos umbilicales. Extendió a las secciones planas de las cuádricas el problema de contacto de Apolonio. Estudió el problema de Malfatti sobre cuádricas. Descubrió la ortogonalidad de las cuádricas homofocales. Demostró que las superficies triplemente ortogonales se cortan a lo largo de las líneas de curvatura (curvas de curvatura normal máxima o mínima) de cada superficie. Redujo el problema de los radios principales de curvatura en un punto de la superficie a la determinación de los ejes de una sección diametral.

Durán y Lóriga, Juan José (1854-1911). Militar y matemático español. Nació en La Coruña. Estudió en la Academia de Artillería. Profesor de matemáticas en diversos centros de enseñanza. Escribió el artículo *¡Sursum corda!*, en el primer número de la *Revista de la Sociedad Matemática Española* (1911), donde expone su esperanza en la mejora del ambiente matemático español, comenzando con las siguientes frases: “La creación de la Sociedad Matemática Española debe señalarse como “piedra blanca” en los anales de la ciencia patria, ya que lógicamente debe esperarse que el hecho realizado iniciará un estado de difusión primero, y más tarde de progreso, en esta gran disciplina del saber humano ... Lo primero que se impone es crear ambiente matemático ... Hay que vencer muchos prejuicios que existen acerca de los estudios cuya utilidad, dentro de ciertos límites, ponen en duda aun personas de cierta cultura.” Entre sus obras destacan: *Notas sobre geometría del triángulo*, *Notas matemáticas sobre la correspondencia y transformaciones geométricas*, *Teoría elemental de las formas algebraicas*, *Tres capítulos de geometría superior*, *Sobre la potencia del triángulo*, *Sobre las funciones simétricas*, *Sobre los círculos potenciales*, *Sobre los círculos notables del triángulo*, *Una conversación sobre la matemática*.

Durán, Tomás (m. 1545). Matemático español. Padre dominico, de la Orden de los Predicadores. Profesó en Salamanca. Profesor de matemáticas en la Universidad de Valencia (1503). Enseñó también en Italia y Portugal. Forma parte del grupo “aritmético” (según denominación de Rey Pastor), más cercano a la matemática francesa del s. XV, ya en declive, que a la renovadora matemática italiana. Editó y corrigió el *Praeclarissimum Mathematicarum Opus* de Thomas Bradwardine.

Durero, Alberto (Dürer, Albrecht) (1471-1528). Pintor y grabador alemán. Nació y residió en Nuremberg. Conciudadano de Johannes Werner. Estudió las obras de la escuela flamenca. Viajó a Italia (1494-1495 y 1505-1507) donde estudió las obras de Mantegna, Leonardo, Giambellino, etc. Fue autor de espléndidos cuadros y grabados. Su tratado *Instrucción en la medida con regla y compás* (1525), es un libro de geometría realizado sobre todo para transmitir a los alemanes el conocimiento que Durero había adquirido en Italia y, en particular, para ayudar a los artistas con la perspectiva. En él, Durero se ocupó de curvas, superficies y sólidos, así como de otras cuestiones, con objeto de poner a disposición de los artistas construcciones geométricas que pudieran serles útiles. Describió, junto con los poliedros regulares, los trece arquimedianos. Se le debe la invención de una curva de cuarto grado y del aparato para construirla, así como construcciones aproximadas para trisecar ángulos y construir polígonos regulares. Por ejemplo, para construir el eneágono procede de la siguiente forma (V. dibujo): con radio $3r$ dibuja la “flor de tres pétalos” mediante los arcos de ese radio con centros en los vértices de un triángulo equilátero A, B, C ; luego, corta la figura con la circunferencia de radio r considerando como lado del eneágono inscrito en este segundo círculo la cuerda que une los puntos D y E de su circunferencia situados en los “bordes de cada pétalo” (el método comporta un error relativo del 2%).



Estudió la curva conoide, las epicicloides, epitrocoide, la espiral áurea, el folium que lleva su nombre, hipocicloides, el caracol que posteriormente se llamaría de Pascal, las trocoides.

También escribió *Sobre la fortificación de castillos, ciudades y aldeas* (1527) y *Sobre la simetría del cuerpo humano* (póstumo, 1528) donde utilizó las proyecciones horizontal y vertical. En su grabado *Melancholia* aparece el siguiente cuadrado mágico de 16 casillas que sin ser una novedad es uno de los primeros que aparecen en Europa occidental:

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Durrande, Antoine (llamado **Henri**) (n. 1831). Matemático francés. Nació en Marmande (Lot-et-Garonne). Estudió en la École Normale y en varios liceos de provincias. Se doctoró en 1864 con dos tesis: *Propiedades de las superficies análogas en la superficie de ondas* y *Desarrollo de la función perturbadora*. Fue catedrático de matemáticas en la Universidad de Rennes (1871) y de mecánica en la de Poitiers (1877). Publicó *Cinemática* (1874), *Lecciones de mecánica experimental* (1875).

Durrande, Jean-Baptiste (1798-1825). Matemático francés. Extendió el problema de contacto de Apolonio a las secciones planas de las cuádricas (1816). Publicó: *Geometría elemental, Teoría elemental de las tangencias de círculos, esferas, cilindros y conos* (1820-1821).

Dyck, Walther von (1856-1934). Matemático alemán. Discípulo de Klein, estuvo influenciado por Cayley. Con su obra, las tres raíces principales del árbol de la teoría de grupos (la teoría de ecuaciones, la teoría de números y los grupos infinitos de transformaciones) quedaron incluidas en el

concepto abstracto de grupo. En sus artículos de 1882 y 1883, introdujo la idea de grupo abstracto, que incluía los grupos continuos y los discretos. Su definición de grupo se refiere a un conjunto de elementos y una operación que satisfaga la propiedad de clausura, la asociativa, y la existencia de inverso de cada elemento, pero no la conmutativa. Estudia de manera explícita el concepto de generadores de un grupo, que estaba implícito ya en el teorema de la base de Kronecker y explícito en los trabajos de Netto sobre grupos de sustituciones. Los generadores constituyen un subconjunto fijo de elementos independientes de un grupo, tales que todo elemento del mismo se puede expresar como producto de potencias de los generadores y sus inversos. Cuando no hay restricción alguna sobre los generadores, el grupo se llama un grupo libre. Si los generadores son A_1, A_2, \dots , entonces una expresión de la forma $A_1^{\mu_1} A_2^{\mu_2} \dots$, donde los μ_i son enteros positivos o negativos, se llama una palabra. Puede haber relaciones entre los generadores, que serán de la forma $F_i(A_i) = I$, es decir, una palabra o combinación de palabras igual al elemento unidad del grupo. Dyck demuestra entonces que la presencia de relaciones implica un subgrupo invariante y un grupo cociente G^* de grupo libre G . En su artículo de 1883, aplica la teoría de grupos abstractos a los grupos de permutaciones, grupos finitos de rotaciones (simetrías de poliedros), grupos de la teoría de números y grupos de transformaciones. Escribió *Catálogo de modelos, aparatos e instrumentos de matemática y físico-matemática* (1892), en cuyo apéndice (1893) se recogen cerca de 500 máquinas de calcular, máquinas analíticas, reglas y círculos calculadores e instrumentos de integración (planímetros, intégrafos, analizadores armónicos, etc.), lo que indica la importancia alcanzada por el cálculo mecánico.

E

Echegaray y Eizaguirre, Eduardo (1839-1903). Historiador, matemático e ingeniero de caminos español. Nació en Murcia. Hermano de José Echegaray. Profesor de la Escuela de Ingenieros de Caminos. Como historiador de la matemática española, en la polémica existente sobre el retraso científico español, en su discurso en el Ateneo (1885) en el que hace un resumen de la historia de las matemáticas en España, adoptó una postura más moderada que la expresada por su hermano José en su discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias. Escribió *Importancia de la geología en el arte de construir* (1865).

Echegaray y Eizaguirre, José (1832-1916). Ingeniero de caminos, matemático, dramaturgo y político español. Nació en Madrid. Pueden distinguirse cuatro etapas en su vida profesional: un periodo inicial (1854-1868) como profesor de matemáticas y física en la Escuela de Ingenieros de Caminos de Madrid; un segundo periodo (1868-1874) dedicada a la política, en la que llegó a ser ministro de Fomento (1869-1872), y de Hacienda (1874), creando el Banco de España, adquiriendo gran prestigio como economista; un tercer periodo (hasta 1904 ó 1905) consagrado a la literatura, especialmente como autor dramático; y la etapa final de su vida en la que vuelve a la actividad científica, siendo catedrático de física matemática en la Universidad de Madrid (desde 1905).

En su discurso de ingreso en la Real Academia de Ciencias (1866), bajo el título *Historia de las matemáticas puras en nuestra España*, adoptó una postura negativa hacia el balance de la ciencia española, diciendo por ejemplo: “Si prescindiendo de aquellos siglos en que la civilización arábiga hizo de España el primer país del mundo en cuanto a la ciencia se refiere, sólo nos fijamos en la época moderna, y comenzamos a contar desde el siglo XV, bien comprenderéis que no es ésta, ni puede ser ésta en verdad, la historia de la ciencia en España, porque mal puede tener historia científica, pueblo que no ha tenido ciencia... porque en España no hubo más que látigo, hierro, sangre, rezos, brasero y humo...; la ciencia matemática nada nos debe, no es nuestra, no hay en ella nombre alguno que labios castellanos puedan pronunciar sin esfuerzo” (esta postura, que tuvo diversas réplicas, se ha considerado exageradamente derrotista por prestigiosos hombres de ciencia e historiadores). También en este discurso, defiende la primacía de la especulación teórica sobre la práctica, aunque aquélla no sea susceptible de aplicación.

Presidente de la Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales. Fue un científico amante de las matemáticas, que junto con García de Galdeano, Torroja y Reyes, forman el grupo de los llamados “sembradores” por S. Ríos. Patrocinó el proyecto de creación de la Sociedad Matemática Española, que nació en 1911, y de la que fue socio y presidente. Con el objetivo de facilitar a la juventud el estudio de las obras clásicas matemáticas, por ejemplo la *Geometría superior* de Chasles, escribió para la *Revista de los progresos de las ciencias exactas, físicas y naturales*, artículos como el titulado *Introducción a la geometría superior* (1866). Colaboró en la Escuela de Estudios Superiores, inaugurada en 1896. Impartió numerosos cursos, especialmente en el Ateneo de Madrid, como *Resolución de ecuaciones y teoría de Galois*, y *Funciones elípticas y abelianas*. Entre sus obras de matemáticas destacan: *Problemas de geometría*, *Teoría de los determinantes*, *Introducción a la geometría superior* y *Disertaciones matemáticas sobre la cuadratura del círculo y la división de la circunferencia en partes iguales*. Entre sus obras de física sobresalen: *Termodinámica*, *La unidad de las fuerzas físicas*, *Estudio sobre electro-estática y electro-dinámica*, *Teorías modernas de la Física* (tres tomos, 1867), *Física matemática* (enciclopedia no terminada, de la que escribió más de 25 tomos). Introdujo en España la geometría de Chasles, el cálculo de variaciones, los determinantes y la teoría de Galois para la resolución de ecuaciones. Escribió más de sesenta dramas en prosa y verso, entre ellas *Locura o santidad* (1876), *El gran galeoto* (1881), *El hijo de Don Juan* (1892), habiendo recibido el Premio Nobel de Literatura (1904), compartido con el poeta provenzal Frédéric Mistral.

Eckmann, Jean Pierre (h. 1985). Profesor de física teórica en la Universidad de Ginebra. Investiga en física matemática, ecuaciones diferenciales parciales y sistemas dinámicos. En relación con la física del caos, Couillet descubrió que existen unas leyes de escala universales: en el momento en que empieza el caos en algunos sistemas, magnificando las trayectorias por un número mágico que no depende del sistema, se obtiene un dibujo muy parecido al original. Esto aclara muchas observaciones descriptivas de Mandelbrot que había encontrado fenómenos semejantes en muchos aspectos de las ciencias naturales. Este descubrimiento también fue hecho de manera independiente por Feigenbaum en Estados Unidos, y por Tresser en Francia. Más tarde, este fenómeno se extiende a más variables y se formula de una manera matemáticamente precisa por J. P. Eckmann, J. Epstein, P. Couillet, H. Koch y O. Lanford. Eckmann y Freudenthal desarrollaron en Europa los trabajos de Heinz Hopf sobre álgebra topológica. Es autor, o coautor, de cerca de doscientos artículos matemáticos y de libros como *Métodos computacionales y sumabilidad de Borel aplicada a la ecuación de Feigenbaum* (1985), *Inestabilidad y frentes de sistemas extendidos* (con Pierre Couillet, 1990), *Conceptos y resultados en la dinámica caótica* (2006), *Mapas iterados sobre intervalos de sistemas dinámicos* (con Pierre Couillet).

Eddington, Arthur Stanley (1882-1944). Astrónomo, matemático y físico inglés. Nació en Kendal (Westmorland). Estudió en Manchester (1898) y en el Trinity College de Cambridge (1902), donde fue “senior wrangler” (1904). Fue profesor (1913) de astronomía en Cambridge y en 1914 director del observatorio. Expuso sus investigaciones matemáticas en *Movimientos estelares y estructura del Universo* (1914). En 1919 dirigió una expedición a la isla del Príncipe (África sudoccidental) que realizó la primera comprobación de la teoría de la relatividad referente a la atracción de la luz por una gran masa. Entre otras obras, escribió *Informe sobre la teoría gravitatoria de la relatividad* (1918), *Espacio, tiempo y gravitación* (1920), *Teoría matemática de la relatividad* (1923). Einstein comentó sobre esta obra que era la mejor presentación existente sobre el tema), *La naturaleza del mundo físico* (1928), *Ciencia y el mundo invisible* (1929), *Nuevos caminos de la ciencia* (1935), *La filosofía de la ciencia física* (1939). Estudió la geometría afin no euclídea. Llevó a cabo importantes investigaciones en astrofísica.

Edgeworth, Francis Ysidro (1845-1926). Economista irlandés. Nació en Edgeworthstown (Longford). Estudió en el Trinity College en Dublín y en el Balliol College en Oxford, graduándose en 1869. Profesor en el King’s College en Londres, desde 1880, y en Oxford desde 1891 a 1922. Editor del *Economic Journal* (1891-1926). Fue un economista con una gran base matemática. Trabajó en estadística metodológica, comercio internacional, impuestos y teoría del monopolio. Escribió *Psíquica matemática* (1881), donde presentó las matemáticas para la teoría estadística. También escribió *Nuevos y viejos métodos de ética* (1877).

Egorov, D. F. (1896-1931). Matemático ruso. En su obra *Sobre sucesiones de funciones medibles* (1911), siendo las funciones medibles aquéllas que para cualquier número real M el conjunto de los valores de x para los que $f(x) < M$, es medible, demostró que toda sucesión de funciones medibles converge uniformemente en un conjunto cerrado cuyo complemento tiene medida tan pequeña como se quiera.

Ehrenfest, Paul (1880-1933). Físico y matemático austríaco, nacionalizado holandés. Nació en Viena. Estudió en las Universidades de Viena y Gotinga. Fue profesor de física matemática en la Universidad de Leiden (1912). Afectado por una importante depresión, en la antesala de una consulta médica, mató de un disparo a su hijo Wassik, de 15 años, y se quitó la vida. Un año antes de estos sucesos, su gran amigo Einstein quedó tan preocupado del estado de la salud de Ehrenfest, que escribió en la Universidad de Leiden que debían reducir su carga de trabajo de diversas maneras. Ehrenfest trabajó en la teoría de los invariantes adiabáticos, y en economía, buscando una analogía entre los procesos económicos y los termodinámicos. Investigó en mecánica estadística y cuántica. Organizó en Leiden el primer congreso sobre mecánica cuántica, teoría que defendió siempre, en contra de la radical postura de Einstein. En la necrológica de Ehrenfest, Einstein escribió sobre su amigo: “No era sólo el mejor maestro de nuestra profesión que yo haya conocido; también estaba apasionadamente preocupado por el desarrollo y destino de los hombres, especialmente de sus estudiantes. Comprender a los demás, ganar su amistad y confianza, ayudar a cualquiera que estuviera inmerso en luchas

internas o externas, alentar el talento de la juventud, éste era su verdadero elemento, casi más que la inmersión en problemas científicos”.

Eilenberg, Samuel (n. 1913). Matemático estadounidense de origen polaco. Topólogo algebrista, creador del lenguaje categorial. Trabajando en Nueva York, fue componente del grupo Bourbaki (V. esta reseña). Al transmitirse los métodos de la topología algebraica al álgebra, se creó una rama nueva conocida como álgebra homológica, de la que el primer libro fue escrito en 1955 por Eilenberg y Henry Cartan. Eilenberg con el matemático americano Norman Steenrod pusieron en marcha la axiomatización de la topología algebraica. Ellos dos, junto con Saunders MacLane, situaron esta axiomatización en un contexto muy amplio. Su resultado se materializó en que la mayor cantidad de tipos de estructuras matemáticas podían considerarse como si surgieran naturalmente en familias llamadas categorías. Eilenberg y MacLane estudiaron las transformaciones naturales, desarrollando su lenguaje y sus categorías, buscando precisar el concepto intuitivo de naturalidad, a los que se añadió Heinz Hopf que realizó importantes trabajos sobre el álgebra topológica (V. Hopf, Heinz). La segunda guerra mundial destruyó de hecho la comunicación entre los matemáticos franceses y los estadounidenses, de forma que de manera independiente, Eckmann y Freudenthal desarrollaron en Europa los trabajos que Hopf, Eilenberg y MacLane hicieron en Estados Unidos.

Einstein, Albert (1879-1955). Físico alemán, nacionalizado suizo y luego estadounidense. Nació en Ulm (Württemberg), de padres de ascendencia judía. Estudió en Munich y Milán. Se licenció en la Escuela Politécnica de Zúrich en física y matemáticas (1900). Conseguida la ciudadanía suiza (1901), trabajó como ingeniero en la oficina suiza de patentes de Berna (1902-1909).

En 1905, Einstein publicó tres artículos de importancia fundamental. En uno, *Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento*, expuso los principios de la teoría de la relatividad restringida, en la que la geometría del espacio-tiempo de Minkovski constituyó su base geométrica, y de la que los dos postulados siguientes constituían el punto de arranque: El primero dice que las leyes de la naturaleza son aquellas relaciones o expresiones que son iguales para todos los observadores, luego son invariantes en el sentido matemático (tienen la misma forma en todos los sistemas de referencia inerciales). Y el segundo, que en cualquier sistema inercial, la velocidad de la luz es siempre la misma, independientemente del estado de movimiento del cuerpo emisor, siendo mero corolario de su teoría la famosa ecuación $E = mc^2$, donde E representa la energía, m la masa, y c la velocidad de la luz, que muestra la equivalencia entre masa y energía. El segundo artículo, *Sobre el movimiento requerido por la teoría cinético-molecular del calor para partículas pequeñas suspendidas en fluidos estacionarios*, sobre el movimiento browniano, constituía la primera prueba sobre la existencia real de los átomos. El tercero, *Sobre un punto de vista heurístico relativo a la producción y transformación de la luz*, por largo tiempo rechazado por los físicos, suponía la prueba de la naturaleza corpuscular de la luz (por este artículo recibió el Nobel de Física de 1921). En 1909 fue profesor en la Universidad de Zúrich, en 1911 en Praga, en 1912 de nuevo en Zúrich (donde fue colega de Hermann Weyl en 1913), y en 1914 en Berlín. Hasta 1911 aproximadamente, Einstein centró sus investigaciones en la física cuántica. A partir de entonces se dedicó a la búsqueda de una teoría de la interacción gravitacional que fuese compatible con los requisitos relativistas. En sus trabajos, Einstein había utilizado únicamente los instrumentos matemáticos más simples, objetando incluso la necesidad de la “matemática elevada”, de la que sospechaba que a menudo se introducía sólo para dificultar la lectura. Sin embargo, tratando de avanzar en sus ideas, discutió en Praga con el matemático George Pick, que atrajo su atención hacia la teoría matemática de Ricci y Levi-Civita. En Zúrich se encontró con su amigo Marcel Grossmann, que le ayudó a comprender esa teoría y, con ella como base, consiguió formular la teoría general de la relatividad (1916), en la que utilizó el cálculo tensorial, aplicando la geometría riemanniana a su teoría de la gravitación universal. Las ecuaciones fundamentales de esta teoría relacionan las cantidades que caracterizan la curvatura del espacio-tiempo con las que caracterizan la distribución y movimiento de la materia. Para representar su mundo tetradimensional de tres coordenadas espaciales y una cuarta representando el tiempo, Einstein utilizó la métrica riemanniana, $ds^2 = \sum_{i,j=1,4} g_{ij} dx_i dx_j$, donde x_4 denota la coordenada temporal. Las g_{ij} debían elegirse de manera que reflejaran la presencia de materia en las diferentes regiones del universo. Además, como la teoría se ocupa de la determinación de longitudes, tiempos, masas y otras cantidades físicas, por diferentes observadores que se mueven de manera arbitraria unos con respecto a otros, los “puntos” del espacio-tiempo vienen representados en

diferentes sistemas de coordenadas, ligado cada uno a un observador. La relación entre un sistema de coordenadas y otro, viene dada por una transformación: $x_i = \Phi_i(y_1, y_2, y_3, y_4)$, con $i = 1, 2, 3, 4$.

El principio fundamental que sirve de base a la teoría de la relatividad general afirma que la presencia de materia ocasiona un cambio en la estructura del espacio-tiempo, dando lugar a una geometría que se corresponde con la de un espacio de Riemann de cuatro dimensiones. La fuerza gravitatoria es una consecuencia natural de esta geometría, y los cuerpos celestes siguen, en su movimiento, las trayectorias geodésicas determinadas por la propia geometría del espacio-tiempo curvo. Esta idea culminó, tras diez años de trabajo, en las ecuaciones de Einstein del campo gravitatorio: $R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} R = 8\pi G/c^4 T_{\alpha\beta}$, donde $R_{\alpha\beta}$ es el tensor de Ricci, obtenido por contracción del tensor de curvatura de Riemann $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$, R es el escalar de curvatura, $g_{\alpha\beta}$ el tensor métrico, G la constante de Newton y $T_{\alpha\beta}$ el tensor energía-momento que describe la distribución de materia que origina el campo. Se trata de diez ecuaciones no lineales, en derivadas parciales de segundo orden, cuya función incógnita son las diez componentes del tensor métrico $g_{\alpha\beta}$ que describen la geometría.

Desde el punto de vista de las matemáticas, la importancia de la obra de Einstein consistió en la extensión del interés por el análisis tensorial y la geometría riemanniana. En 1919, una expedición británica confirmó, midiendo las trayectorias de la luz de algunas estrellas durante un eclipse de sol, que se verificaba una de las predicciones de la relatividad general que dice que los rayos de luz cambian de dirección debido a la presencia de campos gravitacionales.

Cuando se hicieron públicos estos resultados, Einstein se convirtió en una figura mundialmente famosa. Recibió en 1922 el Premio Nobel correspondiente a 1921, por sus servicios a la Física teórica y especialmente por su descubrimiento de la ley del efecto fotovoltaico. En enero de 1933, cuando Hitler se convirtió en canciller alemán, Einstein se encontraba en Estados Unidos, donde fue nombrado uno de los primeros miembros permanentes del Institute for Advanced Study de Princeton, Aunque regresó a Europa, nunca volvió a pisar suelo alemán. Son palabras suyas: "... Sólo viviré en un país en el que haya libertades políticas, tolerancia e igualdad de todos los ciudadanos ante la ley". A pesar de sus ideas pacifistas, contribuyó a impulsar el establecimiento del proyecto nuclear estadounidense, por el temor que sentía ante un mundo que estuviera dominado por Hitler. En 1935 publicó, en colaboración con Podolsky y Rosen, el artículo *¿Puede considerarse completa la descripción mecánico-cuántica de la realidad?*, donde manifestaba sus ideas al respecto. Hasta el final de sus días continuó trabajando en esa dirección (encontrar un marco geométrico, un espacio-tiempo, común para las dos interacciones entonces conocidas, la electromagnética y la gravitacional, y una alternativa a la mecánica cuántica de la que no aceptaba su carácter probabilístico) aunque no le acompañó el éxito, pues se diría que su genial intuición no le señaló la dirección correcta. Falleció en Princeton como consecuencia de un aneurisma arterial (1955).

En diciembre de 1999, la revista estadounidense *Time* le consideró "La persona del siglo". Una de las más importantes características de la ciencia del siglo XX ha sido la estrecha relación entre la matemática abstracta y las teorías físicas, por obra especialmente, de Poincaré, Hilbert, Weyl y Einstein.

Eisenhart, Luther P. (1876-1965). Matemático estadounidense. Nació en York (Pensilvania). Estudió en la Universidad Johns Hopkins. Enseñó en Princeton. Creó junto con Veblen, una geometría no riemanniana, llamada de los caminos. Se parte de n^3 funciones $\Gamma_{\lambda\mu}^i$ de x^1, \dots, x^n , entonces el sistema de n ecuaciones diferenciales $d^2x^i/ds^2 + \Sigma_{\lambda\mu} \Gamma_{\lambda\mu}^i dx^\lambda/ds dx^\mu/ds = 0$, con $i = 1, 2, \dots, n$ y con $\Gamma_{\lambda\mu}^i = r_{\mu\lambda}^i$, define una familia de curvas, llamadas caminos, que son las geodésicas de esa geometría, a partir de las cuales se puede construir la geometría de los caminos de una manera análoga a la de la geometría riemanniana. Escribió *Tratado de geometría diferencial de curvas y superficies* (1909).

Eisenlohr, August (1832-1902). Egiptólogo alemán. Nació en Mannheim. Doctor en filosofía (1859). Estudió los jeroglíficos egipcios (1865). Se graduó en Heidelberg (1869), de donde fue profesor (1872). Descifró el *Papiro Rhind* (1877. V. las voces Ahmes y Rhind).

Eisenstein, Ferdinand Gotthold Max (1823-1852). Matemático alemán. Nació en Berlín. Estudió en la Universidad de Berlín, donde se graduó en 1843. En 1844 había publicado no menos de 25 memorias en las revistas matemáticas alemanas. Amigo y alumno admirado por Gauss, quien dijo que "ha habido sólo tres matemáticos de excepcional importancia: Arquímedes, Newton y Eisenstein".

Murió con 30 años, siendo “privatdozent” en la Universidad de Berlín. Propuso la siguiente conjetura en teoría de números, todavía no comprobada: Todos los números de la forma $2^2 + 1$, $2^{2E^2} + 1$, etc. (las sucesivas potencias de 2^2 son $1, 2, 2^2, 2^{2E^2}$, etc., es decir, los números de la serie son $2^2+1=5$, $2^4+1=17$, $2^{16} + 1 = 65537$, $2^{65536} + 1$, etc.) son primos. Trabajó en geometría algebraica, en la teoría de los invariantes. Estudió las formas cuadráticas ternarias y las formas cúbicas binarias, encontrando para éstas los primeros covariantes. Estudió números complejos de la forma $a+b\rho$, donde $\rho^3=1$. Enunció una proposición sobre la posibilidad de reducir una función algebraica entera, ocupándose también de la reducción a grado inferior de las ecuaciones de la división de la circunferencia en partes iguales. Dedujo la ley de reciprocidad de los restos bicuadráticos (de la que publicó cinco demostraciones, de las que las dos primeras aparecieron en 1844) y cúbicos, a través de la transformación de una función elíptica especial. Escribió *Memorias matemáticas* (1847).

El Cusano. V. Nicolás de Cusa.

Encke, Johann Franz (1791-1865). Astrónomo alemán. Nació en Hamburgo. Estudió en Hamburgo y en la Universidad de Gotinga, donde trabajó bajo la dirección de Gauss. Fue director del observatorio de Seeberg (1822) y en 1825 fue profesor de astronomía de la Universidad de Berlín y director de su observatorio. Realizó comprobaciones de la llamada ley de Gauss. Estudió la posibilidad de encontrar todas las raíces reales e imaginarias de una ecuación en un caso determinado. Estableció fórmulas para la interpolación y la cuadratura mecánica. Descubrió y determinó la órbita del cometa que lleva su nombre.

Eneström, Gustav (1852-1923). Bibliotecario, historiador y matemático sueco. Nació en Nova. Estudió en Uppsala. Fundó y dirigió la *Bibliotheca mathematica* (1884-1914). Criticó y rectificó la obra *Lecciones de historia de las matemáticas* (1880-1908), obra de un grupo de especialistas bajo la dirección de Moritz Cantor, formada por cuatro volúmenes: el primero va desde los tiempos más antiguos hasta 1200, el segundo llega hasta 1668 (aparición de Newton), el tercero llega hasta 1758 (aparición de Lagrange), y el cuarto llega hasta finales del s. XVIII.

Engel, Friedrich (1861-1941). Matemático alemán. Nació en Lugau. Enseñó en las Universidades de Leipzig, Greifswald y Giessen. Estudió las geometrías no euclídeas. Pensó que aunque Bartels, maestro de Lobachevski era amigo de Gauss, muy difícilmente podría Lobachevski haber sabido por Bartels que Gauss dudaba del axioma de las paralelas (V. Bolyai).

Escribió *Teoría de los grupos de transformaciones*, y con P. Stäckel, *Teoría del paralelismo desde Euclides hasta Gauss* (1895), e *Historia de la geometría no euclidiana* (1898-1913).

Enópides de Quíos (s. V a.C.). Filósofo, pitagórico y matemático griego. Se ocupó de diferentes cuestiones geométricas, estudiando en especial la cuadratura del círculo. Algo más joven que Anaxágoras, ambos fueron mencionados por Platón en *Rivales*, como famosos matemáticos. Descubrió la oblicuidad de la eclíptica. Fijó la duración del año en 365 días y 9 horas. Se le atribuyen diferentes soluciones al postulado de Euclides.

Enriques, Federigo (1871-1946). Matemático, filósofo e historiador italiano. Nació en Livorno. Estudió en Pisa y Roma. Enseñó en las Universidades de Bolonia y Roma. En 1893 dio a conocer en el primer tratado de síntesis consagrado a la teoría de las superficies algebraicas, las investigaciones de la escuela italiana en ese campo. Escribió *Lecciones de Geometría proyectiva* (1898), *Teoría geométrica de las ecuaciones* (1915), *Desarrollo histórico de la lógica* (1929). Publicó, junto con varios colaboradores, *Los Elementos de Euclides y la crítica antigua y moderna*, en cuatro volúmenes (1925-1936).

Epstein, J. (h. 1990). En relación con la física del caos, Couillet descubrió que existen unas leyes de escala universales: en el momento en que empieza el caos en algunos sistemas, magnificando las trayectorias por un número mágico que no depende del sistema, se obtiene un dibujo muy parecido al original. Esto aclara muchas observaciones descriptivas de Mandelbrot que había encontrado fenómenos semejantes en muchos aspectos de las ciencias naturales. Este descubrimiento también fue

hecho de manera independiente por Feigenbaum en Estados Unidos, y por Tresser en Francia. Más tarde, este fenómeno se extiende a más variables y se formula de una manera matemáticamente precisa por J. P. Eckmann, J. Epstein, P. Couillet, H. Koch y O. Lanford.

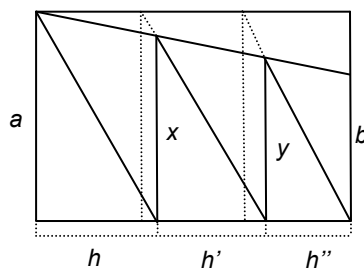
Eratóstenes de Cirene (h. 276-h. 194 a.C.). Científico, geógrafo, matemático, poeta, filósofo, filólogo, cronólogo griego. Hijo de Aglaos, sabio alejandrino. Eratóstenes nació en la ciudad libia de Cirene, donde estudió con el gramático Lisania. Pasó a Atenas para oír las lecciones de Zenón de Citia. En 245 a.C. Ptolomeo III Evergetes le llamó a Alejandría para encargarle de la educación de su hijo (que sería Ptolomeo Filadelfo), y a la muerte de Calímaco (235 a.C.), le nombró director de la Biblioteca, cargo que desempeñó hasta que hacia 192 a.C. se quedó ciego y se dejó morir de hambre. Cultivó varias disciplinas literarias y científicas, especialmente matemáticas, geografía y astronomía, siendo considerado uno de los hombres más cultos del mundo antiguo.

En su obra *Geografía*, en tres libros, incluyó, entre otras cuestiones, sus cálculos de la distancia entre Alejandría y Siene (la actual Asuán), para lo cual observó que en Siene había un pozo en cuyo fondo se reflejaba la imagen del Sol al mediodía en el solsticio de verano, dedujo que Siene estaba en el trópico de Cáncer, y como obtuvo en Alejandría $7^{\circ} 12'$ para la distancia cenital del Sol a la misma hora y en la misma época, asignó dicho valor de $7^{\circ} 12' = \frac{360^{\circ}}{50}$, a la longitud del arco de meridiano Siene-Alejandría, por lo que era la cincuentava parte del total del citado meridiano, y como la distancia entre dichas dos ciudades era, según datos de los viajeros, de 5.000 estadios egipcios, dio la primera medida de la circunferencia terrestre, que cuantificó en 250.000 estadios egipcios (el estadio egipcio medía 158,75 metros, y el ático 177,7 metros), es decir 39.688 km. (resultado que sería exacto si en su cálculo no hubiera cometido dos equivocaciones: supuso erróneamente que dichas dos ciudades estaban en el mismo meridiano, y que Siene estaba situada sobre el trópico de Cáncer es decir a una latitud en aquel entonces de $23^{\circ} 44'$, cuando es de $24^{\circ} 8'$).

Como astrónomo, midió la oblicuidad de la eclíptica, no se sabe con qué procedimiento, aunque parece que empleó las armillas del Museo de Alejandría para calcular la anchura de la zona tórrida, es decir, el intervalo comprendido entre los trópicos, desde el solsticio de verano al de invierno, que fijó en $\frac{11}{83}$ de la circunferencia, que multiplicado por 360° resulta $47^{\circ} 42' 39''$ para la distancia intertropical, y, por tanto, su mitad $23^{\circ} 51' 19''5$, para la oblicuidad de la eclíptica, valor que difiere del verdadero en aquel tiempo, en menos de $8'$.

Ideó la llamada criba que lleva su nombre, para la determinación de números primos, y cuya construcción se estudia en la enseñanza secundaria: Se escriben el 1 y a continuación todos los números ordenados de forma creciente; se van suprimiendo a partir del 2 los números pares; cada tercer número a partir del 3 (en la serie inicial); cada quinto número a partir del 5, y así sucesivamente; los números que quedan sin suprimir son los números primos.

En su escrito *Sobre las proporciones*, se ocupó de las distintas medias que entonces se consideraban: aritmética, geométrica y armónica. En una carta que Eratóstenes envió a Ptolomeo III, dio una solución para el problema de la duplicación del cubo (problema de Delos), acompañándola de un aparato (Pappus lo denominó mesolabio) que intercalaba dos medias proporcionales entre dos segmentos dados, resolviendo prácticamente el problema. Este aparato se componía de tres marcos rectangulares iguales, provisto cada uno de una de sus diagonales. Esos marcos podían deslizarse:



el primero sobre el segundo, el tercero debajo del segundo; si se realizaba ese desplazamiento de manera tal que los extremos visibles de las diagonales apareciesen alineados, los montantes de los marcos estaban en proporción continua y por tanto resolvían el problema del mesolabio. En efecto (V. dibujo), si a, x, y, b son los montantes y h, h', h'' las bases de los marcos, de las dos ternas de triángulos semejantes se deduce: $a:h=x:h'=y:h''$; $x:h=y:h'=b:h''$, de donde $a:x=x:y=y:b$.

En la primera parte de la citada carta expuso la historia de dicho problema: “Se cuenta que uno de los antiguos poetas trágicos hizo aparecer en escena al rey Minos en el acto de ordenar la construcción de una tumba para su hijo Glauco, y advirtiéndole que la tumba tenía en cada uno de sus lados una longitud de cien pies, exclamó: “Escaso espacio en verdad concedéis a un sepulcro real, duplicadlo, conservando siempre la forma cúbica, duplicad de inmediato cada uno de sus lados”. Es evidente que en esto se engañaba, puesto que duplicando los lados de una figura plana, ésta se cuadruplica mientras que si es sólida se octuplica. Se agitó entonces entre los geómetras la cuestión de cómo podría duplicarse una figura sólida cualquiera, manteniendo su forma. Y este problema se llamó de la duplicación del cubo. Después de muchos titubeos, fue Hipócrates de Quíos el primero que encontró que si entre dos rectas, una doble de la otra, se insertan dos medias proporcionales se duplicará el cubo, con lo que convirtió una dificultad en otra no menor. Se cuenta también que, más tarde, los de Delos, obligados por el oráculo a duplicar el altar, tropezaron con la misma dificultad, y entonces se enviaron embajadores a los geómetras que, con Platón, frecuentaban la Academia para que resolvieran la cuestión. Se ocuparon de ella diligentemente, y se dice que, al proponerse insertar dos medias entre dos rectas, lo consiguieron: Arquitas de Tarento con el semicilindro, y Eudoxo mediante ciertas líneas curvas. A éstos siguieron otros que se esforzaron por hacer más perfectas las demostraciones; pero no pudieron efectuar la construcción y acomodarla a la práctica, excepto, acaso, Menecmo, y con gran trabajo. Yo, en cambio, he inventado un sencillo procedimiento mecánico que no sólo permite encontrar dos medias proporcionales, sino tantas como se quiera y es muy útil y práctico para todos los que deseen duplicar o ampliar altares, casas, medidas de capacidad, catapultas y otros objetos análogos”. Y aquí sigue con la demostración geométrica y la descripción del aparato, que se ha expuesto más arriba. Otras obras que se le atribuyen son: *Caterismas*, sobre el origen de los nombres de las constelaciones; *Comentarios a los Fenómenos* (obra de Arato); *Hermes*, poema heroico del que quedan algunas estrofas; *Sobre la comedia antigua*.

Erdős, Paul (1913-1996). Matemático húngaro. Sus padres eran profesores de enseñanza secundaria, que le dieron una enseñanza personalizada. Obtuvo muy joven el grado de doctor en Budapest, y resolvió de forma tan elegante varios problemas de teoría de números, que I. Schur le denominó “el mago de Budapest”. Fue invitado por Mordell a pasar dos años en Manchester, de donde, a causa de la guerra, pasó a Princeton, donde sólo estuvo un año, aunque permaneció en Estados Unidos varios años, viviendo de préstamos de amigos y de algún trabajo docente eventual.

Durante este periodo su producción matemática fue espectacular. Por ejemplo, en el periodo 1943-1949 publicó 49 artículos en el *Bulletin of the American Mathematical Society*, y durante el periodo 1940-1948 publicó 19 artículos en *Annals of Mathematics*. En 1939, a la edad de 26 años, había publicado 49 artículos y en 1950 la cantidad de artículos publicados alcanzaba la cifra de 173, número superior a la media de artículos publicados por la mayoría de los matemáticos durante su vida activa. Ha sido, con más de 1600 artículos, el segundo matemático más prolífico de todos los tiempos, sólo superado por Euler. Colaboró en sus trabajos con 460 matemáticos distintos. Entre sus coautores, destacan: P. Turán, T. Gallai, H. Davenport, R. Rado, Chao Ko, M. Kac, I. Niven, A. Dvoretzky, S. Kakusani, A. Stone, L. Alaoglu, L. Kaplansky y A. Tarski. Su habilidad con los métodos elementales, combinatorios y probabilísticos impulsó muchas áreas de la teoría de números y de la combinatoria. Realizó varias aportaciones a la geometría del triángulo y a la geometría afin. Profundamente personal y libre, su estilo de académico errante le fue impuesto por la situación política global en Europa y la guerra fría. Decía: “Ni Joe (la Unión Soviética) ni Sam (los Estados Unidos) pueden restringir mis viajes”. Nunca tuvo una posición permanente en una universidad o un centro de investigación, pero sin embargo ha tenido una sorprendente e inmensa influencia en las matemáticas y en la vida académica durante varios años, considerándosele uno de los educadores más influyentes del siglo XX. Formalmente nunca dirigió una tesis, sin embargo cientos de matemáticos se reconocen discípulos suyos. Nunca ocupó cargo de director, decano o similares en institución alguna, sin embargo varias prestigiosas instituciones le consideran uno de sus fundadores, y varios centros de investigación llevan su nombre. El comienzo de su carrera se concentró en la teoría de números: problemas relacionados con la distribución de los números primos, comenzando con su escueta demostración del postulado de Bertrand, que constituyó el núcleo de su disertación doctoral (1934). Esta línea de investigación

culminó con una demostración elemental del teorema de los números primos, lograda conjuntamente con Atle Selberg (1949). La historia de este descubrimiento, en boca de sus autores, es la siguiente: Según Erdős: “El texto inicial de la demostración elemental del teorema de los números primos fue la fórmula fundamental de Selberg, para la que encontró una ingeniosa demostración elemental: $\sum_{p < x} (\log p)^2 + \sum_{pq < x} \log p \log q = x \log x + o(x)$. La identidad de Selberg se deducía fácilmente del teorema de los números primos y era, en cierto sentido, cercana al teorema. Pero ya que Selberg había encontrado una demostración elemental de dicha identidad que evitaba el teorema del número primo, cabía la esperanza de ir en el otro sentido utilizando solamente métodos elementales”. Erdős intuyó esta posibilidad y dio un paso decisivo en esa dirección. Según Selberg: “La demostración original se basó en el siguiente resultado de Erdős: para todo $\delta > 0$, existe un $K(\delta) > 0$ tal que si x es suficientemente grande, entonces hay más de $k(\delta)^{x/\log x}$ primos en el intervalo $(x, x + \delta x)$ ”. Este resultado que Erdős había deducido a partir de la igualdad de Selberg, les permitió a ambos y de manera independiente (según afirma Selberg), concluir con la demostración elemental del teorema de los números primos. Siempre ha existido una sombra que ha rodeado a tan notable descubrimiento. Si bien la demostración había sido completamente elemental, la colaboración entre ambos no dejó de ser compleja. Entre Erdős y Selberg hubo intercambio de ideas, y parece ser que la primera intención fue publicar el resultado conjuntamente. No está claro qué ocurrió para que al final publicasen dos artículos por separado, aunque parece que tuvo que ver con ello el hecho de que Selberg consiguiera una demostración que prescindía del paso intermedio dado por Erdős. Sea como fuere, este desagradable incidente, que les distanció para siempre, no puede empañar la impresionante trayectoria matemática de ambos.

La línea de investigación de Erdős culminó también con la creación del método probabilístico en teoría de números, realizada conjuntamente con P. Turán y M. Kac. Resolvió (1933) junto con Karamata el problema de los puntos colineales planteado por Sylvester. Fue un ardiente defensor de las demostraciones elementales, lo que expresaba en su símil sobre *El Libro*: “Existe un libro - *El Libro* -, que para cada enunciado matemático, contiene la demostración más simple y elegante, o la demostración más ilustrativa: *La demostración del Libro*”.

Erdős tuvo suerte con los temas de investigación que eligió en la década de 1930 para sus trabajos, realizados conjuntamente con Alfred Rényi, pues todos ellos han cobrado gran interés en la actualidad. Esta afirmación es particularmente cierta en el caso del “método probabilístico”, que dio paso al área de los grafos aleatorios y que culminó con los algoritmos aleatorios, de importancia clave en la informática teórica. El estudio comenzó con algunas propuestas de modelos de grafos para las redes small world y en particular de aquéllas que pueden tener utilidad para modelizar el grafo web. La primera idea fue utilizar el modelo clásico de grafo aleatorio. Dado un valor $p \in [0, 1]$, un grafo aleatorio en el modelo G_{np} se obtiene como un conjunto de n nodos, en el que cada uno de los posibles arcos se selecciona de manera independiente con probabilidad p . Este estudio de grafos aleatorios, iniciado por Erdős y Rényi, ha generado una teoría sólida con multitud de resultados. En el caso en que p sea una constante y $p \geq 1/2$, estos grafos aleatorios tienen diámetro pequeño, de orden logarítmico con el número de nodos y son “esparcos”. Pero en contraposición con la web, sus nodos no tienden a agruparse en “clusters”. Después, de cara a incluir en el modelo la propiedad de formar “clusters”, se pensó en la utilización de mallas $n \times n$ que son “esparcas” y tienen la propiedad de agruparse formando “clusters”: cualquier sub-rectángulo de una malla es un “clúster”, pero su diámetro es demasiado grande, $\Theta(n)$, y hay demasiados pares de nodos que están a distancia $\Theta(n)$.

Los trabajos de Erdős iniciaron varias de las áreas de la combinatoria actual: teoría de Ramsey, teoría extrema, métodos no constructivos, cálculo de particiones (con R. Rado y A. Hajnal), geometría combinatoria, etc. En 1987, el topólogo checo Zdenk Frolík, tras oírle en un seminario, dijo: “Este Erdős es fantástico: sólo habla sobre teorías que él mismo ha creado”. Sus resultados están siendo perdurables, sobre lo que Erdős decía que estaba “preparado”: “Tanto Roentgen como Crookes observaron en sus laboratorios que las placas fotográficas se quedaban afectadas por su cercanía al material radiactivo, pero mientras que Crookes ordenó simplemente que las alejaran, Roentgen, que estaba “preparado”, descubrió los rayos X”. Además, su profundidad matemática era incuestionable, como se observa en la breve comunicación con la que inició las preguntas sobre densidad del teorema de Van der Waerden. Los problemas relacionados con la densidad de conjuntos de números eran los favoritos de Erdős. Este trabajo inicial suyo condujo a importantes descubrimientos realizados por Roth, Szemerédi, Furstenberg y Gowers. En su actuación didáctica, cortocircuitaba la rigidez

universitaria para colaborar con los estudiantes brillantes. Ha dejado 485 coautores, 5337 matemáticos que tienen el llamado número de Erdős 2 (es decir, que han publicado con un coautor de Erdős) y sus 1600 publicaciones son garantía de que su legado perdurará largo tiempo.

Escher, Maurits Cornelis (1898-1972). Grabador y pintor holandés. Nació en Leeuwarden. Estudió en la Escuela de Arquitectura y Artes Decorativas en Halem. Autor de complejas representaciones basadas en estructuras matemáticas, creando formas a partir de esquemas geométricos. Unió la intuición con la ciencia en el diseño de sus teselados periódicos planos y su relación con la teoría de grupos (grupos cristalográficos para el plano euclídeo, y grupos cristalográficos no euclídeos para el plano hiperbólico).

Parece que los mosaicos de la Alhambra, que visitó en 1922 y 1936, influyeron en su espíritu creador. En su primera visita, escribió en su cuaderno de notas: “Es rara la ausencia de formas humanas o animales en la decoración islámica, ni siquiera de alguna forma de planta. Quizá, esto es lo que le da fuerza y debilidad a la vez”. En su segunda visita, transformó el alicatado de las tacas enfrentadas que hay en el pasillo que va de la Sala de la Barca al Salón del Trono del Palacio de Comares, en un ¡levantador de pesas! Ya había entendido el mecanismo. Ya sabía que aquel mosaico periódico se basaba en una cuadrícula ocultada magistralmente por el tracista nazarí con el diseño de un alicatado con forma de avión. Comprobó que aquel avión tenía la misma superficie que un cuadrado y que, como cuadrados iguales se acoplan bien, también lo harían los aviones y, ¡cómo no!, los levantadores de pesos. En Holanda, cambiando impresiones con su hermano catedrático de geología en Leiden, tuvo la ocasión de ver las ilustraciones de Pólya para representar los 17 grupos cristalográficos planos, que fueron la fuente de información para realizar su meticuloso análisis de todas las posibilidades. Científicos como Coxeter, Emmer, Penrose, Teuber, Engel, Grünbaum, MacGillavry, Ernst, etc. han dicho que “los trabajos de Escher no son solamente buenos ejemplos de visualización de problemas científicos, sino que también son un estímulo real para la investigación científica”. Estudiando los teselados de Escher en un disco, los matemáticos españoles C. Ruiz y Rafael Pérez Gómez, han deducido que todo teselado de un subconjunto compacto de un espacio euclídeo, es finito.

Eseverri y Arberas, Félix (1832-1898). Matemático español. Nació en Vitoria. Se licenció en ciencias físico-matemáticas por la Universidad Central (1856). Fue profesor de matemáticas en el Instituto de Vitoria, del que fue director. Escribió para la revista *El progreso matemático* artículos como *Determinación del lado del pentadecágono regular convexo inscrito* (1892). Publicó *Compendio de trigonometría rectilínea* (1897), *Programa de geometría elemental y trigonometría rectilínea*, *Programa de aritmética y álgebra*.

Eснаоla, Mikel (n. 1954). Matemático español. Nació en Logroño. Estudió en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Barcelona, en la que ingresó en 1961. Ha investigado en matemáticas, especialmente en álgebra diferencial, publicando *Teoría de Galois revisitada, un enfoque moderno desde el respeto a la tradición*, *Diferencias algebraicas, una teoría conmutativa del álgebra diferencial*, *Álgebra diferencial y aplicaciones en la teoría de fluidos*.

Espinosa, Pedro de (s. XV-XVI). Matemático, físico y astrónomo español. Nació en Salamanca, en cuya Universidad estudió. Forma parte del grupo “aritmético” (según denominación de Rey Pastor), más cercano a la matemática francesa del s. XV, ya en declive, que a la renovadora matemática italiana. En Salamanca se formó una generación importante de científicos encabezada por Juan Martínez Silíceo y seguida por personajes como Fernán Pérez de Oliva, Pedro Margalho y Pedro de Espinosa, siendo una de sus realizaciones más importantes, la crítica de la física natural aristotélica que va a conducir a las primeras formulaciones matemáticas de las leyes que gobiernan los fenómenos físicos, estableciendo la unión entre la doctrina del ímpetu de los nominalistas de la escuela de París y la cinemática formalista de los calculadores de la escuela de Oxford. Espinosa preparó una edición de las obras de Sacrobosco (la edición lleva la fecha de 1550).

Esquivel, Pedro (m. 1570). Sacerdote, matemático y cosmógrafo español. Nació en Alcalá de Henares (Madrid). Estudió teología y arte en la Universidad de Alcalá, donde fue catedrático de matemáticas. Con Pedro de Lastanosa realizaron un mapa geodésico de España, mediante triangulación, trabajo para

el que emplearon instrumentos diseñados por ellos. Trabajó en diversas obras hidráulicas. Se preocupó de obtener el valor de las medidas utilizadas por los romanos, lo que le sirvió para determinar la situación geográfica de ciudades y pueblos antiguos.

Esterle, Jean (h. 1976). Matemático francés. Profesor de matemáticas en la Universidad de Burdeos. Dales, en su obra *Introducción a la independencia de los analistas* (con W. Woodin, 1987), hace una exposición del método que Cohen había seguido en su trabajo sobre el axioma de elección y el de hipótesis del continuo (V. Cohen). Como aplicación, Esterle y Dales demuestran la conjetura de Kaplansky suponiendo que la hipótesis del continuo sea falsa, demostrando de paso, que esta hipótesis es independiente de los axiomas de la teoría de conjuntos usual. Esterle y Dales habían demostrado (1976), utilizando la hipótesis del continuo, que la conjetura de Kaplansky era falsa (V. Kaplansky). Se pensó que el uso de la hipótesis del continuo era accidental, pero poco después, Solovay probó que dicha conjetura es cierta a partir de una negación de la hipótesis del continuo. Esterle ha investigado en las álgebras de Banach, publicando varias memorias al respecto.

Estévez Damas, José Ignacio (n. 1970). Físico español. Nació en Tenerife. Licenciado en física por la Universidad de La Laguna, donde es profesor en el departamento de ingeniería de sistemas, automática, arquitectura y tecnología de computadores. Su tesis doctoral se refiere al campo de la aplicación de los sistemas borrosos en la monitorización de señales. Es coautor de *Un modelo para el razonamiento aproximado: la lógica borrosa*.

Etayo Miqueo, José Javier (h. 1963). Matemático español. Dictó la conferencia de clausura de las *XI Jornadas hispanolusas de matemáticas*, con el título *75 años de vida matemática* (1986), donde indica que el propósito de la *Sociedad Matemática Española* (creada en 1911), consistía en: “Romper con el anquilosamiento en que se hallaban los estudios matemáticos, cerrados a las corrientes del momento, dar a conocer al público interesado las más recientes noticias aparecidas en la prensa matemática, abrirse a la colaboración de profesores extranjeros que pudieran situar a nuestros estudiosos en la actualidad de las principales teorías, contribuir igualmente desde aquí con trabajos originales de investigación, modernizar la pedagogía matemática...”. Indica también que en la Revista de dicha sociedad se detectó por un lado, escasez de contribuciones de valía y, por otro, una “dificultad insuperable por las dos opuestas tendencias que desde el primer momento se inician en la colectividad: mientras los que tenían conocimientos elementales daban muestras de desagrado al pensar que recibirían obras que no entenderían por ser demasiado elevadas, en cambio los otros, los que poseían sólidos y profundos conocimientos, recibirían con agrado la traducción de alguna obra o monografía que por su rigor o novedad de conceptos mereciese ser introducida en España”. Y ésa es precisamente la solución que se da al problema: ir traduciendo un trabajo de cada tipo. En relación a la *Revista matemática hispano-americana*, recoge que en su editorial *A nuestros lectores de España y América*, se expresa lo difícil que resulta editar una revista matemática en un país con escasa tradición hacia el estudio de esta materia. Aunque, por otro lado, se hace patente el gran interés que despierta en muchas personas esta publicación, pues en una nota a pie de página se dice: “Creemos deber de conciencia citar los ofrecimientos de algunos entusiastas que, dentro de la pobreza de sus medios, quieren suscribirse con cuotas superiores a la fijada, y la proposición de un señor socio empleado de correos y conocedor del oficio de tipógrafo, que se ofrece seriamente, con desinterés admirable, para componer y tirar él mismo la *Revista*, sin retribución alguna. La dirección de la *Revista* se complace en publicar estos ofrecimientos, no por inadmisibles menos agradecidos”. Escribió *El reinado de la geometría proyectiva*, en *Historia de la matemática en el siglo XIX* (1992), *Torroja y la Academia*, en *Homenaje al Excmo. Sr. D. José María Torroja Menéndez* (1996), *El manuscrito encontrado* (2000), *El álgebra en verso* (1985), *Las lógicas modernas y la idea de cantidad* (1963), *Conceptos y métodos de la matemática moderna* (1975).

Eittingshausen, Andreas von (1796-1878). Matemático y físico alemán. Nació en Heidelberg (Baden-Württemberg). Profesor de física en la Universidad de Innsbruck (1819), y de matemáticas superiores en la de Viena (1822). Fue el primero en utilizar el signo $\binom{m}{n}$ para expresar el número de

combinaciones $C_{m,n}$ de m elementos tomados de n en n . Publicó *Análisis combinatorio* (1826), *Manual de física* (1844).

Euclides de Alejandría (h. 365-h. 275 a.C.). Matemático griego. Lo poco que se sabe de su vida se debe a Proclo, quien dice que Euclides vivió y enseñó en Alejandría, bajo la protección de Ptolomeo I, fundador de la dinastía de los Lágidas, aunque probablemente se educara en Atenas, en la Academia de Platón. Las leyendas asociadas a Euclides lo presentan como un viejo amable y gentil. Proclo narra que Ptolomeo le preguntó si había un camino más corto para el conocimiento de la geometría que el del estudio de los *Elementos*, a lo que Euclides respondió que no había ningún camino real a la geometría (esta anécdota recuerda otra similar entre Menecmo y Alejandro el Magno). Una leyenda dice que cuando uno de sus alumnos le preguntó sobre qué utilidad tenía el estudiar geometría, Euclides ordenó a su esclavo que le diera unas monedas, “ya que debe ganar algo necesariamente de lo que aprende”. Debe su imperecedera fama a su obra más notable cuyo título se ha traducido por *Elementos*, obra que equivale a lo que hoy sería un tratado o un curso, cuyo texto ha llegado auténtico hasta nosotros, y que posiblemente sea el libro de ciencia de mayor influencia en la historia. Los *Elementos* rivalizan, por su difusión, con los libros más famosos de la literatura universal: la *Biblia*, la *Divina Comedia*, el *Fausto* y el *Quijote*, privilegio tanto más excepcional cuanto que se trata de una producción científica, no asequible, por tanto, a las grandes masas de lectores. Para llevar a cabo su obra, Euclides contó con la información científica existente en la Biblioteca de Alejandría, en especial la obra de los pitagóricos, de Arquitas, Teeteto y Eudoxo, lo que le permitió seleccionar el material adecuado para organizar, con añadidos propios y por primera vez, un sistema de conocimientos matemáticos sujeto a una estructura unitaria. Además dispuso de la lógica aristotélica, que le sirvió de argamasa para construir, con el material seleccionado un edificio de tal solidez que resistió casi sin deterioros los embates críticos de siglos. Con esa construcción, Euclides instauró un método hoy llamado axiomático, que resultó ser el método científico por excelencia (al respecto, V. Autólico de Pitania). Consiste en el enunciado previo de las propiedades que han de admitirse sin demostración, es decir, de los axiomas que Euclides llamó postulados y nociones comunes, para deducir de ellos, sin otro recurso que la lógica, todo el conjunto de proposiciones o teoremas del sistema. En estas proposiciones no figura una sola aplicación práctica, ni figura un solo ejemplo numérico, ni aun en las referentes al cálculo de áreas y volúmenes, de forma que cuando trata cuestiones aritméticas, los números aparecen disfrazados de segmentos y las proposiciones numéricas se demuestran operando con esos segmentos. No se menciona en su obra ningún instrumento geométrico, admitiendo solamente construcciones con rectas y circunferencias. Todo ello se desenvuelve en una atmósfera platónico-pitagórica, no viendo en la geometría otro objeto que el conocimiento, convirtiendo su estudio en una enseñanza liberal, remontándose a los principios generales y estudiando los teoremas abstractamente y con la inteligencia pura. El texto de los *Elementos* que ha llegado a nosotros, se debe a una redacción de Teón de Alejandría del siglo IV y que pudo ser completado posteriormente con la ayuda de papiros y manuscritos antiguos, algunos anteriores a Teón, y aunque la redacción de éste es bastante completa y revisada, no debe olvidarse que es posterior en seis siglos a la redacción original. Los *Elementos* se componen de trece libros, con un total de 465 proposiciones, de las que 93 son problemas y 372 teoremas. Nueve libros contienen grupos de definiciones, o “términos”, 131 en total, a los que en el primer libro añade los trece axiomas. Los “términos” no se utilizan como argumento deductivo, sino sólo como mención o descripción. Es el caso de los siguientes términos: Punto es lo que no tiene partes; una línea (línea significa curva) es una longitud sin anchura; los extremos de una línea son puntos; línea recta es la que yace igualmente respecto de todos los puntos (estos dos términos son típicas definiciones discutibles, habiéndose discutido mucho sobre ellas); superficie es lo que sólo tiene longitud y anchura; los extremos de una superficie son líneas; una superficie plana es la que yace por igual sobre sus líneas rectas; ángulo plano es la inclinación de dos líneas que se encuentran en un plano y no yacen las dos sobre una recta. Otros términos definen los ángulos rectilíneo, obtuso, agudo; la perpendicular; el círculo, su centro, diámetro y semicírculo; los triángulos equilátero, isósceles y escaleno; los triángulos rectángulo, acutángulo y obtusángulo; los cuadriláteros, cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecio; las rectas paralelas, que se definen como las que estando sobre el mismo plano y prolongadas al infinito, no se encuentran, etc. Funda su obra sobre trece axiomas, de los que cinco son postulados sin demostrar, y ocho son nociones comunes.

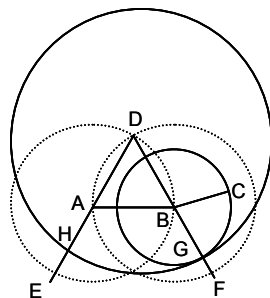
Los postulados son: 1) Se puede trazar una recta desde un punto cualquiera a otro punto cualquiera. 2) Se puede prolongar continuamente una recta finita en línea recta. 3) Se puede describir una circunferencia con cualquier centro y cualquier radio. 4) Todos los ángulos rectos son iguales entre sí. 5) Dos rectas se cortan siempre que, al ser cortadas por una secante, formen ángulos interiores, situados al mismo lado de ella, cuya suma sea menor que dos rectos. Una definición más conocida de este postulado es: Por un punto sólo se puede trazar una paralela a otra recta. Todos los intentos de demostrar este postulado, intentos que comenzaron según Proclo en vida misma de Euclides, fracasaron. La crítica de este postulado ha llevado a la creación de geometrías que no exigen su existencia: las llamadas geometrías no euclídeas. Por otra parte, Euclides admite la naturaleza de las posibles intersecciones de rectas con circunferencias, sin acudir al postulado de la continuidad, que hoy se considera indispensable, y que Euclides reemplazó por el “principio de Eudoxo”, recogido en el libro quinto de los *Elementos* (al respecto, V. Eudoxo de Cnido).

Las nociones comunes son: 1) Cosas iguales a una misma cosa, son iguales entre sí. 2) Si a cosas iguales se agregan cosas iguales, los totales son iguales. 3) Si de cosas iguales se quitan cosas iguales, los restos son iguales. 4) Si a cosas desiguales se agregan cosas iguales, los resultados son desiguales. 5) Las cosas dobles de una misma cosa, son iguales entre sí. 6) Las mitades de una misma cosa, son iguales entre sí. 7) Las cosas que se pueden superponer la una a la otra, son iguales entre sí (esta noción introduce la idea de movimiento en la construcción geométrica). 8) El todo es mayor que la parte.

Al observar en su conjunto los axiomas de Euclides, se observa la ausencia de postulados relativos a la geometría del espacio, pues Euclides no construyó su geometría sólida en la forma tan completa y rigurosa con la que construyó la geometría plana.

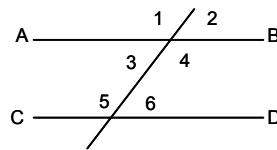
Algunas características del método de razonamiento y de la forma de exposición de Euclides, son las siguientes: a) Su método de razonamiento es siempre sintético; no utiliza el método analítico. b) El esquema que sigue en sus demostraciones consta de las siguientes partes: formulación del problema o teorema (*προτασις*, es decir, proposición); introducción de un dibujo para la formulación de los datos del problema (*εκθεσις*, es decir, exposición); formulación de lo que se busca apoyándose en el dibujo (*διορισμος*, o sea, determinación); introducción de líneas auxiliares (*κατασκευη*, esto es, construcción); demostración propiamente dicha (*αποδειξις*, es decir, demostración); declaración de lo que se demostró y de que lo demostrado resuelve el problema o el teorema adecuadamente propuesto (*συμπερασμα*, es decir, conclusión). c) Como medios de construcción utiliza la regla y el compás, pero no como medios de medición.

Los primeros cuatro libros son de probable origen pitagórico, y comprenden las proposiciones más importantes de geometría plana elemental (figuras rectilíneas y círculos). El libro primero contiene 23 definiciones y 48 proposiciones (el quinto postulado no se introduce hasta la proposición 29) con los teoremas más importantes sobre rectas perpendiculares y paralelas, así como sobre triángulos (incluyendo el de ser constante e igual a dos rectos la suma de los ángulos de un triángulo) y paralelogramos, concluyendo con los teoremas directo y recíproco de Pitágoras, que se demuestran de la misma forma que hoy en día se demuestran (la figura que Euclides utiliza en esta demostración se ha descrito a veces como un molino de viento o como una cola de pavo real o bien como la silla de la novia). De especial interés son las proposiciones 1, 2, 4, 5, 16, 20, 27, 29, 44, 47 y 48, cuyos enunciados, en versión no literal, son los siguientes. Proposición 1: Construcción de un triángulo

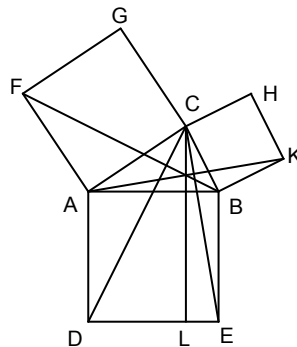


equilátero sobre un segmento dado. Para ello dado el segmento AB , construye una circunferencia con centro en A y que pase por B , y otra con centro en B pasando por A ; ambas circunferencias se cortan en el tercer vértice C . Proposición 2: Situar en un punto dado (como extremo) una línea recta igual a otra

dada. Sea A el punto dado y sea BC el segmento dado (V. dibujo). Parte del triángulo equilátero ABD construido según la proposición 1 (circunferencias de puntos), y prolonga sus lados DB y DA hasta F y E respectivamente. Con centro en B traza la circunferencia que pasa por C , que corta a DF en G . Con centro en D traza la circunferencia que pasa por G y que corta a DE en H . El segmento AH es el buscado (Euclides supone que un compás sólo mantiene su rigidez al trazar una circunferencia determinada, sin levantarlo del papel, por lo que su construcción se complica). Proposición 4: Si dos triángulos tienen cada uno de ellos dos lados y el ángulo que comprenden iguales a los del otro, entonces son congruentes. Proposición 5: Los ángulos de la base de un triángulo isósceles son iguales. Proposición 16: Un ángulo exterior de un triángulo es mayor que cualquiera de los dos ángulos internos opuestos. Proposición 20: La suma de dos lados cualesquiera de un triángulo es mayor que el tercer lado. Proposición 27: Si una recta incide sobre otras dos formando ángulos alternos iguales, esas dos rectas serán paralelas entre sí. Proposición 29: Una recta que incide sobre dos paralelas forma ángulos alternos iguales entre sí (V. dibujo), siendo cada ángulo externo igual al interno opuesto (los ángulos correspondientes son iguales), y la suma de los ángulos internos del mismo lado es igual a dos rectos (Euclides utiliza en esta demostración, por primera vez, el postulado de las paralelas).



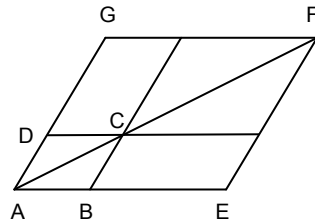
Proposición 44: Construir sobre una recta dada, y con un ángulo rectilíneo dado, un paralelogramo equivalente a un triángulo dado. Proposición 47: En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado opuesto al ángulo recto es igual a la suma de los cuadrados de los lados que lo forman (V. dibujo).



Euclides probó que el cuadrado de lado AC es igual al doble del triángulo FAB o bien al doble del CAD , es decir al rectángulo AL , y que el cuadrado de lado BC es igual al doble del triángulo ABK o bien al doble del triángulo BCE , es decir, al rectángulo BL . Luego la suma de dichos dos cuadrados es igual al cuadrado de lado AB . Proposición 48: Si en un triángulo el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, el ángulo que éstos forman es recto.

El libro segundo, con 2 definiciones y 14 proposiciones, se ocupa del álgebra geométrica hasta llegar a la resolución de lo que hoy se llama ecuación general de segundo grado. Todas las cantidades se representan geoméricamente, evitando así el problema de la asignación de valores numéricos. Los números se sustituyen por segmentos de recta; el producto de dos números se convierte en el área del rectángulo cuyos lados tienen como longitudes esos dos números; el producto de tres números es un volumen; la suma de dos números se traduce en la prolongación de un segmento en una longitud igual a la del otro, y la resta en recortar de un segmento la longitud del segundo; la división de un número por otro se indica por la razón entre los segmentos que los representan, de acuerdo con los principios introducidos posteriormente en los libros quinto y sexto; la división de un producto (un área) por un tercer número se realiza hallando un rectángulo que tenga como lado a éste último y cuya área sea igual al producto dado, siendo entonces el otro lado el cociente buscado; la suma y resta de productos se reemplaza por suma y resta de rectángulos; la construcción de una raíz cuadrada se reemplaza por la construcción de un cuadrado cuya área sea igual a la de un rectángulo dado. Este libro segundo comienza, tras la definición de paralelogramo rectángulo, con la definición del “gnomon”, diciendo que en toda región paralelográmica se llama gnomon a uno cualquiera de los dos paralelogramos atravesados por la diagonal junto con sus dos complementos (Euclides lo utiliza como aparato análogo

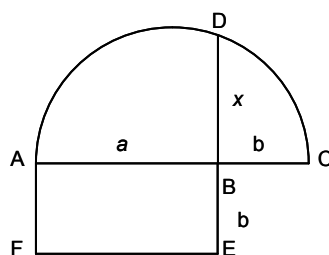
a nuestra escuadra de albañil). La palabra gnomon parece tener un origen astronómico pues indica la posición de una barra vertical que descansa sobre un plano horizontal, que se utilizaba para medidas astronómicas y de tiempo. En general, el gnomon es la figura que, agregada a otra, da una semejante a ésta; y desde el punto de vista aritmético, es el número que hay que sumar a uno figurado para tener el siguiente. En la figura, el paralelogramo $ABCD$ más el gnomon $BEFGDCB$ da el paralelogramo $AEFGA$, semejante al primero.



Las diez primeras proposiciones de este libro tratan geoméricamente las proposiciones que, expresadas algebraicamente con los símbolos actuales, son las siguientes:

$$m(a+b+c+\dots) = ma + mb + mc + \dots; (a + b)a + (a+b)b = (a + b)^2; (a + b)a = a^2 + ab; (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab; ab + [\frac{1}{2}(a + b) - b]^2 = [\frac{1}{2}(a + b)]^2; (2a + b)b + a^2 = (a + b)^2; (a + b)^2 + a^2 = 2(a + b)a + b^2; 4(a + b)a + b^2 = [(a + b) + a]^2; (2a + b)^2 + b^2 = 2[a^2 + (a + b)^2]; a^2 + b^2 = 2[[\frac{1}{2}(a + b)]^2 + [\frac{1}{2}(a + b) - b]^2].$$

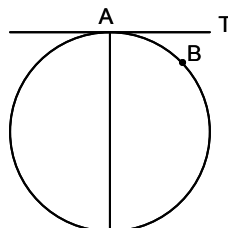
Por ejemplo, la primera proposición dice: Si tenemos dos rectas y se divide una de ellas en un número cualquiera de partes, el rectángulo que las tiene como lados equivale a los rectángulos que tienen como lados la recta no dividida y cada una de las partes de la otra. La cuarta proposición dice: Si se divide mediante un punto cualquiera una recta dada, el cuadrado de la recta entera es igual a los cuadrados de las partes más el doble del rectángulo que tiene a esa partes como lados. Esto equivale a la igualdad $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$. La sexta proposición dice: Si se divide una recta en dos partes iguales y se prolonga, el rectángulo comprendido por la recta entera, más la prolongación, y por la prolongación, junto con el cuadrado de la recta mitad, es equivalente al cuadrado de la recta formada por la recta mitad y la prolongación. Se trata de una aplicación *hiperbólica* (exceso) de áreas: Construir sobre un segmento dado de longitud $2a$, y su prolongación b , un rectángulo equivalente a un cuadrado dado $(a + b)^2$, de modo que la parte del área que sobre (*hipérbola*), sea un cuadrado; la traducción algebraica de dicha construcción viene dada por la igualdad $(2a + b)b + a^2 = (a + b)^2$ (lo que hace Euclides es resolver la ecuación cuadrática $2ax + x^2 = b^2$, cuya raíz positiva es la única que Euclides considera). Las cuatro últimas proposiciones comprenden los problemas: división en media y extrema razón, las generalizaciones del teorema de Pitágoras a los triángulos acutángulos y obtusángulos, y “cuadrar” cualquier figura poligonal. La proposición 11 dice: Dividir una recta en dos partes de manera que el rectángulo que tiene como lados el total y una de las partes sea igual al cuadrado de la otra parte. En este caso, Euclides resuelve la ecuación $x^2 + ax = a^2$, mediante áreas, utilizando teoremas anteriores, incluido el de Pitágoras, entre los que el decisivo es la proposición sexta. Las proposiciones 12 y 13 que dan el valor de un lado de un triángulo, obtusángulo o acutángulo respectivamente, en función de los otros dos lados y de la proyección de uno de ellos sobre el otro lado, anticipan la regla del coseno de la trigonometría plana. La proposición 14 dice: Construir un cuadrado equivalente a una figura rectilínea dada. Si la figura es un rectángulo, Euclides resuelve, en



términos de áreas, la ecuación $x^2 = ab$, proporcionando así la raíz cuadrada de ab . La figura rectilínea es el rectángulo $ABEF$ (V. el dibujo). Se prolonga AB hasta C de manera que $BC = BE$. Se

construye la circunferencia cuyo diámetro es AC y se levanta en B la perpendicular BD , que es el lado del cuadrado buscado.

En el libro tercero, con 11 definiciones y 37 proposiciones, comienza con algunas definiciones relativas a la geometría de las circunferencias, estudiando a continuación las propiedades de cuerdas, tangentes, secantes, ángulos centrales e inscritos, etc. Tiene particular interés la proposición 16: La recta perpendicular en el extremo a un diámetro cae fuera del círculo, y no puede interponerse ninguna otra recta entre esa perpendicular y la circunferencia; además el ángulo del semicírculo es mayor, y el restante es menor, que cualquier ángulo rectilíneo agudo. Este ángulo (V. el dibujo), formado por la tangente AT y el arco AB , es el que los griegos llamaban “córneo”, y el hecho de que tuviera o no una magnitud determinada fue un asunto controvertido. La proposición afirma que es menor que cualquier ángulo rectilíneo, pero no dice que su magnitud sea nula.



Las últimas proposiciones corresponden al teorema de la constancia del producto de los segmentos determinados por las secantes trazadas desde un punto exterior o interior (teoremas de potencia de un punto). En el libro cuarto, con 7 definiciones y 16 proposiciones, se trata de la inscripción y circunscripción de polígonos regulares a una circunferencia, construyendo los de 4, 5, 6 y 15 lados. La última proposición, que muestra cómo inscribir en una circunferencia dada un polígono regular de 15 lados, parece haber sido usada en astronomía, pues hasta tiempos de Eratóstenes se creía que el ángulo de la eclíptica era de 24° , esto es, $\frac{1}{15}$ de 360° .

Los libros quinto y sexto tratan de la proporcionalidad y la semejanza de acuerdo con los fundamentos sentados por Eudoxo. El libro quinto está considerado como el mayor logro de la geometría euclídea; su contenido y significado se han debatido más extensa e intensamente que cualquier otra porción de los *Elementos*. Aunque evita la introducción de los números irracionales, extiende la teoría de las proporciones a razones inconmensurables. La noción de magnitud que presenta Euclides pretende cubrir cantidades o entidades que pueden ser conmensurables o inconmensurables entre sí: longitudes, áreas, volúmenes, ángulos, pesos, tiempos, etc. Pese a la importancia que tienen las definiciones en este libro, no hay en él una definición de magnitud como tal. El libro contiene 18 definiciones y 25 proposiciones. Entre las definiciones aparece el “principio” de Eudoxo (nuestro axioma de la continuidad) y la definición, también de Eudoxo, de la proporcionalidad mediante desigualdades. La definición 1 dice que una magnitud es parte de otra mayor cuando la mide. La definición 2 expone que lo mayor es múltiplo de lo menor cuando es medido por lo menor. La definición 3 dice que razón es una relación cualquiera entre dos magnitudes homogéneas respecto de su cantidad. La definición 4 dice que dos magnitudes tienen razón cuando se puede multiplicar una de ellas de modo que supere a la otra (esta definición complementa la anterior y es, en el fondo, la enunciación imprecisa del postulado de Arquímedes, que, en realidad, es de Eudoxo: Dadas dos magnitudes desiguales, se puede alcanzar y superar la mayor repitiendo la menor un número suficiente de veces). La definición 5 expone que se dice que la razón de una primera magnitud con una segunda es la misma que la de una tercera con una cuarta cuando, tomando cualquier múltiplo de la primera y de la tercera y de la segunda y cuarta, el múltiplo de la primera es mayor, igual o menor que el de la segunda, según que el de la tercera sea mayor, igual o menor que el de la cuarta (puede pensarse en una anticipación de 23 siglos del concepto de número irracional por el método de las cortaduras de Dedekind). La definición 6 dice que las magnitudes que tienen la misma razón se llaman proporcionales. La definición 7 dice que si entre los múltiplos de unas magnitudes el de la primera excede al de la segunda pero el de la tercera no excede al de la cuarta, se dice que la razón entre la primera y la segunda es mayor que la razón entre la tercera y la cuarta (así, dada una razón entre inconmensurables a/b , se la puede situar entre otras mayores y menores que ella). La definición 8 dice que una proporción tiene al menos tres términos (en el caso de tres términos, $a/b = b/c$). La definición 9 dice que cuando tres magnitudes son proporcionales, se dice que la razón entre la primera y la tercera duplica (es el cuadrado de) la razón entre la primera y la segunda (si $a/b = b/c$, $a/c = (a/b)^2$). La definición 10 dice que cuando cuatro

magnitudes son continuamente proporcionales, se dice que la razón entre la primera y la cuarta triplica la razón entre la primera y la segunda, y así sucesivamente, sea cual fuere la proporción (si $a/b = b/c = c/d$, $a/d = (a/b)^3$). El libro continúa con la demostración de 25 teoremas sobre magnitudes y razones entre magnitudes, empleando segmentos como ejemplos de magnitudes para ayudar al lector a comprender el significado de los teoremas y sus pruebas, pero los teoremas se aplican a toda clase de magnitudes. La proposición 1 dice que dado cualquier número de magnitudes, sean cuales fueren, equimúltiplos de otras magnitudes en igual número, cualesquiera que fueren las veces que una de ellas sea múltiplo de alguna, ese múltiplo será de todas. Lo que significa en lenguaje algebraico que: $ma + mb + \dots = m(a + b + \dots)$. En lenguaje algebraico las proposiciones 4, 11, 12, 17 y 18, dicen: si $a/b = c/d$, entonces $ma/nb = mc/nd$; si $a/b = c/d$ y $c/d = e/f$, entonces $a/b = e/f$; si $a/b = c/d = e/f$, entonces $a/b = (a + c + e)/(b + d + f)$; si $a/b = c/d$, entonces $(a - b)/b = (c - d)/d$; si $a/b = c/d$, entonces $(a + b)/b = (c + d)/d$.

Algunas de estas proposiciones parecen duplicar otras del libro segundo, pero en el libro quinto se refieren a toda clase de magnitudes mientras que en el libro segundo se referían exclusivamente a segmentos de recta. Conviene indicar aquí que Euclides no presenta la suma o producto de a/b y c/d , sólo presenta las razones como elementos de una proporción, y no tienen significado general. Euclides no poseía el concepto de número racional sobre el que poder construir una teoría de los irracionales, que los griegos no aceptaban (V. Pitágoras).

En el libro sexto, con 4 definiciones y 33 proposiciones, se trata de la aplicación de la teoría de la proporcionalidad a la geometría, dando nacimiento a la teoría de los polígonos semejantes y al álgebra geométrica (comparación de áreas). En este libro se presenta la generalización del teorema de Pitágoras extendiéndolo a figuras semejantes cualesquiera construidas sobre los lados de un triángulo rectángulo, generalización que es original de Euclides (estas cuestiones involucran la resolución de la ecuación algebraica de segundo grado en forma general, pero con ropaje geométrico). También aparece en este libro la primera demostración del llamado teorema de Tales. El libro comienza con cuatro definiciones. Definición 1: Figuras rectilíneas semejantes son las que tienen los correspondientes ángulos iguales, y proporcionales los lados que forman esos ángulos. Definición 2: Figuras inversamente proporcionales son las que tienen sus lados inversamente proporcionales a los ángulos opuestos iguales. Definición 3: Una recta está dividida en extrema y media razón cuando el total es a la parte mayor como ésta a la menor. Definición 4: La altura de cualquier figura es la perpendicular trazada desde el vértice a la base. Algunas de las proposiciones son las siguientes. Proposición 1: Los triángulos y paralelogramos (es decir, sus áreas) que están bajo la misma altura (que tienen la misma altura) son entre sí como sus bases. Proposición 4: En los triángulos equiángulos, los lados opuestos a los ángulos iguales son proporcionales y también lo son los lados correspondientes que forman los ángulos iguales. Proposición 5: Si dos triángulos tienen sus lados proporcionales, serán equiángulos y tendrán iguales los ángulos formados por los correspondientes lados. Proposición 12: Hallar la cuarta proporcional a tres rectas dadas. Proposición 19: (Las áreas de) los triángulos semejantes son entre sí como la razón duplicada (el cuadrado) entre los correspondientes lados. Entre los problemas tratados de aplicación de áreas, problemas de origen pitagórico, están: la proposición 25 con un problema llamado de aplicación simple, consistente en construir un polígono equivalente a otro dado y semejante a otros polígonos; la proposición 28 con un problema llamado de aplicación por defecto (*elipse*), consistente en aplicar a una recta dada un paralelogramo equivalente a un polígono dado y deficiente en un paralelogramo semejante a uno dado; la proposición 29 con un problema, semejante al anterior, de aplicación de áreas por exceso (*hipérbola*), consistente en aplicar a una recta dada un paralelogramo equivalente a un polígono dado y excedente en un paralelogramo semejante a uno dado.

Con estas proposiciones Euclides muestra cómo resolver cualquier ecuación cuadrática en la que una o las dos raíces son positivas, obteniendo estas raíces como longitudes. La proposición 27 corresponde también a una aplicación por defecto, consistente en que de todos los paralelogramos aplicados a una misma recta (construidos sobre parte de esa recta) y deficientes (del construido sobre la recta entera) en paralelogramos semejantes al (paralelogramo dado) construido sobre la mitad de esa recta y similarmente dispuestos, el (de) mayor (área) es el que se aplica sobre la mitad de la recta y es semejante a su defecto. La proposición 30 consiste en dividir una recta (un segmento) en media y extrema razón. La proposición 31 dice que en los triángulos rectángulos, la figura construida sobre el

lado opuesto al ángulo recto es equivalente a las semejantes y similarmente dispuestas sobre los lados que forman el ángulo recto (se trata de una generalización del teorema de Pitágoras).

Los tres libros siguientes (séptimo, octavo y noveno) se dedican a la teoría de números: divisibilidad, números primos, progresiones geométricas, números perfectos. Estos libros, en los que no existe el menor intento de fundar la aritmética sobre un sistema de postulados, contienen 102 proposiciones y se abren con 22 definiciones. Entre éstas: “Unidad es aquello por lo cual cada cosa singular se dice uno”; “número es una pluralidad compuesta de unidades”, siguiendo con las definiciones de números mayor y menor, múltiplo y submúltiplo, par e impar, parmente e imparmente (clasificación de los números según el módulo 4; hoy no tiene ningún interés), primo y compuesto, primos entre sí, producto de un número por otro, número plano (de dos factores llamados lados), número sólido (de tres factores o lados), cuadrado, cubo, números proporcionales, terminando con la definición de número perfecto que es aquél que es igual a la suma de sus partes alícuotas (sus divisores, excepto él mismo). En el libro séptimo, con 39 proposiciones, se expone la teoría del máximo común divisor, por el método de divisiones sucesivas denominado aún hoy “algoritmo de Euclides”, y del mínimo común múltiplo que equivale al producto de los dos números dividido por su máximo común divisor, cerrándose el libro con la proposición que da la regla para hallar el mínimo común múltiplo de varios números.

El libro octavo, con 27 proposiciones, es uno de los menos interesantes de los trece libros de los *Elementos*. Comienza con varias proposiciones sobre números en progresión geométrica (proporción continua), dedicándose después a algunas proposiciones sencillas de los cuadrados y los cubos, terminando con la proposición 27 que dice que números sólidos semejantes tienen uno a otro la razón de un número cúbico a otro número cúbico.

El libro noveno contiene 36 proposiciones, de las que varias tienen un interés especial. En la proposición 20, que dice que “hay más números primos que cualquier conjunto de números primos”, aparece la demostración de que la serie de los números primos es ilimitada: Dados los números primos a, b, c , y sea d el menor de los números que está medido por ellos, y agréguesele la unidad (en la demostración de Euclides estos números, como todos en general, se representan por segmentos); entonces $d + 1$ es un número primo o no lo es; si lo es, se tienen los números primos a, b, c y $d + 1$ que son más que a, b y c ; si $d + 1$ no es número primo, estará medido por algún número primo h , que no es ni a , ni b , ni c , porque si lo fuera, como a, b, c por medir a d medirían a la unidad, lo que es absurdo, luego h no es ninguno de los números a, b, c , y como por hipótesis es primo, ha de ser mayor que ellos. La proposición 35 contiene una fórmula para hallar una suma de números en progresión geométrica, expresada de una manera elegante pero poco usual: Si varios números están en proporción continua (en progresión geométrica) y se quita el primero del segundo y del último, el exceso del segundo es al primero como el del último a todos los que están delante de él. La proposición 36 da la conocida fórmula para los números perfectos: Si varios números, empezando por la unidad, están en proporción duplicada y el conjunto de todos es un número primo, el producto de este conjunto por el último es un número perfecto. En nuestros símbolos, si el número $S = 2^{n+1} - 1$ es primo, el número $N = 2^n S$ es un número perfecto (los números perfectos son: 6, 28, 496, 8.128, 33.550.336, 8.589.869.056, 137.438.691.328, etc. Euclides y Teón de Esmirna sólo conocían los dos primeros; Nicómaco los cuatro primeros; Jámblico calculó el quinto; los tres siguientes se encontraron en el siglo XVI; Seelhoff obtuvo el noveno en 1886; Powers el décimo en 1912; los siguientes se han calculado con ordenador, teniendo 1372 cifras el 16º; no se conoce ningún número perfecto impar).

El décimo libro es el más extenso, con 16 definiciones y 115 proposiciones. Antes de los comienzos del álgebra moderna, este libro fue el más admirado por los matemáticos, y a la vez, el más temido por las dificultades que entraña para su comprensión. La primera proposición es importante para posteriores apartados de los *Elementos*. Dadas dos magnitudes desiguales, si de la mayor se resta una magnitud mayor que su mitad, y de lo que queda otra magnitud mayor que su mitad, repitiendo este proceso quedará en algún momento una magnitud menor que la más pequeña de las dos magnitudes dadas. Al final de su demostración, Euclides afirma que el teorema se puede demostrar igualmente si las partes sustraídas son mitades. Al principio utiliza un axioma, no reconocido como tal por Euclides, que le posibilita sumar consigo misma un número finito de veces la menor de dos magnitudes hasta obtener una suma que exceda a la mayor. Su argumentación se apoya en la definición de razón entre dos magnitudes, pero esa definición no justifica el paso en cuestión, ya que si sólo puede hablar de razón entre dos magnitudes cuando cada una de ellas se puede multiplicar hasta superar a la otra,

Euclides debería probar que entre esas dos magnitudes existe razón, en lugar de suponerlo implícitamente. Según Arquímedes, tal axioma (aunque bajo una forma ligeramente diferente) había sido ya utilizado por Eudoxo, que lo había establecido como lema. Arquímedes lo emplea sin prueba, tomándolo de hecho como un axioma, que hoy recibe el nombre de ambos: Arquímedes-Eudoxo. En otras proposiciones se estudian en forma geométrica las propiedades de un cierto grupo de expresiones irracionales, hoy llamadas cuadráticas y bicuadráticas, con algunas aplicaciones, entre ellas la racionalización de denominadores. Por ejemplo, demuestra que en el problema de aplicación de áreas por defecto (*elipse*) de expresión algebraica $x(a - x) = \frac{1}{4} b^2$, los segmentos x y $(a - x)$ son conmensurables si lo son a y $(a^2 - b^2)^{1/2}$. El libro contiene una clasificación de irracionales bicuadráticos que pueden resumirse algebraicamente considerando la siguiente identidad: $(p^{1/2} \pm q^{1/2})^{1/2} = [1/2(p^{1/2} + (p - q))^{1/2}]^{1/2} \pm [1/2(p^{1/2} - (p - q))^{1/2}]^{1/2}$, y considerando los 12 casos posibles que se obtienen combinando el signo + o el -, según que p , q o ni p ni q sean cuadrados perfectos y que p y $p - q$ sean o no conmensurables. Aparecen en este libro numerosos teoremas de “álgebra geométrica”, entre ellos la expresión general de los “tripletes pitagóricos” que Euclides da en la forma: $x = mn$, $y = \frac{1}{2}(m^2 - n^2)$, $z = \frac{1}{2}(m^2 + n^2)$, agregando que m y n deben ser ambos pares o ambos impares (aunque para obtener las soluciones mínimas deben tomarse ambos impares y primos entre sí). La última de las proposiciones establece la irracionalidad de la raíz cuadrada de 2.

Los tres últimos libros, undécimo, duodécimo y decimotercero, contienen 75 proposiciones, y están dedicados en su mayor parte a la geometría del espacio, para la que Euclides no establece postulado alguno, omisión cuyas consecuencias se advierten en los primeros teoremas de estos libros en los que se pretende vanamente demostrar la existencia del plano, del cual se da una definición defectuosa. Euclides no procede en este campo en la forma ordenada y completa como lo hizo con la geometría plana. Además se advierten ciertas omisiones como, al hablar de paralelismo entre rectas o entre planos, no habla del paralelismo entre recta y plano. El libro undécimo contiene 28 definiciones y 39 proposiciones. Define un sólido (*estéreo* en griego, que significa oscuro, privado de luz, lo que no se ve, pues está oculto por la superficie o epifanía, que significa aparición, lo que se ve por encima) como lo que tiene largo, ancho y profundo, y dice que los extremos de los sólidos son superficies. Define que una recta forma ángulo recto con un plano cuando lo forma con todas las rectas que la cortan y están en el plano. Define que un plano forma ángulo recto con otro plano cuando las perpendiculares en uno de los planos a la intersección de ambos forman ángulos rectos con el otro plano. Define que la inclinación de un plano con respecto a otro es el ángulo agudo formado por las perpendiculares a la intersección común, en el mismo punto, en cada uno de los dos planos (a este ángulo hoy se le llama diedro). También hay definiciones para planos paralelos, figuras sólidas semejantes, ángulo sólido, pirámide, prisma, esfera, cono, cilindro, cubo, octaedro, icosaedro y dodecaedro (regulares). La esfera se define por el giro de un semicírculo en torno al diámetro que lo limita; el cono por el giro de un triángulo rectángulo en torno a uno de los lados del ángulo recto, siendo obtusángulo, rectángulo o acutángulo según que ese lado que permanece fijo en el giro sea menor, igual o mayor que el otro lado del ángulo recto; el cilindro por el giro de un rectángulo en torno a uno de sus lados. La importancia de estas tres últimas definiciones está en que todos los sólidos considerados, excepto los poliedros regulares, se obtienen a partir del giro de una figura plana en torno a un eje. Las 19 primeras proposiciones se refieren a propiedades de rectas y planos, por ejemplo, acerca de rectas paralelas y perpendiculares a planos. La proposición 20 dice que si un ángulo sólido está limitado por tres ángulos planos, dos cualesquiera de ellos, tomados conjuntamente de cualquier manera, son mayores que el ángulo restante. La proposición 21 demuestra que cualquier ángulo sólido está limitado por ángulos planos menores (cuya suma es menor) que cuatro ángulos rectos. La proposición 31 dice que los sólidos paralelepípedicos que tienen la misma altura son entre sí como sus bases.

El libro duodécimo contiene 18 proposiciones, que son las que exigen la aplicación del método de exhaustión introducido por Eudoxo (al respecto, V. Eudoxo de Cnido). Comienza con una demostración minuciosa y detallada del teorema que dice que las áreas de círculos están entre sí en la misma razón que los cuadrados sobre sus diámetros. A continuación se aplica el mismo método, de una típica doble reducción al absurdo, al cálculo de los volúmenes de pirámides, conos, cilindros y esferas. Arquímedes atribuyó posteriormente las demostraciones rigurosas de estos teoremas a Eudoxo, de quien probablemente las adoptó Euclides en su mayor parte.

El libro decimotercero consta de 18 proposiciones dedicadas a los cinco poliedros regulares, con un teorema final que expresa las relaciones entre sus aristas y el diámetro de las esferas circunscritas; en

un escolio, quizá añadido posteriormente, se indica que los poliedros regulares no se deben a Platón (cuerpos platónicos), sino que el cubo, el tetraedro y el dodecaedro se deben a los pitagóricos, y el octaedro y el icosaedro a Teeteto. Por último, aparece como lema el teorema que se atribuye a los pitagóricos, de que no existe ningún otro poliedro regular, cuya demostración se funda en la naturaleza especial de los ángulos poliedros que se tienen en los vértices de los poliedros regulares (Euclides utiliza en esta demostración la proposición 21 del libro undécimo).

Los llamados libros decimocuarto y decimoquinto, son debidos probablemente, aquél a Hypsicles (s. II a.C.), y éste a Damascio de Damasco y a Isidoro de Mileto (s. VI). El libro decimocuarto continúa con la comparación hecha por Euclides de los sólidos regulares inscritos en una esfera, siendo su resultado más importante el que la razón de las superficies del icosaedro y del dodecaedro inscritos en la misma esfera es la misma que la razón de sus volúmenes. El libro decimoquinto trata también de los sólidos regulares mostrando cómo inscribir algunos de ellos dentro de otros.

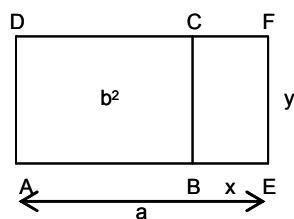
Tal es en síntesis la obra más importante de Euclides. Por grande que haya sido el aporte de los matemáticos anteriores queda siempre para Euclides el mérito de haber aplicado por primera vez un método que resultó fecundo para la matemática y la ciencia en general, y el de haber estructurado sistemáticamente mediante este método, en forma orgánica y ordenada, una gran cantidad de conocimientos matemáticos, en especial de geometría plana, así como haber acentuado el carácter abstracto de la matemática y su finalidad basada exclusivamente en el conocimiento y raciocinio.

Los *Elementos* constituyen un conjunto sistemático y sistematizado de conocimientos matemáticos griegos, pero no es el conjunto de todos esos conocimientos que poseían los griegos de la época de Euclides, pues sólo podían contener la parte compatible con el sistema euclídeo, es decir, aquella que podía deducirse de los postulados que formaban su base, pero tampoco podían contener todas las propiedades que podían deducirse de dichos postulados. En especial, no incluyen los conocimientos correspondientes a la geometría de la medida, como por ejemplo los trabajos en torno a la rectificación de la circunferencia o de sus arcos, ni los referidos a cuadrar el círculo o sus partes, o a calcular las superficies o volúmenes de los cuerpos redondos (cilindro, cono, esfera). La única propiedad que al respecto se incluye es la correspondiente a la proporcionalidad entre los círculos y los cuadrados de sus diámetros, o a la comparación de poliedros entre sí, o de algunos cuerpos redondos entre sí, pero falta toda comparación entre poliedros y cuerpos redondos. Los *Elementos* no podían incluir, además, aquellos conocimientos que no encajaban con los postulados como los referentes a los tres problemas clásicos: trisección del ángulo, duplicación del cubo y la ya comentada cuadratura del círculo. Tampoco incluía el estudio de las cónicas ni de las curvas planas superiores, porque esto formaba parte de las matemáticas más avanzadas. Tampoco podían incluir los conocimientos sobre la aritmética práctica, la llamada “logística” por los griegos, que abarcaba el sistema de numeración y las reglas operatorias elementales con enteros y fracciones, necesarias en las aplicaciones de la vida práctica o de la astronomía, topografía, mecánica, óptica, cinemática. El sistema de numeración de los griegos utilizaba las letras del alfabeto lo que les permitía escribir los números hasta el millar; anteponiendo una coma a las letras que indicaban las unidades se tenían las unidades de millar, llegándose así hasta la miríada (10^4) simbolizada a veces por una M . Para las fracciones unitarias se señalaba el denominador con un signo especial, aunque parece que también usaron fracciones con numerador distinto de la unidad. Es posible que para las operaciones utilizaran el ábaco, aunque para las operaciones más complejas operaban con las cifras escritas con letras en forma similar a la actual.

Aunque los matemáticos consideraron generalmente a Euclides como un modelo de rigor hasta bien entrado el siglo XIX, hay en él serios defectos que unos pocos matemáticos detectaron y combatieron. El primero es el empleo de la superposición (congruencia) que se recoge en la noción común “las cosas que se pueden superponer la una a la otra, son iguales entre sí”, que tiene carácter geométrico y debería ser un postulado. Euclides la utiliza en las proposiciones 4 y 8 del primer libro, aunque diríase que de mala gana; podría haber hecho uso de ella en la demostración de la proposición 26 y en cambio presenta una prueba más larga. Probablemente conocía el método por los trabajos de anteriores geómetras, y no supo cómo evitarlo. El segundo defecto se refiere a la vaguedad de algunas definiciones y las imprecisiones de otras. Las definiciones iniciales de punto, línea y superficie no tienen sentido matemático preciso (hoy se sabe que no se les puede dar ninguno porque cualquier desarrollo matemático independiente debe incluir términos no definidos). En cuanto a la vaguedad de algunas definiciones, basta remitirse por ejemplo, a las definiciones del libro quinto, que pese a la importancia que tienen para su desarrollo, no hay en él una definición de magnitud. Una objeción

adicional a las definiciones es que varias, como la definición 17 del primer libro -un diámetro de un círculo es cualquier recta que pasa por el centro y cuyos extremos están en la circunferencia (no definida explícitamente) del círculo- presuponen un axioma. Euclides utiliza decenas de suposiciones que nunca explicita y de las que sin duda no era consciente, entre ellas las que se refieren a la continuidad de rectas y circunferencias. La demostración de la proposición 1 del primer libro (construcción de un triángulo equilátero sobre un segmento dado) supone que las circunferencias tienen un punto en común. Cada una de ellas es un conjunto de puntos, y podría suceder que aunque ambas se crucen no hubiera un punto perteneciente a las dos allí donde se produce la supuesta intersección. La misma crítica puede hacerse al caso de dos rectas, que podrían cruzarse sin tener un punto común si sólo se tiene en cuenta la base lógica proporcionada por los *Elementos*. También hay defectos en las demostraciones propuestas. Algunos son errores debidos a Euclides que pueden corregirse, aunque en ciertos casos se requeriría una nueva demostración. Otro tipo de defecto que recorre todos los *Elementos* es la afirmación de un teorema general del que sólo se prueba algún caso especial o para posiciones especiales de los datos propuestos. Aunque se alaba a Euclides por la organización de conjunto del contenido de los *Elementos*, los trece libros no constituyen una unidad, sino una extensa compilación de otras obras anteriores. Por ejemplo, los libros séptimo, octavo y noveno repiten para los números enteros muchos de los resultados anteriormente atribuidos a las magnitudes. La primera parte del libro decimotercero repite resultados de los libros segundo y cuarto. Los libros décimo y decimotercero probablemente constituían una unidad, debida a Teeteto, antes de que Euclides los separara. A pesar de estos defectos, probablemente señalados en buena parte por los sucesores inmediatos de Euclides, los *Elementos* tuvieron tanto éxito que desplazaron a todos los textos de geometría anteriores. Como se ha dicho más arriba, posiblemente sea el libro de ciencia de mayor influencia en la historia.

Euclides escribió otras obras de matemática y física, muchas de ellas importantes para la historia de las matemáticas. Su obra *Datos*, contiene 95 proposiciones en las que se demuestra cómo partiendo de ciertos datos, quedaba determinada una figura ya en posición (como el punto común de dos líneas), ya en magnitud (como un círculo de radio conocido) o ya en especie (como un polígono semejante a otro). Parece que fue escrita para ser usada en la enseñanza en Alejandría como complemento a los seis primeros libros de los *Elementos*. Comienza con 15 definiciones sobre magnitudes y lugares geométricos. Una de sus proposiciones advierte que si sobre dos segmentos que están en una razón dada, y se construyen sobre ellos dos figuras rectilíneas semejantes, la razón de sus áreas es conocida. Algunas de sus proposiciones dan el equivalente geométrico de la resolución de ecuaciones cuadráticas. Por ejemplo, si se aplica un área rectangular dada $ABCD$ sobre un segmento ABE cuya



longitud está dada, y se conoce el área $BEFC$ que le falta al área $ABCD$ para agotar el rectángulo completo $AEFD$, se conocen las dimensiones del rectángulo $BEFC$ (V. dibujo). En efecto, con la notación actual, se tiene: $AE = a$, área del rectángulo $ABCD = b^2$, la razón $BE/EF = c/d$, $BE = x$, $EF = y$, de donde $x/y = c/d$, $(a - x)y = b^2$. Eliminando y se tiene la ecuación cuadrática $dx^2 - adx + b^2c = 0$, luego $x = a/2 \pm [(a/2)^2 - b^2c/d]^{1/2}$. La solución de Euclides es equivalente a ésta, con la diferencia de que sólo utiliza el signo menos antes de la raíz. Las proposiciones 84 y 85 son sustitutos geométricos de los métodos algebraicos babilonios para resolver los sistemas: $xy = a^2$, $x \pm y = b$. Las últimas proposiciones se refieren a las relaciones entre medidas lineales y angulares en un círculo dado.

Sobre la división de las figuras, contiene 21 proposiciones: seis se refieren a la división de un triángulo en partes iguales, cuatro a la de un trapecio, otras cuatro a la de un triángulo cualquiera, y cinco a la de un pentágono, siendo lemas las dos restantes. Por ejemplo, la proposición 1 pide la construcción de una recta que sea paralela a la base de un triángulo, dividiéndolo en dos partes de igual superficie. La proposición 4 busca una recta paralela a las bases de un trapecio que lo divida en dos partes de igual área. La proposición 6 pide trazar una recta que pase por un punto dado del perímetro de un paralelogramo y lo divida en dos partes de igual área. En la proposición 10, similar a

la 6, el punto dado es exterior al paralelogramo. La proposición 21, pide que se trace una recta desde un punto del perímetro de un cuadrilátero, dividiendo a éste en dos partes cuyas áreas estén en una relación dada.

Sobre los lugares superficiales, obra de la que Pappus da cuatro lemas, tres de ellos referentes a las cónicas consideradas como lugares de los puntos de un plano que satisfacen ciertas condiciones métricas. *Cónicas*, sobre la que Arquímedes creía que contenía ciertas propiedades de las cónicas, indicando que Euclides consideró como propiedad fundamental la expresada por la ecuación, escrita con los símbolos actuales, $y^2 = 2px + qx^2$.

Porismas, obra perdida, que según Pappus estaba compuesta por tres libros con 38 lemas y 171 teoremas, con cantidad de cosas útiles para resolver los problemas más difíciles. El significado de la palabra “porisma” ha dado origen a largos debates: palabra sinónima de corolario, teorema que se deduce de otro, proposición que tiene por objeto algo que es preciso obtener, teorema incompleto, consecuencia de un problema y de un teorema, etc.

Fenómenos, es una obra sobre geometría esférica para uso de astrónomos. Se parece mucho a la *Esfera* de Autólico de Pitania. Incluye 18 proposiciones de geometría esférica y otras sobre esferas en rotación uniforme.

Sofismas, perdido, contenía demostraciones geométricas correctas y falsas, y se trataba de un libro dedicado al aprendizaje de los estudiantes.

Óptica, tiene el interés de ser una obra primitiva sobre perspectiva o la geometría de la visión directa. Los antiguos habían dividido el estudio de los fenómenos ópticos en tres partes: óptica, o la geometría de la visión directa; catóptrica, o la geometría de los rayos reflejados; dióptrica, o la geometría de los rayos refractados. En su *Óptica*, Euclides dice que el ojo envía rayos que viajan hasta el objeto, en contraste con la teoría aristotélica según la cual hay una actividad en el medio ambiente que viaja en línea recta desde el objeto hasta el ojo. Entre los teoremas incluidos en esta obra hay uno muy utilizado en la antigüedad, que expresado con la simbología actual es el siguiente: $\tan \alpha / \tan \beta < \alpha / \beta$, si $0 < \alpha < \beta < \pi/2$.

Uno de los objetivos de la *Óptica* era el de combatir una obstinación de los epicúreos en el sentido de que un objeto era exactamente tan grande como parecía, sin tener en cuenta el acortamiento que sufría al ser representado utilizando las normas de la perspectiva.

Una *Catóptrica* atribuida a veces a Euclides, es de autenticidad dudosa, quizá debida a Teón de Alejandría. Otras obras que son atribuidas a Euclides son *Elementos de música*, sobre la teoría matemática del sonido, y un fragmento de *Sobre la palanca*, conocido a través de fuentes árabes.

Eudemo de Rodas (h. 320 a.C.). Historiador griego, nacido en la isla de Rodas. Discípulo de Aristóteles. Escribió, por indicación de Aristóteles, *Historia de la geometría*, primer documento escrito sobre la matemática griega, en la que recogía todos los conocimientos en geometría, aritmética y astronomía de su época, siendo el primer historiador de la ciencia que se conoce. De esta obra, hoy perdida, se conservan algunos fragmentos reproducidos por Simplicio, mereciendo destacarse, entre ellos, el que dedica a la cuadratura de las lúnulas de Hipócrates de Quío, que tiene gran interés histórico por ser las primeras curvas cuya área se calculó exactamente. También se conserva un resumen realizado por Proclo que éste incluyó en su *Comentario sobre los Elementos*. Este resumen se conoce como *Sumario de Eudemo*, que puede considerarse como la principal contribución de Proclo a la matemática (V. Proclo).

Eudoxo de Cnido (408-355 a.C.). Matemático, médico, astrónomo, legislador y geógrafo griego. Nació en Cnido, Asia Menor (hoy, Turquía). Estudió con Arquitas en Tarento. Viajó a Egipto donde residió año y medio, aprendiendo astronomía. Después fundó su propia escuela en Cízico, ciudad del norte de Asia Menor. Hacia 368 a.C. se unió a la escuela de Platón junto con sus discípulos. Algunos años más tarde regresó a Cnido, donde murió. Fue el más grande de los matemáticos del siglo IV a.C. y uno de los más grandes matemáticos griegos, superado seguramente sólo por Arquímedes.

Probablemente sea más conocido como creador de la primera teoría astronómica de los movimientos celestes. Extendió el concepto de proporción (igualdad de dos razones) dando cabida en él a las cantidades irracionales. Para ello, con objeto de definir la razón entre dos cantidades, conmensurables o no, enunció un principio que expresa la condición para que dos cantidades “tengan razón mutua”, diciendo que “dos cantidades tienen razón mutua cuando un múltiplo de la menor supera a la mayor”.

A este principio se le conoce como postulado de la continuidad, o postulado de Eudoxo o Arquímedes. Definió la igualdad de dos razones entre cantidades, conmensurables o no, mediante la siguiente definición por abstracción: Dos razones $a:b$ y $c:d$ son iguales si dados dos números enteros cualesquiera m y n , siendo $ma \geq nb$ o bien $ma \leq nb$, se verifica respectivamente que: $mc \geq nd$, o bien que $mc \leq nd$.

Con estas definiciones, Eudoxo introdujo en la geometría las cantidades inconmensurables. En conexión con la demostración anterior, introdujo un método de demostración, llamado método de exhaustión (desafortunado nombre no utilizado por los griegos, que fue introducido por Gregoire de Saint Vincent, y que se refiere al hecho de que el círculo en el que se van inscribiendo sucesivamente polígonos de doble número de lados que el anterior, se va quedando “exhausto”, vacío), que sustituye en la matemática griega a la noción de límite del actual análisis infinitesimal, y que consiste en una doble reducción al absurdo: Para demostrar que una cantidad A es igual a una cantidad B , o que una figura A es equivalente a una figura B , basta probar que A no es ni mayor ni menor que B . Con este método, Eudoxo demostró la proporcionalidad entre dos círculos C y C' y los cuadrados D y D' construidos sobre sus diámetros, es decir, $C:C' = D:D'$. Para ello supone que X sea el cuarto proporcional entre C , D y D' y admite $X < C'$. Inscribe en C' un polígono P' tal que en virtud del “principio”, resulte $C' - P' < C' - X$, o lo que es lo mismo, $P' < X$. Si P es el polígono semejante inscrito en C , en virtud de la proporcionalidad conocida entre los polígonos semejantes y los cuadrados de los lados homólogos $C:X = D:D' = P:P'$ y por tanto $P > C$, evidentemente absurdo pues P es un polígono inscrito en C . Como consecuencia de este teorema, o siguiendo un camino semejante, se llega también a un absurdo si se parte de $X > C'$, por tanto $X = C'$ y el teorema queda probado. De aquí se deduce la llamada “propiedad de exhaustión”, consistente en: Si de cualquier magnitud se sustrae una parte no menor que su mitad, y si del resto se sustrae de nuevo una cantidad no menor que su mitad, y si se continúa repitiendo este proceso de sustracción, se termina por obtener como resto una magnitud menor que cualquier magnitud del mismo tipo dada de antemano. Utilizando esta propiedad, Eudoxo halló áreas y volúmenes de figuras curvilíneas. Según referencias de Arquímedes, Eudoxo habría demostrado la equivalencia entre prismas y pirámides, y habría establecido la medición de la pirámide y el cono, indicando Arquímedes que “... No debe dejar de atribuirse un mérito no pequeño a Demócrito que fue el primero que dio estas proposiciones sin las demostraciones”. Cabe señalar que el método de exhaustión no es un método de descubrimiento como el método analítico (V. Platón), pues el resultado al que debe llegarse se da por admitido; ni es un método constructivo como el método sintético en el que partiendo de propiedades conocidas se llega por vía deductiva a nuevas verdades. El método de exhaustión es puramente un método de demostración que no pretende descubrir una nueva verdad sino demostrarla, circunstancia que pone de relieve una característica de la matemática griega. A diferencia de matemáticos de otras épocas, los matemáticos griegos pusieron el acento en la demostración y no en el resultado, en el camino y no en la meta. Y esa demostración no podía ser cualquiera, sino rigurosamente deductiva a partir de los postulados y propiedades ya demostradas, pues cualquier otro camino por evidente o convincente que fuera, “no comporta una verdadera demostración”, como dijo Arquímedes. Eudoxo estudió sistemáticamente la división de un segmento en media y extrema razón. Introdujo las curvas campilas que llevan su nombre, para la duplicación del cubo.

Como astrónomo se le debe la primera explicación científica del sistema planetario, habiendo ideado un sistema de esferas concéntricas, cuyo centro era la Tierra, para explicar los movimientos de los planetas. Sus ejes de rotación, velocidades de giro y radios estaban determinados de manera que la teoría se ajustase lo mejor posible a las observaciones disponibles. Describió por medio de una combinación de movimientos circulares, los lazos que trazan los planetas en su movimiento a lo largo de sus órbitas, usando para ello la curva conocida como *hipopede* (grillete de caballo). Esta curva, que recuerda a un ocho dibujado sobre una superficie esférica, se obtiene como intersección de una superficie esférica con la de un cilindro de diámetro menor que el radio de la esfera y tangente a ella interiormente. El sistema requería tres esferas para reproducir los movimientos del Sol, otras tres para los de la Luna y cuatro para cada uno de los cinco planetas conocidos. A estas 26 esferas, Eudoxo añadía una más, exterior a las anteriores, donde se encontraban las estrellas fijas. Salvo ésta última, las esferas no eran cuerpos materiales sino construcciones matemáticas. Eudoxo escribió cuatro libros sobre astronomía: *Espejo*, *Acontecimientos*, *El periodo de ocho años* y *Sobre velocidades*, de los que se conocen sólo algunos fragmentos. Se le atribuye haber escrito una *Esférica* de autor incierto.

Euler, Leonhard (1707-1783). Matemático y físico teórico suizo. Nació cerca de Basilea. Su padre era un pastor calvinista campesino que había estudiado matemáticas en su juventud con Jacob (I) Bernoulli. Leonhard estudió con Johann (I) Bernoulli, junto a los hijos de éste, Nicolaus (III) y Daniel (I), y en este ambiente favorable descubrió su vocación matemática. Su padre colaboró en su formación matemática, a pesar de su esperanza en que su hijo siguiese una carrera teológica. La educación de Leonhard fue muy completa, ya que al estudio de las matemáticas se unió el de la teología, la medicina, la astronomía, la física y las lenguas orientales. En 1723 obtuvo el doctorado en filosofía. Comenzó a publicar a la edad de 18 años, ganando a los 19 un premio de la Académie des Sciences de París por un trabajo sobre la arboladura de un buque. En 1727, Catalina I de Rusia, aconsejada por los hermanos Bernoulli, profesores de la Academia de San Petersburgo, ofreció a Euler ser miembro de la sección de fisiología y medicina de la Academia. La llegada de Euler a San Petersburgo coincidió con la muerte de Catalina. En 1730, Euler ocupó la cátedra de filosofía natural en la Academia, en vez de la de medicina. Daniel (I) Bernoulli se trasladó a Basilea en 1733, convirtiéndose Euler en el matemático más importante de la Academia de San Petersburgo. Se casó y llegó a tener una familia de trece hijos. En 1735 perdió la vista de su ojo derecho. Aunque Euler pasó unos años difíciles (1733-1741) bajo un gobierno autocrático, llevó a cabo una cantidad asombrosa de investigaciones cuyos resultados aparecieron en artículos publicados por la citada Academia. También colaboró con el gobierno ruso en numerosas cuestiones físicas. En 1741, Euler recibió una invitación de Federico el Grande de Prusia para incorporarse a la Academia de Berlín, que aceptó y donde pasó 25 años. A lo largo de este periodo, Euler impartió lecciones a la princesa de Anhalt-Dessau, sobrina del rey de Prusia; estas lecciones, sobre diversos temas (matemáticas, astronomía, física, filosofía y religión), fueron publicadas más tarde como las *Cartas a una princesa alemana* (tres volúmenes, 1768-1772) y todavía hoy se leen con placer. A petición de Federico el Grande, Euler trabajó sobre problemas de seguros así como sobre diseño de canales y obras hidráulicas. También durante estos años, envió cientos de artículos a la Academia de San Petersburgo y la asesoró en sus asuntos. No estando satisfecho de las relaciones en la corte de Federico, y habiendo recibido una invitación de Catalina II la Grande, para volver a Rusia, Euler volvió a ocupar su lugar en la Academia de San Petersburgo en 1766. Ese año, Euler supo que estaba perdiendo la vista de su segundo ojo, viviendo los 17 últimos años de su vida en una ceguera total. A pesar de su ceguera, Euler desarrolló en esta etapa de su vida una intensa actividad científica, que no decayó un sólo instante; al contrario, la mitad de sus escritos son fruto de los últimos años de su vida, cuando, totalmente ciego, dictaba sus trabajos. Euler tenía una memoria prodigiosa; recordaba las fórmulas de trigonometría y de análisis, así como las potencias, hasta la sexta, de los cien primeros números primos, por no hablar de innumerables poemas y de la *Eneida* entera, siendo además un extraordinario calculista. Tal actividad de investigación científica, que puede cifrarse en unas 800 páginas anuales en promedio, se manifestó en todos los campos de la ciencia matemática y ciencias afines. Sus más de mil memorias tratan de aritmética, teoría de números, álgebra, cálculo de probabilidades, geometría, cálculo infinitesimal, mecánica racional y aplicada, astronomía, física, geografía matemática, sin olvidar las citadas *Cartas a una princesa alemana*. Creó la mecánica analítica (en contraposición a la antigua mecánica geométrica) y la mecánica de los cuerpos rígidos; calculó el efecto de perturbación de los cuerpos celestes sobre la órbita de un planeta, así como las trayectorias de proyectiles en medios con rozamiento. Su teoría de las mareas y sus trabajos sobre diseño y velamen de buques contribuyeron a mejorar la navegación; en este dominio, sus obras *Ciencia naval* (1749), *Teoría completa de la construcción y maniobra de buques* (1773) y *Teoría de la construcción naval y navegación* (1778), son obras sobresalientes. Investigó el pandeo de vigas y calculó la carga de seguridad de una columna. En acústica, estudió la propagación del sonido y la consonancia y disonancia musical. Sus tres volúmenes sobre instrumentos ópticos contribuyeron al diseño de telescopios y microscopios; fue también el primero en tratar analíticamente las vibraciones de la luz y en deducir la ecuación del movimiento teniendo en cuenta la dependencia de la elasticidad y la densidad del éter, obteniendo muchos resultados sobre refracción y dispersión de la luz. Fue el único físico del siglo XVIII que apoyó la teoría ondulatoria de la luz frente a la corpuscular. Le pertenecen las ecuaciones diferenciales fundamentales del movimiento de un fluido ideal, aplicándolas al flujo de la sangre en el cuerpo humano. En la teoría del calor, Euler lo contempló, como también Daniel (I) Bernoulli, como una oscilación de moléculas, ganando un premio en 1783 con su *Ensayo sobre el fuego*. También le interesaron la química, la geografía y la cartografía, realizando el mapa de Rusia.

Euler adquirió muy pronto fama internacional, e incluso antes de abandonar Basilea, había recibido ya un premio de la Académie des Sciences de París, como se ha dicho más arriba. Obtuvo doce veces el premio bianual de dicha Académie (uno de ellos por un trabajo sobre las mareas, compartido con Maclaurin y con Daniel (I) Bernoulli). Su nombre, que hay que situarlo a la altura de Arquímedes, Newton y Gauss, aparece en todas las ramas de la matemática: hay fórmulas de Euler, polinomios de Euler, constantes de Euler, integrales eulerianas y líneas de Euler, aunque a diferencia de Descartes o Newton antes que él o de Cauchy después que él, Euler no inició nuevas ramas de la matemática, pero nadie fue más prolífico ni más diestro en utilizarla. Podría pensarse que sólo pudo mantener tal volumen de actividad a costa de todos los demás intereses; pero Euler se casó y tuvo trece hijos, estando siempre atento al bienestar de su familia; educó a sus hijos y nietos, construyendo juegos científicos para ellos y pasando tardes leyéndoles la Biblia. También era aficionado a opinar sobre cuestiones filosóficas, aunque aquí descubrió su único punto débil y recibió por ello frecuentes pullas de Voltaire; en una ocasión se vio forzado a reconocer que nunca había estudiado filosofía y lamentó haber creído que se podía comprender dicha materia sin haberla estudiado; pero el ánimo de Euler para las disputas filosóficas no disminuyó y continuó empeñándose en ellas; incluso se divertía con las mordaces críticas que recibía de Voltaire. Rodeado de un respeto universal, bien merecido por la nobleza de su carácter, pudo al final de su vida, considerar como discípulos suyos a todos los matemáticos de Europa. El 7 de septiembre de 1783, después de charlar sobre los asuntos del día, el descubrimiento del planeta Urano y los hermanos Montgolfiers que habían logrado por vez primera ascender en un globo inflado con aire caliente, “cesó de calcular y de vivir”, según las muy citadas palabras de Condorcet.

Publicó *Introducción a la aritmética* (1738) e *Introducción completa al álgebra* (1768). En teoría de números resolvió y generalizó numerosos problemas de Diofanto y de Fermat, y abrió nuevos campos de investigación. Dio la solución del “gran teorema” de Fermat para los valores de $n = 3$ y $n = 4$. Generalizó la congruencia de Fermat, introduciendo la expresión “indicador” (bautizada así por Gauss): Si m es un número natural mayor que 1, la función indicador, $\Phi(m)$, se define como el número de enteros menores que m que son primos con m , incluyendo el 1. Fue el primero en demostrar el pequeño teorema de Fermat: Si p es primo y a es un entero, que no se divide por p , entonces $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$. Demostró que todo número primo de la forma $4n + 1$ sólo puede ser una vez hipotenusa de un triángulo rectángulo (de lados enteros), su cuadrado lo es dos veces, su cubo tres veces, etc. Demostró (1760) que un primo de la forma $3n + 1$ puede ser expresado en la forma $x^2 + 3y^2$ de manera única. Para representar sus silogismos utilizó diagramas (1770), que modificados convenientemente por el lógico inglés John Venn, recibieron el nombre de “diagramas de Venn”. Se ocupó de análisis indeterminado, resolviendo las ecuaciones indeterminadas de primer grado, y extendiendo las soluciones a ecuaciones con un mayor número de incógnitas. Dio un método (1759) para resolver la ecuación que, equivocadamente, llamó de Pell (y que así se sigue llamando): $x^2 - Ay^2 = 1$, mediante la expresión de $A^{1/2}$ como fracción continua, siendo su idea que las proporciones x/y son convergentes (en el sentido de fracciones continuas) a $A^{1/2}$. Su interés en esta ecuación se debía a que necesitaba solucionarla para resolver $ax^2 + bx + c = y^2$ con enteros (sobre ello, escribió varios ensayos).

Se le puede considerar el creador de la teoría de los restos potenciales: En el lenguaje introducido por Euler en su ensayo de 1754-1755, si existe una x tal que $x^2 - p$ es divisible por q , entonces se dice que p es el residuo o resto cuadrático de q ; si no hay tal x , se dice que p no es residuo cuadrático de q , descubriendo la “ley de reciprocidad” de los restos cuadráticos. Encontró métodos para la descomposición de los números grandes en factores primos, basado en la representación de sus divisores como formas cuadráticas, para lo que utilizó los números que llamó cómodos (un número n es cómodo si para cada entero $x < (3n)^{1/2}$, primo con n , la suma $n + x^2$ es primo, duplo de primo, cuadrado de primo o potencia de 2; Euler encontró 65 números cómodos, siendo 1848 el mayor de ellos, no habiéndose demostrado que éste sea el último número cómodo). Estudió las propiedades de los números perfectos y amigos; en 1750 proporcionó 62 pares de números amigos incluyendo los tres pares ya conocidos (dos de sus pares eran incorrectos). También demostró, en un ensayo publicado póstumamente (1849), el recíproco del teorema de Euclides: Cada número par perfecto es de la forma $2^{p-1}(2^p - 1)$, donde el segundo factor es primo. Creó la teoría aditiva de los números (resolución del problema sobre el número de representaciones de un número natural como sumas de números naturales). Elaboró la teoría de las fracciones continuas. Mostró cómo pasar de una serie a una

fracción continua que la representa, y recíprocamente. En un artículo de 1737, titulado *Sobre fracciones continuas*, Euler dedujo un buen número de resultados, como que todo número racional se puede expresar como una fracción continua finita. Demostró (1737) la irracionalidad del número e y de su cuadrado. Se ocupó de combinatoria y de cuadrados mágicos, a los que agregó el llamado “cuadrado latino” mediante el problema cuyo enunciado es: Disponer en cuadrado 36 oficiales de 6 grados diferentes y pertenecientes a seis regimientos distintos, de tal manera que cada fila y cada columna tenga un oficial de cada grado y de cada regimiento. Estudió el juego de lotería, problemas de esperanza de vida, anualidades. Por ejemplo, calculó (1751) que una imposición de 350 coronas a favor de un niño recién nacido, le produciría una anualidad vitalicia de 100 coronas a partir de los veinte años de edad. Entre los problemas de lotería, está el siguiente, publicado en 1765: Considérense n billetes numerados consecutivamente de 1 a n , de los que se extraen tres al azar. La probabilidad de que se extraigan tres números consecutivos es $2 \cdot 3/n(n-1)$; la probabilidad de que salgan dos números consecutivos, pero no tres, es: $2 \cdot 3(n-3)/n(n-1)$; y la probabilidad de que no salgan dos números consecutivos es: $(n-3)(n-4)/n(n-1)$.

Extendió al campo real la función $\Pi(z) = z!$ Reconoció, sin demostrarla (hoy sigue sin ser demostrada), la verdad de la llamada “conjetura de Goldbach” (1742): Todo número par es suma de dos números primos. Estableció la identidad que lleva su nombre, que vincula la sucesión de números primos con la función analítica que hoy se llama función ζ (función zeta) de Riemann. Para ello partió de series de la forma $(1 - az)^{-1} = 1 + az + a^2z^2 + a^3z^3 + \dots$, y multiplicando miembro a miembro estas series para los distintos valores de $\alpha = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$, se obtiene la siguiente expresión: $\Pi_r = (1 - \alpha_r z)^{-1} = 1 + (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots)z + (\alpha_1^2 + \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2^2 + \dots)z^2 + (\alpha_1^3 + \alpha_1^2\alpha_2 + \dots)z^3 + \dots$. Si se supone ahora que las α son números primos, en los paréntesis del segundo miembro aparecerá, una y sólo una vez, cada número entero n en virtud de la descomposición única de todo número en producto de factores primos. Lo mismo ocurrirá si en lugar de tomar los números primos se toman sus recíprocos o una potencia cualquiera de esos recíprocos. En definitiva para $z = 1$, se tiene: $\Pi_p (1 - p^{-s})^{-1} = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$, donde el producto se extiende a la sucesión indefinida de los números primos p . El segundo miembro para s complejo, constituye la llamada función ζ de Riemann, con la que puede demostrarse rigurosamente la identidad anterior de Euler. Obtuvo que la serie de los recíprocos de los números primos es un infinito equivalente a $\ln(\ln n)$. Generalizó la fórmula de Machin (1706), obteniendo la siguiente expresión: $\pi/4 = 4 \operatorname{arctg}(1/5) - \operatorname{arctg}(1/239)$, y dio numerosos desarrollos en serie de π mediante la serie del arctg . Generalizó la expresión de Viète: $2/\pi = \cos \pi/4 \cdot \cos \pi/8 \cdot \cos \pi/16 \dots$, tomando una poligonal regular de ángulo central 4θ , con lo que la fórmula queda de la siguiente forma: $\operatorname{sen} \theta / \theta = \cos \theta/2 \cdot \cos \theta/4 \cdot \cos \theta/8 \dots$

En álgebra, dio métodos originales de eliminación y descomposición en fracciones parciales simples. Formó la resultante de los sistemas de dos ecuaciones por el método de las funciones simétricas. Fue el primero (1732) en ofrecer una discusión completa de la solución de Cardano de la ecuación cúbica, insistiendo en que siempre hay tres raíces y especificando cómo se calculan. Encontró un nuevo procedimiento para resolver la ecuación de cuarto grado, válido sólo para las ecuaciones de segundo, tercero y cuarto grado. Expuso métodos para desarrollar en serie el valor de las raíces, e inició el estudio de las funciones simétricas de las raíces. Definió la serie hipergeométrica, más tarde estudiada por Gauss. Profundizó en el llamado teorema fundamental del álgebra (cada polinomio tiene al menos una raíz real o compleja), sin haber tenido éxito en dar una prueba general.

Su *Introducción completa al álgebra* (1768) consta de dos partes. En las tres secciones de la primera parte, Euler generalizó las reglas de resolución de problemas aritméticos y desarrolló el aparato simbólico-literal del álgebra. En la primera sección se presentan las operaciones con números, monomios, radicales y números complejos, y se introducen los logaritmos. En relación con los números complejos, Euler dice: “... Porque todos los números concebibles, o son mayores que cero o menores que cero o iguales a cero, entonces es claro que las raíces cuadradas de números negativos no pueden estar incluidas entre los posibles números (números reales). Consecuentemente debemos decir que éstos son números imposibles. Y dicha circunstancia nos lleva al concepto de tales números, los cuales por su naturaleza son imposibles y ordinariamente son llamados números imaginarios o fantasiosos, ya que sólo existen en la imaginación”. A pesar de ello, Euler dice que “los números imaginarios pueden usarse cuando atacamos problemas acerca de los cuales ignoramos si tienen o no una respuesta; de este modo, si preguntamos cómo separar 12 en dos partes cuyo producto sea 40, deberíamos encontrar que las partes son $6 + (-4)^{1/2}$ y $6 - (-4)^{1/2}$, por lo que reconocemos que este

problema no puede ser resuelto”. La segunda sección está dedicada a las operaciones con polinomios, además se dan las reglas de extracción de raíces de los números y se introducen las series como medio de expresión de las funciones racionales fraccionarias y los binomios con exponentes fraccionarios y negativos. En la tercera sección se introduce el número real, los números poligonales, las proporciones y las progresiones aritméticas y geométricas, las fracciones decimales periódicas y los problemas sobre por ciento. La segunda parte consta de dos secciones. La primera sección está dedicada a la resolución de ecuaciones algebraicas, presentándose los métodos de resolución de las ecuaciones de primero a cuarto grado, se estudian los sistemas de ecuaciones lineales (para un sistema de tres ecuaciones lineales no homogéneas con dos incógnitas, da dos métodos de eliminación, siendo el segundo precursor del método multiplicativo de Bezout, mejor descrito por Euler en un ensayo de 1764), y se tratan los métodos de cálculo aproximado de las raíces de las ecuaciones algebraicas. La segunda sección incluye los métodos de solución de las ecuaciones indeterminadas de primer grado y grados superiores. Se trata el gran problema de Fermat y se da su demostración para $n = 3$ y $n = 4$. Se introducen las llamadas sustituciones de Euler para transformar un trinomio cuadrado en un cuadrado exacto.

Fue el creador del actual simbolismo y forma analítica de la trigonometría, con la exposición completa de las funciones trigonométricas y sus desarrollos en serie y en productos infinitos, incluyendo el teorema llamado de Moivre y las relaciones con la función exponencial, deduciendo los valores del seno y coseno de números complejos y los desarrollos de los múltiplos del argumento. Realizó el estudio completo de la trigonometría esférica, deduciendo las fórmulas de los triángulos rectángulos y de los oblicuángulos, incluyendo el estudio del triángulo polar, y dando fórmulas para el exceso esférico. Inició la interpolación trigonométrica.

Demostó, en la geometría del triángulo, la recta (alineación de baricentro, ortocentro y circuncentro) y el círculo que llevan su nombre. Enunció y demostró la relación entre caras, vértices y aristas de un poliedro ($C + V = A + 2$), que había sido dada por Descartes (sin demostración) y luego olvidada. Acuñó el término de *Geometría afin*. Resolvió los primeros problemas concretos del “analysis situs”, la actual topología. Solucionó el problema de los puentes de Königsberg, cuyo enunciado es: El río Pregel atraviesa la ciudad de Königsberg (hoy Kaliningrado) formando dos islas que se unen entre sí y con tierra firme mediante siete puentes. ¿Es posible pasar sucesivamente por todos esos puentes cruzándolos una sola vez? Euler probó que no era posible.

En cuanto al cálculo infinitesimal, escribió los primeros tratados sistemáticos: *Methodus inveniendi líneas curvas maximi minimive proprietate gaudentes* (1744), *Introductio in analysis infinitorum* (1748, dos volúmenes), *Institutiones calculi differentialis* (1755), *Institutiones calculi integralis* (1768-1770, tres volúmenes).

En el primer volumen de su *Introductio* (1748), utiliza el concepto de función con el símbolo $f(x)$, cuya definición es: Función de x es toda expresión analítica de esta variable obtenida mediante una combinación finita o infinita de símbolos algebraicos o trascendentes. También utilizó la siguiente acepción de función: Toda relación entre x e y tal que se represente en el plano mediante una curva trazada a “mano libre”, es decir una curva continua. Introdujo la letra e para designar la base de los logaritmos naturales. Dio la definición general de las funciones logarítmica y exponencial como recíprocamente inversas. Resolvió definitivamente la cuestión de los logaritmos de los números negativos. En conexión con las funciones trascendentes aparecen los logaritmos como exponentes (1728) y su vinculación con los números imaginarios y las funciones circulares, obteniendo la hoy llamada fórmula de Euler, que había sido descubierta por Cotes: $\cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi = e^{i\varphi}$ (en simbología actual), de donde, para $\varphi = \pi$, se tiene que: $e^{i\pi} = \cos \pi + i \operatorname{sen} \pi = -1$.

Se le deben los actuales significados de las letras π , i , y la definición de las potencias de base e como límites infinitos, es decir: $e^x = \lim (1 + x/n)^n$, para $n \rightarrow \infty$. Hoy se llaman fórmulas de Euler a las siguientes expresiones: $\operatorname{sen} \alpha = (e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}) : 2i$, $\cos \alpha = (e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}) : 2$. Demostró la multiplicidad de la función logarítmica considerando que si $x = e^y$, es decir, $y = Lx$, como $e^y = (1 + y/n)^n$ para n infinito, se tiene que: $x = a + bi = c(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta) = e^k(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta) = e^k e^{i(\theta \pm 2p\pi)}$, es decir que se tiene: $y = Lx = k + (\theta \pm 2p\pi)i$, con lo que queda demostrada la periodicidad del logaritmo. Más tarde, Euler dio: $i^i = (e^{\pi i/2})^i = e^{-\pi/2} = 0,2078795763\dots$, valor que posteriormente corrigió ampliándolo a $i^i = e^{-\pi/2 + 2k\pi}$, con infinitos valores. Estudió la suma de las series recíprocas que contiene los llamados números de Bernoulli. También en dicho primer volumen aparecen las sumas de las potencias de exponente par de los recíprocos de los números naturales, deducidas del desarrollo en producto infinito de las funciones

$\operatorname{sen} x$ y $\operatorname{cos} x$, es decir: $\operatorname{sen} x = x(1-x^2/\pi^2) \cdot (1-x^2/4\pi^2) \cdot (1-x^2/9\pi^2) \dots$, $\operatorname{cos} x = x(1-4x^2/\pi^2) \cdot (1-4x^2/9\pi^2) \dots$, obteniendo: $\sum 1/n^2 = \pi^2/6$; $\sum 1/(2n+1)^2 = \pi^2/8$; $\sum (-1)^{n+1}/n^2 = \pi^2/12$.

Estudió sistemáticamente las “fracciones continuas” (así bautizadas por él y descubiertas por Cataldi), dando el desarrollo de algunas funciones en fracción continua infinita, y mostrando, como se ha dicho más arriba, cómo pasar de una serie a una fracción continua que la representa, y recíprocamente. Obtuvo la llamada constante de Euler o de Mascheroni, en conexión con las series que llamó armónicas, cuyo valor es $\gamma = 0,57721566\dots$. Para ello, Euler parte de la serie logarítmica $L(1+n^{-1}) = 1/n - 1/2n^2 + 1/3n^3 - 1/4n^4 + \dots$, sumando sus resultados para $n = 1, 2, 3, \dots, m$, llega a la expresión: $L(m+1) = 1+1/2+\dots+1/m - 1/2(1+1/2^2+\dots+1/m^2)+1/3(1+1/2^3+\dots+1/m^3)\dots$. Cuando m tiende a infinito, cada uno de los paréntesis del segundo miembro tiende a un valor finito que Euler conocía, de ahí que la expresión dada por la diferencia $1+1/2+1/3+\dots+1/m - L(1+m)$, tiende para $m \rightarrow \infty$ a una constante cuya denominación y valor son los expuestos, y cuyo símbolo es γ (no se sabe hoy en día si esta constante es o no un número trascendente, como lo son e y π). Estudió la función trascendente hoy llamada logaritmo integral, $y = \int dx/Lx$.

Desarrolló en serie las infinitas soluciones de la ecuación trascendente $\tan x = x$. Dio un gran número de series muy convergentes para el número π y expuso su desarrollo en fracción continua. Obtuvo, en 1754, para diversas funciones, sus representaciones en series trigonométricas, como los ejemplos siguientes: $[1 - a(\cos x + i \operatorname{sen} x)]^{-1} = \sum_{n=0, \infty} a^n (\cos nx + i \operatorname{sen} nx)$, de donde se obtiene que $(a \cos x - a^2)/(1 - 2a \cos x + a^2) = \sum_{n=1, \infty} a^n \cos nx$, y $a \operatorname{sen} x/(1 - 2a \cos x + a^2) = \sum_{n=1, \infty} a^n \operatorname{sen} nx$.

En 1777, Euler trabajando en un problema de astronomía, obtuvo de hecho los coeficientes de una serie trigonométrica utilizando la ortogonalidad de las funciones trigonométricas, que es el método utilizado en la actualidad.

El segundo tomo de la *Introductio* es un tratado, en 22 capítulos, de geometría analítica plana y del espacio, cuya forma de exposición es la actual. En el primer capítulo se introducen las coordenadas rectilíneas, tanto rectangulares como oblicuas, y se aclara la forma de escritura de las ecuaciones de las curvas, dándose el concepto de continuidad de las curvas como la propiedad de una curva de ser expresada por una expresión analítica única en correspondencia con el concepto de continuidad de una función. En el segundo capítulo aparecen las fórmulas de transformación de los sistemas de coordenadas: giro de los ejes y traslación del origen, y también el análisis de la ecuación de la recta en la forma $ax + by = 0$. En los capítulos tercero y cuarto se clasifican las curvas según el grado de sus ecuaciones y se exponen las propiedades generales de las curvas algebraicas, en especial las de segundo, tercero y cuarto grado. Soslaya las consideraciones infinitesimales considerando, como ecuación de la curva, su desarrollo en serie en las proximidades de uno de sus puntos. En el capítulo quinto se tratan aquellas propiedades de las secciones cónicas, que se obtienen de la ecuación general de segundo grado, y en el sexto, se investigan las formas canónicas de las ecuaciones de las curvas de segundo grado. Deduce los ejes de una cónica de su ecuación referida a dos diámetros conjugados, estableciendo de forma analítica la teoría de cónicas, e introduce la teoría de los focos. Determina la elipse mínima de un haz. En los capítulos sexto y séptimo se estudian las ramas infinitas y las asíntotas de las secciones cónicas. En los capítulos noveno y décimo, se clasifican las curvas de tercer grado, que divide en 16 tipos atendiendo al carácter de sus ramas infinitas. Compara su clasificación con la dada por Newton, demostrando que ésta no estaba completa. En el capítulo 11º clasifica las curvas de cuarto grado de las que da 146 tipos. En el capítulo 12º, elabora métodos generales de investigación de las curvas según sus ecuaciones. En el capítulo 13º, estudia las tangentes tanto en los puntos simples de las curvas, como en los múltiples. En el capítulo 14º, estudia la curvatura de las curvas, definiendo la parábola que se aproxima a la curva en el entorno de un punto dado, buscando a continuación el círculo de curvatura de esta parábola. Da la fórmula del radio de curvatura en el origen de coordenadas. Encuentra los puntos de inflexión y los cuspidales. Sustituye la parábola de aproximación por curvas más generales, para lograr una mayor generalidad. En el capítulo 15º, estudia las propiedades de los diámetros de las curvas y la simetría de éstas. En los capítulos 16º y 17º, estudia las curvas de acuerdo con sus propiedades. Por ejemplo, plantea problemas como investigar la curva $y^2 - P(x)y + Q(x) = 0$, si se sabe que para un valor dado de x , la curva tiene dos ordenadas y_1, y_2 , relacionadas por la ecuación $y_1^n + y_2^n = a^n$. Otra condición que estudia es, por ejemplo, que la recta $y = ax$ corta a la curva en un número dado de puntos. Para este estudio, Euler introduce las coordenadas polares: $x = r \cos \varphi, y = r \operatorname{sen} \varphi$.

En el capítulo 18º, Euler expone los conocimientos sobre semejanza y las propiedades afines de las curvas. Euler dice que dos curvas son afines, si $x = X/m$, $y = Y/n$, definición que se mantiene hoy en día. En el capítulo 19º, trata la intersección de curvas. En el 20º, trata la composición de las ecuaciones de curvas complejas. En el 21º, trata las curvas trascendentes, para las que a veces evita su dificultad mediante oportunas ecuaciones en forma paramétrica. Éste es el caso de la curva trascendente $x^y = y^x$, ecuación que transforma, primero mediante la sustitución $y = t^x$, que da $t = x^{-1}$, y luego con la transformación $t = 1 + u^{-1}$, con lo que obtiene las siguientes ecuaciones paramétricas de la curva: $x = (1 + u^{-1})^u$, $y = (1 + u^{-1})^{u+1}$.

En el capítulo 22º, trata la resolución geométrica de ecuaciones trigonométricas. Para el estudio de las curvas de estos dos últimos capítulos, Euler utiliza tanto las coordenadas rectangulares como las polares. En el apéndice de esta obra, Euler realizó para la geometría analítica del espacio, un trabajo semejante al realizado para la geometría analítica plana en los 22 capítulos anteriores. En los tres primeros capítulos de este apéndice, Euler introduce las coordenadas cartesianas rectangulares en el espacio, considera una serie de superficies y su intersección por planos. Demuestra que la ecuación con dos variables, siempre en el espacio, corresponde a una superficie cilíndrica o prismática, y la ecuación homogénea a un cono o pirámide. A continuación introduce una clase más general de superficies: a) Las expresadas por la ecuación $F(x,y,Z(z)) = 0$, homogénea respecto a las variables expresadas, que incluye conos, cilindros y superficies de revolución. b) Las que tienen secciones triangulares perpendiculares a los ejes. c) Las que tienen relaciones afines entre las secciones paralelas y otras. A partir de estas clases, Euler introdujo el método de las secciones de las superficies por planos arbitrarios. En el capítulo cuarto deduce las ecuaciones de transformación de las coordenadas rectangulares en el espacio, que hoy se denominan fórmulas de Euler. También en este capítulo, Euler introdujo el concepto de orden de una superficie, demostrando que el orden de una curva en una sección plana no supera el orden de la superficie. En el capítulo quinto, expone una reseña general de todas las superficies de segundo orden, exponiendo una clasificación de las cuádricas y de las cuárticas, dando por primera vez las ecuaciones de todos los tipos de las superficies no degeneradas de segundo grado: elipsoide, hiperboloide de una hoja, hiperboloide de dos hojas, paraboloides elíptico, paraboloides hiperbólico. Encuentra la ecuación de tercer grado que da los cosenos directores de los ejes de las cuádricas. Estudia las formas canónicas de las cuádricas y la ecuación de su cono asintótico. Reduce la ecuación general de una cuádrica a su forma canónica, mediante la aplicación de las fórmulas de cambio de ejes coordenados que llevan su nombre. Se ocupa también de la intersección de curvas y superficies, considerando las curvas en el espacio como intersección de dos superficies, elaborando el método para su análisis.

En *Institutiones calculi differentialis* (1755), considera el cociente de diferenciales como cocientes de ceros que toman valores finitos. Estudia las diferencias finitas, y las diferencias y las sumas de las potencias como operaciones inversas, y la suma de factoriales de exponentes positivos y negativos. Se ocupó de las diferencias de diversos órdenes de funciones algebraicas y trascendentes, de una o dos variables. Aparece la distinción entre derivadas ordinarias y derivadas parciales. Al tratar las funciones de varias variables expone el teorema sobre las funciones homogéneas que lleva su nombre: Si $f(x,y)$ es homogénea de orden n , se tiene que: $xf'_x + yf'_y = nf$.

Determina la condición de integrabilidad de una expresión diferencial. Así, para $df(x,y) = Pdx + Qdy$, demuestra que las derivadas parciales deben satisfacer la condición necesaria y suficiente: $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x$. Y que para $df(x,y,z) = Pdx + Qdy + Rdz$, las condiciones son: $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x$, $\partial P/\partial z = \partial R/\partial x$, $\partial Q/\partial z = \partial R/\partial y$.

En el estudio de las series da un método de cálculo utilizando las diferencias de los coeficientes, con el que calcula también series divergentes, que da resultados inadmisibles desde el punto de vista de la convergencia, pero no desde un punto de vista funcional. La desenvoltura con la que maneja las series, convergentes y divergentes, le lleva a resultados absurdos dentro del concepto usual de convergencia, como cuando escribe: $\dots + n^{-2} + n^{-1} + 1 + n + n^2 + \dots = 0$, que obtiene desarrollando en serie las expresiones $n(1-n)^{-1}$ y $(1-n^{-1})^{-1}$, y sumando ambos resultados. En su artículo *Series divergentes* (1754) investigó la siguiente serie: $y = x - (1!)x^2 + (2!)x^3 - (3!)x^4 + \dots$, que formalmente satisface la ecuación diferencial $x^2y' + y = x$, que tiene el factor integrante $x^2e^{-1/x}$, llegando para $x = 1$, a la igualdad: $1 - 1! + 2! - 3! + \dots = e \int_{0,1} e^{-1/t}/t dt$. También obtiene para dicha serie su transformación en fracción continua: $\frac{x}{1+} \frac{x}{1+} \frac{x}{1+} \frac{2x}{1+} \frac{2x}{1+} \frac{3x}{1+} \frac{3x}{1+} \dots$.

En este artículo, como en su correspondencia con Nicolaus (II) Bernoulli (V. esta reseña) y con Goldbach, se tratan los problemas que generan las series divergentes, diciendo Euler, al respecto, que una serie divergente proviene de una expresión algebraica finita, afirmando que el valor de la serie es el valor de la expresión algebraica de la que proviene la serie, y añade: “Siempre que una serie infinita se obtenga como desarrollo de alguna expresión cerrada, puede utilizarse en operaciones matemáticas como equivalente de dicha expresión, incluso para los valores de la variable para los que la serie diverge”, lo que repite en *Institutiones*: “Digamos, por tanto, que la suma de cualquier serie infinita es la expresión finita por cuyo desarrollo se genera la serie. En este sentido, la suma de la serie infinita: $1 - x + x^2 - x^3 + \dots$, será $1/(1+x)$, porque la serie resulta como desarrollo de la fracción, cualquiera que sea el número que se ponga en lugar de x . Si se conviene en esto, la nueva definición de la palabra suma coincide con el significado ordinario cuando una serie converge; y como las series divergentes no poseen suma en el sentido propio de la palabra, no surgen inconvenientes con esta terminología. Finalmente, con esta definición, podemos conservar la utilidad de las series divergentes y defender su uso ante cualquier objeción”. Aparece la fórmula sumatoria que lleva su nombre y que había encontrado independientemente de MacLaurin, en la que intervienen los números de Bernoulli (llamados así por Euler). Obtiene la relación entre estos números: $t(e^t - 1)^{-1} = \sum_{i=0, \infty} B_i t^i / i!$ Euler también introduce una fórmula para la transformación de series: $\sum_{n=0, \infty} (-1)^n a_n = \sum_{n=0, \infty} (-1)^n \Delta^n a_0 / 2^{n+1}$, donde Δ^n denota la diferencia finita n -ésima. Basa sus trabajos sobre cálculo diferencial en el cálculo de diferencias finitas. Realiza una exposición completa de la diferenciación de las funciones trigonométricas, así como del teorema de la permutación del orden de diferenciación parcial. Realiza un estudio completo de las expresiones indeterminadas, así como también de la teoría de máximos y mínimos. Expone la integración de algunas diferenciales binomias, como también la de diferenciales que contienen un trinomio de segundo grado, y la de expresiones trigonométricas. Introduce el concepto de integral doble, calculando integrales definidas por medio de ellas. Demuestra la posibilidad de permutar entre sí las integraciones sucesivas en las integrales dobles. Deduce el teorema de adición de las integrales elípticas, que lleva su nombre. Idea expresar los términos de las series por medio de integrales definidas, utilizándolo para las series trigonométricas. Deduce series que permitan calcular el valor de las integrales definidas, llegando a obtener una fórmula sumatoria que puede ser considerada una generalización de la serie de Stirling. Desarrolla en serie la función $1/\cos x$, en cuyos coeficientes aparecen los llamados números de Euler.

Su *Institutiones calculi integralis* (1768-1770), escrito cuando ya estaba ciego, comprende tres volúmenes (el cuarto, póstumo, comprende una selección de memorias). Trata de temas comunes del cálculo integral actual, desde las cuadraturas hasta la integración de ecuaciones diferenciales ordinarias y con derivadas parciales, y nociones del cálculo de variaciones, nombre acuñado por él en la resolución de ciertos problemas incluidos en su *Methodus inveniendi* (1744). Calcula las dos integrales definidas que Legendre llamó eulerianas de primera y segunda especie o funciones *beta* y *gamma*, cuya definición es la siguiente: $\Gamma(p) = \int_{0, \infty} x^{p-1} e^{-x} dx$, $B(m, n) = \int_{0, 1} x^{m-1} (1-x)^{n-1} dx$. Estas funciones están relacionadas entre sí por fórmulas tales como: $B(m, n) = \Gamma(m) \cdot \Gamma(n) / \Gamma(m+n)$. Para m natural: $\Gamma(m+1) = m\Gamma(m) = m!\Gamma(1) = m!$ Da la definición generalizada de factorial: $n! = \int_{0, \infty} e^{-x} x^{n-1} dx$. En el caso de la función *beta*, para a y b naturales, da la igualdad: $B(a, b) = 1/b C_{a+b-1, a-1}$.

En 1781, en un ensayo publicado póstumo en 1794, para la función gamma, Euler realiza el cambio $x = ky$, obteniendo $\Gamma(p) = k \int_{0, \infty} x^{p-1} e^{-ky} dy$, y haciendo $k = p + qi = r(\cos \theta \pm i \operatorname{sen} \theta)$, encuentra las dos expresiones siguientes: $\int_{0, \infty} e^{-py} y^{n-1} \cos qy dy = \Gamma(n) \cos n\theta / r^n$, $\int_{0, \infty} e^{-py} y^{n-1} \operatorname{sen} qy dy = \Gamma(n) \operatorname{sen} n\theta / r^n$, y como resultado particular para $n = 1/2$, $p = 0$, $q = 1$, obtiene las siguientes integrales llamadas de Fresnel: $\int_{0, \infty} \cos \varphi / \varphi^{1/2} d\varphi = (\pi/2)^{1/2}$, $\int_{0, \infty} \operatorname{sen} \varphi / \varphi^{1/2} d\varphi = (\pi/2)^{1/2}$, donde aplica que: $\Gamma(1/2) = (\pi)^{1/2}$. Para $n \rightarrow \infty$, obtiene: $\int_{0, \infty} e^{-px} \operatorname{sen} qx dx / x = \theta = \operatorname{arctg} q/p$. Y haciendo $p = 0$, $q = 1$, obtiene: $\int_{0, \infty} \operatorname{sen} x / x dx = \pi/2$.

Encuentra que las series trigonométricas pueden servir como expresión de una función cualquiera en general. En esta obra, Euler da una clasificación rigurosa y precisa de todas las ecuaciones diferenciales conocidas y expone sistemáticamente los métodos de su resolución hasta los resultados más actuales, “no hace mucho encontrados”, según su expresión. Su método para la reducción en una unidad del orden de ciertas ecuaciones mediante la introducción de magnitudes exponenciales le conduce a la resolución de ecuaciones diferenciales lineales de orden n con coeficientes constantes. En 1743 Euler había publicado el método de resolución de una ecuación diferencial lineal homogénea de cualquier orden con coeficientes constantes con ayuda de la sustitución $y = e^{kx}$, y en el caso de raíces

reales múltiples de la ecuación característica, con ayuda de la sustitución $y = ue^{kx}$, mientras que en el caso de un par de raíces complejas $a \pm bi$, la sustitución tenía la forma $y = ue^{ax}$ reduciéndose el problema a la ecuación, con la terminología actual, $y'' + b^2u = 0$, cuya solución en forma trigonométrica conocía Euler desde 1740. En 1753 para reducir el orden de la ecuación $Ay + By' + Cy'' = X$, aplica el factor e^{mx} , suponiendo seguidamente que la solución de la nueva ecuación tiene la forma: $e^{mx}(A_1y + B_1y') = \int X e^{mx} dx$, donde A_1 y B_1 son coeficientes indeterminados, que determina así como m , mediante la diferenciación de ambos miembros de esta ecuación y la comparación término a término. Da un método para la integración aproximada de ecuaciones diferenciales, llamado método de las quebradas de Euler. Da la ecuación diferencial de la serie hipergeométrica. Establece clases de ecuaciones diferenciales que tienen multiplicadores de forma determinada, y extiende el concepto de multiplicador a ecuaciones de orden n . Encuentra las funciones cilíndricas que hoy llevan generalmente el nombre de Bessel. Introduce por primera vez la idea de obtener por medio de integrales definidas las series que representan las soluciones de ecuaciones diferenciales. Da el primer paso hacia un estudio de conjunto de las ecuaciones en derivadas parciales. En 1735, Euler, estudiando diversos problemas sobre trayectorias, llega a las ecuaciones “modulares” o “paramétricas”, $\partial z/\partial x = f(x,y)$, $\partial z/\partial y = F(x,y,z)$, denominadas así porque se trata de una familia de curvas en cuyas ecuaciones entra a formar parte un parámetro variable o, según la terminología de la época, un módulo. La aplicación del factor integrante R a la segunda ecuación da la condición de integrabilidad en la forma $\partial R/\partial x = F\partial R/\partial z + R\partial F/\partial z$, de donde Euler encuentra la expresión del factor integrante: $\ln R = \int \partial F/\partial z \cdot dx$.

Ya en 1739, Euler encuentra los conceptos de integral particular e integral general, e indica que si se encuentra un factor integrante $\mu(x,y)$ de una ecuación diferencial, entonces $1/\mu = 0$ puede dar una solución singular, como es el caso de la ecuación: $x dx + y dy = (x^2 + y^2 - r^2)^{1/2} dy$, $\mu = (x^2 + y^2 - r^2)^{-1/2}$, para la que la solución singular será $x^2 + y^2 - r^2 = 0$.

En *Institutiones* da un criterio para distinguir la solución singular de una integral particular que podía utilizarse cuando no se conocía la solución general. Euler estudia el problema de la cuerda vibrante a partir de la ecuación de ondas, y extiende sus trabajos al problema de la cuerda vibrante con grosor variable y a una cuerda compuesta de dos trozos de distinta longitud con distintos grosores, estudiando también las oscilaciones transversales de una cuerda horizontal. Expresa la solución de las membranas vibrantes mediante las funciones de Bessel. Euler muestra cómo usar funciones complejas para evaluar integrales reales. Escribe una serie de artículos desde 1776 hasta su muerte, publicados a partir de 1788, donde subraya que toda función de z para la que $z = x + iy$ toma la forma $M + iN$, donde M y N son funciones reales, también toma, para $z = x - iy$, la forma $M - iN$. Esto, afirma Euler, es el teorema fundamental de los números complejos. De ahí obtiene: $\partial M/\partial y = -\partial N/\partial x$, $\partial M/\partial x = \partial N/\partial y$.

Euler hizo del cálculo de variaciones una rama de las matemáticas, dedicándola su obra *Methodus inveniendi* (1744) (*Método de descubrir*), primer libro en la historia sobre el cálculo de variaciones. Euler, secundando a Maupertuis, defendía el principio de acción mínima, ya que un universo perfecto no permitiría el desperdicio y su acción era la mínima requerida para obtener sus propósitos. Euler escribió: “Ya que la fábrica del universo es más que perfecta y es el trabajo de un Creador más que sabio, nada en el universo sucede en el que alguna regla de máximo o mínimo no aparezca..., aunque penetrar en los misterios íntimos de la naturaleza y aprender desde allí las causas verdaderas de los fenómenos no nos sea permitido, puede suceder, sin embargo, que ciertas hipótesis ficticias pueden ser suficientes para explicar muchos fenómenos”. Se trata, por tanto, de encontrar una cierta relación funcional $y = f(x)$, tal que una integral $\int_{a,b} g(x,y) dx$ tome un valor máximo o mínimo. Euler sustituye la curva por un polígono que le permite aproximarse a la curva con cualquier grado de exactitud necesaria. A continuación sustituye la fórmula integral del máximo o mínimo por una suma de ordenadas, sustituyendo las derivadas por relaciones en diferencias finitas, con lo que la fórmula del máximo o mínimo se convierte en una función de ordenadas. Después resuelve un problema extremal usual: varía cierta ordenada arbitraria, con lo que tiene el valor de la integral correspondiente a la curva original y a la variada, e igualando a cero la diferencia entre estos dos valores, obtiene la ecuación diferencial de la extremal. Aplica su método a integrales de la forma $J = \int_{x_1, x_2} f(x,y,y') dx$, demostrando que la función $y(x)$ que minimiza o maximiza el valor de J debe satisfacer la ecuación diferencial ordinaria $f_y - d(f_{y'})/dx = 0$, que equivale a la siguiente ecuación diferencial $f_y - f_{y'x} - f_{y''y'} - f_{y'y''} = 0$, ecuación que publicó en 1736, y que aún hoy es la ecuación diferencial básica del cálculo de variaciones. En el libro se exponen más de 60 ejemplos, entre ellos la solución al

problema de la braquistócrona, que dejan patente las posibilidades de su método, quedando demostrado el valor práctico del cálculo, estableciendo su estrecha relación con la mecánica y la física en general. También resolvió el problema de determinar la curva plana que cuando gira alrededor del eje genera la superficie de área mínima, demostrando que se trata de un arco de catenaria, siendo la superficie así generada la llamada catenoide. También proporcionó una solución definitiva al problema de la varilla elástica sujeta a presión en ambos extremos, deduciendo que el contorno de la varilla debía tomar la forma dada por una integral elíptica, dando soluciones para diferentes tipos de condiciones sobre la varilla. Este libro le trajo a Euler fama inmediata y reconocimiento como el más grande de los matemáticos vivos. Con su trabajo, el cálculo de variaciones llegó a su existencia como una nueva rama de las matemáticas. A pesar de ello, Euler era consciente de las limitaciones de su método, basado en argumentos geométricos aplicados extensamente y que combinados con los argumentos analíticos hacían que el método fuera complejo, proporcionando difícilmente un método general sistemático. Hoy es evidente que su método no satisface las exigencias del actual rigor científico y además adolece de voluminosidad, cuestiones ambas que se solventarían posteriormente. Sus trabajos en geometría diferencial se incluyen en gran parte en sus obras *Mecánica* (1736), que incluía la mecánica del punto, *Investigaciones sobre la curvatura de superficies* (1760) y *Teoría del movimiento de los cuerpos sólidos y rígidos* (1765), prolongación de *Mecánica* y dedicada al movimiento del cuerpo sólido. En *Mecánica* (dos tomos, 1736) estudió diversas curvas: las cicloidales, la braquistócrona, las trocoides, lemniscata, catenaria, clotoide, deltoide, epicicloides, espirales. Criticó la clasificación de las cúbicas realizada por Newton. Estudió las superficies helicoidales en general. Introdujo la actual notación: $p = \partial z / \partial x$, $q = \partial z / \partial y$, $r = \partial^2 z / \partial x^2$, $s = \partial^2 z / \partial x \partial y$, $t = \partial^2 z / \partial y^2$. Determinó la dirección de la tangente en una curva alabeada, el radio de curvatura y la posición del plano osculador. Demostró que un punto que se mueve sobre una superficie, en ausencia de fuerzas externas, se desplaza según una geodésica. Introdujo las ecuaciones paramétricas de las superficies. Definió las ecuaciones generales de condición para la adaptación de unas superficies sobre otras. Introdujo el concepto de indicatriz esférica. Introdujo las coordenadas intrínsecas para el estudio de las curvas planas y formuló la curvatura de las secciones normales que pasan por un punto de una superficie en función de las curvaturas principales (teorema de Euler). Proporcionó las ecuaciones diferenciales para las geodésicas sobre superficies.

Investigó la relación entre las curvas en el espacio y las superficies desarrollables (este concepto lo introdujo Euler), obteniendo las condiciones analíticas necesarias y suficientes para la desarrollabilidad de una superficie y mostró que la familia de tangentes a cualquier curva alabeada constituye una superficie reglada.

Abordó el tema de los sonidos musicales en el libro *Investigación sobre una nueva teoría de la música* (escrito en 1731, publicado en 1739). Escribió en 1736 el artículo *Sobre las oscilaciones de un hilo flexible cargado con una cantidad arbitraria de pesos*, y en 1747 el artículo *Sobre la propagación de impulsos a través de un medio elástico*. En relación a la propagación del sonido en el aire, Euler escribió frecuentemente sobre ello desde sus veinte años, presentando en 1759, tras sus trabajos sobre hidrodinámica, tres excelentes artículos donde obtiene las ecuaciones de ondas unidimensional, bidimensional y tridimensional, dando soluciones de tipo ondas planas, cilíndricas y esféricas. También escribió numerosos artículos sobre los tonos emitidos por una gran variedad de instrumentos musicales, y consideró la reflexión en extremos abiertos y cerrados. Al considerar el sonido de una campana y reconsiderar algunos problemas de la vibración de barras, Euler llegó a plantearse ecuaciones en derivadas parciales de cuarto orden. Escribió también una *Dióptrica* en tres tomos. La ecuación del potencial aparece por primera vez en el artículo de Euler, *Principios del movimiento de los fluidos* (1752), donde al estudiar las componentes u , v , w de la velocidad de un punto del fluido, prueba que la expresión: $u dx + v dy + w dz$, tenía que ser una diferencial exacta, e introduciendo la función S igual a dicha expresión, llega a la siguiente ecuación: $\partial^2 S / \partial x^2 + \partial^2 S / \partial y^2 + \partial^2 S / \partial z^2 = 0$, que Euler dice que no se conoce cómo resolverla, por lo que sólo considera casos especiales en los que S es un polinomio en x , y , z (Helmholtz llamó en 1868 a la función S , potencial de velocidades). Euler generalizó el trabajo anterior en el artículo *Principios generales del movimiento de fluidos* (1755), donde formuló las todavía célebres ecuaciones del movimiento de un fluido perfecto (no viscoso), compresible e incompresible, contemplándolo como un continuo y las partículas como puntos matemáticos. En este artículo, Euler dice: “Y si no nos está permitido llegar a un completo conocimiento en lo que concierne al movimiento de los fluidos, no es a la mecánica o a la

insuficiencia de los principios del movimiento conocidos a los que hemos de atribuir la causa. Es el análisis el que nos abandona aquí, pues toda la teoría del movimiento de fluidos ha sido reducida precisamente a la resolución de fórmulas analíticas”.

Euler intentó obtener soluciones exactas para el problema de los tres cuerpos, quejándose de las dificultades y recurriendo a métodos aproximados. Escribió *Teoría del movimiento de los planetas y los cometas*, *Nueva teoría del cálculo de la órbita de la luna* (1772), etc.

Eutocio de Ascalona (n. h. 480). Matemático y comentarista griego, nacido en Ascalón. Discípulo de Isidoro de Mileto. Junto con Isidoro y Antemio de Tralles (ambos, arquitectos de Santa Sofía en Constantinopla), forman el llamado grupo de Constantinopla, a cuyas actividades se debe en gran medida que hayan sobrevivido hasta hoy las versiones griegas de obras de Arquímedes y Apolonio. Eutocio realizó comentarios sobre los cuatro primeros libros de las *Cónicas* de Apolonio, siendo responsable de una interpretación errónea que aún está muy extendida, al respecto de que las palabras elipse, parábola e hipérbola fueron adoptadas por Apolonio para indicar que el plano de corte se quedaba corto, o marchaba paralelamente, o cortaba a la segunda hoja del cono, lo que no coincide en absoluto con lo que Apolonio dice en *Cónicas*. También realizó comentarios sobre las obras de Arquímedes: *De la esfera y del cilindro*, *De la medida del círculo*, *Del equilibrio de los planos*, que contienen enseñanzas interesantes para la historia de la ciencia. Al comentar el primero de dichos escritos de Arquímedes, Eutocio aportó noticias interesantes sobre la resolución geométrica de los problemas de tercer grado, dando a conocer la solución arquimediana de una cúbica por intersección de cónicas. Reprodujo once resoluciones de problemas sobre la duplicación del cubo, pertenecientes a diferentes matemáticos desde Arquímedes hasta Pappus.

Eves, Howard Whitley. (1911-2004). Matemático estadounidense. Nació en New Jersey. Estudió en las Universidades de Virginia y Harvard, doctorándose en la de Oregón (1948). Durante su estancia en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton (1936-1937), mantuvo amistad con Einstein. Enseñó en la Universidad de Maine (1954-1976) y en la Universidad de Florida Central. Se incorporó a la Sociedad Matemática de América (19423), fundando su sección noreste. Durante 25 años editó la sección de problemas elementales de la *American Mathematical Monthly*. Sus trabajos se han extendido especialmente a las áreas de la geometría y de la historia de las matemáticas.

Editó seis volúmenes de la serie *Círculos de matemáticas* y recogió interesantes anécdotas humorísticas sobre matemáticas. Publicó *Grandes momentos en la historia de las matemáticas* y su autobiografía *Recuerdos matemáticos* (2001). También escribió *Estudio de la geometría* (1969), *Introducción a la historia de la matemática* (1990), *Fundamentos y conceptos fundamentales de las matemáticas* (1990).

Eximeno y Pujades, Antonio (1729-1808). Matemático, musicólogo y literato español. Nació en Valencia. Estudió en el Seminario de Nobles de San Ignacio de Valencia. Ingresó en la Compañía de Jesús (1745). Enseñó retórica en dicho Seminario y matemáticas en el Colegio San Pablo. Hacia 1763 tenía escrito, al parecer, un *Tratado de matemáticas* que no se llegó a publicar y que incluía, además de álgebra y geometría, cálculo infinitesimal y mecánica racional. Fundada la Academia de Artillería de Segovia (1764), fue nombrado su primer director de estudios. Tras la expulsión de los jesuitas, se trasladó a Italia, abandonando la Compañía, convirtiéndose en destacado y polémico musicólogo, muriendo en Roma. Publicó los resultados de la observación del paso de Venus por el disco solar, realizada en colaboración con Christian Rieger. Escribió *Principios de los estudios de filosofía y matemáticas* (1789) y *Principios de filosofía y matemáticas* (1796), que tratan de diversas cuestiones de teoría del conocimiento y de fundamentos de la matemática, incluyendo temas como la extensión y el continuo, el infinito y el infinitésimo, el irracional, los fundamentos de la geometría, los imaginarios y los logaritmos.

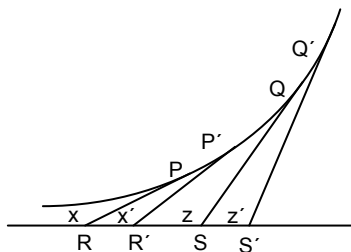
Ezra, Aben. V. Aben Ezra.

F

F. G. M. (Frère Gabriel Marie) (1834-1916). Hermano salesiano y matemático francés. Nació en Aurillac. Su nombre era Edmond Brunhes. Estudió en la Escuela Superior de Aurillac, regentada por la Congregación de los Hermanos de las Escuelas Cristianas (Hermanos salesianos). En 1850 profesó en dicha Congregación, recibiendo el nombre de Frère Gabriel Marie (Hermano Gabriel María). Fue brillante profesor de matemáticas en la escuela salesiana de Brioude, siendo autor de muchos libros de matemáticas, utilizados durante varias décadas en la enseñanza de escuelas e institutos de toda Francia y, algunos de ellos, en la formación superior de futuros ingenieros (con este mismo fin se utilizaron también en España). Estos libros venían firmados, como era costumbre y en señal de humildad, con las iniciales de los Superiores Generales de la Congregación: F. I. (Frère Irlide), F. J. (Frère Joseph) y F. G. M. cuando el Hermano Gabriel Marie fue nombrado Superior General de la Congregación. Algunos de sus títulos son: *Elementos de geometría, Ejercicios de geometría, Geometría descriptiva, elementos y ejercicios, Trigonometría, complementos y ejercicios, Curso de mecánica*, etc.

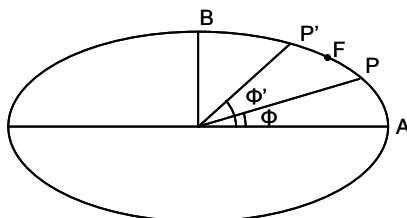
Fagnano, Giovanni Francesco de Toschi di (1715-1797). Matemático italiano. Hijo del conde Fagnano. Realizó trabajos importantes en el establecimiento del teorema de adición de integrales elípticas (1762-1770). En 1775 dio una demostración, usando el cálculo, de que el triángulo de perímetro mínimo inscrito en un triángulo dado, es aquél cuyos vértices son los pies de las alturas del dado.

Fagnano, Giulio Carlo de Toschi di, conde (1682-1766). Matemático aficionado italiano. Nació en Sinigaglia, en el seno de una familia noble. Fue nombrado gonfaloniero de Sinigaglia en 1723. Fue autodidacta en matemáticas. Encontró una solución válida simultáneamente para ecuaciones de tercero y cuarto grado. Se ocupó de la geometría del triángulo. Planteó el problema del menor triángulo inscrito en otro dado. Utilizó e interpretó los exponentes imaginarios, adelantándose a Euler. Comenzó en 1714 considerando las curvas $y = (2/m + 2)x^{m+2}/a^{m/2}$, con m racional, probando que siendo P y P' dos puntos de la curva, y R y R' los puntos en los que las respectivas tangentes en dichos puntos cortan al eje de abscisas (x y x'), se tiene (V. dibujo): $m/(m+2) \int_{x, x'} dx/[1+(x/a)^m]^{1/2} = \text{arc } PP' - (P'R' - PR)$.



Análogamente: $m/(m+2) \int_{z, z'} dz/[1+(z/a)^m]^{1/2} = \text{arc } QQ' - (Q'S' - QS)$. Luego, si para alguna relación entre x y z se tiene que: $dx/[1+(x/a)^m]^{1/2} + dz/[1+(z/a)^m]^{1/2} = 0$, entonces la suma de las dos integrales definidas sería 0, por lo que se tendría que: $\text{arc } QQ' - \text{arc } PP' = (Q'S' - QS) - (P'R' - PR)$. Una solución de la ecuación diferencial anterior para $m=4$, es $x/a \cdot z/a=1$. Luego, para la curva $y = x^3 / 3a^2$, la diferencia de dos arcos cuyos valores están en la relación anterior, se puede expresar como un segmento rectilíneo. Fagnano también obtuvo soluciones para la citada ecuación diferencial para $m = 6$ y $m = 3$. También probó que sobre la elipse, como sobre la hipérbola, se pueden encontrar infinitos arcos tales que la diferencia de cada dos de ellos se puede expresar algebraicamente, incluso

aunque individualmente los arcos no se puedan rectificar. Como consecuencia de ello, el llamado teorema de Fagnano (1716) establece que, siendo $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ una elipse de excentricidad e (V. dibujo), siendo $P(x,y)$ y $P'(x',y')$ dos puntos de la elipse cuyos ángulos excéntricos Φ y Φ' satisfacen la siguiente condición: $\tan \Phi \tan \Phi' = b/a$, entonces, siendo A un vértice del eje mayor y B del eje menor, se tiene que: $\text{arc } BP + \text{arc } BP' - \text{arc } BA = e^2 xx'/a$. Si P y P' coinciden en F , manteniendo $\tan^2 \Phi = b/a$, para esta posición común F , llamada punto de Fagnano, éste demostró, para la diferencia de arcos, que: $\text{arc } BF - \text{arc } AF = a - b$



Se ocupó también de la rectificación de la lemniscata mediante arcos elípticos e hiperbólicos, obteniendo, por ejemplo, que entre dos arcos de lemniscata existe una relación algebraica, incluso aunque cada integral por separado sea una función trascendente de una nueva clase. Mediante otros resultados de este tipo, Fagnano obtuvo que el cuadrante de lemniscata puede dividirse, como el de la circunferencia, en un número de partes iguales, con regla y compás, siempre que ese número contenga los factores 2^n , 3 y 5. También probó cómo se puede hallar el punto medio de un arco, como también cómo hallar los puntos sobre el cuadrante de lemniscata que unidos con el centro dividen el área comprendida entre la curva y el eje de abscisas en 2, 3 y 5 partes, y dadas las cuerdas que dividen dicha área en n partes iguales, determinó las cuerdas que bisecan cada una de esas partes. Sus estudios sobre la rectificación (1750) de los arcos de elipse y de hipérbola pueden considerarse como punto de partida de las integrales elípticas. Estableció las primeras fórmulas de adición y división de las integrales elípticas. El nombre de Fagnano ha quedado ligado a la elipse de ecuación $x^2 + 2y^2 - 1 = 0$, que presenta ciertas analogías con la hipérbola equilátera, como por ejemplo, la excentricidad de esta elipse es $2^{-1/2}$ y la de la hipérbola equilátera $2^{1/2}$.

Faille, Jean Charles de la (1597-1652). Matemático belga, nacido en Amberes (Países Bajos bajo dominio español; hoy, Bélgica). Jesuita. Estudió matemáticas en Amberes con Gregoire de Saint-Vicent y teología en el Colegio de Dôle, donde después enseñó matemáticas, así como también en Lovaina. Hacia 1629 se trasladó a Madrid, donde enseñó matemáticas en los Reales Estudios del Colegio Imperial. Felipe IV le nombró cosmógrafo mayor del Consejo de Indias (1638). Trabajó en la determinación de centros de gravedad de segmentos de círculo y de elipse, mediante consideraciones que se pueden calificar de paso al límite, publicando una obra sobre ello (1632). A su muerte, ocurrida en Barcelona, dejó un conjunto de manuscritos, entre ellos un tratado de cónicas, otro de arquitectura y un texto sobre el método en la geometría.

Falcó y Segura, Jaime Juan (1522-1594). Matemático, humanista y poeta español. Nació en Valencia. Al amparo de la Academia de Matemáticas de Madrid y de la Casa de Contratación de Sevilla, ambas creadas por Felipe II, surgieron en medio del apogeo algebraico, algunos geómetras que siguieron la corriente geométrica europea, como es el caso de Falcó. Publicó un tratado versificado sobre la cuadratura del círculo (1587) de nulo valor científico, pero en dímetros yámbicos muy correctos. En su *Ópera Poética* (1600) incluyó la mayoría de sus versos latinos, conteniendo composiciones epigramáticas de muy diversos temas, desde el Saco de Roma hasta El Escorial. Parece ser que también versificó la *Ética* de Aristóteles.

Falkenburg, Cäsar (h. 1884). Matemático alemán. En su obra *La cicloide* (1884) estudió también otras curvas como la cocleioide (caracol).

Faltings, Gerd (n. 1954). Matemático alemán. Nació en Gelsenkirchen-Buer. Estudió en la Universidad de Munster. Enseñó en las Universidades de Munster, Wuppertal y Princeton. Director

del Instituto Max Plank de Matemáticas, en Bonn. Galardonado con la medalla Fields 1986. Resolvió la conjetura de Louis Mordell, enunciada por éste en 1923 sobre determinadas ecuaciones diofánticas: casi todas las ecuaciones polinómicas que definen curvas tienen múltiples raíces racionales. En 1983, Faltings demostró que para $n \geq 3$, la ecuación de Fermat $x^n + y^n = z^n$ tiene como mucho un número finito de soluciones enteras con $(x, y) = 1$.

Fano, Gino (1871-1952). Matemático italiano. Nació en Mantua. Con relación a la geometría como ciencia abstracta, escribió: “Como base de nuestro estudio asumimos un conjunto arbitrario de entes que, por brevedad, llamaremos puntos, y que son completamente independientes de su naturaleza”. Trabajó en cuestiones de geometría proyectiva y geometría algebraica. Escribió, junto con S. Carrus, *Exposición paralela del desarrollo de la geometría sintética y de la geometría analítica durante el siglo XIX*.

Fantet de Lagny, Thomas (1660-1734). Matemático y abogado francés. Nació en Lyon. Miembro de la Académie de París. Fue profesor de hidrografía. Enunció por primera vez las reglas generales en palabras para las expresiones de $\tan n\alpha$ y $\sec n\alpha$. Publicó (1703) fórmulas para las funciones trigonométricas de la suma y diferencia de dos ángulos. Realizó diversos trabajos encaminados a la demostración de la irracionalidad de π . Definió los signos de la función tangente en los distintos cuadrantes (1705).

Farabi, Abu Nasr Muhammad al- (872-950). Filósofo, matemático y médico musulmán. Probablemente nació en el Turkeistán (hoy, Kazajistán). Su padre lo llevó a Bagdad. Vivió en Alepo. Sentó las bases de la especulación filosófica árabe, acomodando aristotelismo y neoplatonismo. Autor de numerosos tratados sobre filosofía, ciencias y matemáticas. Entre sus obras es famosa la *Concordancia de Platón y Aristóteles*.

Farish, William (1759-1837). Científico y matemático inglés. Pastor anglicano. En 1791 decidió poner notas en los exámenes escritos de los estudiantes de la Universidad de Cambridge, decisión que se extendió universalmente. Estudió la axonometría ortogonal en el caso particular de la isométrica (1820).

Fath, Abu-al. V. Abu-al-Fath.

Fatio de Duillier, Nicholas (1664-1753). Matemático suizo. En su obra *Investigación geométrica de la curva de descenso más rápido*, estudió la curva braquistócrona. Propuso el problema de la envolvente de la familia de parábolas que son trayectorias de balas de cañón disparadas con la misma velocidad inicial pero con diferentes ángulos de inclinación. Habiéndose trasladado a Inglaterra, insinuó en un artículo enviado a la Royal Society (1699), que Leibniz pudo haber tomado de Newton sus ideas sobre el cálculo, lo que representó una verdadera afrenta para Leibniz, que insistió en *Acta eruditorum* de 1704, en que le correspondía la prioridad en la publicación y protestó ante la Royal Society contra la acusación de plagio (este episodio forma parte de la polémica entre Newton y Leibniz; V. sus reseñas).

Fatou, Pierre (1878-1929). Matemático francés. Investigó en la teoría de las series de Fourier. Demostró que: $1/\pi \int_{-\pi}^{\pi} f(x) g(x) dx = 2a_0 \alpha_0 + \sum_{1, \infty} (a_n \alpha_n + b_n \beta_n)$, donde a_n , b_n y α_n , β_n son los correspondientes coeficientes de Fourier para $f(x)$ y $g(x)$, cuyos cuadrados son integrables para Lebesgue sobre $(-\pi, \pi)$. Demostró que la integral de Poisson $P_r f$ de una función integrable converge en casi todo punto al valor de la función. Trabajó en la teoría de los sistemas dinámicos complejos (V. Julia), cuyos resultados quedaron en el olvido, hasta que en las últimas décadas han recobrado valor por la fuerte presencia de los sistemas dinámicos en el mundo real: predicción del tiempo, dinámica de poblaciones, dinámica epidemiológica, etc.

Faulhaber, Johann (1580-1635). Matemático alemán. Publicó una recopilación de cuestiones de aritmética y álgebra, acompañada de numerosos problemas (1604). Expuso el empleo de los

logaritmos en trigonometría. Encontró los llamados posteriormente números de Bernoulli, al calcular la suma de las potencias enésimas de la serie de los números naturales (1631).

Fedenko, Anatoliy Semenovic (n. 1929). Matemático soviético. Profesor de ciencias físico-matemáticas. Publicó *Espacios simétricos con grupos fundamentales simples no compactos* (1956), *Problemas de geometría diferencial* (1991).

Fedorov, Evgraf Stepanovich (1853-1919). Cristalógrafo, mineralogista y matemático ruso. Publicó *Sistemas regulares de simetría* (1890), donde estableció, mediante los métodos de la teoría de grupos e independientemente del matemático alemán Schoenflies, los 230 grupos de isometrías, de los que 65 contienen sólo movimientos de primera especie (traslaciones, giros y movimientos helicoidales) y 165 contienen también movimientos de segunda especie (simetrías y otros movimientos). En el plano se denominan grupos de Fedorov a los 17 grupos de simetría en los que no existe ningún punto, ni recta, que se transforma en sí mismo bajo todas las transformaciones del grupo. Planteó y resolvió en el espacio tridimensional el problema de determinar aquellos poliedros convexos que pueden llenar dicho espacio uniéndolos entre sí paralelamente cara con cara (se trata del problema de Voronoi, resuelto para 2, 3 y 4 dimensiones).

Fefferman, Charles Louis (n. 1949). Matemático estadounidense. Nació en Washington. Estudió en las Universidades de Maryland y Princeton. Profesor de matemáticas en la Universidad de Princeton. Galardonado con la medalla Fields 1978. Fefferman demostró el teorema de Carleson (V. esta reseña), demostración que en cierto sentido es dual de la obtenida por Carleson, por cuanto se olvida de la función particular $f(x)$ para concentrarse en una descomposición no menos ingeniosa de los operadores $S_{N(x)} f(x)$, para cualquier elección de la función $N(x)$. Escribió *Convergencia de las series de Fourier* (1973).

Fehr, Henri (1870-1954). Matemático suizo. Nació en Zurich. Estudió en las Universidades de Ginebra, Zurich y en la Sorbona en París. Licenciado en ciencias matemáticas (1892), se doctoró (1899) en Ginebra con una tesis sobre el análisis vectorial de Grassmann. Fue profesor de álgebra, geometría superior e historia de las matemáticas en la Universidad de Ginebra, de la que fue rector (1930-1932). Fundó en 1899 *L'Enseignement mathématique*, que llegó a ser el órgano oficial de la Comisión Internacional de Educación Matemática, cuyo primer presidente fue Felix Klein y su primer secretario Henri Fehr (1905). Publicó *Aplicaciones del método vectorial de Grassmann a la geometría infinitesimal* (1899), *Ampliación del concepto de número en su desarrollo histórico y lógico* (1902), *La enseñanza matemática en Suiza* (1912).

Feit, Walter (1930-2004). Matemático austriaco. Nació en Viena. Estudió en las Universidades de Chicago y Michigan. Enseñó en las Universidades de Cornell y Yale. Trabajó en teoría de grupos finitos y teoría de la representación. Junto con John G. Thompson obtuvieron (1963) que todos los grupos finitos de orden impar son resolubles (el problema general de investigar qué grupos son resolubles forma parte del problema más general de determinar la estructura de un grupo dado).

Fejér, Leopold (1880-1959). Matemático húngaro. Alumno de H. A. Schwarz. Modificó las series de Fourier de la siguiente forma: En primer lugar se construye la serie de Fourier de la función dada, que puede ser divergente, y a continuación se forma la media aritmética de las n primeras sumas parciales de sus términos. Ésta es la llamada suma de Fejér de orden n correspondiente a dicha función. Fejér demostró que cuando $n \rightarrow \infty$, esta suma converge uniformemente a la función dada. También demostró (1904) que si la función $f(x)$ está acotada en el intervalo $(-\pi, \pi)$ y es integrable en el sentido de Riemann, o si no está acotada pero la integral $\int \pi f(x) dx$ es absolutamente convergente, entonces en todo punto del intervalo en el que existan $f(x + 0)$ y $f(x - 0)$, la suma de Frobenius de la serie de Fourier $a_0/2 + \sum_{n=1, \infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$, viene dada por la expresión: $[f(x + 0) + f(x - 0)]/2$. Este resultado fue el comienzo de una serie de investigaciones fructíferas sobre la sumabilidad de series.

Felgenbaum Jay, Mitchell (n. 1944). Matemático y físico estadounidense. Nació en Filadelfia. Estudió en el Massachusetts Institute of Technology. Trabajó en el Laboratorio Nacional Los Álamos,

estudiando la turbulencia en los fluidos. En relación con la física del caos, Felgenbaum descubrió que existen unas leyes de escala universales: en el momento en que empieza el caos en algunos sistemas, magnificando las trayectorias por un número mágico que no depende del sistema, se obtiene un dibujo muy parecido al original. Esto aclara muchas observaciones descriptivas de Mandelbrot que había encontrado fenómenos semejantes en muchos aspectos de las ciencias naturales. Este descubrimiento también fue hecho de manera independiente por Couillet y Tresser en Francia.

Fenn, Joseph (h. 1769). Publicó *Elementos de geometría de Euclides* (1769), donde sugirió el más sencillo de los axiomas sustitutos del postulado de las paralelas: Dos líneas rectas que se cortan, no pueden ser ambas paralelas a una tercera recta.

Fergola, Nicola (1753-1824). Matemático italiano. Nació en Nápoles, donde estudió y enseñó. Intentó imprimir a la geometría una nueva dirección mediante los métodos que bautizó como de inclinaciones generalizadas, de conversión o de transferencia y transposición y rotación, que expuso en su *Arte eurística*, que fue publicada tardíamente en 1870, cuando ya no tenía ningún interés. Estudió las superficies helicoidales en general (1787). Escribió *Tratamiento analítico de las secciones cónicas*, *Principios de la mecánica y de la hidráulica*.

Fermat, Pierre de (1601-1665). Jurisconsulto y matemático francés. Nacido en Beaumont de Lomagne, en una familia de comerciantes. Estudió derecho en Toulouse. Obtuvo (1631) el título de bachiller en leyes en la Universidad de Orleáns. Se incorporó a las tareas del parlamento de Toulouse, primero como abogado y después como miembro del consejo. Formó parte, desde 1648, de la cámara de edictos en Castres. Cultivó en su tiempo libre, la literatura clásica, la ciencia y la matemática. Formó parte de la llamada Académie Mersenne (V. Mersenne). Fue profundo conocedor de las obras de Euclides, Apolonio y Diofanto. Hacia 1629 comenzó a hacer importantes descubrimientos matemáticos. Es probable que el estudio de Apolonio, de quien reconstruyó obras perdidas (como los *Lugares planos*), tuviera como consecuencia que escribiera la memoria *Introducción a los lugares planos y sólidos* (escrita antes de 1637, publicada póstuma en 1679), por la que se le puede considerar como fundador, junto con Descartes, de la geometría analítica. Contribuyó con resultados de primera importancia a la teoría de números, siendo el primer europeo que se dedicó a ella, dándole un gran impulso. Inició junto a Pascal la investigación sobre la probabilidad. Trabajó en problemas de las ciencias y dejó una duradera contribución a la óptica. La mayoría de sus resultados son conocidos a través de cartas escritas a sus amigos. Publicó en vida sólo unos pocos artículos, publicándose póstumos algunos de sus libros y artículos. Fermat era consciente, cuando estaba escribiendo su memoria *Introducción a los lugares planos y sólidos*, que sólo se encontraba en el comienzo de las investigaciones de una nueva disciplina matemática, pero decía: “Así y todo no nos arrepentimos de la escritura de esta obra prematura y no completamente madura. En realidad, para la ciencia representa cierto interés no ocultar a las futuras generaciones los frutos, aún no formados, de la razón; y gracias a los nuevos descubrimientos de las ciencias, las ideas, inicialmente burdas y simples, se refuerzan y se multiplican. Y en interés de los que estudian se hace una representación completa de los caminos simplificados del conocimiento, como del arte desarrollado espontáneamente”. En esta obra, Fermat expuso los principios fundamentales del método de las coordenadas, si no en forma tan extensa como en la *Geometría* de Descartes, por lo menos en forma tan clara o más. Así dice: “Siempre que en una ecuación final aparezcan dos cantidades incógnitas, tenemos un lugar geométrico, al describir el extremo de una de ellas una línea, recta o curva”. Lo mismo que Descartes, toma un eje de referencia y en él un punto fijo que considera el origen de segmentos variables, a partir de cuyos extremos toma otros segmentos variables, en general perpendicularmente, de manera que este segundo segmento dibujará un lugar diferente según sea la relación algebraica que vincula a los dos segmentos variables. En esta memoria aparece la ecuación de la recta, que no figura explícitamente en Descartes. Si la recta pasa por el origen escribe, siguiendo el simbolismo de Viète, *D in A aeq. B in E*, es decir: $ax = by$, mientras que en el caso general su notación equivale a $c^2 - ax = by$. Igualmente, da la ecuación de la circunferencia, con centro en el origen o en un punto cualquiera, y la de las cónicas, elementos con los que resuelve algunos problemas geométricos relativos a lugares planos y sólidos. De esta forma resuelve el siguiente problema: Dado un número cualquiera de rectas en un plano, el lugar geométrico de un punto tal que la suma de cualesquiera múltiplos de los segmentos trazados desde dicho punto a

las rectas dadas, formando con ellas ángulos dados, sea constante, es una línea recta. Seguidamente demuestra que la representación de $xy = k^2$ es una hipérbola, y que una ecuación de la forma $xy + a^2 = bx + cy$ se puede reducir a otra de la forma $xy = k^2$ por medio de una traslación de los ejes. Demuestra que $a^2 \pm x^2 = by$ es una parábola, que la ecuación $x^2 + y^2 + 2ax + 2by = c^2$ es una circunferencia, que $a^2 - x^2 = ky^2$ es una elipse, y que $a^2 + x^2 = ky^2$ es una hipérbola, de la que da las dos ramas. Sigue con la proposición de que dado un número cualquiera de rectas, el lugar geométrico de un punto tal que la suma de los cuadrados de los segmentos trazados desde dicho punto a las rectas dadas, formando con ellas ángulos dados, sea constante, es un lugar sólido. En un apéndice titulado *La resolución de problemas sólidos por medio de lugares geométricos*, demuestra que determinadas ecuaciones cúbicas y cuárticas se pueden resolver por medio de cónicas. En conexión con estos problemas, en el campo puramente algebraico, plantea problemas de racionalización y de eliminación de una incógnita entre dos ecuaciones de un mismo grado. Por ejemplo, para eliminar y entre las siguientes dos ecuaciones: $x^3 + y^3 = c^3$, $ax + y^2 + by = n^2$, escribe ambas ecuaciones como fracciones iguales a 1, cuyos numeradores tengan como factor común la letra que debe eliminarse, en este caso: $1 = y^3 : (c^3 - x^3) = (y^2 + by) : (n^2 - ax)$, de donde se obtiene que: $y^2(n^2 - ax) = (y + b)(c^3 - x^3)$. Comparando esta ecuación con la segunda de las dadas (ambas cuadráticas en y) y aplicando el mismo proceso se llega a una ecuación lineal en y , que despeja y sustituye en cualquiera de las dos dadas. También utiliza este procedimiento para racionalizar expresiones. Tal es el caso de la racionalización de la siguiente expresión: $b = (ax^2 - x^3)^{1/3} + (x^3 + c^2x)^{1/3}$, donde hace $y^3 = x^3 + c^2x$, pasando a eliminar y entre esta última ecuación y la ecuación $ax^2 - x^3 = (b - y)^3$.

Fermat contempló la posibilidad de una geometría analítica de más de dos dimensiones: “Hay ciertos problemas en los que interviene una única incógnita, a los que podemos llamar determinados para distinguirlos de los relativos a lugares geométricos. Hay otros en los que intervienen dos incógnitas que no pueden reducirse nunca a una sola: son los problemas de lugares geométricos. En el primer tipo de problemas buscamos un único punto, mientras que en el segundo una curva. Pero si el problema propuesto involucra a tres incógnitas, entonces hay que encontrar, para satisfacer la ecuación, no sólo un punto o una curva, sino una superficie completa. De esta manera aparecen los lugares geométricos que son superficies, etc.”

Fermat y Descartes se enredaron en una discusión sobre la prioridad del descubrimiento de la geometría analítica. La obra de Fermat *Introducción a los lugares planos y sólidos*, se publicó póstuma en 1679, pero su descubrimiento de las ideas básicas de la geometría analítica, en 1629, antecede a la publicación de la *Geometría* de Descartes en 1637. Descartes siempre negó que obtuviera sus ideas de las de Fermat. Además, las ideas de Descartes en geometría analítica, según el matemático holandés Beeckman, se remontan a 1619. Roberval, Pascal y otros tomaron el partido de Fermat, y Mydorge y Desargues, el de Descartes. Los amigos de Fermat escribieron implacables cartas contra Descartes. Con el tiempo, las actitudes de ambos se suavizaron, y en un trabajo de 1660, Fermat, mientras apuntaba cierto error en la *Geometría*, declaró que admiraba de tal forma el genio de Descartes, que, incluso cuando cometía errores, su trabajo era más valioso que el de otros que no cometían ninguno. Descartes no había sido tan generoso con él.

En su manuscrito *Método para hallar máximos y mínimos* (1637), Fermat estudió el problema de las tangentes a las curvas, analizó los puntos con tangente horizontal y los puntos de inflexión, pudiendo ser considerado como uno de los precursores del cálculo infinitesimal. Para ello traduce algebraicamente la idea, esbozada por Oresme y Kepler, relativa a la anulación de la variación de las cantidades en las proximidades de un máximo o un mínimo y expone un método (ideado por él en 1629) para la determinación de esos valores, que aplica a la determinación de las tangentes. Por ejemplo, para determinar entre todos los rectángulos isoperímetros el de área máxima, procede de la siguiente forma: Si $2a$ es el perímetro y x el lado buscado, deberá hacerse máximo el producto $x(a - x)$. De acuerdo con la propiedad mencionada, la diferencia entre ese producto y su valor en las proximidades del máximo tendrá que anularse, de ahí que para el valor próximo $x + e$, la diferencia $x(a - x) - (x + e)(a - x - e) = e(2x - a + e) = 0$, de donde para $e = 0$, se obtiene $x = a/2$. Para determinar la tangente a la parábola $y = x^2/a$, se tiene que: $(x + e)^2/(z + e) - x^2/z = e(2xz + ze - x^2)/z(z + e) = 0$, de donde para $e = 0$, $z = x/2$, que es precisamente la subtangente de la parábola. Mediante la suma de términos de una progresión geométrica convergente, logró la cuadratura de las parábolas de orden superior, es decir la integración de las funciones de potencia con excepción del exponente -1 . Por ejemplo, para determinar el área comprendida entre el eje de las x , el arco de curva cuya ecuación es

$a^m - ny^n = x^m$ (con $m > n$, naturales) y la ordenada en el extremo de coordenadas x, y , Fermat divide el intervalo en puntos de abscisa x_r tales que $x_r = xq^r$ (con $q < 1$) y comprueba ante todo que $y/y_n = x/x_m$. Asimila los trapezoides de bases $(x, x_n), (x_n, x_{2n}), \dots$, a rectángulos de igual base y de altura las ordenadas y, y_n, \dots , estando sus áreas en progresión geométrica, puesto que se cumple la siguiente relación: $S_n/S_{2n} = n(x - x_n)y/(x_n - x_{2n})y_n = (x - x_n)x/(x_n - x_{2n})x_m = 1/q^n \cdot 1/q^m = 1/q^{n+m}$. Por tanto, el área total se obtiene sumando la serie geométrica convergente: $S = S_n/(1 - q^{n+m}) = (x - x_n)xy/(x - x_{n+m}) = (x - x_n)S_0/(x - x_{n+m})$, siendo S_0 el área del rectángulo de lados x, y . Admitiendo que todos los rectángulos son iguales, llega al resultado exacto $S = nS_0/(n + m)$.

Se ocupó de rectificaciones de curvas, reduciendo en algunos casos ese problema al de las cuadraturas. De todos los descubrimientos matemáticos de Fermat, el único que apareció publicado antes de su muerte fue la rectificación, por métodos euclídeos, de la parábola semicúbica $ay^2 = x^3$, al comparar un arco pequeño de la curva con la figura circunscrita que forman las tangentes en los dos extremos del arco. Realizó un estudio incompleto de las superficies de segundo orden, para el que las cortaba por planos y en éstos aplicaba las dos coordenadas. Profundizó en los estudios de Apolonio sobre los lugares planos, y resolvió los problemas relativos a los contactos entre esferas. Estudió diversas curvas como la versiera (llamada luego bruja de Agnesi), la cisoide y la curva que lleva su nombre, que está relacionada con su gran teorema.

Se puede considerar a Fermat el iniciador de la teoría de números, campo en el que dejó demostraciones y teoremas, algunos de los cuales hoy llevan su nombre. Fermat anotaba los resultados de sus investigaciones en este campo, bien en su correspondencia, bien en los márgenes de uno de los ejemplares de la edición greco-latina de la *Aritmética* de Diofanto que Bachet había publicado en 1621 (este ejemplar, con las notas marginales de Fermat, fue publicado por su hijo en 1670). Fermat tenía plena conciencia de la novedad e importancia de sus logros, y así dice en uno de sus comentarios: “La teoría de los números enteros, que es muy hermosa y sutil, no fue conocida hasta hoy, ni por Bachet ni por otros”. Consideraba que se había descuidado la teoría de números, quejándose en una ocasión de que apenas nadie proponía o entendía cuestiones aritméticas, y se preguntó: “¿Se debe a que hasta ahora la aritmética ha sido tratada más geométrica que aritméticamente?”. El propio Diofanto, observó, estaba atado en cierta medida a la geometría. Para Fermat, “la aritmética tiene un dominio propio: la teoría de los números enteros que ha sido apenas esbozada por Euclides y no cultivada suficientemente por quienes le siguieron”.

Fermat enunció muchos teoremas sobre teoría de números, pero sólo en un caso dio una demostración, y ésta apenas esbozada (V. más abajo). Los mejores matemáticos del siglo XVIII dedicaron grandes esfuerzos para probar sus resultados. Todos ellos resultaron ser correctos, excepto un error. No hay duda de que poseía una gran intuición, pero no es probable que tuviese demostraciones de todas sus afirmaciones. Entre los resultados consignados en los márgenes de la *Aritmética* figura la proposición, hoy célebre, que no es posible encontrar cuatro números naturales x, y, z, n , para $n > 2$, tales que $x^n + y^n = z^n$. Fermat la enuncia al comentar el problema de Diofanto de descomponer un cuadrado en suma de dos cuadrados, escribiendo en el margen del libro: “Por otro lado, es imposible descomponer un cubo en suma de dos cubos o un bicuadrado en suma de dos bicuadrados, o en general cualquier potencia en suma de dos potencias de igual exponente, con excepción del cuadrado. He encontrado una demostración de esa proposición, realmente maravillosa, pero el margen del libro es demasiado estrecho para contenerla”. Tal demostración no apareció ni en sus papeles ni en su correspondencia (sólo la demostró para los exponentes 3 y 4), por lo que se piensa que no dispuso de ella, y que su hijo, al hacer conocer en 1670 la aludida frase, cometió una indiscreción, que a la postre ha servido para que durante siglos los matemáticos hayan redoblado sus esfuerzos en pos de tal demostración, consiguiendo importantes avances en la teoría de números. Este problema, llamado “gran teorema de Fermat”, fue demostrado por Wiles en 1995. Otro descubrimiento importante de Fermat en este campo consistió en el llamado teorema de Fermat, o “pequeño teorema de Fermat”, sobre la periodicidad de los restos de las potencias de a al dividirlos por un número primo p no divisor de a , de manera que al llegar a la potencia de exponente $p - 1$ se reproduce el resto 1 , es decir, con la simbología actual, que $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

Estudió la ecuación $x^2 - Ay^2 = 1$, cuando A es entero no cuadrado, que Euler atribuyó erróneamente a Pell. Fermat enunció el teorema de que dicha ecuación tiene un número ilimitado de soluciones enteras, desafiando a todos los matemáticos, en una carta de 1657 dirigida a Frénicle, a que las encontraran (Brouncker dio algunas soluciones, aunque no demostró que hubiera infinitas; Wallis

resolvió completamente el problema). También estudió entre otros los teoremas siguientes: Ningún número primo de la forma $4n + 3$ puede expresarse como suma de dos cuadrados. Todo número primo de la forma $4n + 1$ sólo puede ser una vez hipotenusa de un triángulo rectángulo, su cuadrado lo es dos veces, su cubo tres veces, etc. (fue demostrado por Euler). Una suma de dos cubos puede descomponerse de infinitas maneras en suma de dos cubos. Todo número es triangular o suma de 2 ó 3 triangulares, es un cuadrado o suma de 2, 3 ó 4 cuadrados, es pentagonal o suma de 2, 3, 4 ó 5 pentagonales, etc. Ningún triángulo rectángulo de lados enteros tiene por área un cuadrado (fue demostrado por Lagrange). Todo entero primo mayor que 2 puede expresarse como diferencia de cuadrados de una sola manera. Fermat indicó que los números de la forma $2E(2^n) + 1$ son primos (donde E significa que 2^n es exponente de la base 2), lo que es cierto para $n = 0, 1, 2, 3, 4$ (es decir: 3, 5, 17, 257, 65537), pero para $n=5$, Euler demostró que era compuesto, siendo uno de sus factores 641. Redescubriendo una regla dada por Tábit ibn Qurra (V. esta reseña), Fermat dio en 1636 un segundo par de números amigos, 17.296 y 18.416 (el primer par, 220 y 284, lo había dado Pitágoras; Descartes dio un tercer par: 9.363.584 y 9.437.056) También se ocupó de números “poliédricos”, de ecuaciones indeterminadas de grado superior, de números perfectos, de cuadrados y cubos mágicos, etc. Fermat ideó el método de “descenso infinito” para resolver algunas de sus cuestiones sobre teoría de números. Se trata de una combinación de la inducción completa con la propiedad de tener un mínimo la sucesión de los números. En ciertas ocasiones combina este método con la reducción al absurdo. Por ejemplo, para demostrar que todo número primo de la forma $4n+1$ es siempre suma de dos cuadrados, dice: “Si no se compone de dos cuadrados, existirá otro número primo de la misma forma menor que el anterior que tampoco se compone de dos cuadrados, y luego un tercero, etc., descendiendo al infinito hasta llegar al número 5 que es el menor de todos los números de este tipo y que por tanto no sería suma de dos cuadrados. Como esto es imposible, todos los números de esa naturaleza están compuestos de esa manera”. Fermat envió este esbozo de demostración a su amigo Pierre de Carcavi, afirmando que había utilizado el método para probar el anterior teorema, pero tal demostración no se ha encontrado. También dijo que con él, había probado otros teoremas. El método del descenso infinito es diferente de la inducción matemática. En primer lugar, no exige mostrar un caso en el que el teorema en cuestión se satisfaga, ya que el argumento puede completarse observando que, simplemente, el caso $n=1$ lleva a una contradicción con algún otro hecho conocido. Además, aceptada la hipótesis para un valor de n , el método muestra que existe otro menor, pero no necesariamente el anterior, para el que la hipótesis es cierta. Finalmente, el método demuestra la falsedad de ciertas afirmaciones, siendo, de hecho, más útil para este propósito.

En la correspondencia entre Fermat y Pascal, ambos establecieron simultáneamente el comienzo del cálculo de probabilidades (1654), aplicando para ello la teoría de combinaciones. Resolvió el problema de los dados y el problema de las partidas, propuestos por Méré a Pascal, y por éste a Fermat. El primer problema consiste en demostrar que en 4 tiradas con un solo dado es más probable que salga un 6 que el caso contrario, mientras que en 24 tiradas con dos dados, es menos probable que salga un doble 6. El segundo problema consiste en averiguar cómo debía distribuirse la bolsa entre dos jugadores de igual habilidad si se suspendía el juego antes de terminarlo, conociéndose los puntos logrados por cada jugador hasta el momento de la suspensión. El primer problema lo resolvió Fermat partiendo de la definición de la probabilidad como razón de los casos favorables a los casos posibles, demostrando que en cuatro tiradas con un solo dado, los casos posibles son $6^4 = 1296$ y los no favorables $5^4 = 625$, de manera que los casos favorables $1296 - 625 = 671 > 625$, comprueban el aserto. En el caso de 24 tiradas con dos dados, los casos posibles son 36^{24} y los no favorables 35^{24} , luego la probabilidad buscada es $1 - (35/36)^{24} = 0,49$, que por ser menor que 0,5, vuelve a confirmar el aserto de Méré, cuya pericia como notable jugador es evidente. En el segundo problema, Fermat utiliza la teoría combinatoria. Considera el ejemplo concreto en el que dos jugadores A y B suspenden el juego cuando al jugador A le faltan 2 puntos para ganar y al jugador B le faltan 3. Como a lo sumo la partida se habría terminado a las 4 jugadas, Fermat hace las 16 posibles combinaciones con repetición de dos letras a y b tomadas de 4 en 4. Cuenta las combinaciones en las que a aparece dos o más veces y las restantes en las que b aparece tres o más veces. Como las primeras son 11 y las segundas son 5, Fermat deduce que las probabilidades de ganar están entre sí como 11 es a 5, proporción en la que debe dividirse la bolsa.

Fermat sabía que, bajo la reflexión, la luz sigue la trayectoria que requiere el mínimo tiempo y, convencido de que la naturaleza actúa simple y económicamente, afirmó en cartas de 1657 y 1662 su

principio de tiempo mínimo, que afirma que la luz siempre sigue la trayectoria que requiere el mínimo tiempo. Había dudado de la validez de la ley de la refracción de la luz, pero cuando encontró en 1661 que la podía deducir de su propio principio, no sólo resolvió sus dudas acerca de la ley, sino que sintió aun con mayor certeza que su principio era correcto.

Fermi, Enrico (1901-1954). Físico italiano, nacionalizado estadounidense. Nació en Roma. Estudió en la Real Escuela Normal Superior, asociada con la Universidad de Pisa. Se doctoró en 1922 con un trabajo sobre la investigación con rayos X. Estudió en Gotinga con Max Born. Enseñó matemáticas en la Universidad de Florencia. Profesor de física teórica en la Universidad de Roma. En 1926, Fermi y Dirac desarrollaron el método estadístico para predecir las características de los electrones de acuerdo con el principio de exclusión de Pauli, al que obedecen las partículas elementales, llamadas fermiones. Descubrió la radiactividad artificial provocada por el bombardeo de neutrones y su ralentización por medio de núcleos de hidrógeno. Abandonó Italia, refugiándose en los Estados Unidos. Trabajó en el proyecto Manhattan para la construcción de la primera bomba atómica (1942). Consiguió el funcionamiento del primer reactor nuclear (1942) en la Universidad de Chicago. Miembro de la Real Academia de Italia (1929). Premio Nobel de física 1938.

Fernández Abás, Inocente (m. 1890). Matemático, físico y político español. Catedrático de física y química en el Instituto de Guadalajara (1859), y de matemáticas en el mismo Instituto (1863), del que fue director (1871-1876).

Fernández de Medrano, Sebastián (1646-1705). Militar y matemático español. Llegó a los Países Bajos en 1668 como alférez del tercio a las órdenes del marqués de Gastañaga, bajo cuyo mando estudió matemáticas, arquitectura militar y geografía. Profesor y luego director de la Academia Militar de Bruselas, fundada en 1775 a instancias del duque de Villahermosa, gobernador de Flandes. Fue nombrado capitán de una compañía de infantería. Escribió *Rudimentos geométricos y militares* (1677), donde alude a las iniciativas para la creación de academias militares en varios países europeos: “Aunque algunos han calumniado a los españoles de poco inclinados al estudio de las matemáticas, añadiendo haber sido ésta la causa de no haberse instituido antes en estos Países, la experiencia enseña lo contrario, pues en dos años que yo continúo este ejercicio he visto muchos, y entre ellos oficiales de su posición que se han aplicado”. Según él mismo, hubo unos 4.000 alumnos que recibieron enseñanzas en el centro hasta 1702, aunque fueron pocos los que alcanzaron un elevado nivel de conocimientos. Escribió también *El práctico artillero que enseña el uso de la artillería* (1680), *Breve descripción del Mundo y de sus partes* (1686), *El perfecto bombardero y práctico artificial* (1691), *El ingeniero* (1687), que luego fue *El arquitecto perfecto en el arte militar* (1700 y 1708), *Los seis primeros libros, once y doce de los elementos geométricos de Euclides* (1689 y 1702), *Tratado de ataque y defensa de una plaza real y todo en verso* (1698).

Fernández de Navarrete, Martín (1765-1844). Matemático español. Nació en Abalos (La Rioja). Estudió en el Seminario de Vergara. Se incorporó a la marina en El Ferrol (1780). Tomó parte en varias acciones militares y realizó importantes trabajos astronómicos bajo la dirección de Mazarredo.

Fernández Pérez, José Luis (n. 1956). Matemático español. Nació en Santa Cruz de Tenerife. Licenciado en matemáticas por la Universidad de Zaragoza (1978) y doctor por la Universidad Washington de St. Louis (1983). Catedrático de análisis matemático en la Universidad Autónoma de Madrid. Presidente del Comité Español de la Unión Matemática Internacional. Es coautor de *Crédito y matemáticas* (2006), *Seguros, con matemáticas* (2006), *Riesgos, finanzas y riesgos cuantitativos* (2006).

Fernández-Solano Sánchez Prieto, Antonio Pablo (1744-1823). Médico, físico y matemático español. Nació en Montilla (Córdoba), donde estudió letras humanas y sagradas. Obtuvo el título de bachiller en artes (Sevilla, 1762), y en cirugía (Universidad de Cádiz, 1764). Interesado en matemáticas y física, las estudió en la escuela del artesano sevillano Pedro Miguel “el de los Pesos”. Enseñó estas disciplinas en el Colegio de Cirugía de Cádiz (1767). Obtuvo el título de médico en Madrid (1768), doctorándose en medicina (1770) en Sevilla, revalidándose de cirujano (1771). Fue

nombrado catedrático de física experimental de los Reales Estudios de San Isidro en Madrid (1772), y de fisiología del Colegio de San Carlos de Madrid. Más tarde (1786) lo fue de fisiología e higiene en dicho Colegio, inaugurando la enseñanza de anatomía fisiológica. Entre otras obras, escribió *Ejercicio público de física experimental* (1782).

Ferrari, Ludovico (1522-1565). Matemático italiano. Nació en Bolonia. Discípulo y colaborador de Cardano. Fue profesor en Milán y Bolonia. Resolvió algebraicamente las ecuaciones de cuarto grado reduciéndolas a otras de tercero; su método aparece en la obra *Ars magna* (1545) de Cardano. El problema, que fue planteado por el matemático italiano Colla a Cardano, y éste a Ferrari, y que dio origen a la ecuación de cuarto grado, es el siguiente: Descomponer el número 10 en tres partes en proporción continua (progresión geométrica), tal que el producto de los dos primeros términos sea 6. Ferrari toma como incógnita el medio proporcional, obteniéndose la siguiente ecuación $x^4 + 6x^2 + 36 = 60x$. El método de Ferrari, que hoy lleva su nombre, consiste en transformar esta ecuación, mediante la introducción de un término indeterminado, en una diferencia de cuadrados. El camino que sigue es el siguiente: Sumando $6x^2$ a ambos miembros obtiene $x^4 + 12x^2 + 36 = 60x + 6x^2$, es decir, $(x^2 + 6)^2 = 60x + 6x^2$. Luego, suma $2y(x^2 + 6) + y^2$ en ambos miembros, con lo que obtiene: $(x^2 + 6)^2 + 2y(x^2 + 6) + y^2 = (x^2 + 6 + y)^2 = 60x + 6x^2 + 2y(x^2 + 6) + y^2 = x^2(2y + 6) + 60x + y^2 + 12y$. Para que el segundo miembro sea un cuadrado perfecto ha de cumplirse la siguiente igualdad: $2x(2y + 6)^{1/2}(y^2 + 12y)^{1/2} = 60x$, por lo que el valor de y debe satisfacer la siguiente ecuación cúbica: $(y + 3)(y^2 + 12y) = 450$ (esta ecuación se conoce hoy como la *cúbica resolvente*); una vez resuelta esta ecuación cúbica, se obtiene el valor de x resolviendo las dos ecuaciones cuadráticas siguientes: $x^2 + 6 + y = \pm [x(2y + 6)^{1/2} + (y^2 + 12y)^{1/2}]$.

La resolución de las ecuaciones cúbicas, en la que intervinieron Tartaglia, Cardano y Ferrari, terminó en un desafío público (1548) entre Tartaglia y Ferrari, éste como representante de Cardano, mediante carteles (seis de Ferrari, que constituyen su única colaboración matemática escrita) y contracarteles (seis de Tartaglia) en respuesta de los anteriores, que contenían cuestiones matemáticas, no sin improperios, que se proponían al adversario mientras se imprimían y difundían con profusión. Por ejemplo, en la segunda respuesta de Tartaglia, de 31 problemas que propone a Ferrari, más de la mitad se refieren a construcciones geométricas con una sola abertura de compás, mientras que los restantes son cuestiones aritméticas relativamente sencillas, a las que Ferrari responde con creces y en forma concreta, aunque lo hace más de seis meses después, con motivo de remitir a Tartaglia el quinto cartel. Pero ya en el tercero había propuesto a Tartaglia 31 cuestiones mucho más difíciles y de todo orden: matemáticas, astronómicas, metodológicas y filosóficas. Entre las cuestiones algebraicas algunas exigían cúbicas y hasta ecuaciones de grados superiores, otras eran problemas de máximo, como dividir un número dado en dos partes tales que su producto por su diferencia sea máximo, problema que figura en un escrito de Cardano. En su respuesta, Tartaglia contesta a 26 de esas cuestiones y no todas correctamente, por ejemplo en el problema anterior da la solución exacta sin demostración, lo que permite a Ferrari afirmar que la cuestión no había sido resuelta (más tarde, en su *General Trattato*, Tartaglia incluirá esta cuestión con la demostración). El acto público poco edificante con que terminó el desafío, tuvo lugar en Milán en el atrio de una iglesia. Por otra parte, Ferrari trabajó en la construcción del pentágono regular para el diseño de fortificaciones.

Ferro, Scipione dal (1465-1526). Matemático italiano. Nació y murió en Bolonia, donde fue profesor en su Universidad (1496-1526). Se le atribuye haber sido el primero en encontrar la solución de la ecuación de tercer grado ($x^3 + px = q$). No la publicó, aunque la comunicó a su amigo y discípulo Antonio María Fior (hacia 1506 según Tartaglia, en 1515 según Cardano), de quien la aprendió Tartaglia (1535). También la comunicó a su yerno Annibal della Nave, que le sustituyó en la cátedra de Bolonia. No se conoce la solución de Ferro, ni se ha logrado encontrar una libreta de apuntes en la que se habría consignado la solución. De existir esa solución se habría dado el caso, no frecuente, de haberse malogrado voluntariamente una celebridad y una prioridad indiscutibles (V. Cardano).

Ferroni, Pietro (1744-1825). Matemático italiano. Nació en Florencia. Fue profesor de matemáticas en la Universidad de Pisa. Dedujo las fórmulas de la trigonometría esférica a partir del teorema de la proyección de segmentos, obteniendo al mismo tiempo las de la trigonometría plana como un caso

particular de la esférica (1805). Publicó diversos trabajos sobre cálculo integral, secciones cónicas, binomio de Newton, funciones analíticas, cuestiones de mecánica, etc.

Feuerbach, Karl Wilhelm (1800-1834). Matemático alemán. Nació en Jena. Estudió y enseñó en el gymnasium de Erlangen. Publicó *Propiedades de algunos puntos distinguidos del triángulo rectilíneo* (1822), en donde expuso las características del círculo de los nueve puntos (estos puntos son los pies de las perpendiculares trazadas desde los vértices sobre los lados opuestos, los puntos medios de los lados y los puntos medios de los segmentos que unen los vértices con el ortocentro). Feuerbach demostró que el centro de dicho círculo está situado sobre la recta de Euler del triángulo, coincidiendo con el punto medio del segmento que une el ortocentro y el circuncentro. Además demostró que dicha circunferencia es tangente interior a la circunferencia inscrita, y tangente exterior a las tres circunferencias exinscritas (Coolidge dijo que esta demostración es la más bella de la geometría elemental descubierta desde la época de Euclides). Para demostrarlo, Feuerbach utilizó el hecho de que los radios de las circunferencias inscrita y exinscritas están dados por la expresión $2S/(\pm a \pm b \pm c)$, donde a, b, c son los lados del triángulo, S su área, y donde debe usarse un signo menos como máximo. Introdujo el concepto de coordenadas homogéneas. Estudió la geometría del tetraedro, empleando también coordenadas tetraédricas.

Feynman, Richard Phillips (1918-1988). Físico estadounidense. Nació en Nueva York. Estudió en el Massachusetts Institute of Technology (1939), doctorándose en la Universidad de Princeton (1942). Profesor en la Universidad de Cornell (1945-1950). Participó en el proyecto Manhattan, para la fabricación de bombas atómicas. Catedrático, a partir de 1950, en el California Institute of Technology. Realizó contribuciones fundamentales a la física, especialmente en los dominios de la electrodinámica cuántica, teoría cuántica de campos y física de partículas. Son aportaciones suyas los diagramas que llevan su nombre y las integrales de camino. Premio Nobel de física, 1965.

Feynman dijo que: “La razón de la efectividad de las matemáticas reside en que las mismas ecuaciones tienen las mismas soluciones, lo que permite que problemas tan dispares como estudiar partículas de polvo, la difusión del calor, o la gestión de productos financieros, se reduzcan por pura abstracción matemática, al mismo problema”. Publicó *Lecciones de Feynman sobre física y Mecánica cuántica e integrales de camino*. También escribió libros de ensayo y divulgación científica, como *¿Qué significa todo eso, ¿Está usted de broma, Sr. Feynman?*

Fibonacci. V. Leonardo de Pisa.

Fiedler, Otto Wilhelm (1832-1912). Matemático alemán. Publicó (1858) un tratado de geometría descriptiva proyectiva, que sistematizaba los métodos de proyección para la representación en el plano, de las figuras y cuerpos del espacio.

Field, J. V. (h. 1987). Profesor en el Birbeck College de la Universidad de Londres. Escribió *Obra geométrica de Girard Desargues* (con Jeremy J. Gray, 1987), *Cosmología geométrica de Kepler* (1988), *La invención del infinito: matemáticas y arte en el Renacimiento* (1997), *Piero della Francesca. Arte matemático* (2005).

Fields, John Charles (1863-1932). Matemático canadiense. Nació en Hamilton (Ontario). Estudió en las Universidades de Toronto, París, Gotinga y Berlín. Fue profesor en el Allhegeny College y en la Universidad de Toronto. Escribió un tratado sobre funciones algebraicas y diversos artículos sobre las integrales de Abel. Instituyó un premio para matemáticos menores de 40 años, similar al premio Nobel (medalla Fields). Las dos primeras medallas se otorgaron en 1936. Tras un largo paréntesis de 14 años motivado por la Segunda Guerra Mundial, a partir de 1950 se han vuelto a entregar cada cuatro años. El límite de la edad impidió que Andrew J. Wiles, que había demostrado en 1994 el gran teorema de Fermat, recibiera dicha medalla. La relación de los galardonados se recoge en el cuadro de la página siguiente.

RELACIÓN DE GALARDONADOS CON LA MEDALLA FIELDS

Oslo	1936	Ahlfors, Lars Valerian (finlandés, Universidad de Harvard) Douglas, Jesse (estadounidense, Instituto de Tecnología de Massachusetts)
Cambridge	1950	Schwartz, Laurent (francés, Universidad de Nancy) Selberg, Atle (noruego, Instituto para Estudios Avanzados de Princeton)
Ámsterdam	1954	Kodaira, Kunihiko (japonés, Universidad de Princeton) Serre, Jean-Pierre (francés, Universidad de París)
Edimburgo	1958	Roth, Klaus Friedrich (británico, Universidad de Londres) Thom, René (francés, Universidad de Estrasburgo)
Estocolmo	1962	Hörmander, Lars V. (sueco, Universidad de Estocolmo) Willard Minor, John (estadounidense, Universidad de Princeton)
Moscú	1966	Atiyah, Michael Francis (británico, Universidad de Oxford) Cohen, Paul Joseph (estadounidense, Universidad de Stanford) Grothendieck, Alexandre (francés, Universidad de París) Smale, Stephen (estadounidense, Universidad de Berkeley)
Niza	1970	Baker, Alan (británico, Universidad de Cambridge) Hironaka, Heisuki (japonés, Universidad de Harvard) Novikov, Sergei P. (soviético, Universidad de Moscú) Thompson, John Griggs (estadounidense, Universidad de Cambridge)
Vancouver	1974	Bombieri, Enrico (italiano, Universidad de Pisa) Mumford, David Bryant (británico, Universidad de Harvard)
Helsinki	1978	Deligne, Pierre René (belga, Instituto de Altos Estudios Científicos de París) Fefferman, Charles Louis (estadounidense, Universidad Princeton) Margulis, Gregori Aleksandrovich (soviético, Universidad de Moscú) Quillen, Daniel G. (estadounidense, Instituto de Tecnología de Massachusetts)
Varsovia	1982	Connes, Alain (francés, Instituto de Altos Estudios Científicos de París) Thurston, William P. (estadounidense, Universidad de Princeton) Yau, Shing-Tung (chino, Instituto para Estudios Avanzados de Princeton)
Berkeley	1986	Donaldson, Simon (británico, Universidad de Oxford) Faltings, Gerd (alemán, Universidad de Princeton) Freedman, Michael Hartley (estadounidense, Universidad de California-San Diego)
Kioto	1990	Drinfeld, Vladimir (soviético, Instituto Físico de Kharkov) Jones, Vaughan F. R. (neozelandés, Universidad de California-Berkeley) Mori, Shigefumi (japonés, Universidad de Kioto) Witten, Edward (estadounidense, Instituto para Estudios Avanzados de Princeton)
Zúrich	1994	Lions, Pierre-Louis (francés, Universidad de París-Dauphine) Yoccoz, Jean-Christophe (francés, Universidad de París-Sud) Bourgain, Jean (belga, Instituto para Estudios Avanzados de Princeton) Zelmanov, Efim (ruso, Universidad de Wisconsin)
Berlín	1998	Borcherds, Richard E. (sudafricano, Universidad de Cambridge) Gowers, W. Timothy (inglés, Universidad de Cambridge) Kontsevich, Maxim (ruso, Instituto de Altos Estudios Científicos de París) McMullen, Curtis T. (estadounidense, Universidad de Harvard)
Pekín	2002	Voevodsky, Vladimir (ruso, Instituto para Estudios Avanzados de Princeton) Lafforgue, Laurent (francés, Instituto de Altos Estudios Científicos de París)
Madrid	2006	Okounkov, Andrei (ruso, Princeton) Perelmán, Grigori (ruso, Instituto de Matemáticas Steklov) (rechazó el premio) Tao, Terence (australiano, Universidad de California-Los Ángeles) Werner, Wendelin (francés, Universidad de París-Sud)
Hyderabad (India)	2010	Lindenstrauss, Elon (israelí, Universidad Hebrea de Jerusalén) Chau Bao, Ngo (vietnamita, nacionalizado francés, Instituto para Estudios Avanzados de Princeton) Smirnov, Stanislav (ruso, Universidad de Ginebra) Villani, Cédric (francés, Instituto Henri Poincaré)

Filipo de Mende (s. IV a.C.). Matemático y filósofo griego, discípulo de Platón. Según Proclo, iniciado por Platón en las matemáticas, realizó investigaciones siguiendo indicaciones de su maestro, aunque se propuso también todas aquellas cuestiones que según su entender podían contribuir al desarrollo de la filosofía de Platón.

Filolao de Crotona (h. 480 -h. 390 a.C.). Astrónomo, matemático y filósofo griego. Posiblemente nació en Crotona. Viajó a Tebas (Grecia) y a su vuelta a Crotona fue maestro de Arquitas. Pitagórico tardío, sentía veneración hacia la *tetractis* o década (suma de los cuatro primeros números), escribiendo que ésta era “grande, todopoderosa y generadora de todo, comienzo y guía tanto de la vida divina como de la terrestre”. Esta concepción del número diez como el número perfecto, símbolo de la salud y la armonía, inspiró a Filolao en la elaboración de su sistema cósmico formado por un fuego central, en cuyo alrededor giraban la Tierra y los siete planetas (incluidos el Sol y la Luna), existiendo para completar la década, una contra-tierra alineada siempre con la Tierra y el fuego central, girando de forma que nunca se podían ver desde la Tierra ni el fuego central ni la contra-tierra. Se dice que Filolao, a la vista de las leyes de formación de los números poligonales, mantenía que: “Todas las cosas que pueden ser conocidas tienen número, pues no es posible que sin número nada pueda ser concebido ni conocido... Si no fuera por el número y su naturaleza, nada de lo que existe estaría claro para nadie, ni en sí mismo ni en su relación con otras cosas. Podéis observar la potencia del número influyendo no sólo en los negocios de demonios y dioses, sino también en todos los actos y en el pensamiento del hombre, en todos los oficios y en la música”. Se le atribuye haber escrito la primera exposición del pitagorismo, pudiendo ser esta obra la que suministró a Platón su conocimiento sobre la escuela pitagórica.

Filónides de Éfeso (s. II a.C.). Matemático griego. Residió en Éfeso, donde conoció a Apolonio, quien le hizo llegar el libro segundo de sus *Cónicas*.

Filopón, Juan (m. 608). Comentador de Aristóteles, matemático y físico bizantino, filósofo y teólogo cristiano. Residió en Alejandría, donde había nacido. Escribió numerosas obras filosóficas y teológicas. Fue discípulo de Ammonio Hermias. Enseñó el triteísmo, y fue anatematizado en el VI Concilio ecuménico. Fue el físico más importante en su tiempo. Argumentaba, en contra de las leyes aristotélicas del movimiento y de la imposibilidad del vacío, proponiendo la actuación de un cierto tipo de principio de inercia según el cual los cuerpos en movimiento tenderían a seguir moviéndose. Negaba que la velocidad adquirida por un cuerpo en caída libre fuera proporcional a su peso: “Si dejas caer desde la misma altura dos cuerpos de los que uno es muchas veces más pesado que el otro, verás que las razones de los tiempos necesarios para completar la caída no depende de la razón de los pesos, sino que la diferencia de los tiempos es muy pequeña”. Escribió un tratado sobre el astrolabio que se puede considerar como de matemática aplicada, así como un comentario a la *Introducción a la aritmética* de Nicómaco.

Fincke, Thomas (1561-1636). Matemático alemán. Escribió *Geometria rotundi* (1583), donde expuso una trigonometría, en la que utilizó las seis funciones circulares, introduciendo los nombres de tangente y secante. En la trigonometría plana estableció la fórmula de las tangentes.

Finé, Oronce (1494-1555). Matemático y astrónomo francés. Creyó que había encontrado una solución para los tres antiguos problemas de la geometría griega, pretendidas soluciones que Pedro Nunes refuta en su obra *De erratis Orontii Finei* (1546).

Finikov, Pavlovich Sergei (1883-1964). Matemático soviético. Trabajó en diferentes aspectos de la geometría diferencial.

Finsler, Paul (1894-1970). Matemático alemán. Nació en Heilbronn (Neckar). Estudió en Gotinga. Enseñó en la Universidad de Zurich. Se le debe una generalización de la geometría distinta de la riemanniana. Comenzó en 1916 un estudio detallado de la geometría que lleva su nombre, y la expuso en su tesis de 1918 en Gotinga. En esta geometría, la métrica ds^2 del espacio de Riemann, se sustituye por una función más general $F(x, dx)$ de las coordenadas y sus diferenciales, sobre la que se imponen

restricciones que aseguren la posibilidad de minimizar la integral $\int F[x, (dx/dt)]dt$, obteniendo así las geodésicas.

Fior, Antonio María (en latín, Florido) (h. 1535). Matemático italiano. Nació en Venecia, en el último cuarto del siglo XV. Estudió en Bolonia, donde fue discípulo de Ferro (V. esta reseña). En 1535 se produjo un importante desafío matemático entre Fior y Tartaglia. Éste resolvió las 30 cuestiones que le propuso Fior (en dos horas, según afirma Tartaglia), mientras que Fior no pudo resolver ninguna de las 30 cuestiones que le propuso Tartaglia. Es posible que esto se debiera a que Fior sólo sabía resolver la cúbica del tipo “los cubos y las raíces igual a un número”, es decir, las del tipo $x^3 + px = q$, mientras que Tartaglia había aprendido a resolver la del tipo “los cubos y los cuadrados igual a un número”, sabiendo reducirla a la cúbica de Fior.

Firrufino, Julián (s. XVI). Matemático italiano, naturalizado español. Nació en Alessandria (Piamonte). Residió en Madrid. Al amparo de la Academia de Matemáticas de Madrid y de la Casa de Contratación de Sevilla, ambas creadas por Felipe II, surgieron en medio del apogeo algebraico, algunos geómetras que siguieron la corriente geométrica europea, como es el caso de Firrufino. Se incorporó como geómetra a la Academia de Matemáticas de Felipe II, en Madrid, donde enseñaba a Euclides, la *Sphera* de Sacrobosco, matemáticas y artillería. Más tarde, fue el primer director de la Escuela de Artillería de Sevilla (1591). Se ocupó en la extracción de la raíz cuadrada, separando las cifras de dos en dos para su cálculo. En la resolución de triángulos utilizaba la fórmula de Herón.

Firrufino, Julio César (finales del s. XVI-1651). Matemático y profesor español, hijo de Julián Firrufino. Probablemente nació en Madrid, donde residió y murió. Fue catedrático de matemáticas y artillería en Madrid. Escribió *Práctica manual y breve compendio de artillería* (1626), *El perfecto artillero, teórico y práctico* (1648), *Elementos de trigonometría y gnomónica*, *Fragmentos matemáticos* (1648).

Fischbein, Efraim (1920-1998). Psicólogo y pedagogo rumano. Nació en Bucarest. Estudió psicología en la Universidad de Bucarest, graduándose en 1947. Enseñó psicología de la educación en la citada Universidad (desde 1948), siendo jefe de departamento (1959-1975). Escribió *Concepto e imagen en el pensamiento de las matemáticas* (1965), *El arte de pensar* (1968), *Fuentes intuitivas del pensamiento probabilístico en los niños* (1975). En esta última obra y en una serie de trabajos posteriores, mostró la importancia de educar la intuición estocástica desde la niñez y el efecto de la instrucción sobre la mejora de esta intuición.

Fischer, Charles Albert (1884-1922). Matemático estadounidense. Profesor en el Trinity College de la Universidad de Hartford en Connecticut y en la Universidad de Chicago (1912). Mejoró la definición de Volterra de la derivada de un funcional, de manera que cubriese el caso de los funcionales utilizados en el cálculo de variaciones; la diferencial de un funcional podía definirse entonces en términos de la derivada. Publicó *Mínimos de integrales dobles en relación con variaciones* (1914), *Funcionales lineales con n variables* (1917).

Fischer, Ernst Gottfried (1754-1831). Físico y matemático alemán. Nació en Hoheneiche (cerca de Saalfeld, Turingia). Profesor de física y matemáticas en un gimnasio de Berlín (1767) y de física en su Universidad. Escribió *Investigaciones sobre las leyes de la afinidad* (1802), *Ensayo de química* (1811), *Elementos de matemáticas* (1820-1824).

Fischer, Ernst Sigismund (1875-1959). Matemático austriaco. Profesor de la Universidad de Colonia. En 1907 introdujo el concepto de convergencia en media. Se dice que una sucesión de funciones $\{f_n\}$ definidas sobre el intervalo (a, b) converge en media si $\lim_{m, n \rightarrow \infty} \int_a, b (f_n(x) - f_m(x))^2 dx = 0$, y se dice que $\{f_n\}$ converge en media a f si $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a, b (f - f_n)^2 dx = 0$, donde las integrales están tomadas en el sentido de Lebesgue. La función f está determinada de manera única salvo una función definida sobre un conjunto de medida cero, es decir, una función $g(x) \neq 0$, llamada una función nula, que satisface la condición $\int_a, b g^2(x) dx = 0$. Como corolario, Fischer dedujo el teorema de Riesz, que hoy se conoce como teorema de Riesz-Fischer (V. Riesz).

Fischer, Ludwig Jos. (h. 1812). Dedicó un libro al análisis combinatorio, escrito junto con Krause (1812).

Fisher, Ronald Aylmer (1890-1962). Estadístico y genetista inglés. En sus trabajos estadísticos mejoró el procedimiento de aplicación del test *ji-cuadrado*, primero, en términos de obtener un mejor ajuste con los datos obtenidos, a través de la estimación de los parámetros desconocidos, por el método de la máxima verosimilitud, y segundo, en el uso correcto del citado test, utilizando el concepto de grado de libertad, cuando se estiman los parámetros desconocidos. En un escrito de 1922 estableció las bases de la estadística teórica, analizando los datos por medio de modelos estocásticos, especificados de antemano. Desarrolló una gran variedad de test de hipótesis exactos, para tamaños muestrales pequeños y bajo el supuesto de normalidad. Impulsó el uso de estos métodos en el diseño de experimentos, como los realizados en una estación agrícola experimental. Publicó *Sobre los fundamentos matemáticos de la estadística teórica* (1922), *El diseño de experimentos* (1935), *Métodos estadísticos e inferencia científica* (1956).

Flexner, Abraham (1866-1959). Pedagogo estadounidense. Nació en Louisville. En 1923, Rockefeller creó en Nueva York el International Educational Board con Flexner al frente de su división de educación. En el periodo 1913-1928, Flexner logró encauzar importantes cantidades de dinero desde el mundo privado para la educación médica en Estados Unidos. En 1930, Flexner materializó su ambición de crear un centro para altos estudios, al fundar el Institute for Advanced Study en Princeton.

Flauti, Vincenzo (1782-1863). Matemático italiano. Nació en Nápoles. Fue discípulo de Fergola. Enseñó en la Universidad de Nápoles. Publicó *Tratado de geometría descriptiva* (1800), en el que dio a conocer en Italia la obra de Monge, creándose al respecto una importante escuela de geómetras en Nápoles.

Floquet, Aquiles Marie Gaston (1847-1920). Matemático francés. En 1883 publicó una discusión completa de la existencia y propiedades de las soluciones periódicas de las ecuaciones diferenciales lineales de orden n -ésimo teniendo coeficientes periódicos con el mismo periodo.

Florido, Antonio María. V. Fior, Antonio María.

Foix-Candole, François (1502-1594). Obispo y matemático francés. El papa Gregorio XIII utilizó sus conocimientos matemáticos en la bula *Inter gravissimos* (1582), que fijaba los elementos de la reforma del calendario.

Foncenex, Pierre François Marie Daviet de (1733-1799). Matemático y general saboyano. Nació en Thonon-les-Bains (Saboya, Reino de Cerdeña; hoy, Alta Saboya, Francia). Fue director de la Escuela de Artillería de Villefranche (hoy, Alpes Marítimos, Francia). Mantuvo amistad con Lagrange. Dio una demostración del teorema fundamental del álgebra (1759). Publicó *Logaritmos de cantidades imaginarias* (1760), *Clasificación de las cantidades imaginarias* (1761), *Principios básicos de la mecánica* (1799).

Fontaine des Bertins, Alexis (1705-1771). Matemático francés. Nació en el Delfinado. Fue uno de los matemáticos que crearon la teoría de derivadas parciales, junto con Euler, Clairaut y D'Alembert. Lo primero que normalmente se aprende al resolver las ecuaciones diferenciales que aparecen al eliminar las constantes arbitrarias entre una función dada y sus derivadas, se debe a Fontaine (aproximadamente, 1740).

Fontana, Niccolò. V. Tartaglia.

Ford, Lester Randolph (1886-1967). Matemático estadounidense. Publicó *Funciones automorfas* (1929).

Ford, Lester Randolph, jr. (n. 1927). Matemático estadounidense. Nació en Houston. Hijo de Lester Randolph Ford, Junto con Fulkerson y Delbert Ray, desarrolló el algoritmo de Ford Fulkerson, que propone buscar caminos en los que se pueda aumentar el flujo hasta que se alcance el flujo máximo.

Forder, Henry George (1889-1981). Matemático inglés. Nació en Shotesham All Saints (cerca de Norwich, Norfolk). Estudió en Cambridge (1907), siendo uno de los 23 “wranglers” de 1910. Habiendo abandonado Cambridge por motivos económicos, fue maestro en Oldham hasta 1913, enseñó matemáticas en Cardiff, pasando luego a la Escuela St. Olave en Londres y a la Universidad Hymer en Hull. En 1934 se trasladó a Nueva Zelanda siendo profesor en la Universidad de Auckland, donde vivió hasta su fallecimiento. Son palabras suyas: “Aquél que desdeña la geometría de Euclides es como el hombre que, al regresar de tierras extrañas, menosprecia su casa” y “Las abejas, en virtud de una cierta intuición geométrica, saben que el hexágono es mayor que el cuadrado y que el triángulo, y que podrá contener más miel con el mismo gasto de material”. Publicó, entre otras obras, *Fundamentos de la geometría euclídea* (1927), *Los axiomas de la geometría* (1929), *Una geometría escolar* (1930), *Anatomía de la demostración* (1937), *Cónicas y cúbicas* (1938), *Cálculo de la extensión* (1941), *Geometría* (1950), *Coordenadas en geometría* (1953), *Duplicación de fórmulas* (1957), *El Hombre y el Universo* (1961), *Álgebra de Boole en términos de un conector indefinido* (1965), *Grupos a partir de un axioma* (1968), *Construcciones gauge* (1968).

Forsyth, Andrew Russell (1858-1942). Matemático inglés. Realizó importantes aportaciones a la teoría de funciones. Escribió *Teoría de ecuaciones diferenciales* (1906), *Geometría diferencial de curvas y superficies* (1912), *Teoría de funciones de variables complejas* (1914).

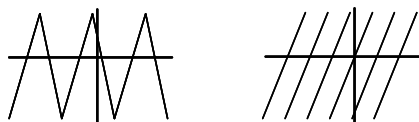
Fourier, Jean Baptiste Joseph (1768-1830). Matemático y egiptólogo francés. Nació en Auxerre. Hijo de un sastre de dicha ciudad, se quedó huérfano a los nueve años. Se educó con los monjes benedictinos, donde fue muy buen estudiante de matemáticas. Se propuso ser oficial del ejército, estudiando en la escuela militar de Auxerre. Pero al negársele una comisión por ser hijo de un sastre, intentó entrar en la orden benedictina y hacerse sacerdote. Sin embargo, cuando se le ofreció una plaza de profesor en la escuela militar a la que él había asistido, la aceptó (1789) y desde entonces las matemáticas se convirtieron en el interés de su vida. Fue arrestado en 1794 y puesto en libertad después de la ejecución de Robespierre. Tras ser profesor de matemáticas en la escuela militar de Auxerre, luego lo fue en la École Normale Supérieure y en la École Polytechnique de París (1796-1798). En 1798 acompañó, como Monge, a Napoleón en su expedición a Egipto, siendo nombrado secretario del Instituto de Egipto, cargo en el que redactó su obra *Descripción de Egipto*. Vuelto a Francia, ocupó diversos cargos administrativos en calidad de prefecto del departamento de Isère (Grenoble), que le permitieron continuar sus investigaciones científicas. En 1807 presentó una memoria a la Académie des Sciences, dedicada a la teoría de la difusión del calor en un cuerpo sólido, que fue juzgada por Lagrange, Laplace y Legendre, siendo rechazada. Pero la Académie deseaba motivar a Fourier para desarrollar sus ideas y propuso el problema de la propagación del calor como materia del gran premio que sería asignado en 1812, y cuyo objeto consistía en establecer una teoría matemática de las leyes de distribución del calor y comparar los resultados de dicha teoría con los datos de los experimentos. Fourier sometió a la Académie en 1811 una versión revisada de su memoria de 1807, que fue juzgada por los anteriormente mencionados y otros. Ganó el premio, pero fue criticado por su falta de rigor, por lo que no se publicó entonces en las Memorias de la Académie. Fourier se resintió del trato recibido, continuando trabajando sobre el calor. Cayó en desgracia tras la restauración borbónica a continuación del exilio de Napoleón en 1815. Fue nombrado, gracias a un amigo, director de la Oficina de Estadísticas del Sena. En 1817 se trasladó a París, donde fue miembro de la Académie des Sciences, siendo nombrado (1822) su secretario perpetuo, dedicándose enteramente a la actividad científica. En 1822 publicó *Teoría analítica del calor*, uno de los clásicos de las matemáticas, donde incorporó la primera parte de su artículo de 1811, prácticamente sin un solo cambio. Dos años más tarde se convirtió en el secretario de la Académie y vio la oportunidad de hacer que se publicara en sus Memorias su artículo de 1811 conservando su forma original. Se le puede considerar uno de los fundadores de la física matemática, en la que siguiendo las huellas de Lagrange y de Laplace se estudian los problemas físicos mediante los recursos del análisis infinitesimal con el mínimo indispensable de hipótesis físicas. Fourier escribió en el prefacio de su *Teoría analítica del*

calor: “El estudio profundo de la naturaleza es el campo más fértil para los descubrimientos matemáticos. Ese estudio ofrece no sólo la ventaja de un objetivo bien definido, sino también la de excluir cuestiones vagas y cálculos inútiles. Es un medio para construir el análisis en sí mismo y para descubrir qué ideas importan verdaderamente y cuáles debe preservar la ciencia. Las ideas fundamentales son aquéllas que representan los acontecimientos naturales... El análisis matemático es tan extenso como la propia naturaleza”.

En su obra *Teoría analítica del calor* (1822), algunos de cuyos resultados ya habían sido presentados, como se ha visto más arriba, en 1807 y 1811, planteó que en el interior de un cuerpo sujeto a pérdida o aumento de calor, por lo general la temperatura no está distribuida uniformemente y cambia en cualquier lugar con el tiempo, lo que hace que la temperatura T sea una función del espacio y del tiempo. La forma precisa de la función depende del contorno del cuerpo, la densidad, el calor específico del material, la distribución inicial de T , esto es, la distribución en el tiempo $T = 0$, y las condiciones mantenidas sobre la superficie del cuerpo. En un cuerpo isótropo, Fourier demostró, sobre la base de principios físicos, que la temperatura T debe satisfacer la ecuación diferencial en derivadas parciales, llamada ecuación de calor en tres dimensiones: $\partial^2 T / \partial x^2 + \partial^2 T / \partial y^2 + \partial^2 T / \partial z^2 = k^2 \partial T / \partial t$, donde k^2 es una constante cuyo valor depende del material del cuerpo. Luego, considera problemas específicos de conducción de calor, en los que la integral de una ecuación con derivadas parciales se fija mediante condiciones de contorno, como en el caso representado por la ecuación diferencial de segundo orden $\partial^2 T / \partial x^2 + \partial^2 T / \partial y^2 = 0$, solución que debe cumplir las condiciones siguientes: a) para cualquier y , $T = 1$ para $x = 0$; b) para cualquier x , $T = 0$ para $y = \pm\pi/2$; c) $T = 0$ también para $x \rightarrow \infty$. Fourier comienza considerando T de la forma $F(x)f(y)$, de donde $F''(x) / F(x) + f''(y) / f(y) = 0$, que exige, por ser x y y independientes, $F''(x) / F(x) = -f''(y) / f(y)$ y constantes, por lo que una integral de la ecuación estará representada por una serie de términos de la forma $a_m e^{mx} \cos my$, siendo m y a_m constantes a determinar con las condiciones de contorno. Por la condición c) se tiene $m < 0$; por la condición b) m ha de ser impar, quedando la solución $T = a_1 e^{-x} \cos y + a_3 e^{-3x} \cos 3y + a_5 e^{-5x} \cos 5y + \dots$. Para satisfacer la condición a) se tiene que $a_1 \cos y + a_3 \cos 3y + a_5 \cos 5y + \dots = 1$, que es una “serie de Fourier”, cuyos coeficientes son, tras su cálculo: $a_1 = 4/\pi$, $a_3 = -4/3\pi$, $a_5 = 4/5\pi$,..., siendo por tanto la integral buscada de la ecuación diferencial dada: $T = 4/\pi [e^{-x} \cos y - (e^{-3x} \cos 3y)/3 + (e^{-5x} \cos 5y)/5 - \dots]$. Más tarde, con la teoría de las funciones analíticas, se encontró la solución: $T = 2/\pi \arctan(\cos y / \operatorname{sh} x)$. Para la barra cilíndrica cuyos extremos se mantienen a 0° de temperatura y cuya superficie lateral está aislada de tal manera que el calor no fluye a través de ella, como la barra supone únicamente un espacio de una dimensión, la ecuación de calor es $\partial^2 T / \partial x^2 = k^2 \partial T / \partial t$, sujeta a las condiciones de contorno $T(0,t) = 0$, $T(l,t) = 0$, para $t > 0$, y la condición inicial $T(x,0) = f(x)$ para $0 < x < l$. Fourier utilizó el método de separación de variables, considerando $T(x,t) = \Phi(x)\Psi(t)$, obteniendo por tanto que: $\Phi'(x)/k^2\Phi(x) = \Psi'(t)/\Psi(t) = -\lambda$, con λ constante. Como $\Phi(0) = 0$ y $\Phi(l) = 0$, la solución general es: $\Phi(x) = b \operatorname{sen}(\lambda^{1/2} kx + c)$. La condición $\Phi(0) = 0$ implica que $c = 0$, y la condición $\Phi(l) = 0$ impone una limitación sobre λ , a saber, que $\lambda^{1/2}$ debe ser múltiplo entero de π/kl . De ahí que haya un número infinito de valores admisibles λ_ν de λ , o bien $\lambda_\nu = (\nu\pi/kl)^2$, siendo ν entero (hoy se llaman a las λ_ν valores propios o característicos). De lo anterior, Fourier obtiene: $T_\nu(x,t) = b_\nu e^{-(\nu^2\pi^2/k^2l^2)t} \operatorname{sen} \nu\pi x/l$, donde b_ν denota la constante en lugar de b , y $\nu = 1, 2, 3, \dots$. Pero como la ecuación de calor es lineal, se tiene que una suma de soluciones es solución. De ahí que: $T_\nu(x,t) = \sum_{\nu=1,\infty} b_\nu e^{-(\nu^2\pi^2/k^2l^2)t} \operatorname{sen} \nu\pi x/l$. Para cumplir la condición inicial $T(x,0) = f(x)$ para $0 < x < l$, se debe tener para $t = 0$, que: $f(x) = \sum_{\nu=1,\infty} b_\nu \operatorname{sen} \nu\pi x/l$. Fourier se enfrentó a la cuestión ¿puede $f(x)$ representarse como una serie trigonométrica? Fourier insistió en que las funciones no necesitan ser representables por una expresión analítica, diciendo: “En general la función $f(x)$ representa una sucesión de valores u ordenadas, cada una de las cuales es arbitraria... No suponemos que estas ordenadas estén sujetas a una ley común; se suceden la una a la otra de cualquier manera, sea la que fuere”. De hecho, Fourier sólo trató funciones con un número finito de discontinuidades en cualquier intervalo finito. Por otro lado, hasta cierto grado, Fourier estaba apoyando la aseveración que una función debe ser representable por una expresión analítica, aunque esta expresión fuese una serie de Fourier. En cualquier caso, la obra de Fourier perturbó la creencia del siglo XVIII de que todas las funciones, en el peor de los casos, eran extensiones de funciones algebraicas. Fourier estudió sistemáticamente las series trigonométricas, desarrollando la teoría de las series que llevan su nombre. Demostró que mediante ellas pueden representarse funciones arbitrarias, planteando los primeros problemas en que la integral de una ecuación con derivadas parciales se fija mediante condiciones de contorno, como se ha visto en los ejemplos anteriores. La

serie de Fourier es: $y = a_0/2 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \dots + a_n \cos nx + \dots + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \dots + b_n \sin nx + \dots$, siendo: $a_0 = 1/\pi \int_{-\pi, \pi} f(x) dx$, $a_n = 1/\pi \int_{-\pi, \pi} f(x) \cos nx dx$, $b_n = 1/\pi \int_{-\pi, \pi} f(x) \sin nx dx$.

El punto débil de su estudio se encontraba en la convergencia de dichas series. En su artículo de 1811 y en su *Teoría analítica del calor*, Fourier dio una definición satisfactoria de la convergencia de una serie infinita, aunque en general trabajó libremente con series divergentes. En el libro describe la convergencia, dando a entender que conforme n se incrementa, la suma de n términos tiende a un valor fijo de manera cada vez más próxima y debiera diferir de él solamente por una cantidad que se haga menor que cualquier magnitud dada. Incluso reconoció que la convergencia de una serie de funciones puede obtenerse solamente en un intervalo de valores de x . También enfatizó que una condición necesaria para la convergencia es que los términos tiendan a cero. De todas formas, Fourier nunca proporcionó una prueba completa con respecto a que una función “arbitraria” se pudiera representar por una serie trigonométrica. En su libro proporciona algunos elementos sueltos, y en la discusión final de este punto ofrece un esbozo de prueba, aunque tampoco establece las condiciones que una función debe satisfacer para ser desarrollable en serie trigonométrica. Sin embargo, la convicción de Fourier de que esto era posible está expresada a lo largo de todo su libro. También dice que esta serie era convergente sin importar cómo pudiera ser $f(x)$, tanto si era posible o no asignar una expresión analítica a $f(x)$ y si la función sigue o no una ley regular. Fourier se apoyaba en que las construcciones geométricas obtenidas con sus series representaban una prueba de la validez de su teoría: “Nada nos ha parecido a nosotros más conveniente que las construcciones geométricas para demostrar la verdad de los nuevos resultados y para proporcionar claramente las formas que el análisis emplea para sus expresiones”. También defendía Fourier que las series trigonométricas pueden representar funciones que tienen diferentes expresiones analíticas en diferentes partes del intervalo $(0, \pi)$ o $(-\pi, \pi)$, tanto si las expresiones se unían o no continuamente. Su trabajo marcó la separación de las funciones analíticas o funciones desarrollables en series de Taylor. Por otra parte, es significativo que una serie de Fourier representa una función sobre un intervalo en su totalidad, mientras que una serie de Taylor representa una función únicamente en un entorno de un punto en el que la función es analítica, aunque en casos especiales el radio de convergencia puede ser infinito. Incluso si hay muchos puntos en los que no existe la derivada de la función (figura de la izquierda) o en los que la función no es continua (figura de la derecha), la función puede tener un desarrollo en serie de Fourier.



Los trabajos de Fourier demostraron que una función podía desarrollarse en una serie de funciones como las trigonométricas, las funciones de Bessel (Fourier estudió las funciones de Bessel para el caso de índice cero) o los polinomios de Legendre, así como también mostraron cómo se podía satisfacer la condición inicial impuesta sobre la solución de una ecuación diferencial en derivadas parciales, avanzando así en las técnicas de solución de dichas ecuaciones.

En su obra *Análisis de las ecuaciones determinadas* (póstuma, 1831), Fourier encontró de nuevo el procedimiento de Mouraille (quien lo había enunciado en 1768) para la resolución de ecuaciones por el método de aproximaciones, que perfeccionaba el método de Newton-Raphson, perfeccionamiento que de no seguirse se corre el riesgo de que las aproximaciones que ofrece el método resulten más groseras que aquéllas de las que se ha partido. También en dicha obra expuso su método aproximado de separación de las raíces reales, fundado en el teorema a veces llamado de Budan-Fourier, pues el médico francés Budan lo había enunciado sin demostración en 1807, época en la que ya Fourier lo enseñaba a sus alumnos de la École Polytechnique. En dicha obra Fourier empleó un método de división original. Por otra parte, Fourier realizó estudios estadísticos sobre la mortalidad en París.

Fraenkel, Adolf Abraham Halevi (1891-1965). Matemático y lógico israelí, de origen alemán. Nació en Múnich. Estudió en Múnich, Marburgo, Berlín y Breslau. De 1916 a 1925 fue profesor en la Universidad de Marburgo, de 1928 a 1929 en la de Kiel, y de 1929 a 1959 en la Universidad Hebrea de Jerusalén. Continuator de Zermelo, desarrolló la teoría axiomática de los conjuntos, mejorando la fundamentación de Zermelo, como también lo hizo Neumann (V. esta reseña). En el caso del sistema

Zermelo-Fraenkel, la esperanza de evitar las paradojas se basa en restringir los tipos de conjuntos que se admiten, siempre que los admitidos sean suficientes para las necesidades del análisis. La teoría de conjuntos así modificada, resulta adecuada para desarrollar todo el análisis clásico prácticamente, y evitar las paradojas de forma que, hasta hoy, nadie ha descubierto ninguna dentro de la teoría. Sin embargo, no se ha demostrado la consistencia de la teoría axiomática de conjuntos, por lo que Poincaré decía: “Hemos puesto una valla en torno al rebaño para protegerlo de los lobos, pero lo que no sabemos es si habrá quedado algún lobo dentro ya de la valla”.

Français, Jacques Frédéric (1775-1833). Militar y matemático francés. Nació en Saverne (Bas-Rhin). Estudió en la École Polytechnique en París (1797) y en la École de Génie (1798). Fue enviado por Napoleón a Egipto (1801). Tras participar en las batallas navales de Finisterre y Trafalgar, fue destinado a Estrasburgo (1807) bajo el mando de Malus, quien le animó en sus trabajos sobre geometría analítica. En 1811 fue nombrado profesor de arte militar en Metz. Entre 1807 y 1812 publicó diversos trabajos sobre geometría analítica, entre ellos uno con las fórmulas para el cambio de ejes coordenados de un sistema oblicuo a otro también oblicuo (1808) y varios sobre el problema de encontrar una esfera tangente a otras cuatro dadas, cuya solución publicó en 1812. También publicó un trabajo sobre la representación geométrica de los números complejos con aplicaciones interesantes (1813), basado en el previo trabajo de Argand.

Francesca, Piero della (Piero dei Franceschi) (h. 1420-1492). Pintor italiano. Probablemente nació en Sansepolcro (cerca de Arezzo, Florencia). Maestro de Pacioli. Escribió el primer tratado de perspectiva *De prospectiva pingendi* (1482, aunque no llegó a imprimirse hasta fines del siglo XIX) en el que los objetos se representaban la mayor parte de las veces en planta y alzado, donde aún en forma embrionaria aparecen las primeras nociones de la actual geometría descriptiva, aunque también se ocupa de representar sobre el plano del cuadro objetos tridimensionales tal como se ven desde el punto de vista dado. En su primera parte se exponen los principios generales, en la segunda la proyección de cuerpos regulares y en la tercera de cuerpos irregulares. Como apéndice a esta obra, escribió un tratado sobre los cuerpos regulares, *Libellus in tres partiales tractatus divisus quinque corporum regularum* (1487), en donde se contiene, además del cálculo de sus elementos, numerosos problemas planimétricos, en especial sobre división de figuras en partes iguales. Hace notar la “divina proporción” en que se cortan las diagonales de un pentágono regular. Entre otro tipo de problemas, se encuentra el del cálculo de una bóveda de claustro (volumen encerrado por dos cilindros circulares iguales cuyos ejes se cortan perpendicularmente), desconocedor de que Arquímedes había calculado dicho volumen en su *Método*, obra que no se había encontrado en aquel entonces. Resumiendo, Piero della Francesca fue el pintor matemático, el artista científico por excelencia y el mejor geómetra de su tiempo. Entre sus obras destacan: *El bautismo de Cristo* (1448-1450), los frescos de *La leyenda de la cruz* (1452-1460), *La flagelación de Cristo* (1455), la *Resurrección* (1463-1465), la *Natividad* (1470).

Francesco da Messina. V. Maurolico, Francesco.

Fréchet, René Maurice (1878-1973). Matemático francés. Nació en Maligny. Estudió en la École Normale Supérieure. Discípulo de Hadamard. Fue profesor de mecánica en la Universidad de Poitiers (1910-1919), de cálculo superior en la Universidad de Estrasburgo (1920-1927) y de cálculo de probabilidades, de matemáticas generales y de cálculo diferencial e integral en la Universidad de París (1928-1948). Miembro de la Académie des Sciences. Fréchet y Schmidt observaron simultáneamente en 1907 que el espacio de las funciones de cuadrado sumable (con la integral de Lebesgue) tiene una geometría completamente análoga a la del espacio de Hilbert de las sucesiones. En su tesis doctoral, *Sobre algunos puntos del cálculo funcional* (1906), Fréchet demostró que la teoría de funciones no podía evolucionar ya sin recurrir a una concepción muy general de la teoría de conjuntos, refiriéndose no a conjuntos de números, sino a conjuntos de elementos arbitrarios como curvas o puntos. Sobre estos conjuntos arbitrarios constituyó un “cálculo funcional” (un funcional –Fréchet lo llama operación funcional– es una correspondencia entre una clase C_1 de funciones y otra clase C_2 de números o de funciones) en el que una operación funcional queda definida sobre un conjunto E cuando a cada elemento A de E le corresponde un valor numérico determinado $U(A)$. Fréchet no estaba

interesado en un caso particular de conjunto E , sino en aquellos resultados conjuntistas que son independientes de la naturaleza de los elementos del conjunto.

En este cálculo funcional, Fréchet intentó unificar en términos abstractos las ideas contenidas en los trabajos de Cantor, Volterra, Arzelà, Hadamard y otros. A partir de sus investigaciones (1905), así como de las de Hilbert, los conceptos de conjunto abstracto y de espacio abstracto han desempeñado un papel fundamental en la investigación matemática. En sus investigaciones a partir de 1906 formuló definiciones generalizadas relativas a los conceptos de límite, derivada y continuidad en el cálculo usual, pero aplicables ahora al cálculo funcional, introduciendo una cantidad considerable de vocabulario nuevo como es el caso del concepto de completitud, Otro concepto básico introducido por Fréchet es el de la separabilidad: Un espacio se denomina separable si tiene un subconjunto numerable cuya adherencia (el conjunto más sus puntos límites) coincide con el espacio total. A partir de estas definiciones, Fréchet demostró una serie de teoremas sobre funcionales, y a continuación introdujo generalizaciones de conceptos aplicables a sucesiones y conjuntos de funcionales, tales como el de convergencia uniforme, convergencia cuasi-uniforme, compacidad y equicontinuidad. Estudiados los espacios generales, Fréchet definió otros espacios más especializados, como los espacios de entornos, redefinió los conceptos utilizados para espacios con puntos límites, y demostró teoremas análogos a los anteriores, pero a menudo con mejores resultados, debido a que los espacios eran más ricos en propiedades. Por último, Fréchet introdujo los espacios métricos, en los que está definida una función que juega el papel de la distancia (Fréchet la llamó “écart”) para cada par de puntos del espacio. Fréchet demostró para ellos un cierto número de teoremas sobre sus funcionales, de una manera muy parecida a los casos de los espacios más generales. Dio algunos ejemplos de espacios de funciones. Un ejemplo es el conjunto de todas las funciones reales de una variable real, continuas sobre un intervalo I , con el “écart” entre dos funciones cualesquiera f y g definido de la forma $\max |f(x) - g(x)|$, estando x contenido en I (a este “écart” se le llama hoy “norma del máximo”). Otro ejemplo es el del conjunto de todas las sucesiones de números reales: Si $x = (x_1, x_2, \dots)$ e $y = (y_1, y_2, \dots)$ son dos de estas sucesiones, el “écart” entre x e y se define como $(x, y) = \sum_{p=1, \infty} |x_p - y_p| / p! (1 + |x_p - y_p|)$, obteniéndose de esta forma, en este caso, un espacio de dimensión infinita numerable. Usando estos espacios, Fréchet dio una definición general de continuidad, diferencial y diferenciabilidad de un funcional. Escribió *Espacios abstractos* (1928), *Investigaciones teóricas modernas sobre la teoría de probabilidades* (1937-1938), *Probabilidades asociadas a un sistema de sucesos compatibles y dependientes* (1939-1943), *Páginas escogidas de análisis general* (1953), *Matemáticas y el concreto* (1955).

Fredholm, Eric Ivar (1866-1927). Matemático sueco. Nació en Estocolmo. Estudió en la Universidad de Uppsala (1886-1887) y en la de Estocolmo (1888-1893). Se doctoró en la Universidad de Uppsala en 1898. Trabajó como actuario hasta 1906, cuando fue nombrado profesor de física teórica en la Universidad de Estocolmo. En su trabajo *Sobre un nuevo método de resolución del problema de Dirichlet* (1900), hizo una amplia exposición de las “ecuaciones integrales” y de las “integro-diferenciales”. Aplicó aquéllas a la resolución del problema de Dirichlet sobre la búsqueda de los valores de una función armónica en un dominio, dados los valores en su límite. Fredholm recogió la observación de Volterra de que una ecuación integral del tipo $f(x) = \int_{a,s} K(x,s) \Phi(x) dx$, venía a ser una forma límite de un sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas, cuando n tiende a infinito, y la utilizó para resolver ecuaciones integrales de la forma $f(x) = \Phi(s) + \int_{a,b} K(s,t) \Phi(t) dt$, o bien $u(x) = f(x) + \lambda \int_{a,b} K(x,\xi) u(\xi) d\xi$, encontrando la solución: $u(x,\lambda) = f(x) + \int_{a,b} D(x,y,\lambda) / D(\lambda) f(y) dy$, donde la función $D(x,y,\lambda)$ es el primer menor del núcleo K , llamando a los ceros de la función analítica entera $D(\lambda)$ las raíces de $K(x,y)$. Comprobado que la solución era correcta, Fredholm enunció el siguiente resultado: Si λ no es una de las raíces de K , es decir, si $D(\lambda) \neq 0$, entonces la ecuación integral $u(x)$ tiene una y sólo una solución (continua), a saber $u(x,\lambda)$. Por otra parte, si λ es una raíz de $K(x,y)$, entonces $u(x)$ o bien no tiene ninguna solución continua o tiene infinitas. Fredholm obtuvo además otros resultados acerca de la relación entre la ecuación homogénea $u(x) = \lambda \int_{a,b} K(x,\xi) u(\xi) d\xi$ y la no homogénea $u(x) = f(x) + \lambda \int_{a,b} K(x,\xi) u(\xi) d\xi$. Es casi evidente a partir de $u(x,\lambda)$ que cuando λ no sea raíz de K la única solución continua de la ecuación homogénea es $u = 0$. Por tanto, Fredholm se dedicó a estudiar el caso en que λ es raíz de K . Sea $\lambda = \lambda_l$ dicha raíz. Entonces la ecuación homogénea tiene las infinitas soluciones $c_1 u_1(x) + c_2 u_2(x) + \dots + c_n u_n(x)$, donde las c_i son constantes arbitrarias, las u_n (llamadas soluciones principales) son linealmente independientes, y n_i depende de λ_i . El número n

recibe el nombre de índice de λ_i (que no es la multiplicidad de λ_i como cero de $D(\lambda)$). Fredholm pudo calcular el índice de cualquier raíz λ_i y demostrar que el índice nunca puede exceder de la multiplicidad (que siempre es finita). Las raíces de $D(\lambda)=0$ reciben el nombre de valores característicos de $K(x,y)$ y al conjunto de las raíces se le llama su espectro. Las soluciones de $u(x)$ correspondientes a los valores característicos reciben el nombre de autofunciones o funciones características. Seguidamente, Fredholm estableció el teorema de la alternativa que lleva su nombre. En el caso en que λ sea un valor característico de K , no sólo la ecuación integral $u(x)$ tiene n soluciones independientes, sino que la ecuación asociada o adjunta, que tiene el núcleo traspuesto, es decir $u(x) = \lambda \int_{a,b} K(\xi,x)u(\xi) d\xi$, también tiene n soluciones $\psi_1(x), \psi_2(x), \dots, \psi_n(x)$ para el mismo valor característico, y entonces la ecuación no homogénea $u(x) = f(x) + \lambda \int_{a,b} K(x,\xi) u(\xi) d\xi$, es soluble si, y sólo si, $\int_{a,b} f(x)\psi(x) dx = 0$, para $i = 1, 2, \dots, n$. Estos resultados tienen un paralelismo estrecho con la teoría de sistemas de ecuaciones lineales, homogéneos y no homogéneos.

Freedmann, Michael Hartley (n. 1951). Matemático estadounidense. Nació en Los Ángeles. Estudió en las Universidades de California, Berkeley, y Princeton. Enseñó en California, Berkeley, en Princeton, en California, San Diego y en California, Santa Bárbara. Investigó en el desarrollo de métodos topológicos. En 1982, Freedmann demostró la conjetura generalizada de Poincaré para dimensión cuatro, cuyo enunciado es: Sea Σ^n una variedad cerrada de dimensión n con el mismo tipo de homotopía que la esfera S^n . Si $n \neq 3$ entonces Σ^n es homeomorfa a la esfera S^n (V. Whitney, Zeeman, Hamilton, Newman, Perelmán, Huaidong, Xiping y Yau). También clasificó todas las variedades cerradas de dimensión cuatro con grupo fundamental trivial. Fue galardonado con la medalla Fields (1986).

Freeth, T. J. (1819-1904). Matemático inglés. Estudió diversas curvas como la nefroide que lleva su nombre y describió varias estrofoides, incluida la estrofoide de una trisectriz (1879).

Frege, Friedrich Ludwig Gottlob (1848-1925). Lógico y matemático alemán. Nació en Wismar (Mecklemburgo-Pomerania Anterior). Estudió en las universidades de Jena (1869-1871) y Gotinga (1871-1873), donde estudió matemáticas, física, química y filosofía. Doctor en filosofía (1873) por esta última universidad. Enseñó matemáticas en la Universidad de Jena (1879-1917), donde pasó toda su vida profesional. En su obra *Cálculo de conceptos* (1879) expuso en forma precisa y minuciosa conceptos cuya importancia se pondría de manifiesto más tarde, tanto en lógica como en matemáticas. Basándose en la idea de Cantor de que dos conjuntos infinitos tenían la misma “potencia” si los elementos de los dos conjuntos se podían poner en correspondencia biunívoca, definió la igualdad de los números naturales como un caso muy particular de potencias o cardinales: Dos conjuntos finitos tienen el mismo número cardinal, es decir, que son equivalentes, si los elementos de uno cualquiera de ellos se pueden poner en correspondencia biunívoca con los elementos del otro. Si se parte de un conjunto finito concreto, y se forma la extensa clase de todos los conjuntos cuyos elementos se pueden poner en correspondencia biunívoca con los elementos del conjunto inicial, esta clase de todos estos conjuntos constituirá un número cardinal (de una manera general, la definición de Frege de número cardinal de un conjunto dado, finito o infinito, lo identifica con la clase de todos los conjuntos que son semejantes al conjunto dado). Esta definición apareció en su obra *Fundamentos de la aritmética* (1884), deduciendo de dicha definición las propiedades de los números naturales que se estudian en aritmética elemental. Durante los veinte años siguientes, Frege extendió y generalizó sus ideas, publicando su obra más importante, *Leyes básicas de la aritmética* (dos volúmenes, 1893-1903), donde abordó la tarea de deducir los conceptos de la aritmética de los de la lógica formal. Sus ideas, en parte por el complicado e inusitado simbolismo empleado, en parte por la excesiva novedad de sus planteamientos o por la forma filosófica en que las presentaba, no ejercieron mayor influencia en su tiempo, y sólo se difundieron en el siglo XX, especialmente por obra de Russell, cuando la fundamentación de la matemática se convirtió en una de las metas más importantes de los matemáticos. En el momento en el que el segundo volumen de sus *Leyes básicas* estaba en prensa, recibió Frege una carta de Russell en la que le informaba de las paradojas de la teoría de conjuntos. Al final de dicho volumen escribe Frege: “Difícilmente puede ocurrirle a un científico algo menos deseable que ver tambalearse los fundamentos de su obra recién terminada. Me he visto en esta posición por una carta de Mr. Bertrand Russell cuando esta obra estaba casi terminada de imprimir”.

Hacia el final de su vida, Russell dijo: “Cuando pienso en actos de gracia e integridad, me doy cuenta que no conozco ninguno comparable con la dedicación de Frege a la verdad. Estaba Frege dando cima a la obra de toda su vida, la mayor parte de su trabajo había sido ignorado en beneficio de hombres infinitamente menos competentes que él, su segundo volumen estaba a punto de ser publicado, y, al darse cuenta de que su supuesto fundamental era erróneo, reaccionó con placer intelectual, reprimiendo todo sentimiento de decepción personal. Era algo casi sobrehumano y un índice de aquello de lo que los hombres son capaces cuando están dedicados al trabajo creador y al conocimiento, y no al crudo afán de dominar y hacerse famosos”.

Frégier, Henri A. (n. 1789). Matemático francés. Demostró su teorema (1814) consistente en que si se hace girar un ángulo recto alrededor de un punto P de una cónica, las rectas que unen los otros dos puntos de intersección de los dos lados del ángulo con la cónica, pasan por un punto fijo (punto de Frégier) situado sobre la normal a la cónica trazada por dicho punto P . Este teorema facilita la construcción de la normal en un punto de la cónica.

Frénet, Frédéric-Jean (1816-1900). Matemático, astrónomo y meteorólogo francés. Nació en Périgueux. En su tesis doctoral expuso por primera vez (1847) las fórmulas para la diferenciación de los cosenos directores de la tangente, normal principal y binormal y de sus derivadas respecto al arco. Muchas veces estas fórmulas se llaman de Serret-Frénet.

Fresnel, Augustin Jean (1788-1827). Ingeniero, físico y matemático francés. Nació en Broglie. Sirvió como ingeniero en diversos departamentos franceses. Elaboró su teoría sobre la superficie de ondas (de cuarto orden), definiendo el éter como sustentador de dichas ondas. Ante las dificultades existentes en esta teoría, Fresnel dijo que “la naturaleza no se ve desconcertada por las dificultades del análisis”. Estudió los fenómenos de interferencia y difracción de la luz, aplicando en éstos la espiral de Cornu. Estudió por primera vez la proyección estereográfica del elipsoide de revolución. Las integrales $\int_0, \infty \sin x^2 dx$, $\int_0, \infty \cos x^2 dx$, llevan el nombre de Fresnel (V. Euler).

Freudenthal, Hans (1905-1990). Matemático holandés. Nació en Luckenwalde (Alemania). Estudió en la Universidad de Berlín. Enseñó en la Universidad de Utrecht. En topología algebraica, se dice que un fenómeno es estable si sucede de la misma forma en cualquier dimensión o en cualquier dimensión suficientemente amplia. Freudenthal proporcionó un ejemplo del teorema de suspensión expresándolo en términos de un isomorfismo, que viene dado por la construcción geométrica de la suspensión. La suspensión SX de X es la unión de dos conos con la base X común, para lo que existen ejemplos sencillos, como $SS^n = S^{n+1}$. En relación con la calidad de la investigación matemática en general, Freudenthal y Kilpatrick coinciden en que deben cumplirse los siguientes tres parámetros: interés de lo estudiado, rigor de la investigación y su validez.

Frey, Gerhard (n. 1944). Matemático alemán. Estudió en las Universidades de Tubinga y Heidelberg. Enseñó en las Universidades de Heidelberg, Erlangen, Saarbrücken y Duisburg-Essen, donde ocupa la cátedra de teoría de números. A mediados de la década de 1980, Frey predijo y Ribet demostró que cualquier solución entera de la ecuación de Fermat para $n > 5$ daría lugar a una curva elíptica del tipo $y^2 = x^3 + Ax^2 + Bx + C$, sin la propiedad de ser modular. Más concretamente, Frey sugirió que si se pudieran encontrar tres números a, b, c tales que $a^n + b^n = c^n$ con $n > 5$, la curva $y^2 = x(x - a^n)(x + b^n)$ no sería modular, lo que demostró Ribet (1986).

Frézier, Amédée François (1682-1773). Matemático francés. Su obra *Tratado de estereotomía al uso de la arquitectura* (1737), no obstante su finalidad práctica (resolución de problemas de corte de piedras), estudia en forma científica las curvas situadas sobre las superficies, como las cuárticas cíclicas alabeadas de primera especie, y los métodos para representar los sólidos y sus curvas sobre un plano.

Fricke, Karl Emmanuel Robert (1861-1930). Matemático alemán. Nació en Helmstedt. Profesor en Braunschweig. Trabajó en teoría de funciones, especialmente en las elípticas, modulares y automorfas.

Escribió *Geometría analítica*, y junto con F. Klein, *Lecciones sobre la teoría de las funciones automorfias* (1897).

Friedman, William Frederick (1891-1969), nacido en Kishinev (Rusia, hoy Moldavia) y **Friedman, Elizebeth Smith** (1892-1980), nacida Elizebeth Smith, en Huntington (Indiana, Estados Unidos). Criptólogos. Emigrado a Estados Unidos siendo niño, William estudió genética en la Universidad de Cornell. Elizabeth estudió inglés en Hillsdale (Michigan). Ambos estaban dedicados a descifrar códigos para diferentes departamentos del gobierno. Casados en 1917, tras la primera guerra mundial se trasladaron a Washington (1921). Durante la segunda guerra mundial, William trabajó en el Departamento de la Guerra, especialmente en el Servicio de Inteligencia. Terminada la guerra, siguió trabajando para el gobierno en la Agencia Nacional de Seguridad, y ella en el Fondo Monetario Internacional. William escribió *Índice de coincidencia y sus aplicaciones en criptografía* (1922). Juntos escribieron *Las claves de Shakespeare examinadas* (1957), donde negaron que Francis Bacon pudiera ser el autor de las obras de Shakespeare.

Friedmann, Aleksandr Aleksandrovich (1888-1925). Matemático y físico ruso. Nació en San Petersburgo. Se graduó en la Universidad de San Petersburgo (1910). Durante la primera guerra mundial trabajó en el Observatorio Aerológico Pavlovsk. Tras la guerra, enseñó en la Universidad de Perm (1918-1920) y luego en diferentes instituciones. Fue el primero en formular las matemáticas de un modelo del universo en el que la densidad media es constante y del que se conocen todos los parámetros excepto el factor de expansión o radio de curvatura. También fue uno de los primeros científicos en enunciar la teoría del “big bang”. Fue también, uno de los fundadores de la meteorología dinámica.

Friedrichs, Kurt Otto (1901-1982). Matemático alemán, nacionalizado estadounidense. Nació en Kiel. Estudió en la Universidad de Gotinga, donde estableció una gran amistad con Courant. Enseñó en Braunschweig. Emigró (1937) a Estados Unidos. En 1936, la Universidad de Nueva York había contratado de forma permanente a Richard Courant, poniéndole al frente de un “Centro de Matemáticas para Graduados” con un mínimo presupuesto. Courant contrató (1938) a dos matemáticos que constituían su completa dotación: K. O. Friedrichs y J. J. Stoker. Friedrichs realizó importantes investigaciones en diversos campos, como ecuaciones en derivadas parciales, métodos numéricos, operadores diferenciales en el espacio de Hilbert, teoría cuántica de campos, etc.

Frisius, Regnier Gemma (1508-1555). Matemático, físico y astrónomo flamenco. Nació en Dokkum (Frisia, Holanda). Huérfano, de familia indigente, creció en un orfanato. Con ayuda de una beca concedida por la institución Lily College, estudió medicina en la Universidad de Lovaina (1526). Tras terminar medicina continuó estudiando astronomía y matemáticas, obteniendo una plaza para enseñar esas disciplinas en la citada Universidad. Publicó (1533) una *Cosmografía* donde iniciaba los métodos de triangulación, abriendo un nuevo campo para la trigonometría. También publicó una aritmética (1540) en latín que alcanzó más de 60 ediciones en 16 años. Ayudó a Mercator en la construcción de un globo terráqueo (1535-1536) y otro celeste, ambos bajo el amparo del emperador Carlos V.

Frobenius, Georg Ferdinand (1849-1917). Matemático alemán. Nació en Berlín. Fue profesor asistente de matemáticas en la Universidad de Berlín (1874) y profesor de matemáticas en el Instituto Federal Politécnico de Zúrich (1875-1891). Desde 1892 fue profesor de matemáticas en la Universidad de Berlín. Trabajó en álgebra superior, teoría de funciones, teoría de grupos y teoría de números. Demostró que los cuaternios de Hamilton son el único ejemplo de cuerpo no conmutativo en el campo real. En 1878 demostró que las únicas álgebras lineales asociativas con coeficientes reales (de las unidades primarias), con un número finito de unidades primarias, un elemento unidad para la multiplicación, y obedeciendo las leyes del producto, son las de los números reales, los números complejos y los cuaternios reales. Aplicó la teoría de los determinantes a la geometría. En relación con la ecuación característica de una matriz, estableció que el polinomio mínimo (de menor grado) que satisface la matriz es el formado a partir de los factores del polinomio característico y que es único. En 1879 introdujo la noción de rango de una matriz, aunque en relación con los determinantes. Definió

que una matriz es ortogonal si es igual a la inversa de la traspuesta. También demostró que si S es una matriz simétrica y T una matriz antisimétrica, una matriz ortogonal es $(S - T)(S + T)$.

En relación con la serie de potencias, Frobenius demostró (1880) que si la serie $\sum a_n x^n$ tiene el siguiente intervalo de convergencia $-1 < x < 1$, y si $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, entonces se tiene que: $\lim_{x \rightarrow 1} \sum_{n=0, \infty} a_n x^n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_0 + s_1 + \dots + s_n)/(n + 1)$, cuando existe el límite de la derecha. Así, la serie de potencias, normalmente divergente para $x = 1$, puede tener una suma; además, si $f(x)$ es la función representada por la serie, la definición de Frobenius del valor de la serie para $x = 1$ coincide con $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. En relación con la sumabilidad de las series divergentes, Frobenius dio la siguiente definición: Si $\sum a_n$ es divergente y s_n tiene el significado citado anteriormente, siendo $S_n = (s_0 + s_1 + \dots + s_n)/(n + 1)$, entonces se puede tomar como suma $\sum_{n=0, \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$, si este límite existe. Por ejemplo, para la serie $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$, las S_n toman los valores $1, 1/2, 2/3, 2/4, 3/5, 1/2, 4/7, 1/2, \dots$ de manera que $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1/2$. Si a_n converge, entonces la “suma” de Frobenius da la suma usual.

En relación con la teoría de grupos, Frobenius en un artículo conjunto con Stickelberger (1879), dan el importante paso de reconocer que el concepto abstracto de grupo incluye las congruencias y la composición de formas de Gauss, así como los grupos de sustituciones de Galois, y mencionan la existencia de grupos de orden infinito. En el estudio de las representaciones de grupos es importante el concepto de la función carácter del grupo, que en 1897 Frobenius definió como la traza (o suma de los elementos de la diagonal principal) de las matrices de una representación irreducible del grupo. Posteriormente aplicó el mismo concepto a grupos infinitos. En 1905, Frobenius demostró el teorema de Sylow para grupos abstractos finitos: Todo grupo finito cuyo orden, es decir, su número de elementos, sea divisible por la potencia n de un primo p , contiene siempre un subgrupo de orden p^n .

Con independencia de los resultados generales sobre los tipos de integrales que pueden tener clases especiales de ecuaciones diferenciales, Frobenius dio (1874) una aproximación con series a las soluciones en el punto $z = a$ donde la ecuación tiene un punto singular regular. Si el origen es el punto, entonces la ecuación tiene la forma: $z^n d^n w/dz^n + z^{n-1} P_1(z) d^{n-1} w/dz^{n-1} + \dots + z P_{n-1}(z) dw/dz + P_n(z) w = 0$, en la que $P_i(z)$ son analíticas en y alrededor de $z = 0$. En este caso se puede obtener las n soluciones fundamentales en la forma de series cerca de $z = 0$ y demostrar que la serie converge para algún rango de valores de z . Las series son de la forma $w = \sum_{v=0, \infty} c_v z^{\rho+v}$, siendo ρ y c_v determinables para cada solución.

Frolík, Zdenk (1933-1989). Matemático checo. Especialista en topología. Publicó *Espacios topológicamente completos* (1960). Ante la exposición que Erdős había realizado en la Universidad Carolingia de Praga en 1987, Frolík comentó: “Este Erdős es fantástico: sólo habla sobre teorías que él mismo ha creado”.

Frontera, G. (h. 1854). Publicó junto con H. Sonnet, *Elementos de geometría analítica* (1854).

Fubini, Guido (1879-1943). Matemático italiano. Contribuyó en la geometría diferencial de distintos grupos de transformaciones. En 1907, en relación con la teoría de las integrales múltiples, demostró que si $f(x,y)$ es sumable sobre el conjunto medible G , entonces se tienen los tres asertos siguientes: a) $f(x,y)$ como función de x y como función de y , es sumable para casi todo y y para casi todo x , respectivamente; b) el conjunto de los puntos (x_0, y_0) para los que o bien $f(x, y_0)$ o bien $f(x_0, y)$ no es sumable, tiene medida cero; c) $\iint_G f(x,y) dG = \int dy (\int f(x,y) dx) = \int dx (\int f(x,y) dy)$, donde las integrales exteriores están tomadas sobre los conjuntos de puntos y (respectivamente x) para los que $f(x,y)$ como función de x (respectivamente, como función de y) son sumables.

Fuchs, Immanuel Lazarus (1833-1902). Matemático alemán. Discípulo de Weierstrass y su sucesor en la Universidad de Berlín. En el campo de las ecuaciones diferenciales, creó la teoría de las ecuaciones lineales fundada en las funciones analíticas. En un artículo de 1866 escribió: “En la situación actual de la ciencia el problema de la teoría de las ecuaciones diferenciales no es tanto reducir una ecuación dada a cuadraturas, como deducir a partir de la misma ecuación el comportamiento de sus integrales en todos los puntos del plano, esto es, para todos los valores de la variable compleja”. En 1866, Fuchs publicó su trabajo principal sobre ecuaciones diferenciales ordinarias. Empieza con la ecuación diferencial lineal de orden n cuyos coeficientes son funciones

racionales de x . Mediante un examen cuidadoso de la convergencia de las series que satisfacen formalmente la ecuación, encuentra que los puntos singulares de la ecuación son fijos, esto es, independientes de las constantes de integración y pueden ser encontrados antes de integrar, ya que son los polos de los coeficientes de la ecuación diferencial. Luego, demuestra que un sistema fundamental de soluciones sufre una transformación lineal con coeficientes constantes cuando la variable independiente z describe un circuito encerrando un punto singular. De este comportamiento de las soluciones deriva expresiones válidas para ellas en una región circular que encierra aquel punto y que se extiende al punto singular siguiente. Establece la existencia de sistemas de n funciones uniformes, finitas y continuas con excepción de los entornos de ciertos puntos y sometidas a sustituciones lineales con coeficientes constantes cuando la variable z describe circuitos cerrados alrededor de estos puntos. Luego, Fuchs considera qué propiedades debe tener una ecuación diferencial como la siguiente: $y^{(n)} + p_1(z)y^{(n-1)} + \dots + p_n(z)y = 0$, en función de que sus soluciones en un punto singular $z = a$ tengan la forma $(z - a)^s [\Phi_0 + \Phi_1 \ln(z - a) + \dots + \Phi_i \ln^i(z - a)]$, donde s es algún número (que más adelante puede ser especificado) y las Φ_i pueden ser funciones univalentes en un entorno de $z = a$ que pueden tener polos de orden finito, y obtiene que una condición necesaria y suficiente es que $p_i(z) = (z - a)^r P_i(z)$, donde $P_i(z)$ es analítica cerca de $z = a$. Así, $p_1(z)$ tiene un polo de orden l , y así sucesivamente. Llama a tal punto a , punto de determinación, hoy llamado punto singular regular. Cuando la ecuación diferencial anterior tiene en el peor de los casos puntos singulares regulares en el plano complejo extendido (incluyendo el punto del infinito), se denomina de tipo fuchsiano, y en este caso las $p_i(z)$ deben ser funciones racionales de z . Por ejemplo, la ecuación hipergeométrica tiene puntos singulares regulares en $z = 0, 1$ y ∞ . A partir de las importantes investigaciones de Fuchs, los matemáticos han tenido éxito al extender la clase de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales que pueden ser integradas explícitamente, pues anteriormente únicamente podían integrarse las ecuaciones lineales de orden n con coeficientes constantes y la ecuación de Legendre (ésta, mediante la transformación $ax + b = e^t$). Las ecuaciones diferenciales lineales estudiadas por Fuchs poseen la propiedad de que sus puntos singulares están fijos y, de hecho, están determinados por los coeficientes de las ecuaciones diferenciales. En el caso de ecuaciones no lineales, los puntos singulares pueden variar con las condiciones iniciales y son llamados puntos singulares móviles (este fenómeno lo descubrió Fuchs en 1884). Así, la ecuación $y' + y^2 = 0$, tiene la solución general $y = 1/(x - c)$, donde c es arbitraria. La localización de la singularidad en la solución depende del valor de c . El estudio de los puntos singulares móviles, así como de las ecuaciones de segundo orden no lineales, fue abordado por muchos matemáticos, en especial por Paul Painlevé.

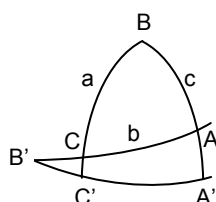
Fuhrmann, Wilhelm (1833-1904). Matemático alemán. Profesor en el Gymnasium de Königsberg. Profundizó en la geometría del triángulo (1888), exponiendo, entre otras demostraciones, las propiedades del llamado por él, “triángulo reflejado” (triángulo de Fuhrmann).

Furstenberg, Hillel (Harry) (n. 1935). Matemático israelí. Nació en Berlín. Emigrado a Estados Unidos, estudió en la Universidad Yeshiva y en Princeton. Profesor en la Universidad de Minnesota y en la de Jerusalén. Algunos de los problemas estudiados por Erdős, están relacionados con la densidad de conjuntos de números, en especial sobre el teorema de Van der Waerden (1936). Roth, Szemerédi, Furstenberg y Gowers llevaron a cabo importantes resultados en relación con el citado teorema. Por otra parte, Furstenberg había presentado una innovadora prueba topológica de la infinitud de los números primos.

Fuss, Nicolaus von (1755-1826). Matemático suizo. Nació en Basilea. Fue ayudante de Euler en San Petersburgo desde 1773, falleciendo en dicha ciudad, siendo secretario permanente, desde 1800, de su Academia de Ciencias. Estudió la geometría de la esfera, analizando en especial sus círculos menores y las cónicas esféricas (1788). Estudió el problema de construir un polígono de n lados inscrito en una circunferencia y circunscrito a otra, para $n = 4, 5, 6, 7$ y 8 lados (1794). Publicó *Elogio de Leonhard Euler* (1786).

G

Gabir ibn Aflah (Jabir b. Aflah, o también el Geber de los latinos) (1100-1150). Matemático y astrónomo hispanoárabe nacido en Sevilla. El nombre Gabir se transformó en Geber, de donde equivocadamente se supuso que procedía la palabra álgebra, atribuyéndole el invento y denominación de esta rama de las matemáticas. Escribió una *Astronomía* en nueve libros. El primero contiene una trigonometría en la que aparece alguna proposición nueva, como un quinto teorema (llamado “teorema de Geber”) sobre triángulos esféricos rectángulos. Con este teorema sustituyó la “regla de las seis cantidades” por su “regla de las cuatro cantidades”. Para ello parte de los triángulos esféricos $AA'B'$ y $CC'B'$ rectángulos en A' y C' (V. dibujo), cuyos lados AA' y CC' se cortan en B , polo de $B'C'A'$. Aplicando el teorema del seno se tiene que:



$sen AA':sen B'=sen A'B':sen A=sen AB':sen A'(=1)$, $sen CC':sen B'=sen CC':sen B'=sen B'C':sen C'(=1)$, de donde eliminando $sen B'$ se tiene la regla de las cuatro cantidades: $sen AA':sen CC' = sen AB':sen B'C$. Siendo B el polo de $A'B'C'$, supuesto que también el ángulo A es recto, se tiene otro triángulo rectángulo ABC de hipotenusa a . Si la regla de las cuatro cantidades se aplica a los triángulos ABC y $A'BC'$ se obtienen las siguientes fórmulas: $sen b = sen a sen B$, ya conocida, pero que aplicada a $B'CC'$ rectángulo en C' se llega a $sen B'C' = cos A'C' = sen C sen B'C$, o sea, $cos B = sen C cos b$, fórmula de los triángulos esféricos aún no conocida entonces.

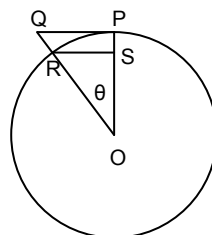
Galán Ruiz, Gabriel (1869-1938). Matemático español. Nació en Chinchón (Madrid). Miembro de la Sociedad Matemática Española. Catedrático de las Universidades de Zaragoza y Oviedo. Colaboró en la revista *El progreso matemático*, donde escribió artículos como *Estudio del triángulo infinitesimal* (1892), Escribió también para la *Revista de la Sociedad Matemática Española* artículos como *Algunos conceptos matemáticos aplicados a la Estadística*, *Interés compuesto*, ambos en 1911, y *Un ábaco para el cálculo de las horas de orto y ocaso de todos los astros* (1908).

Galerkin, Boris Grigoryevich (1871-1945). Matemático e ingeniero soviético. Nació en Minsk (hoy, Bielorrusia). Estudió en la Universidad de San Petersburgo, donde enseñó. Galerkin propuso un método de solución aproximada de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, cuando éstas son de la forma: $\sum\sum\sum A_{ijk}\partial^4 U/\partial x_i\partial x_j\partial x_k\partial x_l + \sum\sum B_{ijk}\partial^3 U/\partial x_i\partial x_j\partial x_k + \sum C_{ij}\partial^2 U/\partial x_i\partial x_j + \sum D_i\partial U/\partial x_i + EU + \lambda U = 0$, que contiene un parámetro desconocido λ , y donde los índices i, j, k, l toman independientemente los valores 1, 2 y 3. Este método es aconsejable para ecuaciones de cuarto orden, aunque es aplicable a otros órdenes y tipos.

Galilei, Galileo (1564-1642). Astrónomo, físico y matemático italiano. Nació en Pisa en la familia de un comerciante de tejidos. Ingresó en la Universidad de Pisa para estudiar medicina, mientras privadamente un ingeniero le enseñaba matemáticas. A los diecisiete años cambió de la medicina a las matemáticas, por su interés por las obras de Euclides y Arquímedes. Después de casi ocho años de estudio solicitó una plaza para enseñar en la Universidad de Bolonia, pero fue rechazado por no tener méritos suficientes. Consiguió una plaza de profesor de matemáticas en Pisa (1589-1592), donde comenzó a atacar a la ciencia aristotélica, y no dudó en expresar sus puntos de vista: sus críticas le enemistaron con sus colegas. Comenzó a escribir trabajos matemáticos que suscitaban celos en los menos competentes. No estando a gusto, se marchó a Padua como profesor de matemáticas en su

Universidad (1592-1610). Enseñó astronomía a estudiantes de medicina por el interés de éstos por la astrología. Allí escribió un libro corto, *Mecánica* (1604). Galileo llamó generosamente sus maestros a los Maurolico, Benedetti, Baldi, del Monte, que aunque no aportaron contribuciones innovadoras o revolucionarias en la formulación o resolución de problemas matemáticos o físicos, en algunos aspectos, le prepararon el camino. Su interés por las técnicas de cálculo le llevó a construir y comercializar (1597) un aparato para la práctica del cálculo, conocido como compás proporcional o compás geométrico y militar. En un folleto titulado *Operaciones del compás geométrico y militar* (1606), Galileo explicaba la utilización de dicho compás que, sin pluma ni papel ni ábaco, facilitaba la rápida realización de cálculos, y que aunque su teoría era elemental y su exactitud muy limitada, le reportó pingües beneficios. Tras 18 años en Padua, fue invitado a Florencia por Cósimo II de Médicis, quien le nombró “Matemático principal” de su corte, le dio casa y un salario considerable, y le protegió de los jesuitas, quienes dominaban el papado y ya le habían amenazado por defender la teoría heliocéntrica de Copérnico. Fue profesor de matemáticas en la Academia de Florencia. Agradecido por el mecenazgo de Médicis, Galileo llamó a los satélites de Júpiter, que había descubierto durante su primer año en Florencia, las estrellas Mediceas. En Florencia, Galileo tuvo la tranquilidad suficiente para proseguir sus estudios y para escribir. Su defensa de la teoría de Copérnico hizo que la Inquisición le llamara a Roma (1616), donde sus enseñanzas al respecto fueron condenadas, teniendo que prometer que no publicaría nada más sobre el tema. No es sorprendente que, al principio, sólo matemáticos apoyaran la teoría heliocéntrica. Únicamente un matemático que estuviera convencido de que el universo estaba trazado matemáticamente, habría tenido la fortaleza mental para desdeñar las creencias filosóficas, religiosas y físicas que entonces prevalecían. Hasta que Galileo enfocó su telescopio hacia el firmamento, la evidencia astronómica no apoyó al razonamiento matemático. Las observaciones de Galileo, realizadas a principios del siglo XVII, revelaron cuatro lunas en torno a Júpiter, mostrando que los planetas podían tener lunas. Por tanto, se deducía que la Tierra podría no ser más que un planeta, precisamente por tener una luna. Galileo también observó que la Luna tenía una superficie rugosa y montañas y valles como la Tierra. En consecuencia, era también posible que la Tierra fuera sólo un cuerpo celeste más, y no necesariamente el centro del universo. En 1630, el papa Urbano VIII le dio permiso para publicar siempre que hiciera un libro matemático y no doctrinal. En 1632 publicó *Los dos sistemas principales del mundo*, en el que se establece un diálogo sobre las dos concepciones del universo, la ptolemaica y la copernicana, sostenido entre tres amigos: Salviati (un intelectual bien formado científicamente), Sagredo (un inteligente profano en la materia) y Simplicio (un obtuso aristotélico).

Este tratado, donde quedaba clara la preferencia de su autor sobre la concepción copernicana, le significó a Galileo una nueva llamada (1633) de la Inquisición romana y, bajo la amenaza de tortura, le obligaron a retractarse de su defensa de la teoría heliocéntrica, prohibiéndole publicar y exigiéndole que viviera prácticamente bajo arresto domiciliario. En esta obra aparece una de las contribuciones más importantes de

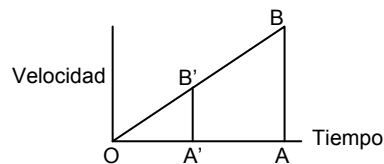


Galileo a las matemáticas. En un momento de la “tercera jornada”, Salviati indica que la distancia QR (V. dibujo) que el objeto del que están tratando tiene que recorrer en su caída para mantenerse sobre la superficie de la Tierra mientras ésta gira un ángulo pequeño θ , es infinitamente pequeña comparada con la distancia tangencial PQ que recorrería el objeto horizontalmente, por lo que una tendencia a la caída incluso muy pequeña comparada con el ímpetu tangencial sería suficiente para mantener el objeto sobre la superficie de la Tierra. Este argumento de Galileo es equivalente a decir que QR , o PS , es un infinitésimo de orden superior en relación con las distancias PQ , RS o al arco PR .

Aun dentro de las condiciones fijadas por la Inquisición, Galileo preparó una nueva obra, *Las dos nuevas ciencias* (1638), también en forma de diálogo entre los mismos personajes, acerca de la dinámica y la resistencia de materiales, cuyo manuscrito fue llevado secretamente a Holanda, donde se publicó en 1638. En el párrafo de apertura de esta obra, Galileo dice: “La constante actividad que

vosotros, venecianos, mostráis en vuestro famoso arsenal sugiere a la mente estudiosa un amplio campo para la investigación, especialmente esa parte del trabajo que se relaciona con la mecánica; porque en este departamento todos los tipos de instrumentos y máquinas están siendo construidos constantemente por muchos artesanos, entre quienes debe de haber algunos que, en parte por experiencias heredadas y en parte por su propia observación, han llegado a ser muy hábiles y expertos en las explicaciones”. En esta obra, Galileo ofreció su nuevo método científico, defendiendo sus acciones con las palabras de que nunca había “declinado en piedad y reverencia por la Iglesia y mi propia conciencia”.

Ninguno de estos dos tratados son estrictamente matemáticos, pero en ellos hay frecuentes consideraciones matemáticas, en especial sobre lo infinitamente grande y lo infinitamente pequeño. Formuló el principio de inercia y la ley de caída de los graves (1632-1638). En relación con sus ideas sobre la dinámica, utilizó el diagrama de velocidades de Oresme, organizando las ideas de éste, presentándolas con la precisión matemática de la que carecían. Su razonamiento para mostrar que el área encerrada bajo la curva tiempo-velocidad es la distancia, es el siguiente: Supone un objeto que se mueve con velocidad variable $v = 32t$, representada por la línea recta OB de la figura; entonces la distancia recorrida en el tiempo OA es el área OAB , conclusión a la que llega considerando, por ejemplo, que $A'B'$ es la velocidad típica en un instante y también la distancia infinitesimal recorrida (como sería si se multiplicara por un elemento de tiempo muy pequeño), razonando entonces que el área OAB , que está formada por todas las líneas $A'B'$, debe ser, por tanto, la distancia total. Como AB es $32t$ y OA es t , el área OAB es $16t^2$. Este razonamiento es poco claro y estaba apoyado en la mente de Galileo por consideraciones filosóficas que equivalían a considerar el área OAB como si estuviera constituida por un número infinito de unidades indivisibles como $A'B'$.



Galileo llegó a demostrar por composición de movimientos que, despreciando la resistencia del aire, la trayectoria de un proyectil es una parábola (sin embargo, creyó equivocadamente que la curva formada por una cuerda, un cable o una cadena, en suspensión libre, era una parábola). Consideró que una curva es el lugar geométrico de un punto móvil.

Estudió la cicloide, a la que bautizó. Intervino en las polémicas, controversias y desafíos que motivó el estudio de dicha curva, en los que también intervinieron Mersenne, Torricelli, Viviani, Roberval, Descartes, Pascal, Fermat, Huygens, Wren, Wallis, etc. (por estas disputas se llegó a llamar a la cicloide la “Elena de los geómetras”). Descubrió la espiral que lleva su nombre. En *Las dos nuevas ciencias* incluyó cuestiones matemáticas vinculadas con los conjuntos infinitos: al comparar la serie natural con la de sus cuadrados había comprobado la coordinabilidad de un conjunto con una de sus partes y en una comparación de sólidos, a la manera de Arquímedes en el *Método*, había llegado a la paradójica equivalencia entre un punto y una circunferencia. Puso en boca de Salviati la opinión de que los infinitos y los indivisibles “trascienden nuestro entendimiento finito, los primeros por su excesiva magnitud, los segundos por su pequeñez. Imagínese lo que resultaría cuando aparezcan combinados”. Volviendo sobre la comparación de la serie natural y la de sus cuadrados, Salviati concluye correctamente que el número de cuadrados perfectos no es menor que el número de los enteros, pero no puede resignarse a aceptar que ambos números sean iguales, concluyendo equivocadamente que “los atributos igual, mayor y menor, no son aplicables al infinito, sino sólo a cantidades finitas”, afirmando que no se puede decir que un número infinito es mayor que otro número infinito, y ni siquiera que un número infinito es mayor que un número finito.

Galileo fue un hombre extraordinario en muchos campos. Fue un perspicaz observador astronómico. Descubrió numerosas estrellas, cuatro satélites de Júpiter, las fases de Venus y las manchas solares. Se le llama a menudo el padre de la invención moderna; aunque no inventó el telescopio, fue capaz de construirlo en cuanto conoció la idea.

Inventó, independientemente de otros, el microscopio. Diseñó el primer reloj de péndulo. Fue el primer estudioso moderno importante del sonido, sugiriendo su teoría ondulatoria. Sus *Diálogos* se consideran obras maestras desde el punto de vista literario, siendo claros, directos, agudos, profundos.

En la filosofía de la ciencia, rompió radicalmente con lo especulativo y lo místico a favor de una visión mecánica y matemática de la naturaleza. Creía que los problemas científicos no debían enredarse ni oscurecerse con argumentos teológicos, separando los terrenos de la ciencia y de las doctrinas religiosas. Galileo dijo: “No se descubre menos admirablemente Dios a nosotros en las acciones de la naturaleza que en las sagradas afirmaciones de las Escrituras”. En 1610 escribió: “La filosofía (naturaleza) está escrita en ese gran libro que siempre está delante de nuestros ojos -quiero significar el universo- pero que no podemos entender si no aprendemos primero el lenguaje, y comprendemos los símbolos en los que está escrito. El libro está escrito en lenguaje matemático, y los símbolos son triángulos, circunferencias y otras figuras geométricas, sin cuya ayuda es imposible comprender ni una palabra de él, sin lo cual se deambula en vano a través de un oscuro laberinto”. En 1992, la Iglesia católica rehabilitó su figura, reconociendo sus aportaciones científicas. En otro lugar, Galileo dijo: “De manera que podemos decir que la puerta está ahora abierta, por primera vez, a un método nuevo, acompañado por numerosos y maravillosos resultados que, en años venideros, atraerá la atención de otras mentes”. El filósofo Hobbes dijo de Galileo: “Ha sido el primero en abrirnos la puerta del reino de la física”.

Resumiendo, en el siglo XVII, dos hombres, Descartes y Galileo, revolucionaron la misma naturaleza de la actividad científica, seleccionaron los conceptos que debía utilizar la ciencia, redefinieron los objetivos de la actividad científica y alteraron el método de la ciencia. Su reformulación no sólo suministró una potencia inesperada y sin precedentes a la ciencia, sino que la ligó indisolublemente a las matemáticas.

Gallavotti, Giovanni (n. 1941). Matemático italiano. Nació en Nápoles. Trabajó en la mecánica estadística del equilibrio, en una versión rigurosa. Publicó *Mecánica estadística* (1999).

Gallier, Jean H. (n. 1949). Matemático francés con nacionalidad estadounidense. Nació en Nancy. Estudió en la École Nationale des Ponts et Chaussées (1972). Doctor en ciencias de la computación (1978) por la Universidad de California en Los Ángeles. Director del Instituto Francés de Cultura y Tecnología (2001-2004). Desde 1973 ha enseñado en el departamento de informática y ciencias de la información en la Universidad de Pensilvania. Investiga en la aplicación de métodos geométricos en los problemas de ingeniería, como también en los métodos a emplear en el análisis estadístico de imágenes médicas. En la resolución de las dificultades del dominio no euclídeo de estas imágenes, aplica la geometría de Riemann. Ha publicado *Lógica para la ciencia de la computación; fundamentos de la demostración automática* (1986), *Curvas y superficies para diseño geométrico: teoría y algoritmos* (1999), *Métodos geométricos con aplicaciones en informática e ingeniería* (2000), *Realización de imágenes en tres dimensiones* (con varios autores, 2005), *Reparación topológica de imágenes digitales en tres dimensiones* (con varios autores, 2008).

Gallucci, Giovanni Paolo (1538-h. 1621). Físico, astrónomo y cosmógrafo italiano. Nació en Salò (Lombardía). Publicó diversos trabajos astronómicos, entre ellos un atlas del cielo (1588) que fue el primero en incluir coordenadas, referido a los cuarenta y ocho mapas de las constelaciones de Ptolomeo.

Galois, Évariste (1811-1832). Matemático francés. Nació en Bourg-la-Reine (pequeña localidad cercana a París), donde su padre era alcalde. De sus padres, que tenían una sólida formación cultural, aprendió su amor por la libertad, huyendo de cualquier tipo de tiranía. En la escuela, un renombrado liceo de París, Louis-le-Grand, no demostró ningún interés por el latín, el griego o el álgebra, pero se sintió fascinado por la *Geometría* de Legendre. Más tarde estudió con aprovechamiento álgebra y análisis en las obras de Lagrange, Abel, Gauss y Cauchy, pero su trabajo rutinario de clase en matemáticas siempre fue mediocre (más adelante, Galois escribiría que: “Desafortunadamente, lo que se reconoce poco es que los libros científicos más valiosos son aquéllos en los que el autor indica claramente lo que él no sabe, porque en general un autor impresiona a sus lectores escondiendo las dificultades”). A los 16 años, Galois sabía que era un genio de las matemáticas, de lo que no se habían percatado sus maestros. Quiso entrar en la École Polytechnique, pero fue rechazado a causa de su falta de preparación sistemática, lo que representó su primer fracaso. Nuevamente fue rechazado en un segundo intento de entrar en la École Polytechnique. El golpe más fuerte lo recibió cuando su padre,

atacado por intrigas clericales, se sintió perseguido y se suicidó. Galois consiguió al fin entrar en la École Préparatoire (era el nombre entonces de la École Normale, y era una escuela muy inferior por aquellos días) para prepararse para la enseñanza. Durante el primer año en dicha École, Galois, con 17 años, escribió cuatro artículos. En 1829 presentó a la Académie des Sciences, dos artículos sobre la solución de ecuaciones, que fueron confiados a Cauchy, quien los perdió. En 1830 presentó una memoria cuidadosamente redactada sobre sus investigaciones, al concurso de la Académie des Sciences para el premio en matemáticas. Fourier, que era el secretario de la Académie, se llevó la memoria a su casa para poder estudiarla con calma, pero Fourier falleció repentinamente y la memoria se perdió. Galois, enfrentado con la tiranía y la frustración, hizo suya la causa de la revolución de 1830, que arrojó del trono de Francia a Carlos X e instaló a Luis Felipe. Una hiriente carta suya en la que criticaba la indecisión del director de la École Normale en apoyar la revolución, tuvo como consecuencia su expulsión. En estas condiciones, anunció un curso privado de álgebra superior que abarcaría “una nueva teoría de los números imaginarios, la teoría de las ecuaciones resolubles por radicales, la teoría de números y la teoría de las funciones elípticas tratadas por álgebra pura”, curso que no tuvo oyentes. Por tercera vez, Galois intentó presentar un artículo a la Académie, esta vez a través de Poisson. El trabajo, *Sobre las condiciones de resolubilidad de las ecuaciones por radicales* (1831), recogía importantes resultados de la hoy llamada teoría de Galois, pero Poisson, encargado de informar sobre el trabajo, lo devolvió con la observación de que era incomprensible, con la recomendación de que debería escribir una explicación más amplia. Decepcionado, Galois se unió a la Guardia Nacional. En 1831, en una reunión de republicanos, propuso un brindis que se consideró como una amenaza a la vida del rey Luis Felipe, por lo que fue arrestado. Puesto en libertad, fue de nuevo arrestado a los pocos meses y condenado a seis meses de cárcel. Poco después, relacionado con un asunto poco claro de faldas, y bajo el código tácito del honor, no pudo evitar un duelo, escribiendo a un amigo que “he sido desafiado por dos patriotas; me era imposible negarme”. La noche anterior al duelo, con el presentimiento de su muerte, escribió una carta a su amigo August Chevalier, donde en notas apresuradas expone su testamento científico, pidiendo que, si su adversario vence, las publique y haga conocer sus descubrimientos a Gauss o a Jacobi, expresando su esperanza de que éstos expongan públicamente su opinión “no respecto de la verdad, sino de la importancia de los teoremas. Espero que más tarde alguien encuentre provechoso descifrar todo este lío (ce gâchis)”. Este lío es hoy la teoría de grupos. Galois murió a consecuencias del duelo, cuando tenía 20 años, siendo el matemático más joven que hizo nunca descubrimientos de tal importancia. La carta se publicó en la *Revista enciclopédica* el mismo año de su muerte.

Sus primeros trabajos sobre fracciones continuas, cuestiones de análisis, teoría de las ecuaciones y teoría de números son de 1829 y 1830. En su artículo *Sobre la teoría de números* (1830), Galois estudió algunos casos particulares de las congruencias de orden superior, definiendo el concepto de cuerpo finito. Estudió la relación entre las dos fracciones periódicas encontradas por Euler y Lagrange, como expresión de las raíces de una ecuación de segundo grado. Conoció la periodicidad múltiple de las integrales hiperelípticas.

En su escrito *Memoria sobre las condiciones de resolubilidad de ecuaciones por radicales* (1832, publicada en 1846), aparece la hoy llamada “teoría de Galois”, con el estudio de las ecuaciones por medio de la teoría de grupos, demostrando que para que una ecuación irreducible cuyo grado sea un número primo, sea resoluble por radicales, es necesario y suficiente que todas sus raíces sean funciones racionales de dos cualesquiera de ellas. Con su teoría, Galois dio también un criterio general para determinar la constructibilidad con regla y compás de figuras geométricas. Los escritos de Galois no se conocieron, y sólo parcialmente, hasta 1846 por obra de Liouville, siendo Tannery quien los completó en 1910. En esos escritos asoma la idea de “cuerpo”, que Galois introduce con motivo de los hoy llamados “imaginarios de Galois”, como también las propiedades más importantes de la teoría de grupos, nombre que Galois acuña, en el sentido actual de clase cerrada respecto de la adición y sustracción. Sin duda que esta noción, en especial referida al grupo de sustituciones, estaba esbozada en los trabajos de Lagrange, Vandermonde, Gauss, Abel, Ruffini y Cauchy, e implícita en problemas de teoría de las ecuaciones, teoría de números y de transformaciones geométricas, pero es Galois quien muestra una idea clara de la teoría general, con las nociones de subgrupo y de isomorfismo (correspondencia uno-a-uno entre los elementos de dos grupos). Demostró que para toda ecuación existe un grupo de sustituciones, del que se pueden deducir las propiedades esenciales de la ecuación. Estableció la diferencia entre grupos simples (un grupo es simple si carece de subgrupo invariante) y

compuestos, e introdujo la clase de grupos finitos que luego se denominaron “grupos de congruencia”. Expresó la conjetura de que el grupo simple más pequeño cuyo orden es un número compuesto, es un grupo de orden 60 . Enunció sin demostración el teorema demostrado por Cauchy, según el cual todo grupo cuyo orden es divisible por un número primo p , tiene por lo menos un subgrupo de orden p . El esbozo de la teoría de Galois es el siguiente:

Primero se encuentra el grupo G de la ecuación dada en el cuerpo de los coeficientes, esto es, el grupo de las sustituciones de las raíces que deja invariante cada relación entre las raíces con los coeficientes en ese cuerpo (por supuesto, se ha de encontrar el grupo de la ecuación sin conocer las raíces). Luego, se busca el subgrupo mayor H en G , lo que es cuestión de pura teoría de grupos (si existieran dos o más subgrupos mayores, se toma cualquiera de ellos). Seguidamente se busca una función Φ de las raíces cuyos coeficientes pertenecen a R (cuerpo o dominio de racionalidad de los coeficientes de la ecuación dada, y se dice que la ecuación pertenece al cuerpo R) y que no cambia de valor bajo las sustituciones en H , pero sí varía con las otras sustituciones en G . A esta ecuación Φ , cuyo grado es el índice de H en G , se le llama una resolvente parcial. Se adjunta Φ a R obteniéndose un nuevo cuerpo R' . Entonces el grupo de la ecuación dada con respecto al cuerpo R' es H . Ahora se repite el proceso. Se busca el subgrupo mayor en H , al que se llama K . Se obtiene una función de las raíces de la ecuación dada (la segunda resolvente parcial) cuyos coeficientes pertenecen a R' y cuyo valor no varía bajo cada sustitución en K , pero que cambia con otras sustituciones en H . Se resuelve esta ecuación resolvente y se obtiene una raíz, la función Φ_1 , que se adjunta a R' formándose el cuerpo R'' . Con respecto a R'' , el grupo de la ecuación es K . Repitiendo el proceso, sea L el subgrupo mayor en K , se obtiene Φ_2 , que se adjunta a R'' formándose el cuerpo R''' . Suponiendo que se haya llegado al estadio final, entonces el cuerpo de la ecuación dada en R''' es la sustitución identidad E . En su trabajo, Galois proporcionó un método para encontrar el grupo de una ecuación dada, las resolventes sucesivas y los grupos de la ecuación con respecto a los cuerpos de coeficientes sucesivamente ampliados que resultan de añadir las raíces de estas resolventes sucesivas del grupo original. Luego presentó otra noción de la teoría de grupos. Suponiendo que H es un subgrupo de G , si se multiplican las sustituciones de H por cualquier elemento g de G , entonces se obtiene una nueva colección de sustituciones que se denota por gH . Si $gH = Hg$ para cada g en G , entonces H es un subgrupo normal (autoconjugado o invariante) en G . Se llama serie de composición a la formada por los subgrupos G, H, K, L, \dots, E , siendo cada uno de ellos un subgrupo normal del grupo precedente. Los índices de H en G , de K en H y así sucesivamente, se llaman índices de la serie de composición. Si los índices son números primos la ecuación es soluble por radicales, y si los índices no son primos, no lo es.

Esta teoría muestra que para $n > 4$, la ecuación general de grado n no es soluble por radicales. En efecto, para la ecuación general de grado n el grupo está formado por todas las $n!$ sustituciones de las n raíces; este grupo, llamado grupo simétrico de grado n , es de orden $n!$ El subgrupo normal maximal (subgrupo alternado) es de orden $n!/2$. El único subgrupo normal del grupo alternado es el elemento identidad. Luego los índices son 2 y $n!/2$, y como este índice no es primo para $n > 4$, la ecuación de grado $n > 4$ no es soluble por radicales. La ecuación general de cuarto grado se puede resolver con cuatro ecuaciones resolventes binomiales, una de grado 3 y tres de grado 2 . Los índices son $2, 3, 2, 2$, todos ellos primos, por lo que la ecuación es soluble por radicales.

Galton, Francis (1822-1911). Naturalista, explorador y antropólogo inglés. Nació en Sparkbrook (Birmingham). Primo de Charles Darwin. En sus investigaciones sobre la herencia (1887-1889), inauguró la aplicación de los métodos estadísticos a la biología (media, percentiles, curva de error de Gauss, etc.), estudió los fenómenos de regresión e introdujo el concepto de correlación. En 1869, publicó *Genio hereditario*, donde se tratan de forma estadística muchos aspectos de la genética además de otros diversos temas. Fue el creador de la “eugenesia”, es decir, de la aplicación de las leyes de la herencia a la mejora de las facultades de la raza humana. Galton escribió *Investigaciones en la aptitud humana* (1883) que recoge unos 40 artículos suyos escritos entre 1869 y 1883 sobre las aptitudes del hombre. Galton y Watson publicaron un trabajo con el título *Sobre la probabilidad de extinción de una familia*.

García, Juan Justo (1752-1830). Matemático y lógico español. Nació en Zafra (Badajoz). Estudió hebreo en el Colegio Trilingüe de Salamanca, y teología y artes en su Universidad. Catedrático de elementos de aritmética, geometría y álgebra en la citada Universidad (1777). Recibió las órdenes del

sacerdocio. Escribió *Elementos de aritmética, álgebra y geometría* (1780), que incluye geometría analítica, trigonometría y cálculo infinitesimal, *Resumen histórico del origen, progreso y estado actual de las matemáticas puras* (1780). *Principios de aritmética y geometría* (1814), *Nuevos elementos de geografía general* (1818-1819), *Elementos de verdadera lógica* (1821). Una Real Cédula de 1807 que suprimía las Universidades de Osma, Oñate, Toledo, Baeza y Osuna, dispuso que en las demás Universidades se llevase como texto único para los elementos de aritmética, álgebra y geometría, y para la aplicación del álgebra y la geometría, los libros de Juan Justo García. Este matemático puede ser considerado como el primer matemático universitario español en el sentido moderno, e introductor en España del cálculo diferencial e integral.

García Ardura, Manuel (h. 1918). Matemático español. Publicó *Ejercicios y problemas de aritmética*, *Problemas gráficos y numéricos de geometría*, *Ejercicios y problemas de álgebra*, *Ejercicios y problemas de trigonometría*, que se han utilizado durante décadas en la enseñanza media en España. La segunda edición de estas obras fue declarada de texto para los exámenes de ingreso en las Academias militares españolas (1918).

García de Galdeano y Yanguas, Zoel (1846-1924). Matemático español. Nació en Pamplona. Cursó en Zaragoza sucesivamente las carreras de perito agrimensor, maestro superior, licenciado en filosofía y letras y licenciado en ciencias exactas (1871). Fue catedrático de los Institutos de Ciudad Real, Almería y Toledo, y catedrático de geometría analítica y de cálculo infinitesimal de la Facultad de Ciencias de Zaragoza, de la que fue nombrado catedrático honorario. Introdujo en España la teoría de funciones de variable compleja. Fue un científico amante de las matemáticas, que junto con Echegaray, Torroja y Reyes, forman el grupo de los llamados “sembradores” por Sixto Ríos. Fundó (1891) la primera revista matemática española, *El Progreso matemático*. Fue elegido miembro (1899) de la Commission Permanente du Repertoire Bibliographique, presidida por Poincaré. Asistió a los dos primeros Congresos internacionales de matemáticas. Al segundo, celebrado en París, sólo asistieron cuatro matemáticos españoles: Galdeano, Ríos y Casas (ambos, catedráticos de la Universidad de Zaragoza, que hicieron de ésta el centro matemático más importante de España en la primera década del siglo XX), Torres Quevedo (ingeniero) y Torner y Carbó (militar), no habiendo ningún representante de las universidades de Madrid y Barcelona. Fue miembro de la Sociedad Matemática Española (1912), y su presidente (1916), a los 70 años de edad, por fallecimiento de Echegaray. Su discípulo Rey Pastor dijo: “El profesor Galdeano fue esforzado paladín de la matemática moderna en España... Su labor de apóstol (de las matemáticas) es una protesta enérgica y constante contra nuestro voluntario atraso matemático, pero desgraciadamente no ha sido estimado todavía en su justo valor, perdiéndose su voz en el vacío... De la extensión inmensa de las teorías que constituyen la matemática vigente, puede formarse idea consultando sus obras, únicas fuentes de consulta en lengua castellana”. Escribió numerosos libros y artículos que pueden clasificarse en obras esencialmente didácticas, críticas, pedagógicas y de divulgación. Entre las primeras se encuentran diversos tratados de álgebra, geometría, cálculo diferencial, teoría de funciones, cálculo integral, teoría de números, etc. y artículos para la revista *El progreso matemático* como *Teoremas, problemas y métodos geométricos* (cinco artículos en 1892), *La evolución de la geometría del triángulo* (1892) y *Nota acerca de los poliedros de cuatro dimensiones* (1892), y para la *Revista de la Sociedad Matemática Española* como *Algunas nociones matemáticas* (1911). De las segundas pueden citarse sus comunicaciones a los dos primeros congresos internacionales de matemáticas: *Unificación de conceptos en matemáticas* (1898) y *Nota sobre la crítica matemática* (1900). Dentro de sus obras esencialmente pedagógicas se pueden mencionar *Ciencia, educación y enseñanza* (1899) y *La enseñanza científica* (1902). Como textos divulgativos, *Armonías del mundo físico* (1890) y *Las matemáticas en España* (1893).

Gardner, Martin (1914-2010). Matemático, escritor y divulgador científico estadounidense. Nació en Tulsa (Oklahoma). Estudió filosofía en la Universidad de Chicago. Escribió unos cincuenta libros de matemáticas, ciencia y pseudo-ciencia, muchos de ellos dedicados a niños y adolescentes, como es el caso de su *The annotated Alice*, en el que revelaba los secretos de *Alicia en el país de las maravillas*. Otros de sus libros fueron de carácter divulgativo y recreativo, como *Juegos matemáticos: música blanca y música parda, curvas fractales y fluctuaciones del tipo 1/f* (1978). Sin embargo, adquirió

fama gracias a su columna *Juegos matemáticos*, que escribió durante 25 años en la revista *Scientific American*, destacando los referentes a fractales, puzzles *tangram* chinos y los trabajos de Escher. Ally Jackson, vicedirectora de la citada revista, comentó que: “Gardner abrió los ojos al gran público sobre la belleza y fascinación de las matemáticas, e inspiró a muchos a dedicarse a ellas para toda su vida. Su prosa cristalina, siempre iluminadora, nunca pedante, creó un nuevo estándar para la popularización de las matemáticas de alta calidad”.

Garnier, Jean Guillaume (1766-1840). Matemático francés. Nació en Wasigny (Picardía). Profesor de matemáticas y fortificaciones (1788) en la Academia Militar de Colmar (Haut-Rhin); posteriormente fue profesor de la École Polytechnique (1798-1802), en la Academia Militar de Saint-Cyr-l'École (Yvelines) (1814), y de matemáticas y astronomía en la Universidad de Gante (1817-1830). En su libro *Elementos de geometría analítica* (1808), se encuentra por primera vez esta nueva designación como título. Fue el primero en utilizar el discriminante formado por los coeficientes de las ecuaciones de las cónicas. Otras obras suyas: *Tratado elemental de aritmética* (1803), *Lecciones de estadística* (1811), *Lecciones de cálculo diferencial*, *Lecciones de cálculo integral*.

Gascó, Luis G. (1846-1899). Matemático español. Fundó (1896) la revista *El archivo de matemáticas puras y aplicadas*.

Gaspar, G. (h. 1973). Trabajó, como R. Askey, en el teorema de Loewner, en torno a la conjetura de Bieberbach (V. esta reseña).

Gassmann (h. 1844). Trató el caso general de la teoría de las ecuaciones lineales con varias incógnitas (1844).

Gattegno, Caleb (1911-1988). Pedagogo británico. Nació en Alejandría (Egipto). Gattegno, junto con el psicólogo suizo Piaget y el matemático francés Choquet, fundaron en 1950 la Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas.

Gaudí i Cornet, Antoni (1852-1926). Arquitecto español. Nació en Reus (Tarragona). Estudió arquitectura en Barcelona. Su obra principal, la Sagrada Familia (Barcelona), es el ejemplo por excelencia de obra que sabe unir una racionalidad geométrica total con una creatividad fuera de límites. Gaudí fue creando un complejo edificio combinando todas las cuádricas regladas (paraboloides hiperbólicos, hiperboloides de una hoja, conos, cilindros), esferas, elipsoides, paraboloides elípticos columnas de secciones poligonales diversas, poliedros derivados del cubo, generación fractal de columnas ramificadas, etc. Moduló el espacio en módulos de 7,5 m, cuidando siempre la constructibilidad, el cálculo, la decoración, la luminosidad, el simbolismo. Es espectacular el uso que, por primera vez, Gaudí hace de la catenaria para formar arcos.

Gaultier de Tours, Louis (h. 1812). Ingeniero y matemático francés. Estudió en la École Polytechnique en París. Mientras estudiaba, publicó *Los contactos de los círculos* (1812). En este trabajo, realizado en el contexto de la geometría pura o sintética, demostró que el haz lineal de circunferencias $C + \mu C' = 0$, constituye una interesante “familia radical”, se corten o no, las dos circunferencias $C = 0$ y $C' = 0$. El eje radical de las dos circunferencias (que es la única recta que pertenece a dicha familia) se conoce a veces con el nombre de “recta de Gaultier”. Estudió la red de círculos ortogonales de uno dado. Dio una solución completa tanto al caso de cuatro circunferencias del problema de tangencia de Apolonio, como al caso de cuatro esferas, mediante el empleo de ejes y centros radicales y ejes de semejanza.

Gauss, Karl Friedrich (1777-1855). Matemático, físico, astrónomo y geodesta alemán. Nació en Braunschweig (también, Brunswick), donde su padre fue un albañil que intentó que su hijo no recibiera una adecuada educación, mientras que su madre siempre animó a su hijo en sus estudios. Niño prodigio, el director de la escuela de educación elemental a la que asistía Gauss, quedó impresionado por su inteligencia y lo recomendó al duque Karl Wilhelm de Brunswick. El duque envió a Gauss al Collegium Carolinum de Braunschweig, y luego (1795-1798) a la Universidad de

Gotinga. A pesar de que a los 18 años había inventado y justificado el método de mínimos cuadrados, Gauss dudaba entre estudiar filología o matemáticas, cuando en 1796 construyó, a los 19 años, con las normas euclídeas, el polígono de 17 lados, hasta entonces no resuelto, lo que le hizo decidirse por las matemáticas (sobre una historia acerca del descubrimiento de Gauss de que un polígono de 17 lados es construible, V. Kästner). En 1798 se trasladó a la Universidad de Helmstädt, donde llamó la atención de Johann Friedrich Pfaff, que se convirtió en su profesor y amigo. Terminado su doctorado (1799), Gauss volvió a Braunschweig donde escribió algunos de sus más famosos trabajos. En 1807, ganó el puesto de profesor de astronomía y director del observatorio de Gotinga. De 1818 a 1825, dirigió los trabajos de triangulación de Hannover. Residió en Gotinga el resto de su vida, con excepción de una visita a Berlín para asistir a una reunión científica. No le gustaba enseñar y así lo afirmaba. Disfrutaba de la vida social, se casó dos veces y creó una familia. Su labor matemática se extendió a casi todas sus ramas, especialmente a la teoría de números y a la geometría diferencial. Muchos de sus descubrimientos los realizó antes de su publicación y quedaron registrados y fechados en una libreta de 19 páginas que llevó desde 1796 a 1814. El primer descubrimiento que anotó (1796) fue la citada construcción del eptadecágono con regla y compás. En su tesis doctoral (1799), presentada en la Universidad de Helmstädt, planteó una primera demostración del teorema fundamental del álgebra (V. más abajo), y en donde indica, sin demostración, que no es posible resolver con radicales la ecuación de quinto grado. Durante los primeros veinte años del siglo XIX, dedicó mucho tiempo a los cálculos astronómicos y estadísticos, inventando un método (basado en su descubrimiento del principio de mínimos cuadrados) para el cálculo de órbitas de cuerpos celestes a partir de un número limitado de observaciones. Cuando Giuseppe Piazzi (1746-1826) descubrió el asteroide Ceres, Gauss utilizó su método (1801) para determinar su trayectoria. En 1807 fue nombrado director del observatorio astronómico de Gotinga, puesto que ocupó durante unos cuarenta años, lo que no le impidió continuar con sus importantes contribuciones a las matemáticas. A veces se dice que Gauss fue el último matemático que conoció toda la matemática de su tiempo, y aunque esta afirmación corre grave riesgo de ser inexacta, sí sirve para subrayar la gran amplitud de sus conocimientos matemáticos. Destacó en todas las ramas de las matemáticas, recibiendo unánimemente por la posterioridad el título de “Príncipe de los matemáticos”. Incluso fue uno de los más laboriosos y hábiles calculistas. Gauss no se preocupaba en publicar sus descubrimientos matemáticos, lo que traía consigo muy a menudo que cuando algún otro matemático anunciaba un resultado importante suponiendo que tenía la prioridad de su descubrimiento, resultaba que Gauss ya lo había descubierto unos años antes, a veces décadas, tal como sin género de dudas constaba en sus papeles. Por ejemplo, Gauss mantuvo inédito su trabajo innovador en dos campos principales: las funciones elípticas y la geometría no euclídea. Gauss realizó también importantes contribuciones en geodesia, cartografía, capilaridad, cristalografía, óptica y magnetismo (en su honor, la unidad de intensidad magnética lleva su nombre).

Maxwell comenta en su *Electricidad y magnetismo* que los estudios de magnetismo de Gauss reconstruyeron la ciencia por completo, tanto en los instrumentos usados, como en los métodos de observación y en el cálculo de los resultados. Los ensayos de Gauss sobre magnetismo terrestre son modelos de investigación física y proporcionaron el mejor método para medir el campo magnético de la Tierra. Colaboró con Weber en la construcción del primer telégrafo electromagnético que tuvo éxito (1833-1834). En 1840 publicó un tratado sobre la refracción de la luz. Gauss intentaba ser escrupulosamente justo con los demás, pero a veces se mostraba muy poco ecuánime con la obra de otros, especialmente con la de Cauchy, a la que nunca se refirió. Verbalmente, Gauss alabó, por ejemplo, la obra de Eisenstein, Grassmann, Lobachevski y Riemann (se atribuye a Gauss la afirmación de que ha habido sólo tres matemáticos de excepcional importancia: Arquímedes, Newton y Eisenstein). El sello de Gauss llevaba escrito el lema: *pauca sed matura* (poco pero maduro). Quiso que se grabara sobre su tumba un eptadecágono regular, lo que no se llevó a cabo por la negativa del cantero encargado de tallar la lápida, pues éste insistía en que la figura resultante no se distinguiría de una circunferencia. El eptadecágono sí está grabado en el monumento a Gauss erigido en Brunswick.

En 1801 publicó *Investigaciones de aritmética*, obra que comienza con la siguiente definición: “Si un número a divide a la diferencia entre dos números b y c , entonces b y c se llaman congruentes, y en caso contrario incongruentes, y el número a se llama módulo. Cada uno de los dos números se llama un residuo del otro, en el primer caso, un no residuo en el segundo caso”. En esta obra estructura sistemáticamente el estudio de las congruencias (acuñó el término “indicador”) y de la teoría de los restos cuadráticos (dio ocho demostraciones rigurosas sobre la ley de reciprocidad cuadrática), estudia

la resolución algebraica de las ecuaciones binomias, demuestra la posibilidad de construir con regla y compás los polígonos regulares cuyo número de lados es primo y de la forma $2E(2^n) + 1$, y demuestra el pequeño teorema de Fermat. Gauss estudió todos los números primos hasta 3.000.000, e infirió que el número de los primos que no exceden de x , es decir $\pi(x)$, difiere poco de $\int_{2,x} dt/\ln t$. Además de éstas, trató otras cuestiones aritméticas como las llamadas hoy “sumas de Gauss” y la extensión de la teoría de los restos a los bicuadráticos, estableciendo el teorema de reciprocidad bicuadrática, a la que Gauss llamó la joya de la aritmética. En conexión con esta teoría, introdujo sistemáticamente los “números complejos”, a los que bautizó con este nombre, y redescubrió su representación gráfica, que publicó en 1831, pero que poseía desde 1799, llamándose “plano de Gauss” al plano en el que se representan (Wallis había trabajado sobre ello sin dar con una solución adecuada, Wessel la encontró y publicó en 1797, y Argand en 1806), siendo el primero en utilizarlos científicamente (utilizó implícitamente la suma vectorial). Gauss escribió que en esa representación geométrica uno encuentra que “el significado intuitivo de los números complejos está completamente establecido y no se necesita nada más para admitir estas cantidades en el dominio de la aritmética”. Extendió el significado del concepto de entero a los números complejos de la forma $a + bi$, en donde a y b son enteros (a estos complejos se les llama “enteros de Gauss”). También definió los primos complejos, aplicó el teorema de Fermat a los complejos, y demostró las leyes de reciprocidad cuadrática y bicuadrática en los complejos. Estudió la función $X = (x^n - 1)/(x - 1) = x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1$, estableciendo que para $n = p - 1$, donde p es primo, la función es irreducible en el campo de los números racionales y normal sobre éste, esto es, todas sus raíces se expresan racionalmente a través de una de ellas. Estas raíces tienen la forma $\alpha, \beta = \alpha^\mu, \gamma = \beta^\mu, \dots$, esto es, el grupo de los automorfismos de esta ecuación es cíclico. Demostró que toda ecuación de grado n tiene n raíces (teorema fundamental del álgebra). Para una primera demostración (tesis doctoral de 1799 en Helmstädt) utilizó conceptos geométricos; una segunda demostración fue exclusivamente aritmética; en una tercera demostración se apoyó en las propiedades de las integrales, y en una cuarta demostración extendió la argumentación de la tercera a ecuaciones cuyos coeficientes fueran números complejos. En realidad, para esta demostración es necesario, para evitar un círculo vicioso, demostrar previamente la existencia de todas las raíces, lo que dificultó fuertemente la solución del problema. Gauss necesitó construir los campos de desarrollo de los polinomios, con lo que la voluminosa demostración ocupó una memoria especial (1815), que exigió una serie de conceptos y lemas específicos, viéndose Gauss obligado a reconstruir la teoría de las funciones simétricas y demostrar su independencia algebraica. Demostró la regla de los signos de Descartes. Amplió las investigaciones sobre la división de la circunferencia ($x^n = 1$).

Demostró de forma rigurosa el teorema, conocido desde Euclides, de que todo entero positivo mayor que 1 se puede expresar de una y sólo de una manera, como un producto de números primos (excepto por el orden de éstos). Demostró para $n = 3$, el teorema de Fermat, según el cual todo número entero positivo puede ser representado por la suma de n números poligonales de orden n ésimo. Introdujo la palabra determinante para designar el discriminante de una función cuadrática. Demostró que el determinante adjunto de uno de tercer grado es igual al cuadrado de éste. Publicó (1812) la primera tabla de logaritmos de adición, con cinco cifras decimales, haciendo constar que su inventor fue Leonelli (1803). Estudió la teoría de las funciones simétricas de las raíces de una ecuación. Estudió la ley de inercia de las formas cuadráticas reales. Desarrolló la teoría de las ecuaciones trinomias. Demostró un buen número de teoremas sobre la equivalencia de formas. Bosquejó la representación geométrica de las formas y de las clases de formas (este trabajo es el inicio de una rama llamada teoría geométrica de números). Estudió los conceptos fundamentales de la teoría de conjuntos. Estudió una serie completa de grupos: el grupo de las clases de formas de un discriminante, el grupo de los géneros, etc. Fue el primero en estudiar la estructura de los grupos abelianos, demostrando que un grupo abeliano es el producto directo de los grupos cíclicos, demostrando asimismo el teorema fundamental de la teoría de los grupos abelianos.

Comenzó el estudio riguroso de las series, en conexión con la serie “hipergeométrica” (1811) que lleva su nombre, obteniendo el desarrollo en serie de numerosas funciones: casi todas las funciones elementales conocidas hasta entonces y muchas funciones trascendentes superiores como las funciones de Bessel y las funciones esféricas. Además de demostrar gran número de propiedades de dicha serie hipergeométrica, estableció la relación $F(\alpha, \beta, \gamma; 1) = \Gamma(\gamma)\Gamma(\gamma - \alpha - \beta) / \Gamma(\gamma - \alpha)\Gamma(\gamma - \beta)$. La notación $F(\alpha, \beta, \gamma; x)$ se debe a Gauss.

Realizó la primera investigación rigurosa sobre convergencia en relación con las series hipergeométricas, demostrando que la serie converge para x real y compleja si $|x| < 1$ y diverge si $|x| > 1$. Para $x = 1$, la serie converge si y sólo si $\alpha + \beta < \gamma$ y para $x = -1$ la serie converge si y sólo si $\alpha + \beta < \gamma + 1$. Introdujo sistemáticamente el concepto de convergencia y generalizó al campo complejo la función $z!$, que Euler había extendido al campo real. En relación al concepto del infinito, sólo aceptó el infinito potencial (a este respecto, V. Cantor), diciendo: “Me opongo al uso de las magnitudes infinitas como de algo completo que en matemática jamás se permite. El infinito no es sino una manera de hablar (façon de parler), en la que uno está realmente hablando de límites a los que ciertas razones pueden aproximarse tanto como se quiera, mientras que otras crecen ilimitadamente”. Resolvió el problema de desarrollar una función, resultado de una observación, en funciones armónicas. Estudió las funciones gamma, el método de los cuadrados mínimos, la ley de distribución de los errores de observación (la curva de Gauss o curva de probabilidad, estudiada inicialmente por Moivre y Laplace, representa una función de densidad de una variable aleatoria). Gauss dio a conocer esta ley en 1809, admitiendo, entre otras hipótesis, el postulado de que el valor más probable de una magnitud, de la que se conocen n medidas de igual precisión, es la media aritmética de dichas medidas.

En 1827 publicó *Investigaciones generales sobre superficies curvas*, que incidentalmente fue el resultado de su interés en agrimensura, geodesia y cartografía. En esta obra, verdadera joya matemática, funda la geometría diferencial de las superficies, enfocadas éstas “no como el límite de un sólido, sino como un sólido flexible e inextensible, una de cuyas dimensiones está obligada a desvanecerse”. Introdujo los conceptos de representación esférica, de coordenadas curvilíneas (u, v) sobre una superficie, de elemento lineal de aquélla mediante una forma cuadrática de sus diferenciales, de líneas geodésicas, de curvatura total, etc. Determinó el elemento diferencial de arco, que viene dado por la fórmula $ds^2 = E du^2 + 2F du dv + G dv^2$, donde E, F y G son las magnitudes fundamentales de primera especie (L, M y N son las de segunda especie). De las tres ecuaciones fundamentales entre estas magnitudes, Gauss no planteó más que una, las otras dos, que llevan el nombre de Mainarde y de Codazzi, se deducen fácilmente de las fórmulas de Gauss. Obtuvo el ángulo que forman dos curvas sobre la superficie que pasan por un punto dado de ésta. Demostró que un elemento de superficie de la representación esférica de una superficie, es al correspondiente elemento de la superficie representada, como la unidad es al producto de los dos radios de curvatura principales. Consideró este cociente como la medida de la curvatura de la superficie en el punto considerado (curvatura total), obteniendo que la curvatura total K en dicho punto es $K = (LN - M^2)/(EG - F^2)$. Como L, M y N dependen sólo de E, F y G , y éstas son funciones únicamente de las coordenadas paramétricas sobre la superficie, la curvatura también es sólo función de los parámetros y no depende en absoluto de cómo yace la superficie en el espacio tridimensional. Se denomina ecuación característica de Gauss a la que da K en función de las magnitudes fundamentales de primera especie, E, F y G , es decir, siendo $H = (EG - F^2)^{1/2}$, $K = 1/2H \{ \partial/\partial u [F/EH \partial E/\partial v - 1/H \partial G/\partial u] + \partial/\partial v [2/H \partial F/\partial u - 1/H \partial E/\partial v - F/EH \partial E/\partial u] \}$.

El concepto de curvatura le permitió a Gauss clasificar las propiedades de las superficies en dos grupos: el de aquéllas que presuponen una determinada forma de la superficie en el espacio y el de las que no se alteran al plegar la superficie en cualquier forma. Dio el nombre de teorema egregio al que dice que la curvatura es la misma en los puntos correspondientes de dos superficies (inextensibles) que pueden adaptarse la una sobre la otra mediante el cálculo de variaciones, Gauss obtuvo (1827) geodésicas sobre la superficie y demostró un teorema sobre curvatura para un triángulo formado por geodésicas: La integral de la curvatura sobre un triángulo geodésico es igual al exceso de la suma de los ángulos sobre 180° o, cuando dicha suma es menor que 180° , es igual al defecto (Gauss consideró a este teorema como elegantísimo). En 1822, Gauss obtuvo un premio propuesto por la Real Sociedad Danesa de Ciencias, por un ensayo sobre el problema de encontrar la condición analítica para transformar cualquier superficie conformemente sobre cualquier otra superficie. Gauss, con sus trabajos, demostró que la geometría de una superficie podía estudiarse concentrándose en la superficie misma, es decir, que se puede olvidar el hecho de que la superficie yace en un espacio tridimensional. En un trabajo sobre capilaridad, estudió la variación de integrales dobles, transformando integrales de superficie en curvilíneas. Junto con Encke, establecieron fórmulas para la cuadratura mecánica. Descubrió un método de integración aproximada. Publicó una teoría de la interpolación. Extendió las fórmulas de Bessel al caso de argumentos con diferencias desiguales. Estudió la integración en el campo complejo. En una carta de 1811 (publicada en 1880) informaba a su amigo y astrónomo F. W.

Bessel, de que si en el plano complejo se tiene una curva cerrada simple, y si una función de variable compleja es analítica (es decir, tiene derivada) en todo punto de la curva y en todo punto interior, la integral de línea de dicha función tomada a lo largo de la curva, es cero. También le decía, con motivo de su introducción del logaritmo integral, $\int dx/\ln x$: “¿Qué debe entenderse por $\int \varphi(x)dx$ para $x = a + bi$? Evidentemente si se quiere partir de conceptos claros es necesario admitir que x , partiendo del valor para el que la integral debe ser cero, mediante incrementos infinitesimales (cada uno de la forma $a+bi$) pasa a $x=a+bi$ y entonces se suman todos los $\varphi(x)dx$. Así el sentido de la integral queda completamente establecido. Pero el paso se puede realizar de infinitas maneras: así como la totalidad de las magnitudes reales se pueden imaginar en forma de una línea recta infinita, también la totalidad de todas las magnitudes reales e imaginarias se pueden imaginar mediante un plano infinito, cada uno de cuyos puntos de abscisa a y ordenada b representará a la magnitud $a + bi$. El paso continuo de un valor de x a otro $a + bi$ se representa mediante una línea, posiblemente de infinitas maneras. Afirmando ahora que la integral $\int \varphi(x)dx$ para dos cambios distintos siempre conserva un mismo valor, si dentro de la parte del plano comprendida entre dos líneas representantes del cambio, $\varphi(x)$ no se hace infinita. Este maravilloso teorema, cuya demostración no es difícil, yo la daré en un momento adecuado. El teorema está vinculado con otras verdades magníficas relacionadas con el desarrollo en serie”.

En este párrafo se contienen muchos conceptos: la interpretación precisa de los números imaginarios, la interpretación de integral en el campo complejo, el teorema integral (hoy llamado de Cauchy), el desarrollo de una función analítica en serie de potencias. También en dicha carta, Gauss consideraba la integral $\int dx/x$, y su valor en el punto $x=0$, y decía que en cada recorrido alrededor del citado punto, habría que añadir a la primitiva $y=\ln x$, un sumando constante igual a $\pm 2\pi i$. Gauss encontró la transformación de Landen que reducía unas a otras integrales de distintos módulos. Investigó la media aritmético-geométrica, concepto introducido por Lagrange, desarrollando una teoría semejante a la general de Jacobi, extendiéndola a las funciones elípticas generales y a las funciones modulares. Descubrió, independientemente de Abel y Jacobi, la doble periodicidad de las funciones elípticas, elaborando una teoría de las funciones elípticas independiente de la integral de primera especie, partiendo de la obtención de los dos periodos como medias aritmético-geométricas, lo que condujo a las funciones “zeta”. Estudió los problemas de división y multiplicación de argumentos por números enteros y de transformación de las funciones elípticas. Su descubrimiento de la doble periodicidad de las funciones lemniscáticas, le llevó a la importancia de las magnitudes complejas como números y como variables. Redescubrió el hoy denominado “teorema de Green” sobre la transformación de integrales, que éste dio a conocer en 1828, pero que por la escasa tirada del trabajo se difundió poco, por lo que a veces este teorema se llama de Green-Gauss.

Con Weber, Gauss trabajó en Gotinga en la creación del aparato matemático de los fenómenos electromagnéticos. Contribuyó a la mecánica con el principio de la mínima restricción (1829). En su trabajo *Teoremas generales relativos a las fuerzas de atracción y repulsión... actuando de manera inversamente proporcional al cuadrado de la distancia* (1840), construyó una teoría general del potencial, al parecer de forma independiente de Green, investigando sistemáticamente las propiedades de la función potencial y su aplicación a los fenómenos físicos. Gauss utilizó el teorema de Ostrogradski, demostrado por éste en 1828 y que a veces se llama hoy fórmula de Gauss-Ostrogradski, para relacionar la magnitud del flujo de la intensidad de las fuerzas del campo potencial dado con masa o carga común situada dentro de la superficie. Demostró rigurosamente el teorema de Poisson, a saber, que $\Delta V = -4\pi\rho$, en un punto de la masa actuante, bajo la condición de que ρ es continua en ese punto y en un pequeño dominio en su entorno (esta condición no se satisface sobre la superficie de la masa actuante, en donde las cantidades $\partial^2 V/\partial x^2$, $\partial^2 V/\partial y^2$, $\partial^2 V/\partial z^2$ tienen saltos).

Expresó en coordenadas rectangulares la superficie de un polígono cualquiera. Demostró que la recta de los centros de las series de cónicas, contiene también los puntos medios de las tres diagonales del cuadrilátero base de la serie, y determinó la elipse máxima de ésta. Al considerar la atracción de un elipsoide homogéneo, estudió las cuádricas homofocales, como lo había hecho Laplace. En su obra *Teoría del movimiento de los cuerpos celestes* (1809), extendió las fórmulas de la trigonometría esférica a lados y ángulos de magnitud cualquiera, dando a conocer las fórmulas que llevan su nombre. Gauss señaló las imperfecciones de la presentación que Euclides hacía de la geometría. En 1832, en una carta a su amigo W. F. Bolyai, le hacía notar que hablar de la parte del plano limitada por un triángulo exige una fundamentación adecuada. También decía: “En un desarrollo completo, palabras tales como “entre” deben basarse en conceptos claros, cosa que puede hacerse, pero que yo no he

encontrado en ningún sitio”. Gauss realizó otras críticas sobre la definición de línea recta y sobre la definición de plano como una superficie en la que debe estar contenida la recta que une dos puntos cualesquiera del plano.

Después de largos e inútiles esfuerzos, en los que participó su amigo Bolyai, encaminados al descubrimiento de la verdad sobre el postulado de las paralelas, descubrió los teoremas fundamentales de la geometría no euclídea (nombre dado por él, tras haberla llamado, primero, geometría antieuclídea, y luego, geometría astral), y sobre todo, desarrolló la nueva trigonometría hiperbólica. Gauss no publicó casi nada acerca de la cuestión de las paralelas, pero de su correspondencia y de algunos apuntes encontrados entre sus papeles, se deduce que el asunto le había preocupado desde la adolescencia, y que si no publicó nada fue, como le escribe a Bessel en 1829, por el temor a la “gritería de los beocios”, referencia figurativa a una tribu griega estúpida. Gauss era completamente consciente de los vanos esfuerzos por establecer el postulado de las paralelas de Euclides, ya que esto era conocimiento común en Gotinga, y Kästner, el maestro de Gauss, estaba completamente familiarizado con la historia de estos esfuerzos. Gauss comentó a su amigo Schumacher que, ya desde 1792 (cuando Gauss contaba quince años de edad), pensaba que podía existir una geometría lógica en la que el postulado de las paralelas de Euclides no se cumpliera. En 1794, Gauss había encontrado que, en su concepto de geometría no euclídea, el área de un cuadrángulo debía ser proporcional a la diferencia entre 360° y la suma de los ángulos. Sin embargo, en dicha fecha y aún en 1799, Gauss insistía en deducir el postulado de las paralelas de Euclides a partir de otras suposiciones más plausibles y creía que la geometría euclídea era la geometría del espacio físico, y ello a pesar de que podía concebir otras geometrías lógicas no euclídeas (Gauss había escrito: “Tú, naturaleza, sé mi diosa; a tus leyes mis servicios están atados...”). A finales de 1799, Gauss escribe a su amigo Bolyai: “En cuanto a mí, he logrado cierto progreso en mi trabajo. Sin embargo, el camino que he escogido no lleva del todo a la meta que buscamos (la deducción del axioma de las paralelas), y el cual me aseguras que has logrado. Me parece mejor dudar de la verdad de la propia geometría. Es cierto que he logrado lo que la gente sostendría que constituye una demostración; pero a mis ojos no prueba nada. Por ejemplo, si pudiéramos demostrar que es posible un triángulo rectilíneo cuya área pudiera ser más grande que cualquier área, entonces estaría listo para demostrar la totalidad de la geometría (euclídea) de manera absolutamente rigurosa. La mayoría de la gente ciertamente lo dejaría como un axioma, ¡pero yo no! Sería, por supuesto, posible que el área permanezca siempre menor que un cierto límite, por lejos que los tres puntos angulares del triángulo fueran tomados”. En 1817, en una carta a Heinrich W. M. Olbers (1758-1840), Gauss escribe: “Me estoy convenciendo más y más de que la necesidad física de nuestra geometría euclídea no puede ser demostrada, al menos no por la razón humana ni para la razón humana. Tal vez en otra vida seamos capaces de obtener una visión de la naturaleza del espacio, que es ahora inalcanzable. Hasta entonces no debemos situar la geometría en la misma clase que la aritmética, que es puramente a priori, sino con la mecánica”. Gauss aseguraba que la cualidad de la certeza de la geometría debía ser restringida a la de la aritmética (y su desarrollo en el análisis). En una carta a Bessel de 1830, Gauss escribió: “Según mi convicción más profunda, la teoría del espacio ocupa un lugar en nuestro conocimiento a priori completamente diferente del que ocupa la aritmética pura. En todo nuestro conocimiento de la primera, falta la convicción completa de necesidad (también de verdad absoluta) que caracteriza a la segunda; debemos añadir humildemente que si el número es un mero producto de nuestra mente, el espacio tiene una realidad fuera de ella cuyas leyes no podemos prescribir completamente a priori”. En reseñas de 1816, y 1822 y en una carta a Bessel de 1829, Gauss reafirmó que el postulado de las paralelas no se podía demostrar sobre la base de los otros axiomas de Euclides. En 1831 escribe: “He comenzado a escribir algunos resultados de mis meditaciones sobre este asunto que se remontan en parte a cuarenta años...”, aunque al año siguiente, enterado del trabajo de Janos Bolyai (su amigo W. F. Bolyai, padre de János, le había remitido una copia del trabajo de éste, pidiéndole su opinión, respondiendo Gauss que no podía elogiar la obra de su hijo sin elogiarse a sí mismo, dado que había mantenido los mismos puntos de vista desde hacía muchos años), Gauss abandona su propósito de escribir sus resultados sobre esta materia. Los apuntes encontrados entre sus papeles comprueban que proyectaba escribir una geometría no euclídea, convencido de que prescindir del postulado de las paralelas no conducía a ninguna contradicción, “aunque a primera vista muchos de sus resultados ofrezcan un aspecto paradójico”. Entre estos resultados figura la existencia en esa geometría de una unidad absoluta para los segmentos, razón por la que tanto Lambert como Legendre habían rechazado tal geometría. Con esta unidad

estaba vinculada una constante indeterminada que al crecer infinitamente convertía al sistema geométrico en el sistema euclídeo (sobre esta cuestión y en especial la constante de Gauss, V. Lobachevski). Gauss intentó, sin conseguirlo, comprobar mediante experiencias geodésicas, la posibilidad de detectar triángulos cuyos ángulos no sumaran dos rectos. Al efecto, Gauss midió de hecho la suma de los ángulos de un triángulo formado por los picos de tres montañas: Brocken, Hohehagen e Inselsberg. Los lados del triángulo medían 69, 85 y 197 km, encontrando que la suma de los ángulos excedía de 180° en $14''85$. El experimento no demostró nada, ya que el error experimental era mucho más grande que el citado exceso, y así la suma correcta podía haber sido 180° o incluso menor. Como se dio cuenta Gauss, el triángulo era pequeño, y como en la geometría no euclídea el defecto es proporcional al área, únicamente en un triángulo grande podía posiblemente revelarse alguna diferencia significativa de la suma de sus ángulos respecto a 180° .

Gaztelu y Maritorea, Luis de (1858-1927). Matemático e ingeniero de caminos español. Nació en Irurita (Navarra). Profesor de cálculo infinitesimal en la Escuela General Preparatoria de Ingenieros y Arquitectos, y de puentes en la Escuela de Ingenieros de Caminos, de la que fue director, dando comienzo a la construcción de su laboratorio electromecánico. Escribió para la *Revista de la Sociedad Matemática Española*, cuatro artículos bajo el título *Ejercicios de cálculo integral sobre determinación de volúmenes y áreas de superficies curvas* (1912). Publicó *Práctica usual de los cálculos de estabilidad de los puentes*, *Las matemáticas del ingeniero y su enseñanza*.

Geber. V. Gabir ibn Aflah.

Gehry, Frank (n. 1929). Arquitecto canadiense. Nació en Toronto. Estudió en la Universidad de Harvard. Construyó, entre otras obras, el Museo Guggenheim de Bilbao, cuyas formas geométricas son espectaculares. Se trata de un ejemplo paradigmático de creatividad gestual ayuna de un análisis inicial de viabilidad constructiva.

Geiger, Rudolf Oskar Robert Williams (1894-1981). Meteorólogo y climatólogo alemán. Nació en Erlangen (Baviera). Su hermano Hans fue el inventor del contador Geiger. Rudolf estudió en las Universidades de Erlangen y Kiel. Trabajó en la Escuela de Tecnología de Darmstadt (1920-1927). Se doctoró (1927) por la Universidad de Gotinga. Se trasladó al Instituto de Meteorología y Climatología de la Universidad de Munich. Realizó junto con M. J. Kottek una importante actualización del mapa mundial de la clasificación de los climas. En 1961 publicó sus trabajos sobre la aplicación de las matemáticas al estudio del clima (V. Budyko y Sellers).

Gelfand (Gel'fand), Izrail Moiseyevich (1913-2009). Matemático ruso. Nació en Okny (posteriormente, Krasniye Okny). Estudió en la Universidad de Moscú. Enseñó en diversos centros de Estados Unidos. Demostró que los trabajos de Wiener sobre las series de Fourier se podían simplificar reformulándolos en términos algebraicos, y que se podían combinar algunos de los métodos del análisis funcional con los argumentos del álgebra abstracta y con razonamientos adaptados de la teoría de funciones de variable compleja. A partir de esta demostración, el álgebra funcional se desarrolló rápidamente a partir de 1941. Gelfand desarrolló junto con Naimark, las representaciones continuas de los grupos simples de Lie mediante transformaciones unitarias de un espacio de Hilbert, con aplicación en el análisis y en física.

Gellibrand, Henry (1597-1637). Matemático inglés. Publicó *Trigonometría británica* (1633), en donde enunció las fórmulas correspondientes a las razones trigonométricas de los ángulos mitad y recogió, póstumas, las tablas de los logaritmos de las funciones circulares calculadas por Briggs (V. esta reseña).

Gell-Mann, Murray (n. 1929). Físico estadounidense. Nació en Nueva York. Estudió en Yale y en Massachusetts Institute of Technology, donde se doctoró (1951) con una tesis sobre partículas subatómicas. Se incorporó a la Universidad de Chicago (1952) y en 1955 al California Institute of Technology. Premio Nobel 1969 de física. Introdujo un sistema de clasificación de los hadrones,

denominado la “vía óctuple”, basado en simetrías derivadas de la teoría de grupos. Entre otras obras, publicó *La vía óctuple* (con Yuval Ne’eman, 1964).

Gémino de Rodas (10 a.C.-60). Astrónomo y matemático griego. Escribió una introducción a la matemática, de la que se conservan fragmentos, donde trata cuestiones vinculadas con los fundamentos y la clasificación de las matemáticas. Por ejemplo, dividió la ciencia en teoría (geometría y aritmética) y práctica (astronomía, mecánica, óptica, geodesia, logística). Según Proclo, Gémino escribió la historia de las curvas superiores: espirales, concoides, cisoides (el nombre de cisoide aparece por primera vez en uno de sus trabajos), etc.

Gemund, Juan de. V. Juan de Gemund.

Gentzen, Gerhard (1909-1945). Lógico alemán. Nació en Greifswald. Miembro de la escuela de Hilbert. Debilitó las restricciones sobre los métodos de demostración permitidos en la metamatemática de Hilbert y así consiguió, por ejemplo, demostrar (1936) la consistencia de la aritmética y de algunas partes del análisis, utilizando inducción transfinita (inducción sobre los ordinales transfinitos numerables).

Georgio, Luis (Luis Jorge de la Barbuda) (h. 1582). Científico portugués. Se le encomendó, bajo la coordinación general de Juan de Herrera, la docencia de “hacer cartas de cosmografía, geografía y de marear”, en la Academia de Matemáticas de Felipe II (1582), en Lisboa.

Gerardo de Cremona (1114-1187). Traductor italiano. Vino a España para aprender árabe y estudiar a Ptolomeo, dedicándose después a hacer traducciones del árabe. Residió en Toledo donde murió. Tradujo en la Escuela de Traductores de Toledo, 87 obras de autores griegos como Euclides (*Elementos*, *Datos* y *Sobre la división de las figuras*, traducida de una versión árabe incorrecta e incompleta), Arquímedes (*Sobre la medida del círculo*), Apolonio, Autólico, Hipsicles, Teodosio, Gémino y Ptolomeo (el *Almagesto*, que tradujo en 1175), y de árabes o hispanoárabes como Al-Khuwarizmi (en especial su *Complemento y compensación*, es decir su *Álgebra*), Al-Nayrizi, Tábit ben Qurra, Abu Kamil, Geber y Azarquiel. De éste último tradujo las *Tablas toledanas*, compilación de las observaciones astronómicas de Azarquiel y sus colegas, que más tarde sirvieron de base para la preparación de las *Tablas alfonsíes* que ordenó compilar Alfonso X el Sabio.

Gerberto de Aurillac (h. 940-1003). Papa Silvestre II (999-1003). Nacido en Aurillac, localidad de Auvernia (Francia), en medio de la pobreza. Estudió gramática, aritmética y música en Saint-Gerald. El conde Borrell de Barcelona lo trajo a España (967) donde permaneció tres años, estudiando el cuadrivium en el monasterio de Santa María de Ripoll, bajo el obispo Atto de Vich. Acompañó a Borrell a Roma (970), donde sus conocimientos matemáticos sirvieron para que el papa Juan XIII lo presentara al emperador Otón I, convirtiéndose en maestro de Otón II. Viajó a Reims para estudiar lógica. Consejero del arzobispo de Reims y del emperador Otón III, fue nombrado arzobispo de Reims y más tarde de Rávena. Con el apoyo de Otón fue elegido papa (999). Por las obras que se le atribuyen, fue el primer científico que divulgó en Occidente las cifras árabes sin el cero, aunque su utilización no está clara hasta su definitiva introducción en el siglo XIII. Introdujo en Reims, hacia 980, la enseñanza del manejo del ábaco de los árabes (nueve cifras del ápice, sin el cero) incorporándola a la de la geometría. El ábaco de los árabes era diferente del ábaco con bolillas, pues con él se opera con fichas que llevaban grabadas las nueve cifras o letras equivalentes (la ficha del cero no era necesaria), de una manera tal que condujo naturalmente a nuestra manera habitual de operar (el “algoritmo” de los medievales), cuando en lugar del instrumento y de las fichas se comenzó a operar escribiendo las cifras en cuadros con arenilla, de ahí el nombre de “cifras gubar” (de gubar, polvo en árabe), que se dio a las nueve cifras sin el cero. Se le atribuye, quizá equivocadamente, un tratado de geometría en el que no hay nada que rebase los conocimientos de los agrimensores romanos. Conoció el juego numérico llamado “ritmomaquia”, lo que demuestra que entre los hombres de ciencia se hacían cálculos algo difíciles con las fracciones.

Gergonne, Joseph Diaz (1771-1859). Matemático francés. Oficial artillero, alumno de la École Polytechnique. Discípulo de Monge. Realizó amplios progresos en la forma de exposición y razonamiento de la geometría analítica y también en sus aplicaciones al estudio de figuras geométricas superiores (curvas algebraicas, superficies de segundo orden). Desarrolló el principio de dualidad o correlación de la teoría de polo y polar, escribiendo en dobles columnas los teoremas correlativos. Esta cuestión motivó una controversia con Poncelet, de quien había sido amigo, respecto a la prioridad en su definición. En realidad Poncelet lo había señalado en la polaridad, aunque fue Gergonne quien advirtió su alcance general, le dio el nombre, e inició la costumbre de disponer los teoremas correlativos en dos columnas (en geometría proyectiva, al sustituir “punto” por “recta” y viceversa, los teoremas así parafraseados no sólo tenían sentido, sino que eran ciertos; en el espacio, el punto y el plano constituyen elementos duales y la recta es dual de sí misma). La formulación de Gergonne del principio general de dualidad fue algo vaga y tenía deficiencias. A pesar de que estaba convencido de que era un principio universal, no pudo justificarlo (Poncelet señaló correctamente sus deficiencias). El nombre de polo procede de Servois, y el de polar de Gergonne. Extendió a las cuádricas la teoría de polares. Estudió las series de cónicas que tienen entre sí un doble contacto. Planteó el problema de hallar dos rectas que corten a otras cuatro, que se cruzan entre sí en el espacio. Estableció el concepto de clase de una curva, distinguiéndolo del concepto orden. Estudió la resolución del problema de Apolonio, así como el problema de Malfatti. Definió el llamado punto de Gergonne (donde concurren las rectas que unen los vértices de un triángulo con los puntos de contacto de los lados opuestos con la circunferencia inscrita) y el círculo de nueve puntos (1820). Proporcionó demostraciones analíticas de muchos teoremas geométricos, por lo que recibió ataques de Poncelet, quien estaba convencido de la autonomía e importancia de la geometría pura. Publicó artículos sobre la teoría combinatoria, ocupándose en especial del concepto inversión. Estudió la teoría de las ecuaciones lineales con varias incógnitas. Dio el nombre de ecuación de Babbage a la ecuación funcional $\psi_n(x)=x$, en donde ψ_n representa la iteración hecha n veces de la función ψ . Editó en Nimes los *Annales des Mathématiques* que llevan su nombre (1810-1832), primera revista periódica dedicada exclusivamente a las matemáticas, y que durante casi 15 años fue la única de esas características que se publicó en el mundo.

Gerling, Christian Ludwig (1788-1864). Matemático alemán. Nació en Hamburgo. Estudió en Marburgo y en la Universidad de Gotinga. Escribió el primer tratado propiamente dicho de teoría de errores, para su aplicación en geodesia (1843).

Germain, Sophie (1776-1831). Matemática francesa. Nació en París. Estudió cursos por correspondencia de la École Polytechnique de París, pues las mujeres no podían asistir a la misma. En 1816 obtuvo un premio de la Académie de France por un ensayo sobre elasticidad, resolviendo muchos de sus problemas por el cálculo de variaciones. Mantuvo correspondencia matemática con Lagrange y Gauss, bajo el seudónimo de M. Leblanc, sin revelar su identidad. Tras conocerla, Gauss intentó que la Universidad de Gotinga otorgase a Germain el título de doctor honorífico; Germain murió antes de que se lo concedieran. Introdujo (1831) el concepto de curvatura media (promedio de las dos curvaturas principales). Encontró una demostración para el gran teorema de Fermat para $n < 100$, dentro de determinadas condiciones de x, y, z .

Gernardus (Magister Gernardus) (s. XIII). Matemático de origen desconocido, quizá alemán. Autor de un libro de cálculo numérico, atribuido inicialmente, de forma equivocada, a Jordanus Nemorarius.

Gerono, Camille Christophe (1799-1891). Matemático francés. Nació en París. Fue co-editor de *Nouvelles Annales de Mathématiques*. Escribió *Geometría analítica* (1853). Una lemniscata lleva su nombre.

Gerson, Levi ben. V. Levi ben Gerson.

Gerwien, P. (h. 1833). Militar prusiano. Demostró (1833) que dos polígonos equivalentes se pueden descomponer siempre en porciones congruentes (teorema de Bolyai-Gerwien, que parece que fue demostrado por primera vez por William Wallace en 1807).

Ghetaldi, Marino (1568-1626). Matemático y físico de Ragusa. Nació en Dubrovnic (República de Ragusa, hoy Croacia). Estudió en Roma, Inglaterra, Amberes y París, donde fue alumno y amigo de Viète. En Padua conoció a Galileo. En 1603 escribió su obra sobre la física de Arquímedes, donde incluye una tabla exacta con los pesos específicos de sólidos y líquidos. Escribió *Apolonio redivivo* (1607), donde presentó la interdependencia entre geometría y álgebra, resolviendo problemas geométricos complicados planteándolos por álgebra y construyendo geoméricamente los resultados obtenidos, así como dando pruebas geométricas de reglas algebraicas y construyendo geoméricamente las raíces de ecuaciones algebraicas. En su obra *Sobre la resolución y composición matemática* (póstumo, 1630) realizó un trabajo completo sobre estos temas.

Ghiberti, Lorenzo (1378-1455). Pintor, escultor, arquitecto, platero y escritor italiano. Nació en Pelago. Como Brunelleschi, Alberti y otros pintores, trató de investigar los fundamentos científicos de su arte, ocupándose del estudio de la perspectiva, es decir, de la intersección de un plano con el haz de rayos que parten de los distintos puntos del espacio. Entre sus obras escultóricas destacan la primera de las dos puertas del baptisterio de Florencia (1402-1424) y, entre 1425 y 1452, la segunda puerta, llamada del Paraíso.

Gianikellis, Kostas Y. (h. 1998). Profesor de biomecánica y control motor en la Universidad de Extremadura. Junto con Marcos Gutiérrez escribió el artículo *Estado actual de conocimientos de las técnicas de tratamiento de los datos posición-tiempo en el campo de la biomecánica del aparato locomotor* (1998), donde exponen las técnicas de ajuste para evaluar la primera y segunda derivada temporal de las funciones posición-tiempo: diferencias finitas de primer y segundo orden, mínimos cuadrados, filtrados digitales, series de Fourier, etc. Gianikellis es coautor de varias publicaciones sobre biomecánica.

Gibbs, Josiah Willard (1839-1903). Físico y matemático estadounidense. Nació en New Haven (Connecticut). Ingresó en Yale en 1854. Recibió en 1863 el primer título de doctor en ingeniería otorgado en Estados Unidos. Profesor de matemáticas en Yale College (1871), aunque principalmente fue un físico-químico. Realizó aportaciones fundamentales a la mecánica estadística, la termodinámica y la fisicoquímica, ciencia de la que se puede considerar como su fundador. Aplicó el análisis vectorial a la mecánica celeste. Publicó (1881-1884) para distribución privada entre sus estudiantes *Elementos de análisis vectorial*. Su punto de vista se expone en una nota introductoria: “Los principios fundamentales del siguiente análisis son familiares bajo una forma ligeramente diferente a los estudiantes de los cuaternios. La manera como la materia es desarrollada de alguna manera es diferente de lo que se hace en los tratados sobre cuaternios, consistiendo simplemente en dar una notación adecuada para aquellas relaciones entre los vectores, o entre vectores y escalares, que parecen más importantes, y que se prestan ellas mismas más fácilmente a las transformaciones analíticas, y para explicar algunas de estas transformaciones. Como precedente de tal desviación del uso de los cuaternios puede citarse *Cinemática* de Clifford. En este contexto puede mencionarse el mismo Grassmann, a cuyos sistemas se asemeja el siguiente método en algunos aspectos más cercanamente que el de Hamilton.” Aunque escrito para circulación privada, su trabajo fue ampliamente conocido. El material se incorporó finalmente en un libro escrito por E. B. Wilson, *Análisis vectorial* (1881), basado sobre las clases de Gibbs. Impulsó el desarrollo de un álgebra para los vectores del espacio tridimensional, en la que no se verifica la propiedad conmutativa de la multiplicación. Generalizó la aplicación del cálculo de probabilidades con sus *Principios elementales de mecánica estadística, desarrollada con especial referencia a los fundamentos racionales de la termodinámica* (1902). Su nombre está unido al de una función que representa la entalpía libre. A título de mera curiosidad, es de recordar un “fenómeno” vinculado con el nombre de Gibbs, que se presentó en la determinación mecánica de los coeficientes de la serie de Fourier. Tal determinación, así como la operación inversa de calcular la suma de los términos de una serie trigonométrica, se realizaba en el siglo XIX mediante instrumentos denominados analizadores armónicos. La Universidad de Chicago disponía de uno de ellos, que permitía sumar hasta 160 términos de la serie. Al utilizarse el analizador en un caso especial, aparecieron dos prolongaciones rectilíneas inexplicables, que al principio se atribuyeron a una imperfección del analizador, pero Gibbs pudo demostrar en 1899 la necesidad de la presencia de esos dos segmentos rectilíneos.

Gibson, Chris G. (h. 1990). Matemático inglés. Profesor del departamento de ciencias matemáticas de la Universidad de Liverpool. Trabajó en la teoría de singularidades, en la interfaz entre dicha teoría y la cinemática, con aplicaciones a la robótica. Escribió *Geometría elemental de curvas algebraicas* (1998) y *Geometría elemental de curvas diferenciales* (2001). Con Hunt, K. H. escribió *Génesis y geometría. Teoría de mecanismos y máquinas* (1990). Es coautor de varias publicaciones sobre la teoría de singularidades.

Giffen, Robert (1837-1910). Economista británico. Nació en Strathaven (Lanarkshire, Escocia). Escribió numerosas obras de estadística, como *Investigaciones y estudios económicos* (1904).

Gil Medrano, Olga (n. 1956). Matemática española. Nació en Burgos. Presidenta de la Real Sociedad Matemática Española (2006). Profesora de geometría y topología de la Universidad de Valencia. Son palabras suyas: “Sin matemáticas, todos seríamos más manipulables”, “Las matemáticas representan, digamos, el 20% del conocimiento total”. Se doctoró con la tesis *Ciertas propiedades geométricas y topológicas en algunas clases de variedades riemannianas casi producto* (1982). Ha escrito *Fondo y forma: matemáticas en la creación artística actual* (2004), *Un mundo en el bolsillo, la geometría plegable de Santiago Calatrava* (2004).

Giménez Rodríguez, Joaquín (h. 1991). Pedagogo español. Profesor de enseñanza media (1968-1981). Realizó estudios de postgrado en educación matemática en la Universidad Laval (Québec). Se doctoró en la Universidad Autónoma de Barcelona (1991), versando su tesis doctoral sobre el número racional en la educación básica. Profesor de didáctica de las matemáticas especializado en didáctica y epistemología del álgebra y la aritmética. Ha publicado *Evaluación en matemáticas: una integración de perspectivas* (1997).

Giordano, Aníbal (s. XVIII). Matemático italiano. En unión de Malfatti, resolvió el problema de inscribir en un círculo un polígono cuyos lados pasan por puntos dados.

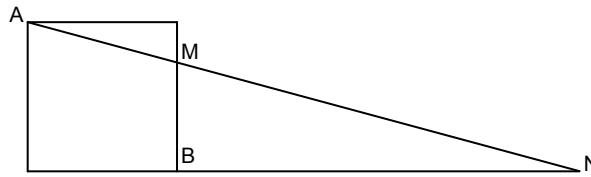
Giorgi, Ennio de (1928-1996). Matemático italiano. Nació en Lecce. Realizó importantes contribuciones al análisis matemático. De manera independiente de Nash, Giorgi demostró el teorema que lleva el nombre de ambos, que abrió las puertas del análisis no lineal, y cuyo resultado atañe a los operadores elípticos en forma de divergencia, con lo que se logra entender la regularidad de las superficies mínimas o de las soluciones de los problemas variacionales propuestos por Hilbert. El enunciado del citado teorema es el siguiente: Si $L(u) = 0$ en D , entonces u es Hölder continua de orden α (donde α depende sólo de la elipticidad). Giorgi escribió *Sobre la diferenciabilidad y la analiticidad de las integrales múltiples regulares* (1957).

Giorgini, Gaetano (1795-1874). Matemático e ingeniero italiano. Nació en Montignoso (Lucca). Enseñó en Florencia y Pisa. Realizó trabajos en geometría analítica, estudiando los sistemas de planos, en los que a cada punto corresponde un plano que pasa por él y recíprocamente (1828).

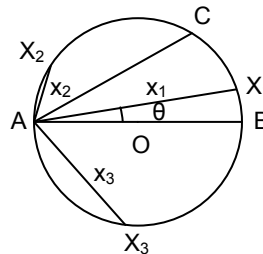
Girard, Albert (1595-1632). Matemático francés. Nació en Saint-Mihiel, que formaba parte del ducado de Lorena (hoy, departamento del Mosa, región de Lorena). Siendo miembro de la iglesia reformada, tuvo que establecerse en los Países Bajos. Probablemente estudió en la Universidad de Leiden. Fue ingeniero en el ejército del príncipe de Orange. Publicó *Nueva invención en álgebra* (1629), donde define la fórmula del exceso esférico, y donde se toma en consideración las raíces negativas e imaginarias de las ecuaciones y expone sin demostración el teorema fundamental del álgebra. Escribe las ecuaciones en forma completa, separando en cada miembro los términos de igual paridad de las potencias de la incógnita y admitiendo coeficientes nulos cuando la ecuación carece de este término. Admite, además de las raíces positivas, las negativas y las complejas (que llama “enveloppés”) simples y dobles. Observa que las raíces “imposibles” (negativas e imaginarias) sirven para asegurar la validez de la regla general y comprobar que no hay otras soluciones y, asimismo, que prestan utilidad para inventar las ecuaciones que las contienen.

Por lo demás, agrega ejemplos en los que las soluciones negativas tienen interpretación concreta, como en el siguiente problema, por otra parte clásico: Dado un cuadrado de vértices opuestos A y B ,

determinar por A rectas cuya intersección entre los lados (o sus prolongaciones) del cuadrado que concurren en B sea un segmento dado MN , mayor que el doble de la diagonal del cuadrado dado.



Realizó la resolución completa de la ecuación cúbica en el caso irreducible, mediante la trisección del ángulo: Sea la ecuación $x^3 = px + q$, con la condición $4p^3 > 27q^2$ con p y q positivos. Considera una circunferencia de diámetro $AB = 2(p/3)^{1/2}$, en la que, por la desigualdad anterior, existirá una cuerda $AC = 3q/p$. Si se triseca el ángulo $CAB = 3\theta$, con $BAX_1 = \theta$, la cuerda $AX_1 = x_1$ da la raíz positiva de la ecuación; en efecto, basta sustituir los valores de $x_1 = 2(p/3)^{1/2} \cos \theta$ y de $q = \frac{2}{3}p(p/3)^{1/2} \cos 3\theta$ en la ecuación, para comprobar que se satisface la identidad $4\cos^3 \theta - 3\cos \theta = \cos 3\theta$. Si a partir de X_1 se divide la circunferencia en tres partes iguales, mediante los puntos X_2 y X_3 , las cuerdas $AX_2 = x_2$ y $AX_3 = x_3$, proporcionan los valores absolutos de las otras dos raíces de la ecuación.



Girard encontró las relaciones entre los coeficientes de una ecuación de cualquier grado y sus raíces. Dio la suma de los cuadrados, cubos y cuartas potencias de las raíces de una ecuación. Conjeturó el teorema fundamental del álgebra: Toda ecuación polinómica con coeficientes complejos, tiene al menos una raíz compleja. Publicó unas tablas trigonométricas utilizando algunos símbolos, y en las que dio a conocer una clasificación de los polígonos, con inclusión de los estrellados y de los que tienen ángulos entrantes. Estableció (1634) la fórmula que liga tres términos consecutivos de la serie de Fibonacci. Enunció el teorema de que la suma de los tres ángulos de un triángulo esférico, medidos en radianes, es mayor que π , y que su área es el exceso de dicha suma sobre π .

Girón González-Torre, Francisco Javier (n. 1945). Matemático español. Nació en Santander. Doctor en ciencias matemáticas, especialidad estadística, por la Universidad Complutense de Madrid. Profesor de estadística matemática y cálculo de probabilidades de la Universidad de Málaga. Miembro de la Real Academia de Ciencias Exactas. Es autor, o coautor, entre otros trabajos, de *Sobre la dualidad de dos criterios de decisión* (1975), *Una caracterización conjunta de la probabilidad subjetiva y de la utilidad* (1985), *Sobre la existencia de soluciones no dominadas* (1982), *Una alternativa bayesiana a los contrastes de la bondad del ajuste* (1985), *Teoría de juegos* (1985), *Inferencia bayesiana en mixturas, métodos aproximados* (1991), *Detección de outliers en muestras de Poisson y exponencial* (1997), *Análisis de observaciones influyentes en modelos de regresión para datos agrupados con función de nexo general* (2000), *La contribución de la lengua española al PIB y al empleo: una aproximación macroeconómica* (2008), *Selección de variables en el análisis coste-efectividad* (2009).

Gödel, Kurt (1906-1978). Matemático y lógico estadounidense, de origen checo austriaco. Descendiente de una familia de pequeños empresarios textiles alemanes y austriacos. Nació en Brünn, localidad de Moravia (Imperio austrohúngaro, hoy Brno, República Checa), en el seno de una familia de origen alemán. Desde pequeño fue delicado de salud y fácilmente depresivo. Estudió matemáticas en la Universidad de Viena, en la que se doctoró en 1930, bajo la supervisión de Hahn (V. esta reseña). Su tesis doctoral fue su famosa prueba de la suficiencia semántica del cálculo lógico de primer orden. Gödel asistía regularmente a las reuniones del Círculo de Viena y más tarde a las sesiones del Coloquio Matemático que en dicha universidad dirigía Menger. Desde 1933 a 1939 fue

“privatdozent” (con derecho a dar clases pero no a cobrar sueldo) de esta Universidad. Durante los cursos 1933-34 y 1938-39 estuvo invitado en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton (EE. UU.). En la primera de dichas estancias expuso su prueba de la consistencia relativa del axioma de elección y la hipótesis del continuo en teoría de conjuntos. El ambiente en Viena se había ido enrareciendo, y en 1936 M. Schlick, fundador del Círculo de Viena, había sido asesinado durante una conferencia. Gödel, que siempre había evitado toda toma de posición política, tuvo problemas e incluso se llegó a pensar que era judío. A finales de 1939, temiendo ser alistado en el ejército nazi, huyó a Estados Unidos atravesando Rusia en el ferrocarril transiberiano. En EE. UU. se incorporó al Institut of Advanced Study de Princeton, donde permaneció el resto de su vida. En Princeton se reunió lo más granado de los científicos europeos (Einstein, Weyl, Neumann,...) que habían tenido que huir de la pesadilla hitleriana. Con ellos, pasó la vanguardia de la ciencia mundial de Alemania a los Estados Unidos. Desde 1940 a 1946, Gödel fue miembro ordinario del citado Instituto, de 1946 a 1953 fue miembro permanente, y a partir de 1953 fue profesor titular. En 1948 adquirió la nacionalidad norteamericana. En 1951 recibió el primer premio Einstein. En 1955 fue elegido miembro de la Academia Nacional de Ciencias. Fue un enfermo psicótico, teniendo a lo largo de su vida frecuentes episodios de paranoia, siendo ingresado varias veces en sanatorios. Temiendo ser envenenado, murió en 1978 víctima de su negativa a comer. Probablemente ha sido el lógico más notable de todos los tiempos.

En su artículo *Sobre proposiciones formalmente indecidibles de los “Principia Mathematica” y sistemas afines* (1931), expuso el teorema de incompletitud de la aritmética (teorema de Gödel), que establece que todo sistema formal deductivo que añada, cuando menos, al aparato de la lógica elemental los principios y reglas de la aritmética, se enfrentará fatalmente con proposiciones bien construidas que no podrá ni demostrar ni refutar y que, por tanto, son indecidibles. Lo que esto significa, en efecto, es que la consistencia de la aritmética no puede ser demostrada por la lógica más restringida admisible en la metamatemática, es decir, que es imposible demostrar que los axiomas de la aritmética no conducirán a una contradicción. A propósito de este resultado, decía Weyl que Dios existe porque la matemática es consistente, y el diablo existe porque no podemos demostrar dicha consistencia.

Para su exposición, Gödel inventó un sistema de índices (procedimiento hoy llamado “gödelización”) que correlaciona las fórmulas del sistema formal con un subconjunto de los números naturales. Los problemas planteados por los teoremas de Gödel, entre otros, se estudian de manera sistemática, y fuera ya de la aritmética, en una nueva rama de la lógica matemática conocida como metamatemática, que estudia la estructura y propiedades de las teorías matemáticas atendiendo no sólo al aspecto simbólico o sintáctico, sino también a la interpretación semántica de los símbolos y reglas. En su obra *Consistencia del axioma de elección y la hipótesis del continuo* (1940), demostró que si el sistema de axiomas de Zermelo-Fraenkel sin el axioma de elección es consistente, entonces el sistema obtenido añadiendo este axioma también es consistente; es decir, el axioma de elección no puede ser refutado. Análogamente, la hipótesis del continuo (V. Cantor) es consistente con el sistema de Zermelo-Fraenkel (sin el axioma de elección).

Godement, Roger (n. 1921). Matemático francés. Estudió en la École Normale Supérieure de París. Miembro del grupo Bourbaki. Hizo contribuciones importantes en análisis funcional. Escribió *Teoría y topología algebraica de haces* (1958), así como varios textos sobre los grupos de Lie, álgebra abstracta y análisis matemático.

Goldbach, Christian (1690-1764). Matemático alemán. Nació en Königsberg (hoy, Kaliningrado). En 1725, fue profesor de matemáticas e historia en la Academia Imperial de San Petersburgo. En 1728 fue tutor del zar Pedro II, en Moscú. En 1742 formó parte del ministerio de Asuntos Exteriores ruso. Formuló (1742) en una carta dirigida a Euler, la llamada conjetura que lleva su nombre, según la cual todo número par mayor que 3 puede expresarse como suma de dos números primos (todo número impar suficientemente grande es representable como suma de tres primos). A pesar de las numerosas investigaciones realizadas sobre ella, aún está pendiente su demostración completa. Estudió la integración de ecuaciones diferenciales mediante series. Al parecer, el primer estímulo para que Euler investigara en teoría de números, partió de Goldbach. En la carta de éste a Euler, de 1 de diciembre de 1729, le preguntaba: “¿Conoces la observación de Fermat acerca de que todos los números de la forma

$2E2^{n-1} + 1$, más precisamente 3, 5, 17, etc. son primos? Además él mismo, según reconoce, no pudo demostrarlo y, por lo que yo sé, después de él nadie lo ha demostrado”.

Goloviná, L. I. (h. 1973). Matemático soviético. Publicó *Inducción en la geometría* (con I. M. Yaglóm, 1973), *Álgebra lineal y algunas de sus aplicaciones* (1974).

Goluzin, Gennadii Mikhailovich (1906-1952). Matemático ruso. Nació en Torzhok (Tverskaya oblast). Estudió matemáticas y mecánica en la Universidad de Leningrado, donde se graduó (1929), enseñó y fundó un centro de investigaciones sobre la teoría de funciones analíticas. Publicó *Teoría geométrica de funciones de variable compleja* (1966).

Gombaud, Antoine, caballero de Méré. V. Méré, Antoine Gombaud, caballero de.

Gomes Teixeira, Francisco (1851-1933). Matemático portugués. Rector de la Universidad de Oporto. Fue nombrado primer socio honorario de la Sociedad Matemática Española (1912), en cuya revista colaboró con diversos artículos. Escribió un *Tratado de las curvas especiales notables, tanto planas como alabeadas* (1905).

Gómez Alfonso, Bernardo (n. 1951). Matemático español. Nació en Alcira. Doctor en matemáticas (1994) por la Universidad de Valencia. Catedrático de didáctica de las matemáticas. Investiga en el pensamiento numérico y algebraico. Ha publicado *El cálculo aritmético. Los algoritmos* (1983), *Numeración y cálculo* (1991), *Componentes de la investigación en pensamiento numérico y algebraico* (2006), *La razón en semejanza. El caso del perrito* (2007).

Gompertz, Benjamín (1779-1865). Matemático y actuariólogo inglés. Nació en Londres. Publicó importantes trabajos estadísticos sobre mortalidad (1825). Lleva su nombre la ley que describe el crecimiento geométrico de la tasa de mortalidad.

González Jiménez, Enrique (1908-1957). Matemático español. Nació en Madrid. Doctor en ciencias exactas en la Universidad Central en Madrid. Tras la guerra civil española, se exilió a Méjico. Fue profesor de aritmética, álgebra, geometría analítica y cálculo infinitesimal en escuelas superiores, así como de ciencias en institutos de segunda enseñanza. Director del Instituto Luis Vives en México. Escribió diversos trabajos sobre la teoría de las sustituciones y los sistemas polares, geometría analítica y descriptiva, y ampliación de matemáticas.

González Ortiz, Manuel José (n. 1957). Matemático español. Nació en Santander. Licenciado en físicas por la Universidad de Valladolid (1979) y doctor en matemáticas por la Universidad de Santander (1983). Catedrático de análisis matemático en la Universidad de Cantabria. Investiga sobre operadores entre espacios de Banach. Es coautor de *La hipótesis del continuo* (2000), *Un cálculo funcional local* (1996), *Sobre la convergencia de series de Neumann en espacios de Banach* (1987).

González-Alcón, Carlos (n. 1966). Matemático español. Nació en Madrid. Doctor en matemáticas por la Universidad de La Laguna, versando su tesis sobre distintas aplicaciones de la teoría de juegos a la economía. Profesor de estadística, investigación operativa y computación en la citada Universidad. Es coautor de *Optimización de los sistemas bioquímicos a través de la programación matemática* (2010).

Göpel, Gustav Adolph (1812-1847). Matemático alemán. Nació en Rostock (Mecklemburgo-Pomerania Anterior). Estudió matemáticas, física y química en Rostock, Pisa y en la Universidad de Berlín, donde se doctoró (1835) con una tesis sobre las ecuaciones indeterminadas de segundo grado. Mantuvo amistad con Crelle. Estudió el problema de la inversión de las integrales hiperelípticas de primera especie, formando las funciones inversas de las sumas de cada dos de dichas integrales. Estudió la serie de cónicas que tienen entre sí un doble contacto, atendiendo a la proyectividad de las series de puntos y haces de rectas determinados por las cónicas.

Gordan, Paul (1837-1912). Matemático alemán. Nació en Breslau (Alemania, hoy Wrocław, Polonia). Estudió en las Universidades de Königsberg y Breslau. Enseñó en la Universidad de Erlangen-Nuremberg. Investigó en geometría algebraica, especialmente en lo tocante a los invariantes (se le llamó “el príncipe de los invariantes”). Expuso (1868) su teorema consistente en que a cada forma binaria le corresponde un sistema completo finito de invariantes y covariantes enteros racionales. Para ello contó con el auxilio de teoremas debidos a Clebsch (V. esta reseña) y el resultado es conocido como el teorema de Clebsch-Gordan. También demostró (1870) que cualquier sistema finito de formas binarias tiene un sistema completo finito de invariantes y covariantes. Gordan obtuvo el sistema completo para la forma cuadrática ternaria, para la forma cúbica ternaria, y para un sistema de dos y tres cuadráticas ternarias. Para la cuártica ternaria especial $x_1^3x_2 + x_2^3x_3 + x_3^3x_1$, Gordan dio un sistema completo de 54 formas fundamentales (1887). Gordan obtuvo una demostración de existencia muy laboriosa, de forma que cuando Hilbert la obtuvo de forma sencilla, Gordan exclamó: “Esto no son matemáticas; es teología”. Sin embargo, reconsideró el asunto y posteriormente dijo: “Me he convencido a mí mismo de que la teología también tiene sus ventajas”. De hecho, él mismo simplificó la demostración de existencia dada por Hilbert. En 1865, Gordan y Clebsch reunieron sus esfuerzos en la investigación de la geometría algebraica, publicando *Teoría de las funciones abelianas* (1866), lo que representó una importante contribución a la geometría algebraica, pero no estableció una teoría puramente algebraica de la teoría de Riemann sobre las integrales abelianas. Usaron métodos algebraicos y geométricos como opuestos a la teoría de funciones de Riemann, pero también usaron resultados básicos y los métodos de la teoría de funciones de Weierstrass. Además, tomaron algunos resultados acerca de las funciones racionales y el teorema del punto intersección como ciertos. La esencia de su método algebraico consistió en las transformaciones racionales. Dieron la primera demostración algebraica de la invariancia del género p de una curva algebraica por las transformaciones racionales, usando como definición de p el grado y número de singularidades de $f = 0$. Usando el hecho de que p es el número de integrales linealmente independientes de primera clase sobre $f(x_1, x_2, x_3) = 0$ y que estas integrales son siempre finitas, mostraron que la transformación $\rho x_i = \psi_i(y_1, y_2, y_3)$, con $i = 1, 2, 3$, transforma una integral de primera clase en una integral de primera clase en la que p es invariante. También proporcionaron nuevas demostraciones del teorema de Abel. Su trabajo no fue riguroso. En particular también ellos, en la tradición de Plücker, contaron las constantes arbitrarias para determinar el número de puntos de intersección de una curva C_m con una C_n . No investigaron las clases especiales de puntos dobles. La trascendencia de la obra de Clebsch-Gordan para la teoría de las funciones algebraicas consistió en expresar claramente en forma algebraica resultados tales como el teorema de Abel y usarlo en el estudio de las integrales abelianas. Colocaron la parte algebraica de la teoría de las integrales y funciones abelianas en un primer plano, y en particular establecieron la teoría de las transformaciones sobre fundamentos propios de ella.

Gorenstein, Daniel E. (1923-1992). Matemático estadounidense. Estudió en la Universidad de Harvard. Enseñó en las Universidades de Clark, Northeastern y Rutgers. Ante la realidad de que la demostración matemática (y no ya sólo la obtenida por ordenador) es difícilmente verificable por un matemático cuando muestra cierta complejidad y es suficientemente larga, como es el caso de la clasificación de los grupos finitos simples, Gorenstein en 1994, concluyó que dicha clasificación se puede dar por terminada, lo que ha sido admitido por todo matemático.

Gosset, Thorold (1869-1962). Abogado y matemático (aficionado) inglés. Profundizó en topología y en el estudio de geometrías de más de tres dimensiones. Publicó *Sobre las figuras regulares y semirregulares en el espacio de n dimensiones* (1900)

Gosset, William Sealy (Student). (1876-1937). Estadístico inglés. Nació en Canterbury. Estudió en Oxford. Trabajó en la destilería de Arthur Guinness en Dublín y en el laboratorio de Karl Pearson, donde pudo aplicar y desarrollar sus conocimientos estadísticos. Mantuvo amistad tanto con Pearson como con Fisher, quien supo apreciar la importancia de los trabajos de Student, que publicó *El error probable de una media*, que incluían las *Tablas de Student*.

Gotthelf Kästner, Abraham (1719-1800). Matemático y epigramista alemán. Estudió en Leipzig y enseñó en Gotinga. Publicó *Fundamentos de las matemáticas* (1758), *Historia de las matemáticas* (1796).

Goudin, Mathieu Bernard (1734-1805). Matemático, astrónomo y magistrado francés. Nació en París. Junto con Achille Pierre Dionis du Séjour, publicaron *Tratado de curvas algebraicas* (1756). Expusieron que una curva de orden (grado) n no puede tener más de $n(n - 1)$ tangentes con una dirección dada, ni más de n asíntotas, añadiendo, como lo había hecho ya Maclaurin, que una asíntota no puede cortar a la curva en más de $n - 2$ puntos.

Gould, Sydney Henry (1909-1986). Investigó en perspectiva y topología. Publicó *Origen y desarrollo de los conceptos de geometría* (1957). Tradujo el *Liber de Ludo Aleae*, de Cardano.

Goupillière, Julien Napoleon Haton de la (1833-1927). Ingeniero de minas y matemático francés. Nació en Bourges. Estudió en la École Polytechnique de París. Fue director de la Escuela de Minas. En su obra *Investigación de la braquistócrona de un cuerpo pesante en relación con resistencias pasivas* (1880), estudió la curva braquistócrona en el caso de una fuerza resistente y de rozamiento. Estudió la teoría de la geometría del espacio heterogéneo. Publicó *Tratado general de mecanismos, Curso de explotación de minas*.

Gournerie, Jules-Antoine-René Maillard de la (1814-1883). Matemático francés. Nació en Nantes. Estudió en la Academia Naval y en la École Polytechnique de París. Proyectó las mejoras del puerto de Saint-Nazaire. Enseñó en la École Polytechnique y en el Conservatorio de Artes y Oficios. Escribió un *Tratado de las propiedades proyectivas*. En su obra *Memoria sobre las líneas de sombra y de perspectiva de los helicoides* (1851), estudió diversas curvas como el molino de viento.

Goursat, Edouard Jean Baptiste (1858-1936). Matemático francés. Nació en Lanzac. Estudió en la École Normale Supérieure, donde se doctoró (1881). Profesor en la Universidad de Toulouse (1882-1885), en la citada École Normale (hasta 1897) y en la Universidad de París hasta su jubilación. Miembro de la Académie des Sciences (1919). Demostró (1900) el teorema de Cauchy, $\int_C f(z) dz = 0$ alrededor de una curva cerrada C , sin suponer la continuidad de la derivada $f'(z)$ en la región cerrada limitada por la curva C . La existencia de $f'(z)$ era suficiente. Goursat señaló que la continuidad de $f(z)$ y la existencia de la derivada eran suficientes para caracterizar la analiticidad. En 1898 Goursat mejoró las demostraciones que Cauchy y Kovalevskaya habían llevado a cabo sobre sistemas de ecuaciones en derivadas parciales. Publicó *Lecciones de integración de ecuaciones en derivadas parciales de primer orden* (1891) y *Curso de análisis matemático* (1900-1910).

Gowers, W. Timothy (n. 1963). Matemático inglés. Nació en Wiltshire. Profesor en la Universidad de Cambridge. Galardonado con la medalla Fields 1998 por sus trabajos de investigación en la conexión de los campos del análisis funcional y la combinatoria. Resolvió, junto con J. Bourgain, la mayoría de las cuestiones planteadas por Banach en su obra *Teoría de las operaciones lineales*. Algunos de los problemas estudiados por Erdős, están relacionados con la densidad de conjuntos de números, en especial sobre el teorema de Van der Waerden (1936). Estos trabajos llevaron a importantes descubrimientos por parte de Roth, Szemerédi, Furstenberg y Gowers.

Graeffe, Carl Heinrich (1799-1873). Matemático suizo. Publicó un trabajo sobre la resolución aproximada de ecuaciones de cualquier grado (1837), obteniendo todas las raíces, reales o imaginarias, simples o dobles, mediante un proceso en el que, haciendo cada vez mayor el módulo de las raíces, cada una de ellas puede calcularse despreciando las de módulo inferior.

Grandi, Guido (1671-1742). Matemático italiano. Alumno de Saccheri. Miembro de la orden de los Camaldolitas. Profesor de filosofía (1700) y de matemáticas (1714) de la Universidad de Pisa. Escribió *La cuadratura de círculos e hipérbolas* (1703), donde estudió la curva versiera y la rosa que lleva su nombre. Sobre ésta última, o curva rodonea, escribió *Flores geometrici ex rhodonearum* (1728). Grandi es autor de varios trabajos de geometría en los que consideró las analogías del círculo y de la hipérbola equilátera. También estudió curvas en la esfera y la cuadratura de partes de una superficie esférica.

En una carta suya de 1705 dirigida a Leibniz, hacen su aparición las series oscilantes, mediante el clásico ejemplo de la serie $1/(1 + x) = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$, para $x = 1$, preguntándose si su suma podría

ser $\frac{1}{2}$, media aritmética de los dos posibles valores de las sumas parciales de sus n primeros términos, y también valor de la fracción generadora para $x=1$. En esta carta, Grandi sugiere que con esta serie se plantea una paradoja comparable a los misterios del Cristianismo, porque si se asocian los términos de la serie por parejas, se obtiene por resultado: $1 - 1 + 1 - 1 + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = \frac{1}{2}$, análogamente a la creación del mundo de la nada.

Grassmann, Hermann Gunther (1809-1877). Matemático, teólogo y lingüista alemán. Nació en Stettin (hoy, Szczecin, Polonia). Estudió teología en Berlín. Careció de educación universitaria en matemáticas. Se dedicó a la enseñanza en el nivel de la escuela secundaria, siendo maestro del Instituto (gymnasium) de Stettin, desde 1831 hasta su muerte, exceptuando el periodo 1834-1836 cuando enseñó en una escuela industrial en Berlín. A la edad de 53 años, desengañado por el escaso éxito de sus trabajos matemáticos, se dedicó al estudio del sánscrito. Publicó *Cálculo de la extensión* (1844), cuyo título completo alude a “una nueva disciplina matemática expuesta y aclarada mediante explicaciones”. La obra, que trataba la “parte lineal” de la teoría, estaba escrita en un estilo demasiado abstracto, mezclado con doctrinas místicas, por lo que, a pesar de ser altamente original, se mantuvo en el anonimato durante varios años. En 1862 publicó una edición revisada, bajo el título *La extensión*, donde simplificó y amplió el trabajo original, pero su estilo, en exceso filosófico, y su carencia de claridad hicieron que esta obra tampoco fuera muy conocida. Sólo más tarde, y muerto Grassmann, se reconoció la amplia generalidad y la total abstracción de este cálculo algebraico-geométrico en un espacio de n dimensiones, con el que fundó la geometría abstracta n -dimensional. En su obra se contiene, expuesta en forma puramente geométrica, una teoría del cálculo con sistemas de números completamente generales, llamados “magnitudes extensivas”, formados por n unidades, con importantes aplicaciones, apareciendo conceptos básicos del cálculo vectorial como “producto interno”, “producto externo”, etc. En un ensayo de 1855, proporcionó dieciséis tipos diferentes de productos para hipernúmeros, dando su significado geométrico, y aplicándolos a la mecánica, magnetismo y cristalografía. Parecía como si los n componentes de sus hipernúmeros fuesen innecesarios, pues el número de componentes útiles serían cuatro, como mucho. Aun así, el pensamiento de Grassmann llevó a los matemáticos a la teoría de tensores. Estableció una notación para la teoría de los vectores. Aplicó su teoría a los determinantes funcionales. Para la generación de las curvas algebraicas dio a conocer un mecanismo lineal que aplicó también de un modo especial a cúbicas y cuárticas, y posteriormente a curvas generales mediante haces de curvas proyectivas. Puede considerarse que el fundador de la geometría abstracta fue Grassmann, en su *Cálculo de la extensión* de 1844, pues ahí se encuentra el concepto de geometría n -dimensional en su completa generalidad. En una nota publicada en 1845 decía Grassmann: “Mi *Cálculo de la extensión* construye el fundamento abstracto de la teoría del espacio; esto es, queda libre de toda intuición espacial y es una ciencia puramente matemática; la geometría constituye únicamente su aplicación especial al espacio (físico). Sin embargo, los teoremas que presento en él no son simples traducciones a un lenguaje abstracto de resultados geométricos; tienen una significación mucho más general, porque mientras la geometría ordinaria se limita a las tres dimensiones del espacio (físico), la ciencia abstracta queda libre de esta limitación”.

Graustein, William Caspar (1888-1941). Matemático estadounidense. Nació en Cambridge (Massachusetts). Estudió en las Universidades de Harvard y Bonn y enseñó en las de Harvard y Houston. Escribió *Introducción a la geometría superior* (1930), *Geometría diferencial* (1935).

Graves, John T. (h. 1841). Matemático inglés. Estudió el cálculo con magnitudes complejas, ampliando a los octoniones la teoría de Hamilton sobre los cuaternios. Publicó varios teoremas sobre arcos semejantes en una misma cónica (1841).

Gray, Alfred (1939-1998). Matemático estadounidense. Nació en Dallas (Texas). Estudió en las Universidades de Kansas y California, Los Ángeles. Enseñó en las Universidades de California, Berkeley y Maryland. Investigó en la teoría de las funciones de variable compleja, geometría diferencial y ecuaciones diferenciales. Estaba muy relacionado con las Universidades españolas de Santiago, Valencia y País Vasco (falleció en Bilbao), hasta tal forma que aproximadamente una cuarta

parte de sus trabajos de investigación los realizó en colaboración con matemáticos españoles. Escribió *Moderna geometría diferencial de curvas y superficies* (1993).

Green, Christopher (h. 1669). Matemático inglés. Afirmaba (1669) que el hiperboloide de una hoja podía ser generado al girar una recta alrededor de otra que no se encontrara en su plano.

Green, George (1793-1841). Matemático inglés. Nació en Sneinton (Nottinghamshire). Hijo de un molinero, fue un matemático autodidacto. Se dedicó a tratar la teoría de la electricidad estática y del magnetismo de una manera completamente matemática. Ingresó en la Universidad de Cambridge a la edad de 40 años por la gestión y el impulso del matemático Edward Bromhead, graduándose (1837). En 1839 fue elegido “fellow” en el Gonville and Caius College, en Cambridge.

Publicó *Ensayo sobre la aplicación del análisis matemático a las teorías de la electricidad y el magnetismo* (1828), donde expuso la transformación de integrales hoy llamada teorema de Green, pero por la escasa tirada del trabajo se difundió tan poco que el teorema fue redescubierto por otros, entre ellos Gauss, de ahí que a veces este teorema se denomina de Green-Gauss. Su enunciado es el siguiente: Si $P(x,y)$ y $Q(x,y)$ tienen derivadas parciales continuas en una región R del plano limitada por una curva cerrada C , se tiene que: $\int_C [P(x,y) dx + Q(x,y) dy] = \iint_R (Q_x - P_y) dx dy$.

El *Ensayo* fue ignorado hasta que lord Kelvin lo descubrió, reconoció su gran valor y lo publicó en el *Journal für Mathematic*, en 1852. Green fue el primero en aplicar la función potencial fuera de la gravitación, dándole este nombre y extendiéndola a problemas de electricidad y magnetismo. Partiendo de la ecuación del potencial $\partial^2 U/\partial x^2 + \partial^2 U/\partial y^2 + \partial^2 U/\partial z^2 = 0$, o bien $\Delta U = 0$ (este simbolismo no lo utilizó Green), Green demostró una serie de teoremas, de los que el principal es el siguiente: Siendo U y V dos funciones continuas cualesquiera de x, y, z cuyas derivadas no son infinitas en ningún punto de un cuerpo arbitrario, se tiene que: $\iiint U \Delta V dv + \iint U \partial V/\partial n d\sigma = \iiint V \Delta U dv + \iint V \partial U/\partial n d\sigma$, donde n es la normal a la superficie del cuerpo dirigida hacia adentro, dv un elemento de volumen y $d\sigma$ un elemento de superficie (este teorema, también demostrado por Ostrogradski, es la aplicación a tres dimensiones del expuesto más arriba). Luego, Green demostró que se puede imponer el requisito de que V y cada una de sus primeras derivadas fueran continuas en el interior del cuerpo, en lugar de una condición de frontera sobre las derivadas de V . De acuerdo con esto, Green representó V en el interior del cuerpo, en términos de su valor V^* sobre la frontera (función que estaría dada) y en términos de otra función U que tiene las siguientes propiedades: a) U debe ser 0 sobre la superficie. b) En un punto P fijo pero indeterminado en el interior, U se hace infinita como $1/r$, donde r es la distancia de cualquier otro punto a partir de P . c) U debe satisfacer la ecuación del potencial $\Delta U = 0$ en el interior. Entonces, si U es conocida, y podría ser encontrada más fácilmente porque satisface condiciones más simples que V , entonces V puede representarse en todo punto interior por $4\pi V = - \iint V^* \partial U/\partial n d\sigma$, donde la integral se extiende sobre la superficie, y $\partial U/\partial n$ es la derivada de U en la dirección perpendicular a la superficie hacia el cuerpo. Esta función U , que más tarde Riemann llamó función de Green, se convirtió en un concepto fundamental de las ecuaciones en derivadas parciales. La existencia de esta función se apoyaba por completo en un argumento de carácter físico. Desde el punto de vista matemático, la prueba de su existencia implicó importantes trabajos posteriores de Thomson, Riemann, Weierstrass, etc. Green usó el término “función potencial” tanto para U como para V , utilizando este teorema y sus conceptos en problemas eléctricos y magnéticos. En 1833, Green estudió también el problema del potencial gravitacional para elipsoides de densidad variable, demostrando que cuando V está dada sobre la frontera de un cuerpo, sólo existe una función que satisface $\Delta V = 0$ en todo el cuerpo, no tiene singularidades y toma los valores dados en la frontera. Para hacer esta prueba, Green asumió la existencia de una función que minimiza la integral triple $\iiint [(\partial V/\partial x)^2 + (\partial V/\partial y)^2 + (\partial V/\partial z)^2] dv$, lo que representa la primera utilización del principio de Dirichlet. En un ensayo de 1835, Green realizó gran parte del trabajo en n dimensiones en lugar de tres, diciendo que la teoría del potencial “ya no está confinada, como antes, a las tres dimensiones del espacio”. También proporcionó importantes resultados sobre lo que ahora se llaman funciones ultrasféricas, que son generalizaciones de n variables de los armónicos esféricos de Laplace.

Greenberg, Marvin Jay (h. 1967). Matemático estadounidense. Doctor por la Universidad de Princeton (1959). Profesor en la Universidad de California, Santa Cruz. Escribió *Lecciones de topología algebraica* (1967), *Geometrías euclídeas y no euclídeas, desarrollo e historia* (1993).

Grégoire de Saint Vincent. V. Saint Vincent, Grégoire de

Gregory, David (1661-1708). Matemático y astrónomo escocés. Nació en Aberdeen (Escocia). Sobrino de James Gregory. Fue profesor de matemáticas en la Universidad de Edimburgo, y de astronomía en la de Oxford. Escribió *Tratado sobre la curva catenaria o funicular* (1690), *Elementos de catóptrica y dióptrica* (1695), *Elementos de astronomía, física y geometría* (1702), *Todas las obras de Euclides* (1703) y *Tratado de geometría práctica* (póstuma, 1745).

Gregory, Duncan Farguharson (1813-1844). Matemático escocés. Nació en Edimburgo. Descendiente de James Gregory. Fue profesor en el Trinity College de Cambridge. Fue el primero en dar las leyes correspondientes a los conceptos conmutativo, distributivo y asociativo (1838). Perteneció al grupo de los británicos que se esforzaban en crear un *álgebra simbólica*. En su obra *Sobre la verdadera naturaleza del álgebra simbólica* (1840), escribió: “La luz a la que consideraré el álgebra simbólica es como la ciencia que trata la combinación de las operaciones definidas, no por su naturaleza, esto es, por lo que son o lo que hacen, sino por las leyes de las combinaciones a las que están sujetas... Es cierto que estas leyes han sido en muchos casos sugeridas (como Mr. Peacock ha dicho convenientemente) por las leyes conocidas de las operaciones de los números, pero el paso dado del álgebra aritmética a la simbólica es que, dejando de lado la naturaleza de las operaciones que los símbolos que usamos representan, suponemos la existencia de clases de operaciones desconocidas sujetas a esas mismas leyes. Así somos capaces de probar ciertas relaciones entre las diferentes clases de operaciones, que, cuando son expresadas entre los símbolos, se llaman teoremas algebraicos”. Otras obras suyas: *Ensayo de fundamentos del álgebra* (1838), *Colección de ejemplos de los procedimientos del cálculo diferencial e integral* (1841). Fundó el *Cambridge Mathematical Journal* (1839-1843).

Gregory, James (1638-1675). Matemático y óptico escocés. Nació en Drumoak (Aberdeen, Escocia). Estudió matemáticas en Aberdeen y con su hermano mayor David (1627-1720). Más tarde un rico mecenas lo presentó a John Collins (1625-1683), bibliotecario de la Royal Society. En 1663, Gregory viajó a Italia, donde conoció a los sucesores de Torricelli, especialmente a Stefano degli Angeli (1623-1697), con el que estudió varios años (1664-1668) en la Universidad de Padua. Regresó a Escocia donde fue profesor de matemáticas en St. Andrews (1668-1674) y en la Universidad de Edimburgo (1674-1675). Con sus colegas intervino en interesantes controversias sobre el movimiento de la Tierra y la cuadratura del círculo. En 1667 publicó en Padua su *Verdadera cuadratura de círculo e hipérbola* con importantes resultados de cálculo infinitesimal. Inscribía y circunscribía en una cónica dada, o en un sector de la cónica, polígonos sucesivos de doble número de lados que el anterior, obteniendo dos series convergentes al área del sector de la cónica o del sector correspondiente (utilizó por primera vez el concepto “converger” en el sentido actual, diciendo que ambas series convergían al mismo “último término”). Con este proceso Gregory intentó, sin conseguirlo, demostrar la imposibilidad de la cuadratura del círculo (dos siglos después se demostró la trascendencia de π). En esta obra, definió una función como una cantidad que se obtiene de otras cantidades mediante una sucesión de operaciones algebraicas o mediante cualquier otra operación imaginable (con esto quería decir que a las cinco operaciones del álgebra habría que añadir una sexta, que define como paso al límite). Señaló también que este proceso de paso al límite conduce a irracionales que no se pueden obtener como raíces de racionales.

En 1668 publicó *Ejercicios geométricos y Parte universal de la geometría*, donde dio un método para rectificar curvas y donde indicó que el problema de la tangente y del área eran problemas inversos. Proporcionó métodos propios de resolución de la ecuación de tercero y cuarto grado, que trató de aplicar a la de quinto grado, y ante el fracaso dio por sentado que no era posible resolver algebraicamente las ecuaciones de grado mayor que 4. Encontró la relación entre raíces y coeficientes de una ecuación, aunque no dio ninguna demostración. Rompió con la distinción cartesiana entre curvas geométricas y mecánicas. Definió el concepto de límite. Calculó las integrales de $\tan x$ y $\sec x$. Distinguió, probablemente por primera vez, entre series convergentes y divergentes. Estudió la serie logarítmica, que obtuvo de la espiral equiangular $r = e^\theta$ por una transformación geométrica que consiste en hacer la abscisa x igual al radio vector r de un punto variable, y la ordenada y igual al arco θ . Descubrió de una manera independiente el teorema binomial para exponentes racionales. Obtuvo el desarrollo que cuarenta años después se llamaría de Taylor. También obtuvo (aunque no se sabe

cómo) los desarrollos en serie de Maclaurin para las funciones $\tan x$, $\sec x$, $\arctan x$ y $\operatorname{arcsec} x$, de los que sólo lleva su nombre el de $\arctan x = \int_0, x dx/(1+x^2) = x - x^3/3 + x^5/5 - x^7/7 + \dots$. Basándose en esta serie, para $x = 1$, dio el valor $\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + \dots$. Demostró varios teoremas para el cálculo de áreas de los polígonos. Al tratar de reemplazar en las determinaciones aproximadas, una curva general por una parábola de orden superior, estableció en su esencia la regla de Simpson. Gregory también escribió *El avance de la óptica* (1663), e ideó, a los 24 años, un tipo de telescopio de espejo secundario cóncavo, que lleva su nombre.

Griggs Thompson, John. V. Thompson, John Griggs.

Grinten, Paulus Mattheus Eugenius Maria van der (n. 1933). Matemático holandés. Fue profesor de sistemas de ingeniería y profesor asociado de control (1969-1972) en la Universidad de Groninga. Describió la curva sectriz que lleva su nombre, cuya fórmula es $\rho = a(\operatorname{sen} n\theta - \operatorname{sen} \theta) / \operatorname{sen} (n-1)\theta$, en coordenadas polares.

Groninga, Joannes Arcerius. V. *Arceriano, Código.*

Grosseteste, Robert (h. 1175-1253). Sabio, filósofo natural y teólogo inglés. Nació en Suffolk. Estudió en la Universidad de Oxford. Fue canciller de Oxford (1215-1221). Desde 1229 a 1235 fue profesor de teología de los franciscanos, siendo obispo de Lincoln desde 1235 hasta su muerte. Grosseteste sintió la necesidad de obtener principios generales a partir de la experimentación, y de las deducciones en las que las matemáticas jugaran un papel y que pudieran entonces ser contrastadas con los hechos. Defendió enérgicamente la importancia de la matemática en la enseñanza, aunque él no era matemático. Creía que la naturaleza siempre actúa en la mejor, mínima y matemáticamente manera posible. Aportó algún avance en el estudio de la luz.

Grossmann, Marcel (1878-1936). Matemático húngaro. Nació en Budapest. Estudió y enseñó en Zurich. Amigo de Einstein, a quien proporcionó la primera información que tuvo Einstein sobre la teoría de Riemann y las recientes, en aquellas fechas, contribuciones de Ricci y Levi-Civita. La colaboración entre Grossmann y Einstein se extendió al periodo 1912-1914, posibilitando la obtención de unas ecuaciones que fueran covariantes en sentido general (invariantes frente a cualquier cambio de coordenadas curvilíneas) y en las que el cuadrado del elemento arco jugaba un papel fundamental al identificar los potenciales gravitatorios con las diez componentes del tensor métrico $g_{\alpha\beta}$. Conviene indicar que Grossmann no intervino en los últimos pasos que llevaron a Einstein a obtener sus ecuaciones del campo gravitatorio: $R_{\alpha\beta} - 1/2 g_{\alpha\beta} R = 8\pi G/c^4 T_{\alpha\beta}$ (V. Einstein).

Grothendieck, Alexandre (n. 1928). Matemático alemán de origen francés, que se declara apátrida. Nació en Berlín. Profesor en la Universidad de París. Miembro del grupo Bourbaki. Galardonado con la medalla Fields 1966. Proporcionó una nueva descripción de la geometría algebraica, utilizando la teoría de las categorías y planteando sus ecuaciones sobre anillos más bien que sobre campos. Ha realizado un extraordinario proceso de unificación de la aritmética, la geometría algebraica y la topología. En 1990 trasladó su residencia a un lugar desconocido en los Pirineos, enviando en 2010 una carta en la que expresa claramente su voluntad de que no se publiquen ni se difundan sus escritos.

Grouws, D. A. (h. 1992). Matemático estadounidense. Coautor y editor de una obra con objetivos didácticos, *Manual de investigación sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* (con M. S. Koehler y otros, 1992).

Grube, August Wilhelm (1816-1884). Escritor y pedagogo alemán. Nació en Wernigerode (Sajonia-Anhalt). Estudió en Weissenfels y fue maestro en Merseburg. Perfeccionó los métodos de cálculo, siguiendo las normas introducidas por Herbert, aplicándolas a toda clase de números.

Grunert, Johann August (1797-1872). Matemático alemán. Nació en Halle. Estudió en Halle y Gotinga. Profesor de matemáticas en la Universidad de Graifswald. Publicó procedimientos detallados para la resolución trigonométrica de la ecuación de segundo grado en sus cuatro casos posibles.

Escribió *Elementos de geometría analítica* (1839), donde utilizó el determinante de los coeficientes de las ecuaciones de las cónicas. En su artículo *Goniometría*, expuso con detalle la idea de Biot sobre la consideración del seno y coseno como las coordenadas de los puntos de la circunferencia de radio unidad, deduciendo de ahí los correspondientes signos. Realizó un estudio sistemático de la trigonometría esférica (1833) y también sobre la trigonometría loxodrómica (1849). En el suplemento al *Diccionario matemático* de Klügel, escribió el artículo sobre “triángulo”, donde el número de teoremas reseñados era tan grande que se podía haber escrito con ellos un libro entero.

Gua de Malves, Jean-Paul de (1713-1785). Matemático y abad francés. Nació en Carcassonne. Escribió *Uso del análisis de Descartes para descubrir sin la ayuda del cálculo diferencial* (1740), donde estudia las especies de las curvas de tercer grado, ocupándose también de la clasificación algebraica de los puntos singulares y exponiendo los métodos proyectivos de Newton. Añadió dos especies de curvas de tercer grado a las 72 reconocidas por Newton (y a las que Stirling ya había añadido cuatro). Probó que si una curva de tercer grado tiene tres puntos de inflexión reales, una recta que une dos de ellos pasa por el tercero. También investigó los puntos dobles y proporcionó la condición de que si $f(x,y) = 0$ es la ecuación de la curva, entonces f'_x y f'_y deben ser 0 en el punto doble. Un punto de k -pliegue está caracterizado por la anulación de todas las derivadas parciales hasta las de $(k - 1)$ -ésimo orden. Mostró que las singularidades están compuestas por cúspides (puntos de retroceso), puntos ordinarios y puntos de inflexión. Además trató los puntos medios de las curvas, la forma de las ramas que se extienden al infinito y las propiedades de estas ramas. En cuanto a la resolución de ecuaciones, dio reglas para encontrar valores límites de sus raíces. Demostró la regla de los signos de Descartes. También demostró que la ausencia de $2m$ términos consecutivos indica que hay $2m + 2$ ó $2m$ raíces complejas, según que los dos términos entre los que se halla la deficiencia tengan signos iguales o distintos. Publicó una fórmula para el cálculo del exceso esférico.

Gudermann, Christof (1798-1852). Matemático alemán. Instructor de enseñanza secundaria en Münster, donde tomó bajo su protección a Weierstrass, a quien inculcó la utilidad que tenía la herramienta del desarrollo de una función en serie de potencias. Estudió la geometría de la esfera, las cónicas esféricas, así como las funciones elípticas e hiperbólicas. Se llama sustitución de Gudermann a la siguiente: $\cosh a = \sec b$, $\sinh a = \tan b$, siendo b el gundermaniano de a , es decir $b = \operatorname{gd} a$. Publicó una colección muy completa de fórmulas de trigonometría esférica.

Guelfond, Alexander Osipovich (1906-1968). Matemático soviético. Nació en San Petersburgo. Fue profesor de matemáticas en el Colegio Tecnológico de Moscú (1929-1930), y desde 1931 en la Universidad del Estado en Moscú, enseñando análisis, teoría de números e historia de las matemáticas. Contribuyó en teoría de números, resolviendo (1934) el 7º problema que Hilbert presentó en el II Congreso Internacional de Matemáticas (1900). El problema se refiere a si el número a^b , en donde a es algebraico y distinto de 0 y de 1, y b es un irracional algebraico, es necesariamente trascendente. Hilbert lo había presentado bajo una forma geométrica alternativa: Si en un triángulo isósceles la razón de la base a uno de los lados iguales es trascendente ¿se sabe si la razón del ángulo opuesto a la base respecto al ángulo en la base, es algebraica e irracional? Guelfond demostró en los años 1929-1934, que a^b es necesariamente trascendente. En consecuencia, i^i es trascendente, como también lo es e^π al ser igual a i^{-2i} . Sin embargo no se sabe si son trascendentes e^e , π^π , π^e , γ (la constante de Euler). Escribió *Resolución de ecuaciones en números enteros, Números trascendentes y algebraicos* (1952), *Cálculo de diferencias finitas* (1952).

Gugler, Johann Bernhard von (1812-1880). Matemático y musicólogo alemán. Nació en Nuremberg. Estudió en las Universidades de Erlangen, Viena y Munich, doctorándose en Tubinga. Enseñó en Nuremberg y Stuttgart. Como musicólogo realizó arreglos en los libretos de Mozart / Da Ponte de las óperas *Così fan Tutte* (1856) y *Don Giovanni* (1868). Publicó *Geometría descriptiva* (1841).

Guía y Marín, Josep (n. 1947). Matemático, ensayista y activista político español. Nació en Valencia. Doctor en matemáticas. Profesor de álgebra en la Universidad de Valencia. Ha orientado sus investigaciones hacia el análisis fraseológico de *Tirant lo Blanc*.

Guidubaldo del Monte. V. Monte, Guidubaldo del.

Guillermo de Moerbeke (h. 1215-h. 1286). Dominicano flamenco. Estudió en Gante, París y Colonia. Arzobispo de Corinto, donde murió. Tradujo al latín varias obras de Aristóteles y de otros filósofos griegos. Publicó en 1269 una traducción del griego al latín de las principales obras matemáticas y científicas de Arquímedes (cuyo manuscrito original se encontró en 1884 en el Vaticano), entre ellas *Sobre los cuerpos flotantes* (versión importante pues dio a conocer esa obra en Occidente), *Sobre las espirales*, *Cuadratura de la parábola*, *Sobre conoides y esferoides*, etc. También tradujo la *Catóptrica* de Herón y el *Analemma* de Ptolomeo.

Guisnée (h. 1705). Publicó *Aplicación del álgebra a la geometría* (1705).

Guldberg, Cato Maximilian (1836-1902). Químico y matemático noruego. Nació en Christianía (hoy, Oslo). Estudió en la Universidad de Christianía. Profesor de matemáticas en dicha universidad (1869). Con Waage enunció (1864) la ley de acción de masas que expresa la relación entre las concentraciones de los diversos constituyentes de un equilibrio químico homogéneo. En 1890 formuló la ley que lleva su nombre que relaciona el punto de ebullición con la temperatura crítica de una sustancia.

Guldin, Paul (1577-1643). Matemático suizo. Reinventó, sin demostrarla, la regla que hace intervenir el centro de gravedad de una línea o una superficie, para el cálculo del área o del volumen de revolución correspondiente, que es debida a Pappus de Alejandría: El volumen del sólido de revolución engendrado por una superficie plana al girar en torno a una recta que no la corta, es igual al área de esta superficie por la circunferencia descrita por su baricentro; el área de revolución engendrada por un arco al girar en torno a una recta de su plano, es igual a la longitud del arco por la circunferencia descrita por su baricentro. Cavalieri, mediante cierta técnica algebraica, consiguió calcular áreas y volúmenes, exponiendo su método en el tratado *Geometría de los indivisibles* (1635). Guldin objetó el método de Cavalieri, escribiendo entonces Cavalieri sus *Seis ejercicios geométricos* (1647), obra dirigida a responder a las objeciones de Guldin contra su método. En esta obra, Cavalieri demuestra con su método los teoremas que figuran en Pappus, relativos al área y al volumen de los cuerpos de rotación, conocidos hoy con el nombre de teoremas de Guldin, a pesar de que éste no los había demostrado sino mediante raciocinios metafísicos.

Gundisalvo, Domingo de. V. Domingo de Gundisalvo.

Gunter, Edmund (1581-1626). Matemático y astrónomo inglés. Nació en Hertfordshire. Profesor de astronomía en Gresham College de Londres, desde 1619 hasta su muerte. Denominó con las abreviaturas coseno y cotangente, al seno y a la tangente del complemento. Publicó (1620) unas tablas de logaritmos sobre la base de las de Briggs, y las primeras tablas logarítmicas trigonométricas, de acuerdo con el sistema sexagesimal, de siete cifras decimales. Elaboró una escala logarítmica, primera variante de la regla de cálculo.

Gutenmacher, Victor (h. 1980). Matemático y educador estadounidense. Estudió en la Universidad de Moscú (1960-1969). Doctor en matemáticas, ingeniero de software. Profesor durante casi veinte años en la Universidad Estatal de Moscú. Escribió (1980) junto con Vasilyev, *Líneas y curvas. Manual de geometría práctica*. El original se escribió en ruso, convirtiéndose tras su traducción al inglés (2004), en manual clásico de los alumnos de matemáticas en Estados Unidos. La edición en inglés incluye más de 200 problemas relacionados con diversas áreas de la matemática moderna. Ha publicado más de ochenta obras de matemáticas y de educación matemática, entre ellas varias con el seudónimo “Vaguten”, que combina su apellido con el de Vasilyev, como *Topología homotópica*.

Guthrie, Francis (1831-1899). Matemático, abogado y botánico inglés, nacionalizado sudafricano. Nació en Londres. Fue el primero en plantear (1851) el problema de los cuatro colores (V. Appel). En 1852, De Morgan escribía a Hamilton: “Un estudiante mío me pidió hoy que le diera una explicación a un hecho que no sabía que lo fuera, y que todavía no lo sé. Afirmaba que si dividimos una figura

arbitrariamente y la coloreamos de manera que regiones vecinas llevan colores distintos, entonces cuatro colores son necesarios, pero no más”. Este estudiante era Frederik Guthrie (que acabaría dedicándose a la física y a la poesía), que le transmitía una observación hecha por su hermano menor Francis, cuando éste se afanaba en colorear un mapa de Inglaterra. Morgan, preocupado por si la cuestión resultaba trivial, se justificaba: “Cuanto más pienso sobre ello, más evidente me parece. Pero si usted me muestra algún caso sencillo que me haga quedar como un animal estúpido...”. La contestación de Hamilton fue: “...no es probable que pueda atender a su problema de los cuatro colores en un futuro próximo...”. Francis Guthrie estudió en el University College de Londres, graduándose en 1850 y obteniendo la licenciatura en 1852. Emigró a Sudáfrica en 1861, siendo profesor en el College Graaff-Reinet.

Gutiérrez Dávila, Marcos (n. 1953). Científico español. Nació en Mancha Real (Jaén). Doctor en ciencias de la actividad física y del deporte por la Universidad de Granada, donde es profesor de biomecánica deportiva. Investiga en biomecánica deportiva, tema sobre el que ha publicado más de treinta artículos y nueve libros, entre ellos *Metodología en las ciencias del deporte* (2005), *Biomecánica deportiva: bases para el análisis* (1998).

Gutschoven, Gérard van (1615-1668). Matemático flamenco. Nació en Lovaina (Brabante, hoy Bélgica) Discípulo y ayudante de Descartes en Holanda. En 1635 volvió a Lovaina donde fue profesor de matemáticas (1640) y de anatomía, cirugía y botánica (1659). Mantuvo correspondencia científica con Descartes (1648) y Huygens (1652-1656). Fue el primero en estudiar (h. 1662) la curva kappa, por lo que lleva su nombre. Escribió *Uso del cuadrante geométrico* (póstuma, 1674).

Guzmán Ozámiz, Miguel de (1936-2004). Matemático español. Nació en Cartagena (Murcia). Comenzó los estudios de ingeniería industrial en Bilbao. Ingresó en la Compañía de Jesús, que abandonó posteriormente. Estudió literatura y humanidades en Orduña (Vizcaya), filosofía en Azpeitia (Guipúzcoa), humanidades en Munich (1961), matemáticas y filosofía en la Universidad de Madrid (1965) y Chicago. Fue profesor en varias universidades: Washington en San Luis, Princeton, Brasil y Suecia. En 1969 regresó a España, enseñando análisis matemático en las Universidades Autónoma y Complutense de Madrid. Presidente del Comité Internacional para la Instrucción Matemática. Investigó en operadores integrales, análisis de Fourier, ecuaciones en derivadas parciales, teoría de la medida, estructuras fractales y tensegridad (disciplina vinculada con la arquitectura y el arte). Escribió *Diferenciación de integrales* (1975), *Ecuaciones diferenciales ordinarias, teoría de estabilidad y control* (1975), *Mirar y ver* (1977), *Problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias* (con I. Peral y M. Walias, 1978), *Integración, teoría y técnicas* (con B. Rubio, 1979), *Métodos de variable real en el análisis de Fourier* (1981), *Sobre la educación matemática* (1983), *Impactos del análisis armónico* (1983), *El papel de la matemática en el proceso educativo inicial* (1984), *Los espingorcios* (1984), *Cuentos con cuentas* (1985), *Problemas, conceptos y métodos del análisis matemático* (con B. Rubio, 1990-1993), *Para pensar mejor* (1991), *Estructuras fractales y sus aplicaciones* (con M. A. Martín, M. Morán y M. Reyes, 1993), *Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos* (1994), *Aventuras matemáticas: una ventana hacia el caos y otros episodios* (1995), *Los matemáticos no son gente seria* (con C. Alsina, 1996), *Madurez de la investigación en educación matemática* (1996), *El rincón de la pizarra: ensayos de visualización en análisis matemático* (1997), *La experiencia de descubrir en geometría* (2002), *Pensamientos en torno al quehacer matemático* (2004), *Cómo hablar, demostrar y resolver en matemáticas* (2004).

Gyasseddin. V. Alkasi.

H

Haag, Jules (1882-1953). Director del Instituto Cronométrico de la Universidad de Besanzón y miembro del de París. Realizó importantes aportaciones al péndulo y a la espiral, publicando diversos artículos sobre relojería. Escribió *Curso completo de matemáticas especiales, Ejercicios del curso de matemáticas especiales* (1914).

Haag, Paul Émile (1843-1911). Ingeniero francés. Nació en París. Estudió en la École Polytechnique en París y en la École des Ponts et Chaussées, de donde fue profesor de análisis y mecánica. Enseñó geometría descriptiva en la École Polytechnique y en la École des Arts et Métiers de París. Autor del proyecto del ferrocarril metropolitano de París. Publicó *Curso de cálculo diferencial e integral* (1889), *Curso de mecánica racional* (1893).

Haar, Alfred (1885-1933). Matemático húngaro. La referencia más antigua al análisis de las ondículas, aunque no con este nombre, se debe a Haar en los primeros trabajos sobre comunicaciones (1910). Tras las ideas de Lebesgue sobre la integración y la teoría de la medida, se preparó el terreno para otras generalizaciones más avanzadas, como fue el caso de la integral de Haar. La teoría de la representación general para grupos topológicos comenzó con el descubrimiento de Haar de una medida invariante sobre grupos compactos localmente (h. 1931).

Habash Al-Hasib. V. Al-Hasib, Habash.

Hachette, Jean Nicolas Pierre (1769-1834). Matemático francés. Discípulo de Monge. Escribió con Monge *Aplicación del álgebra a la geometría* (1802). Realizó el cambio de ejes coordenados en el espacio, de un sistema oblicuo a otro también oblicuo. En la citada obra se lleva a cabo un completo estudio de las cuádricas, acompañándolo con dibujos. En ella se demuestra que las secciones de una cuádrica por planos paralelos, son semejantes y están colocadas en posición semejante. También en ella se descubre las series de sus secciones cíclicas. Se muestra que el hiperboloide de una hoja y el paraboloides hiperbólico son superficies regladas, es decir, que están formadas por dos sistemas de rectas. Planteó la ecuación que da los inversos de los cuadrados de las longitudes de los ejes de las cuádricas. Estudió el tetraedro formado por cuatro generatrices de un hiperboloide, cuyas caras son, por tanto, planos tangentes. En su obra *Tratado de las superficies de segundo grado* (1807), estudió la proyección estereográfica de un elipsoide de revolución. Publicó un *Tratado de geometría descriptiva* (1822), que contiene muchas investigaciones sobre superficies y sus contactos, así como sobre curvatura de curvas alabeadas. Completó el estudio de los triedros iniciado principalmente por Lacroix. Trabajó geoméricamente en la extensión al caso de cuatro esferas del problema de tangencia de Apolonio. Junto con Monge y Poisson establecieron (1801) la realidad de las raíces de la ecuación característica para las formas cuadráticas en tres variables.

Hadamard, Jacques Salomon (1865-1963). Matemático francés. Nació en Versalles en el seno de una familia judía originaria de Metz. Estudió en París, en el Liceo Carlomagno y luego en la École Normale, donde fue discípulo de Bonnet, Hermite, Jordan, Levy, Darboux, Poincaré, etc. Su tesis (1892) versó sobre la teoría de funciones de variable compleja. Fue profesor en el Liceo Buffon de París (1890-1893), en la Universidad de Burdeos (1893-1897), en la Sorbona (1897-1909), en el Collège de France (1909-1937), en la École Polytechnique (1912-1937) y en la École Centrale (1920-1937). Ocupó a la muerte de Poincaré (por quien sentía una especial admiración, diciendo de él que “era el Genio”) el sillón de éste en la sección de geometría de la Académie des Sciences, en competición con grandes matemáticos como Borel, Goursat y Lebesgue. Durante la Segunda Guerra

Mundial abandonó Francia a través de España y Portugal, emigrando a Estados Unidos donde estuvo en las universidades de Harvard y Nueva York. Hardy dijo de él que era “la leyenda viva de las matemáticas”.

Hadamard se ocupó de numerosas cuestiones de matemáticas: distribución de los números primos, determinantes, cálculo de variaciones, ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, análisis funcional, mecánica analítica, geometría, topología, elasticidad, hidrodinámica, etc. En el Primer Congreso Internacional de Matemáticas (1897), Hadamard sugirió considerar las curvas como puntos de un conjunto, pensando en la familia de todas las familias continuas definidas en el intervalo (0,1), familia que se le presentó de manera natural en sus trabajos sobre ecuaciones en derivadas parciales. Estudió las ecuaciones con derivadas parciales, generalizando la teoría de las características para ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden en su obra *Lecciones sobre la propagación de ondas* (1903). Con motivo de sus trabajos sobre cálculo de variaciones (escribió *Lecciones sobre el cálculo de variaciones*, 1910), Hadamard se vio conducido al estudio de los funcionales. El nombre de funcional pertenece a Hadamard, así como también el de llamar a un funcional $U[y(t)]$ lineal cuando, si $y(t) = \lambda_1 y_1(t) + \lambda_2 y_2(t)$, donde λ_1 y λ_2 son constantes, entonces se tiene que dicho funcional es $U[y(t)] = \lambda_1 U[y_1(t)] + \lambda_2 U[y_2(t)]$.

Recibe el nombre de teorema de Cauchy-Hadamard un criterio de convergencia de series. En el estudio de la distribución de los números primos, demostró (1896), como también La Vallée Poussin, que el cociente $x/\log x$ se aproxima asintóticamente al número de números primos menores que x , para $x \rightarrow \infty$. Describió importantes aplicaciones al análisis de la teoría de los números transfinitos. Como también Lebesgue, Borel y Baire, Hadamard consideró objetable el axioma de elección, pieza fundamental en el establecimiento de muchos resultados del análisis clásico, de la topología y del álgebra abstracta, porque exige una infinitud no numerable de elecciones simultáneas, lo que es inconcebible para la intuición. Además se ocupó de temas conexos como su *Psicología de la invención en el campo matemático* (1944), donde defendía que la actividad de investigación puede ser examinada con ventaja desde un punto de vista psicológico tanto como desde uno filosófico. Son frases suyas: “La trayectoria más corta entre dos verdades en el dominio real pasa a través del dominio complejo” y “El rigor sólo sanciona las conquistas de la intuición”.

Hagen, Gotthilf Heinrich Ludwig (1797-1884). Ingeniero hidráulico y físico alemán. Nació en Königsberg (Prusia, hoy Kaliningrado, Rusia), en cuya Universidad estudió. Fue profesor en Berlín. Descubrió independientemente del físico francés Poiseuille, la llamada ecuación de Hagen-Poiseuille sobre el flujo laminar de fluidos. En su obra *Cálculo de probabilidades* (1837) expuso el método de la teoría de errores.

Haggag, Al. V. Al-Haggag.

Hahn, Hans (1879-1934). Matemático alemán. Profesor de la Universidad de Viena, en donde Gödel fue alumno suyo. Miembro del Círculo de Viena. Durante los años 1920 a 1922, Hahn, Banach, Helly y Wiener, de manera casi simultánea, llevaron a cabo la definición general de los espacios normados, aunque la obra de Banach es la que tuvo mayor influencia. Hahn introdujo en 1927 el concepto de espacio dual o adjunto de un espacio dado, Este espacio dual es el espacio de todos los funcionales lineales continuos acotados sobre el espacio dado. Hahn también investigó en mecánica cuántica.

Hahn, Philipp Matthäus (1739-1790). Mecánico alemán. Construyó la primera máquina de calcular realmente práctica (1774), así como máquinas donde estaban representados todos los planetas realizando sus movimientos. Escribió varias obras teológicas, astronómicas e históricas.

Haidinger, Wilhelm Karl (1795-1871). Geólogo austríaco. Nació en Viena. Estudió en Graz y en Friburgo. Fue consejero de minas en Austria y director del Instituto Geológico Imperial. Realizó gran número de investigaciones sobre mineralogía, cristalografía y óptica. Aplicó a la cristalografía la axonometría oblicua, en la obra *Mineralogía* de F. Mohs (1822), que posteriormente tradujo al inglés, corregida y aumentada, bajo el título de *Tratado de mineralogía* (póstuma, 1875).

Hain, E. (h. 1885). Matemático francés. Descubrió (1885) los llamados puntos complementarios en la geometría del triángulo, que fueron generalizados por G. C. de Longchamps (1886).

Hajnal, András (n. 1931). Matemático húngaro. Estudió y enseñó en la Universidad Eötvös Loránd. Fue profesor de la Universidad de Rutgers (New Jersey, Estados Unidos), donde se retiró. En colaboración con P. Erdős y R. Rado inició el cálculo de particiones, una de las áreas de la combinatoria. Junto con Erdős publicó *Los problemas no resueltos de la teoría de conjuntos* (1971).

Haken, Wolfgang (n. 1928). Matemático alemán. Nació en Berlín. Junto con Appel (y con la ayuda de J. Koch), resolvieron en 1976 el problema de los cuatro colores (para colorear un mapa sobre el plano o la esfera, son suficientes cuatro colores). Redujeron el problema al análisis de 1476 configuraciones, cuyo estudio se llevó a cabo mediante ordenador (V. Appel).

Hales, Thomas Callister (n. 1958). Matemático estadounidense. Profesor en las Universidades de Michigan y Pittsburgh. En 1998, Hales anunció la prueba de la conjetura o problema de Kepler: ¿Cuál es la manera más eficiente de apilar esferas en el espacio? La conjetura afirmaba que la mejor forma de hacerlo es la que se sigue al empaquetar naranjas en una caja, con la que se obtiene una densidad máxima de empaquetamiento de $\pi/3 \cdot 2^{1/2}$. La demostración de Hales se basa en reducir el problema al estudio de grafos planos. Tras una búsqueda por ordenador se encuentran unos 5.000 grafos que hay que tratar individualmente, lo que significa la resolución aproximada de 100.000 problemas de optimización lineal, cada uno de ellos con unas 200 variables y 2.000 restricciones. La prueba es larga (282 páginas) y el cálculo por ordenador es también largo. Un grupo de doce matemáticos estudiaron la prueba y no pusieron objeciones a la misma, pero nadie ha hecho una escrupulosa comprobación (V. Appel).

Halifax, John of. V. Sacrobosco, Johannes de.

Halley, Edmund (1656-1742). Astrónomo y matemático inglés. Nació en Haggerston, cerca de Londres. Estudió en el Queen's College de Oxford (1673). Miembro de la Royal Society (1678). En su obra *Sinopsis de la astronomía de los cometas*, Halley demostró que el cometa que lleva su nombre recorre una órbita elíptica en torno al sol, con excentricidad cercana a la unidad (casi es una parábola). Publicó varios artículos (1690-1693) sobre estadísticas de mortalidad, y uno sobre interés compuesto al que acompañaba con unas tablas de logaritmos. Dio soluciones trigonométricas para algunos casos de ecuaciones de segundo grado. Dedujo la proporcionalidad de los logaritmos del mismo número en bases diferentes. Halley sufragó los gastos de publicación de los *Principios* de Newton, impresionado por su contenido. Tradujo obras de Apolonio y Menelao, y reconstruyó parcialmente el octavo libro de las *Cónicas* de Apolonio. El filósofo inglés George Berkeley (V. esta reseña) dirigió (1734) su obra *El analista* (cuyo subtítulo es: *Discurso dirigido a un matemático infiel, donde se examina si el objeto, principios e inferencias del análisis moderno son concebidos más claramente o son deducidos con mayor evidencia que los misterios de la religión y de los asuntos de la fe*) al “matemático infiel” Edmund Halley, que era un librepensador activo, pues por el hecho de ser un reputado gran matemático y por eso un maestro de la razón, utilizaba indebidamente su autoridad opinando y decidiendo sobre cuestiones ajenas a su incumbencia y conocimientos. Berkeley, que era un hábil polemista, se dirige entonces hacia los objetos mismos de la ciencia que Halley profesa, mostrando triunfalmente que quienes se quejan sin razón de la incomprensibilidad científica de la religión, aceptan una ciencia (se refería a los métodos del naciente cálculo infinitesimal) que en su raíz misma es incomprensible y cuyas conclusiones se apoyan en raciocinios que la lógica no acepta.

Halphen, Georges Henri (1844-1889). Matemático francés, nacido en Rouen. Estudió en la École Polytechnique en París. En relación con el cálculo de los puntos de intersección de dos curvas planas, Halphen realizó (1873) el cálculo correcto teniendo en cuenta los puntos múltiples y la multiplicidad asignada a los puntos en el infinito. Investigó, como también Noether, sobre las curvas espaciales algebraicas, demostrando (1882) que cualquier curva espacial C puede ser proyectada birracionalmente en una curva plana C' , teniendo todas las C' que se obtienen a partir de C el mismo

género, por lo que el género de C se define como el de cualquiera de las C' , siendo el género de C invariante bajo una transformación birracional del espacio.

En 1884 enunció y demostró que todos los puntos múltiples de una curva espacial se pueden reducir a puntos dobles por medio de transformaciones birracionales sobre las curvas.

Halsted, George Bruce (1853-1922). Matemático inglés. En su obra *Geometría racional* (1904) expuso bases axiomáticas para la geometría doblemente elíptica, en la que dos rectas cualesquiera tienen al menos un punto en común, y la recta no es infinita, pues tiene las propiedades de la circunferencia, por lo que no basta abandonar el axioma euclídeo de las paralelas, sino que hay que reemplazar los axiomas euclídeos de orden por otros que describan las relaciones de orden entre los puntos de una circunferencia.

Hamid Ibn-Turk, Abd Al. V. Abd Al-Hamid Ibn-Turk.

Hamilton, Richard (h. 1984). Matemático estadounidense. Profesor en la Universidad de Columbia (Nueva York). En relación con la conjetura de Poincaré consistente en la pregunta ¿Es la esfera tridimensional S^3 la única variedad cerrada de dimensión tres con grupo fundamental trivial?, Hamilton obtuvo (1984) que Σ^3 , una variedad cerrada de dimensión tres con grupo fundamental trivial, tiene una métrica con curvatura seccional no negativa. Este resultado, como otros obtenidos por Bing, Smith, etc., no demostraron dicha conjetura, pero permitieron afirmar que un hipotético contraejemplo sería bastante complicado. Tras la resolución de la conjetura (V. Perelmán), convirtiéndose en teorema, Hamilton dijo: “Ahora miro hacia atrás y me pregunto cómo no fui capaz de resolverlo”.

Hamilton, William Rowan (1805-1865). Matemático, físico y astrónomo irlandés. Nació en Dublín. Antes de quedarse huérfano a los ocho años, su educación estaba dirigida por un tío suyo que era lingüista. La precocidad del niño era tan grande que a los cinco años leía griego, hebreo y latín, a los ocho añadió italiano y francés, a los diez podía leer árabe y sánscrito, y a los catorce, persa. Un encuentro con un prodigio del cálculo numérico, el estadounidense Zerah Colburn, en 1820, fue quizá lo que estimuló su interés por las matemáticas, que ya era grande. Fue amigo de Wordsworth y Coleridge. Ingresó (1823) en el Trinity College de Dublín, donde destacó como alumno brillante. Un año antes, en 1822, con diecisiete años, preparó un artículo sobre cáusticas, leído ante la Royal Irish Academy dos años después (1824), pero no se publicó, pidiéndole que trabajara su texto y lo ampliara. Antes de graduarse fue nombrado (1827), con 22 años, astrónomo real de Irlanda, director del observatorio de Dunsink y profesor de astronomía del Trinity College. Ese mismo año presentó a la Academy una versión revisada de su anterior trabajo, que tituló *Una teoría de sistema de rayos*, en el que desarrollaba uno de sus temas favoritos, consistente en que el espacio y el tiempo están indisolublemente unidos entre sí. En dicho trabajo, publicado en 1828, expuso las que se denominan funciones características de la óptica, haciendo de la óptica geométrica una ciencia. En 1830 y 1832 publicó tres suplementos a su citado trabajo. En el tercero predijo que un rayo de luz propagándose en direcciones especiales en un cristal biaxial haría surgir un cono de rayos refractados. Esta predicción se vio confirmada experimentalmente por el físico Humphrey Lloyd, amigo y colega suyo, lo que aseguró su reputación, y a la edad de 30 años fue nombrado noble. Sus ideas en óptica las trasladó a la dinámica y en este campo escribió dos artículos muy famosos, donde aplicó el concepto de función característica que había desarrollado en óptica. También aportó un sistema de integrales completas y rigurosas para las ecuaciones diferenciales del movimiento de un sistema de cuerpos. En 1833 presentó un artículo a la Royal Irish Academy, en el que introducía y estudiaba un álgebra formal de parejas de números reales, cuyas reglas de combinación son las actuales para los números complejos. Por ejemplo, la regla de multiplicación de parejas es: $(a,b) \cdot (c,d) = (ac - bd, ad + bc)$, que Hamilton interpretó como una operación en la que interviene una rotación (se puede ver aquí la base del concepto de número complejo formado por un par ordenado de números reales). Añadió el concepto asociativo a los conceptos preexistentes de conmutativo y distributivo. Amplió el concepto del álgebra simbólica al cálculo con magnitudes complejas. Anunció la invención de los cuaternios (o cuaterniones) en 1843, durante una reunión de la Royal Irish Academy. Los cuaternios $a+bi+cj+dk$, con las siguientes relaciones entre i, j y k : $i^2=j^2=k^2=-1=ijk, ij=k=-ji, jk=i=-kj, ki=j=-ik$, representan la primera ampliación sistemática de los números complejos ordinarios, con aplicaciones, entre otras,

en geometría y análisis vectorial (la palabra *vector* procede de Hamilton). Después dedicó el resto de su vida a desarrollar la teoría, escribiendo muchos ensayos sobre ello. La versión final de estos trabajos la presentó en sus *Lecciones sobre cuaternios* (1853) y en dos volúmenes publicados póstumamente, *Elementos de los cuaternios* (1866). Hamilton describió su descubrimiento de los cuaternios, de la siguiente forma: “Mañana será el decimoquinto cumpleaños de los cuaternios. Surgieron a la vida, o a la luz, ya crecidos, el 16 de octubre de 1843, cuando me encontraba caminando con la señora Hamilton, hacia Dublín, y llegamos al puente de Broughman. Es decir, entonces y ahí, cerré el circuito galvánico del pensamiento y las chispas que cayeron fueron las ecuaciones fundamentales entre i, j, k ; exactamente como las he usado desde entonces. Saqué, en ese momento, una libreta de bolsillo, que todavía existe, e hice una anotación, sobre la que, en ese mismo preciso momento, sentí que posiblemente sería valioso el extender mi labor por al menos los diez (o podían ser quince) años por venir. Pero entonces era justo decir que esto sucedía porque sentí en ese momento que se había resuelto un problema y aliviado un deseo intelectual, deseo que me había perseguido por lo menos los quince años anteriores”. Después de Newton, Hamilton es el más grande de los matemáticos nacidos en las Islas Británicas y, como a Newton, se le considera aun más grande como físico que como matemático. Presidente de la Academia Real Irlandesa (1837-1845). La National Academy of Sciences de Estados Unidos, le nombró su primer miembro extranjero asociado. Era profundamente religioso y este interés fue el más importante para él. Luego, en orden de importancia, colocaba la metafísica, matemáticas, poesía, física y literatura en general. Escribió poesía, pensaba que las ideas geométricas creadas en su tiempo, el uso de elementos infinitos y elementos imaginarios en los trabajos de Poncelet y Chasles, estaban estrechamente relacionados con la poesía. Aunque era un hombre modesto, admitía y aun enfatizaba que el amor a la fama mueve y motiva a los grandes matemáticos.

Hamilton no estaba satisfecho con un fundamento meramente intuitivo de los números complejos, al representarlos como puntos o segmentos de recta dirigidos en el plano. En su artículo *Funciones conjugadas y sobre el álgebra como la ciencia del tiempo puro* (1837), señaló que un número complejo $a + bi$ no es una suma, pues el signo es un accidente histórico y que bi no se puede añadir a a . El número complejo $a + bi$ no es más que una pareja ordenada (a, b) de números reales. Hamilton, tras aclarar la noción de número complejo, pensó sobre el problema de presentar una analogía tridimensional de los números complejos para representar los vectores en el espacio. Pero sus esfuerzos iniciales se vieron frustrados, pues todos los números conocidos por los matemáticos de su tiempo poseían la propiedad conmutativa de la multiplicación y era natural para Hamilton creer que los números tridimensionales que buscaba debían poseer esa misma propiedad al igual que los números reales y complejos. Tras varios años de esfuerzo, Hamilton se vio obligado a aceptar dos condiciones que tenían que cumplir sus nuevos números. La primera consistía en que éstos tenían que tener cuatro componentes, y la segunda que no podían cumplir la citada propiedad conmutativa. Por tanto, el sistema de los cuaternios satisface todas las propiedades de las operaciones de la aritmética ordinaria con excepción de la propiedad conmutativa de la multiplicación, resultando por tanto el único ejemplo de cuerpo no conmutativo en el campo real. Introdujo el operador que llamó “nabla”, porque su símbolo, una Δ invertida, se asemeja a un antiguo instrumento musical hebreo de ese nombre. Este operador equivale a la expresión: $\mathbf{i} \partial/\partial x + \mathbf{j} \partial/\partial y + \mathbf{k} \partial/\partial z$, y cuando se aplica a una función escalar de punto $u(x,y,z)$, se obtiene el vector: $\partial u/\partial x \mathbf{i} + \partial u/\partial y \mathbf{j} + \partial u/\partial z \mathbf{k}$, que ahora se llama gradiente de u . También introdujo los bicuaternios, esto es, cuaternios con coeficientes complejos, en los que no se cumple la ley del producto, pues dos bicuaternios diferentes de cero pueden tener un producto igual a cero. Hamilton llevó a cabo algunas aplicaciones de los cuaternios a la geometría, óptica y mecánica. Sus ideas fueron apoyadas entusiastamente por su amigo Peter Guthrie Tait (1831-1901), profesor de matemáticas en el Queen’s College y posteriormente profesor de historia natural en la Universidad de Edimburgo. En muchos artículos, Tait motivó a los físicos a adoptar los cuaternios como herramienta básica. Incluso se vio envuelto en largas discusiones con Cayley, quien tomó un punto de vista muy tibio sobre la utilidad de los cuaternios, como también hicieron en general los físicos que continuaron utilizando las coordenadas cartesianas convencionales. Más adelante, el trabajo de Hamilton condujo indirectamente a un álgebra y análisis de vectores que los físicos adoptaron ansiosamente. Los cuaternios fueron de gran importancia para el álgebra. Una vez que los matemáticos se dieron cuenta de que se podía construir un sistema de números útil y con sentido, que además carecía de la propiedad conmutativa de los números reales y complejos, se sintieron más libres

para crear sistemas que se alejaban aun más de las propiedades usuales de estos números, lo que era necesario porque los vectores violan aun más leyes ordinarias del álgebra de lo que lo hacen los cuaternios. En fin, el trabajo de Hamilton condujo a la teoría de álgebras lineales asociativas (incluso Hamilton inició un trabajo sobre los hipernúmeros que contenían n componentes).

A Hamilton se le debe el gran cambio en la formulación de los principios de acción mínima, importante para el cálculo de variaciones y las ecuaciones diferenciales parciales. En 1833, escribió: “Pero, aunque la ley de acción mínima ha obtenido así un rango entre los más altos teoremas de la física, sin embargo sus pretensiones de una necesidad cosmológica, sobre la base de la economía en el universo, por lo común son rechazadas hoy. Y justo el rechazo aparece, entre otras razones, porque la cantidad que se pretendía economizar con frecuencia es gastada suntuosamente”. En efecto, en algunos fenómenos de la naturaleza, incluso muy sencillos, la acción es maximizada, por lo que Hamilton prefería hablar de acción estacionaria. Como se ha dicho más arriba, Hamilton transfirió a la mecánica ideas que había introducido en sus ensayos sobre óptica. En un trabajo de 1834, introdujo la integral de acción, es decir, la integral en el tiempo de la diferencia entre las energías cinética y potencial, $S = \int_{t_1, t_2} (T - V) dt$.

El principio hamiltoniano de acción mínima afirma que el movimiento es de hecho el que hace la acción estacionaria. Para sistemas conservativos, esto es, cuyas componentes de fuerza son derivables de un potencial que es función únicamente de la posición, se cumple que $T + V = constante$, es decir, que $T - V = 2T - constante$, y el principio de Hamilton se reduce al de Lagrange (V. esta reseña). Pero el principio de Hamilton también se mantiene para sistemas no conservativos, para los que se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, llamado sistema canónico, que Hamilton simplifica y resuelve, introduciendo una nueva función H , hoy llamada hamiltoniana, que representa la energía total del sistema estudiado. En la teoría de Hamilton, si se conoce la acción S o el hamiltoniano H , es posible dar solución al sistema. La aportación de Hamilton representó la culminación de una serie de esfuerzos encaminados a hallar un principio amplio a partir del cual se podían derivar las leyes del movimiento de varios problemas de la mecánica. Su trabajo inspiró también trabajos similares en otras áreas de la física matemática (elasticidad, electromagnetismo, relatividad, teoría cuántica) con el objeto de obtener principios variacionales semejantes. Los resultados obtenidos no representan, en general, las soluciones aproximadas más prácticas para resolver problemas particulares. Más bien, el atractivo de tales soluciones generales se apoya en intereses filosóficos y estéticos, aunque los hombres de ciencia ya no infieren que la existencia de un principio máximo-mínimo sea una prueba de la sabiduría y eficiencia de Dios. Desde el punto de vista de las matemáticas, el trabajo de Hamilton, como el de Jacobi en esta materia, es significativo porque motivó más investigaciones no sólo en el cálculo de variaciones, sino también sobre sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones diferenciales parciales de primer orden.

Estudió la resolución de la ecuación de quinto grado. Introdujo las matrices como extensión del concepto de determinante. Aplicó (1856) la teoría de grupos a los poliedros regulares. Estudió la superficie de ondas (de cuarto orden). Halló la condición para que un sistema continuo de ∞^2 rectas sea el sistema de normales de una superficie.

Hankel, Hermann (1839-1873). Matemático alemán. Alumno de Riemann. Profesor de matemáticas en Leipzig. Publicó *Teoría del sistema de los números complejos* (1867), donde enunció el “principio de permanencia de las leyes formales”, que complementa el “principio de la permanencia de las formas equivalentes”, enunciado en forma algo incompleta por Peacock, y donde señalaba que “la condición para construir una aritmética universal es la de una matemática puramente intelectual, separada de todo tipo de percepciones sensibles”, siendo esta matemática puramente intelectual “una teoría pura de las formas, que tiene como objeto no la combinación de cantidades o de sus imágenes, los números, sino asuntos del pensamiento a los que pueden corresponder objetos o relaciones reales, si bien esa correspondencia no es precisa”. Demostró que el álgebra de los números complejos es el álgebra más general posible que satisface todos los principios fundamentales de la aritmética. Siendo Hankel creador de una teoría lógica de los números racionales, objetó, en la obra citada, a las teorías de los números irracionales: “Cualquier intento de tratar los números irracionales formalmente y sin el concepto de magnitud (geométrica) conduce necesariamente a los artificios más abstrusos e incómodos, e incluso si son llevados a cabo con completo rigor, sobre lo que tenemos perfecto derecho a dudar, no tienen mucho valor científico”. En 1869 dio la forma más comúnmente adoptada hoy día

para las dos soluciones de la ecuación diferencial de Bessel, en donde interviene la constante γ de Euler. Publicó una historia de la matemática antigua y medieval.

Hansen, Peter Andreas (1795-1874). Astrónomo y geólogo danés. Nació en Tondern. Fue director del observatorio de Seeberg, cerca de Gotha (1825). En 1857 dirigió un nuevo observatorio construido para él. Resolvió el problema trigonométrico que lleva su nombre, consistente en hallar la distancia entre dos puntos C y D , dada una base AB y los ángulos que con ella forman las visuales dirigidas a C y D (este problema ya había sido resuelto por Snellius). Calculó tablas de valores (1843) para las funciones de Bessel. Aplicó en el cálculo de perturbaciones astronómicas la interpolación trigonométrica de funciones de dos argumentos. Sus obras más importantes son *Fundamentos* (1838) y *Explicación* (1862-1864).

Hardy, Godfrey Harold (1877-1947). Matemático inglés. Nació en Cranleigh (Surrey). Ingresó (1896) en el Trinity College de Cambridge, donde estudió y fue profesor desde 1906 a 1919, fecha de su nombramiento como profesor (saviliano) en la Universidad de Oxford. Enseñó en Princeton (1928-1929), volviendo como profesor (sadleiriano) a Cambridge (1931), donde se jubiló (1942). Realizó aportaciones importantes (1917) en teoría de números (ecuaciones diofánticas, problema de Waring, paradoja de Goldbach), funciones armónicas y series trigonométricas.

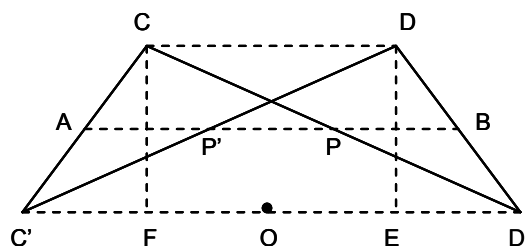
En 1914, Hardy demostró que una infinidad de ceros de la función zeta de Riemann, $\zeta(z)$, están sobre la recta $x = 1/2$. En 1928 decía: “Los teoremas matemáticos son verdaderos o falsos; su verdad o falsedad es absolutamente independiente de nuestro conocimiento de ellos. En cierto sentido, la verdad matemática forma parte de la realidad objetiva”. En su libro *Apología de un matemático* (1940), expresó la misma opinión: “Creo que la realidad matemática está fuera de nosotros, que nuestra función consiste en descubrirla u observarla, y que los teoremas que describimos con grandilocuencia como nuestras “creaciones” son simplemente las anotaciones de nuestra observación”. Escribió *Curso de matemáticas puras* (1908), *La teoría general de las series de Dirichlet* (con Riesz, 1915), *Desigualdades* (con Littlewood y Polya, 1934), *Introducción a la teoría de números* (con Wright, 1938), *Series de Fourier* (con Rogosinski, 1944) y *Series divergentes* (póstuma, 1949). En *Bertrand Russell y el Trinity* (1944), Hardy narra los problemas que tuvo Russell con el Trinity College de Cambridge durante la Primera guerra mundial. Además, Hardy escribió más de 300 artículos de investigación matemática sobre, entre otros temas, series divergentes, ecuaciones integrales, aproximación diofántica, teoría aditiva de números, el problema de Waring, la función zeta de Riemann, puntos de coordenadas enteras en círculos centrados en el origen, desigualdades y series de Fourier. Le gustaba colaborar científicamente con otros matemáticos, especialmente con Littlewood (más de cien artículos en 35 años) y Ramanujan (cinco artículos sobre teoría de números), esta última colaboración cortada por la prematura muerte de Ramanujan (V. esta reseña). En su *Apología de un matemático*, Hardy dice al respecto: “Todavía me digo cuando estoy deprimido y me veo obligado a escuchar a personas pomposas y aburridas: Bueno, he hecho una cosa que usted nunca podría haber hecho, que es haber colaborado tanto con Littlewood como con Ramanujan en, digamos, igualdad de condiciones”.

Hardy consideraba que su principal habilidad matemática era resolver problemas más que el desarrollo de nuevos sistemas de ideas. En su *Apología* dice: “Es una experiencia melancólica para un matemático profesional encontrarse a sí mismo escribiendo sobre matemáticas. La función de un matemático es hacer algo, es probar nuevos teoremas, es contribuir a las matemáticas y no hablar sobre lo que él u otros matemáticos han hecho... La exposición, la crítica y la apreciación son tareas para mentes de segunda clase... Así pues, si me encuentro a mí mismo no escribiendo matemáticas sino sobre matemáticas, esto es una confesión de debilidad por la que puedo correctamente ser despreciado o compadecido por los matemáticos más jóvenes y vigorosos. Escribo sobre matemáticas porque, como cualquier otro matemático que ha sobrepasado los sesenta, no tengo ya la frescura mental, la energía o la paciencia necesarias para realizar de un modo efectivo mi propio trabajo”. Con relación a las características de una demostración, escribió: “No queremos muchas variaciones en la demostración de un teorema matemático, pues la enumeración de casos es una de las formas más aburridas de razonamiento matemático. Una demostración matemática debe parecerse a una constelación simple y claramente delimitada y no a un grupo disperso en la Vía Láctea”.

Harnack, Axel Carl Gustav (1851-1888). Matemático alemán. Nació en Tartu (hoy, Estonia). En su obra *Elementos de cálculo diferencial e integral* (1881) profundizó en la teoría de la integral, en especial sobre la teoría del contenido (exterior) del que dio una definición (esta teoría, que no resultó ser satisfactoria en todos los sentidos, condujo a la integral de Lebesgue, como también lo hizo más tarde la teoría de la medida). Harnack introdujo (1884) la propiedad llamada hoy “continuidad absoluta”, que consideró que era una característica de las integrales absolutamente convergentes, pero no llegó a demostrar que toda función absolutamente continua es una integral.

Harriot, Thomas (1560-1621). Matemático y astrónomo inglés. Nació en Oxford. En 1585 fue enviado por Walter Raleigh como topógrafo de la expedición que envió al Nuevo Mundo, convirtiéndose posiblemente en la segunda persona con formación matemática, tras Juan Díaz, que pisaba América del Norte. Durante los últimos años del reinado de Isabel I (1533-1603) le fue difícil publicar sus trabajos a causa de un conflicto de intereses políticos. En su obra *Práctica del arte analítico* (h. 1610, impresa póstuma en 1631), extendió, sistematizó e hizo emerger alguna de las implicaciones de la obra de Viète, pareciéndose mucho a un texto moderno de álgebra. Expresó los valores de los coeficientes de una ecuación en función de sus raíces, descompuso las ecuaciones de raíces reales en sus factores lineales, utilizó para las incógnitas las letras minúsculas en vez de las mayúsculas y el signo de igualdad de Recorde, e introdujo los signos $>$ y $<$, pero no empleó otros símbolos para las potencias que la repetición de los factores. En algún caso utilizó el punto como símbolo de multiplicación, aunque como tal, el punto no se difundió hasta Leibniz. Fue uno de los primeros algebraistas que aceptó los números negativos, poniéndolos solamente de vez en cuando en el segundo miembro de una ecuación, aunque no aceptaba raíces negativas. Estableció una fórmula del área de los triángulos esféricos.

Hart, Harry (1848-1920). Matemático inglés. Profesor de la Academia Woolwich. Escribió *Sobre cierta conversión del movimiento* (1874), donde estudió las propiedades de las circunferencias tangentes entre sí, y diseñó un inversor formado por cuatro barras CC' , $C'D$, DD' , $D'C$, articuladas en los cuatro vértices, formando un trapecio isósceles (V. figura). Siendo AB una paralela a las bases del trapecio, que corta en P y P' a las diagonales, y siendo O el punto medio de $C'D'$, siéndolo también de EF , proyección de CD sobre $C'D'$, se tiene que: $AP \cdot AP' = CA \cdot C'A \cdot CD \cdot C'D' / CC'^2$. Como $CD \cdot C'D'$ es igual a $4 OD' \cdot OE = CD'^2 - CC'^2$, cantidad constante, el producto $AP \cdot AP'$ es también constante. Por tanto, al quedar fijo el punto A , los puntos P y P' describen líneas inversas (V. Peaucellier).



Hartley, Miles C. (h. 1951). Matemático estadounidense. Profesor de la Universidad de Illinois. Enunció varios teoremas sobre intersecciones de poliedros (1942-1947). Publicó *Trigonometría plana y esférica* (1942), *Modelos de poliedros* (1951; edición del autor en 1945).

Hartshorne Cope, Robin (n. 1938). Matemático estadounidense. Estudió en Princeton. Enseñó en las Universidades de Harvard y California, Berkeley. Escribió *Cohomología local* (1967), *Fundamentos de la geometría proyectiva* (1967), *Geometría algebraica* (1977), *Euclides y más allá* (2000).

Hasib, Habash Al-Hasib. V. Al-Hasib, Habash.

Hassar, Al. V. Alhassar.

Hatze, H. (h. 1980). Matemático sudafricano. Para el análisis dinámico de un sistema coordinado (el cuerpo humano) en movimiento, el hecho de conocer la localización de su centro de gravedad tiene especial relevancia. En la biomecánica deportiva es necesario definir el número de segmentos que componen el modelo humano, conocer la localización del centro de gravedad de cada segmento y determinar su peso, permitiendo la localización del centro de gravedad del sistema total. Hatze en 1980, como Yeadon (1990) y Jensen (1994), resolvieron estos problemas de forma experimental, mediante la definición geométrica de dichos segmentos y su descripción matemática. Escribió *Modelos de control miocibernético* (1980), *Un modelo matemático de cálculo para la determinación de valores de los parámetros de los segmentos antropomórficos* (1980), *Optimización automatizada de los movimientos del deporte: una visión general de las posibilidades, los métodos y los acontecimientos recientes* (1983).

Houghton, Samuel (1821-1897). Matemático irlandés. Estudió y bautizó (1882) las curvas atrifaloides, al estudiar los fenómenos de flujo y reflujos del mar.

Hausdorff, Felix (1868-1942). Matemático alemán. Creador de la topología conjuntista. Escribió *Fundamentos de la teoría de conjuntos* (1914), utilizando el concepto entorno para crear una teoría de los espacios abstractos, dando la primera definición de espacio topológico. La primera parte de su libro es una exposición sistemática de las características básicas de la teoría de conjuntos, donde la naturaleza de los elementos no tiene importancia, sino que las relaciones entre los elementos son las únicas que son importantes. En la segunda parte, realiza un desarrollo preciso de la teoría de los “espacios topológicos de Hausdorff” a partir de un conjunto de axiomas. Define el espacio topológico como un conjunto E de elementos x , y ciertos subconjuntos S_x de E llamados entornos de x . Se supone que el sistema de entornos satisface los siguientes cuatro axiomas de Hausdorff: 1) A cada punto x le corresponde al menos un entorno $U(x)$, y cada entorno $U(x)$ contiene al punto x . 2) Si $U(x)$ y $V(x)$ son dos entornos del mismo punto x , hay otro entorno de x , $W(x)$, contenido en ambos. 3) Si el punto y pertenece al entorno $U(x)$ de x , hay un entorno $U(y)$ de y , contenido en $U(x)$. 4) Para cualquier par de puntos distintos x e y existen sendos entornos $U(x)$ y $U(y)$ que no tienen ningún punto común.

Hausdorff introdujo también los axiomas de numerabilidad: 1) Para todo punto x el conjunto de los $U(x)$ es como máximo numerable. 2) El conjunto de todos los entornos distintos es numerable.

Los entornos definidos por estos axiomas permitieron a Hausdorff introducir el concepto de continuidad, y por medio de otros axiomas adicionales desarrolló las propiedades de diversos espacios más restringidos, como es el caso del plano euclídeo. Desarrolló el concepto de completitud, introducido por Fréchet en su tesis de 1906. Un espacio se llama completo si toda sucesión $\{a_n\}$ que cumple la condición de que dado un ε positivo exista un N tal que $|a_n - a_m| < \varepsilon$ para todos m y n mayores que N , tiene límite. También demostró que todo espacio métrico puede extenderse a un espacio métrico completo de una y sólo una manera. Es interesante observar que el concepto de número desaparece completamente al aplicar un punto de vista mucho más general. Aunque se use la palabra punto, la topología de conjunto de puntos o topología conjuntista, tiene tan poco que ver con los puntos de la geometría ordinaria como con los números de la aritmética. Puede decirse que la topología, al situarse en la base misma de una gran parte de la matemática, proporciona a ésta una unidad y una coherencia inesperadas.

En 1914, Hausdorff probó el teorema o paradoja que lleva su nombre: La superficie de la esfera en tres dimensiones puede dividirse en diez partes que pueden luego ensamblarse para construir dos esferas idénticas a la inicial. La demostración de esta paradoja depende del axioma de elección, con lo que se puede argumentar que ésta es una buena razón para eliminarlo de la teoría axiomática. Sin embargo, la comunidad matemática que defiende dicho axioma, expone que éste es un maravilloso axioma (V. Banach y Zermelo).

Hayes, Sandra Ann (h. 1970). Profesora de matemáticas en la Universidad Técnica de Munich. Ha investigado en dimensiones superiores, sistemas dinámicos caóticos y análisis de series de tiempo. Junto con D. P. L. Castrigiano escribió *Teoría de catástrofes*. En esta obra se puede encontrar la demostración más accesible del teorema de Thom (V. esta reseña).

Haytham, Ibn Al. V. Al-Hazen.

Hazen, Al. V. Al-Hazen.

Heaslet, M. A. (h. 1939). Publicó junto con J. V. Uspensky *Teoría de números elemental* (1939), donde dieron soluciones a determinadas ecuaciones diofánticas de Mordell.

Heath, Thomas Little (1861-1940). Matemático e historiador inglés. Publicó *Apolonio de Perga. Tratado sobre las secciones cónicas* (1896), *Las obras de Arquímedes* (1897), *Estudio de la historia del álgebra griega* (1910), *Diofanto de Alejandría* (1910), *Aristarco de Samos* (1913), *Historia de las matemáticas griegas* (1921), *Manual de las matemáticas griegas* (1931), *Las matemáticas en Aristóteles* (1949). Editó en inglés *Los trece libros de los Elementos de Euclides* (1908, edición revisada en 1956).

Heaviside, Oliver (1850-1925). Ingeniero, físico y matemático inglés. Nació en Londres. Trabajó inicialmente en telégrafos y teléfonos. El aumento de su sordera le hizo retirarse a la vida campestre en 1874, y se dedicó a escribir, principalmente sobre electricidad y magnetismo, enviando diversos artículos a la revista *Electricista*, en los que utilizaba un análisis vectorial construido por él. Publicó *Teoría electromagnética* (tres volúmenes, 1893, 1899 y 1912), en cuyo primer volumen aportó gran cantidad de análisis vectorial (por ejemplo, su tercer capítulo de 175 páginas está dedicado a los métodos vectoriales).

Su desarrollo del análisis vectorial está esencialmente en armonía con el de Gibbs, aunque al no gustarle la notación de éste, adoptó la suya propia basada en la notación de los cuaternios de Tait. Surgieron muchas controversias entre los que proponían los cuaternios (especialmente matemáticos como Tait) y los que postulaban los vectores (especialmente ingenieros y físicos como Gibbs y Heaviside), siendo la decisión favorable a los vectores (los matemáticos introdujeron los vectores en las geometrías analítica y diferencial). Heaviside expuso un “cálculo operacional” (1892) que permitía transformar las ecuaciones diferenciales en algebraicas, que utilizó en sus investigaciones sobre líneas y redes eléctricas. Expuesto de modo recetario, sin fundamentos rigurosos, fue discutido y rechazado por los matemáticos. Sin embargo, el cálculo operacional fue justificado en 1929 y constituye un método aplicable no sólo a la electricidad, sino también a la óptica y la acústica. En el segundo volumen de su *Teoría electromagnética*, Heaviside escribió: “Debo decir unas pocas palabras sobre la diferenciación generalizada y las series divergentes... No es fácil levantar entusiasmo alguno una vez que ha sido enfriado artificialmente por los aguafiestas de los rigoristas... Tendrá que haber una teoría de series divergentes, o digamos una teoría más general de funciones que la actual, que incluya las series convergentes y divergentes en una totalidad armoniosa”. Con sentido pragmático decía: “Esta serie es divergente, por tanto algo podremos hacer con ella”. Y añadía que “la lógica puede permitirse ser paciente, puesto que es eterna”.

Heawood, Percy John (1861-1955). Matemático inglés. Nació en Newport (Shropshire). Estudió en Ipswich y Oxford. Enseñó en la Universidad de Durham. Profundizó en la topología de superficies. Estudió (1890) el problema del número de colores de un mapa sobre una superficie (V. Appel).

Hecateo de Mileto (h. 560-490 a.C.). Historiador y geógrafo griego. Autor de la *Genealogía* y de la *Descripción de la Tierra*. Hizo algún mapa de la Tierra tal como era conocida entonces.

Heegmann, Alphonse (h. 1826). Estudió la geometría de la esfera. Publicó *Memoria sobre la esfera* (1826), *Estudios sobre la trigonometría esférica, seguidos de nuevas tablas trigonométricas* (1851), *Revisión de la teoría de la música griega* (1852), *Ensayo de un nuevo método de resolución de ecuaciones algebraicas por medio de series infinitas* (1861).

Heffter, L. (h. 1891). Trabajó en el problema del coloreado de mapas (1891).

Heiberg, Johan Ludvig (1854-1928). Filólogo e historiador de la ciencia danés. Profesor en la Universidad de Copenhague. Descubrió (1906) en un palimpsesto de Constantinopla, una copia de la carta que Arquímedes envió a Eratóstenes, que hoy es el *Método* de Arquímedes. Editó numerosos clásicos griegos (Arquímedes, Euclides, Apolonio, Ptolomeo, Herón).

Hein, Piet (1905-1996). Arquitecto, poeta y científico danés. Más conocido como Kumbel, nombre que utilizó para firmar su poesía. Inventó el elemento arquitectónico llamado “cubo Soma”. Descubrió la curva semicúbica. Llamó “superelipse” a una de las curvas de Lamé (de exponente $5/2$, cuya ecuación es: $Ax^{5/2} + By^{5/2} = 1$) utilizada en varias aplicaciones prácticas, como autopistas, puentes y otras aplicaciones arquitectónicas. Intentó relacionar técnica, ciencias y humanidades.

Heine, Heinrich Eduard (1821-1881). Matemático alemán. Discípulo de Weierstrass. Profesor de Halle. En su tesis doctoral (1842) determinó el potencial (temperatura en el estado estacionario) no únicamente para el interior de un elipsoide de revolución cuando el valor del potencial está dado sobre la superficie, sino también para el exterior de dicho elipsoide y para la concha entre elipsoides de revolución cofocales. Introdujo las funciones de Lamé, o armónicos elipsoidales, de segunda especie (1845), desarrollando su teoría. En su obra *Elementos* (1872), escritos bajo la influencia directa de las lecciones de Weierstrass, formuló el teorema de la continuidad uniforme para funciones de una o varias variables. Demostró que una función que es continua en un intervalo cerrado y acotado de los números reales, es uniformemente continua. Demostró el siguiente teorema: Dados un intervalo cerrado $[a, b]$ y un conjunto infinito numerable \mathcal{A} de intervalos, todos en $[a, b]$, tales que todo punto x de $a \leq x \leq b$ sea un punto interior de al menos uno de los intervalos de \mathcal{A} , entonces un conjunto que consiste en un número finito de intervalos de \mathcal{A} tiene la misma propiedad, a saber, todo punto del intervalo cerrado $[a, b]$ es un punto interior de al menos uno de los intervalos de este conjunto finito. Este teorema fue posteriormente (1895) modificado por Borel, por lo que se suele llamar al modificado, teorema de Heine-Borel. Heine definió el límite de una función $f(x)$ en x_0 de la siguiente manera: Si, dado cualquier ε , existe un η_0 tal que para $0 < \eta < \eta_0$, la diferencia $f(x_0 \pm \eta) - L$ es menor en valor absoluto que ε , entonces se dice que L es el límite de $f(x)$ para $x = x_0$ (esta definición es esencialmente la misma que se utiliza en los textos actuales).

Heinsius, Gottfried (h. 1756). Matemático y astrónomo holandés. Estudió (1756) el caso dudoso de la trigonometría esférica (se conocen dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos, siendo éste el lado menor de los dos dados) fundándose en las fórmulas goniométricas. Escribió unos comentarios sobre los anillos de Saturno (1743-1744).

Heinzerling, Friedrich (1824-1906). Arquitecto alemán. Nació en Grossenbuseck (Hessen). Estudió ciencias naturales e ingeniería en Berlín y en Giessen. Fue profesor en las Universidades de Giessen y Aquisgrán. Utilizó (1869) las curvas anaclinoideas en el cálculo de construcciones. Publicó gran número de trabajos sobre construcción de puentes.

Heisenberg, Werner Karl (1901-1976). Físico alemán. Nació en Würzburg. Estudió física teórica en la Universidad de Munich con Arnold Sommerfeld, doctorándose en 1923. Trabajó con Max Born en Gotinga y con Niels Bohr en Copenhague. Fue profesor en Leipzig (1927-1941) y director del Instituto Max Planck en Berlín (1942-1945) y desde 1946 en Gotinga. Premio Nobel de física (1932). Fue uno de los fundadores de la mecánica cuántica, que formuló con ayuda de la teoría de matrices infinitas (1925). Enunció (1927) el llamado principio de indeterminación que lleva su nombre, demostrando las relaciones de incertidumbre entre magnitudes físicas canónicamente conjugadas, como la posición y el momento de una partícula. Se denomina ecuación de Heisenberg, o de von Neumann-Liouville, o ecuación cuántica de Liouville, la ecuación que determina la densidad de probabilidad electrónica en cualquier sistema, en función del tiempo. En ella intervienen las matrices de densidad electrónica, de energía potencial, de dispersión y de generación de portadores. Entre sus obras destaca *Principios físicos de la mecánica cuántica* (1930).

Hellman, M. E. (h. 1976). Matemático estadounidense. Hellman y Diffie idearon (1976) una forma de cifrar llamada clave pública, basada en una gran cantidad de cálculos e ingenio matemático. Se basa en las llamadas funciones unidireccionales con trampa (V. Diffie). Hellman y Diffie escribieron *Nuevas direcciones en criptografía* (1976). Con R. Merkle elaboró un método a partir de un problema NP (no polinómico) conocido, llamado de la pila, que consiste en encontrar los subconjuntos de suma dada de un conjunto de números dados.

Helly, Eduard (1884-1943). Matemático austriaco. Nació en Viena. Estudió en las Universidades de Viena y Gotinga. En la Primera Guerra Mundial fue herido y hecho prisionero por los rusos, siendo deportado a Siberia, volviendo a Viena en 1920 en un largo viaje a través de Japón y Egipto. Trabajó en Viena en un banco y una compañía de seguros, y tras la llegada de los nazis, emigró a Estados Unidos, donde comenzó a dar clases particulares. Einstein le ayudó a encontrar puestos de profesor en Nueva Jersey. Trabajó en Chicago, volviendo luego al trabajo particular, preparando manuales de formación matemática. Lleva su nombre un teorema (publicado en 1923) sobre geometría combinatoria: Si n cuerpos convexos dados en un espacio euclídeo de d dimensiones, siendo $n \geq d+1$, y si para cada conjunto de $d+1$ de dichos cuerpos existe un punto que pertenece a todos los cuerpos de dicho conjunto, entonces existe un punto común a todos los n cuerpos. Durante los años 1920 a 1922, Hahn, Banach, Helly y Wiener, de manera casi simultánea, llevaron a cabo la definición general de los espacios normados, aunque la obra de Banach es la que tuvo mayor influencia.

Helmholtz, Hermann Ludwig Ferdinand von (1821-1894). Fisiólogo, físico y matemático alemán. Nació en Potsdam (Prusia). Se graduó en el Instituto Médico Friedrich Wilhelm de Berlín (1843). Fue profesor de fisiología (1849) en Königsberg (hoy, Kaliningrado) y de anatomía y fisiología en la Universidad de Bonn (1855). En 1871 fue profesor de física en la Universidad de Berlín, y en 1888 fue también director del Instituto Físico-Técnico de Berlín. En su obra *Sobre los hechos fundamentales de la Geometría*, estudió las geometrías no euclídeas. Introdujo el movimiento como concepto fundamental de la geometría, y como Sophus Lie, buscó caracterizar las geometrías en las que son posibles los movimientos rígidos en un espacio, mostrando que entonces la expresión de ds^2 de Riemann para la métrica en un espacio de curvatura constante es la única posible. Estudió la geometría del espacio del color, que es una geometría no euclidiana que describe en lenguaje geométrico las propiedades del conjunto de todos los colores posibles, es decir, las propiedades de las reacciones del ojo a los estímulos luminosos.

En relación con las ecuaciones de D'Alembert-Euler referentes a una función analítica $w = u + vi$, es decir, $\partial u/\partial x = \partial v/\partial y$, $\partial u/\partial y = -\partial v/\partial x$, Helmholtz trató a la variable u como el potencial de la velocidad del movimiento de un líquido incomprensible en el plano (x,y) , siendo v la función de corriente (1868). Estudió la ecuación de ondas reducida (o ecuación de Helmholtz): $\Delta w + k^2 w = 0$, proporcionando la primera investigación general de sus soluciones (1860).

En un artículo de 1868 insistió en que nuestro conocimiento del espacio físico proviene únicamente de la experiencia y depende de la existencia de cuerpos rígidos que pueden servir, entre otras cosas, como reglas para medir, y en su *Contar y medir* (1887) puso en cuestión las verdades de la aritmética. Consideraba como el principal problema de ésta, el significado o la validez de la aplicación objetiva de la cantidad y la igualdad a la experiencia. La aritmética puede considerarse como una exposición consistente de las consecuencias de las operaciones aritméticas. Trata con símbolos y puede entenderse como un juego. Pero esos símbolos se aplican a objetos reales y a las relaciones entre ellos y proporcionan resultados acerca del funcionamiento real de la naturaleza. ¿Cómo es posible esto? ¿Bajo qué condiciones se puede aplicar a los objetos reales los números y las operaciones aritméticas? En particular, ¿cuál es el significado objetivo de la igualdad de dos objetos, y cómo puede tratarse la adición física como suma aritmética? Helmholtz señalaba que la aplicabilidad de los números no es ni un accidente ni tampoco una prueba de la verdad de las leyes numéricas. Algunos tipos de experiencia los sugieren, y a éstos es a los que se puede aplicar. Para aplicar números a objetos reales, éstos no deben desaparecer, o mezclarse entre sí, o dividirse. Al añadir físicamente una gota de lluvia a otra no se obtienen dos gotas de lluvia. Sólo la experiencia puede decirnos si los objetos de una colección física determinada mantienen en ella su identidad de manera que se pueda atribuir a la colección un número definido de objetos. De igual modo, saber cuándo se puede aplicar la igualdad entre dos cantidades físicas también depende de la experiencia. Cualquier afirmación de igualdad cuantitativa debe satisfacer dos condiciones: si se intercambian los objetos, deben seguir siendo iguales; y si cada uno de dos objetos son iguales a un tercero, ambos objetos deben ser iguales. De esta manera podemos hablar de la igualdad de pesos o de intervalos de tiempo, ya que para esos objetos sí se puede determinar la igualdad. Pero dos sonidos pueden ser, para el oído, indistinguibles de un tercer sonido, intermedio entre ambos, aunque sí puedan distinguirse entre sí. Aquí dos cosas iguales a una tercera no son iguales entre sí. Tampoco se pueden sumar los valores de unas resistencias eléctricas conectadas

en paralelo para obtener la resistencia total, ni se pueden combinar de cualquier manera los índices de refracción de diferentes medios.

Robert Mayer (1840), James Prescott Joule (1843) y Helmholtz (1847) contribuyeron a descubrir la ley de conservación de la energía. Helmholtz escribió también *Sobre las sensaciones del tono como base fisiológica para la teoría de la música* y *Manual de óptica fisiológica* (1867).

Hen, Chuan. V. Chuan Hen.

Hensel, Kurt (1861-1941). Matemático alemán. Nació en Königsberg (hoy Kaliningrado, Rusia). Estudió en Bonn y Berlín., donde presentó su tesis en 1884. Fue profesor en Berlín, y a partir de 1901, en la Universidad de Marburgo. Demostró (1904) la unicidad de la afirmación de Frobenius, cuando éste, en relación con la ecuación característica de una matriz, estableció (1878) que el polinomio mínimo (de menor grado) que satisface la matriz es el formado a partir de los factores del polinomio característico y que es único. También demostró que si $f(x)$ es un polinomio mínimo de una matriz M y $g(x)$ es cualquier otro polinomio satisfecho por M , entonces $f(x)$ divide a $g(x)$. En 1902 escribió junto con Georg Landsberg, *Teoría de las funciones algebraicas de una variable*, donde presentan en su totalidad el llamado enfoque aritmético de las curvas algebraicas. Este enfoque es realmente un grupo de teorías que difieren grandemente entre sí, pero que tienen en común la construcción y el análisis de los integrandos de las tres clases de integrales abelianas. En su obra *Teoría de los números algebraicos* (1908), Hensel añadió a los cuerpos entonces conocidos (números racionales, reales y complejos, números algebraicos, funciones racionales en una o varias variables) otro tipo, los cuerpos p -ádicos, siendo los números p -ádicos expresiones de la forma $\sum_{i=-p, \infty} c_i p^i$, donde p es un número primo y los coeficientes c_i son números racionales irreducibles cuyo denominador no es divisible por p . Tales expresiones no tendrán en general valor numérico ordinario; sin embargo son entes matemáticos por definición. Hensel define las cuatro operaciones básicas con estos números y demuestra que forman un cuerpo. Se puede poner en correspondencia biunívoca un subconjunto de los números p -ádicos con los números racionales y, de hecho, este subconjunto es isomorfo a los números racionales en el sentido de isomorfismo entre cuerpos. Hensel define en el cuerpo de estos números, las unidades, los números enteros y otros conceptos análogos a los de los números racionales ordinarios. Definiendo los polinomios cuyos coeficientes sean números p -ádicos, Hensel puede hablar de raíces p -ádicas de ecuaciones polinómicas y extender a estas raíces todos los conceptos de los cuerpos de números algebraicos. De hecho, toda la teoría ordinaria de números algebraicos puede trasladarse a los números p -ádicos. De una manera un tanto sorprendente, la teoría de los números algebraicos p -ádicos conduce a resultados sobre los números algebraicos ordinarios, y también resulta útil al estudiar las formas cuádricas, y ha conducido al concepto de cuerpo valuado.

Hentschel, E. (h. 1842). En su obra sobre cálculo aritmético (1842) dio gran importancia a la aritmética razonada.

Herbart, Johann Friedrich (1776-1841). Filósofo y pedagogo alemán. Nació en Oldenburg. Estudió con Fichte en Jena (1794). Trabajó en Interlaken, donde fue ayudante de Pestalozzi (1797-1800). Profesor en Gotinga y en Königsberg, donde fue sucesor de Kant. Consideró a la psicología como base de la pedagogía. Introdujo normas para la enseñanza de las operaciones de cálculo numérico.

Herglotz, Gustav (1881-1953). Matemático alemán. Nació en Volary (hoy, República Checa). Estudió en las Universidades de Viena, Munich y Gotinga. Enseñó en la Universidad de Leipzig. Courant creó el Instituto de Matemáticas, que se inauguró en Gotinga en 1929. Su plantilla inicial estaba formada por Courant, Herglotz, Landau, Neugebauer, Noether y Weyl. Son importantes los trabajos de Herglotz en sismología.

Hérigone, Pierre (1580-1643). Matemático y astrónomo francés, de origen vasco. Enseñó en París. Utilizó en su *Curso de matemáticas* (1634) la notación a^3 , b^4 para las potencias (Descartes escribiría a^3 , b^4). En esta obra incluyó el método de obtención de las tangentes horizontales (puntos máximos y mínimos) ideado por Fermat.

Hermann, Jacob (1678-1733). Matemático suizo. Nació en Basilea. Discípulo de Jacob (I) Bernoulli. Fue profesor en Padua, Frankfurt del Oder, San Petersburgo y Basilea, donde terminó su carrera docente. En 1701 escribió una refutación detallada a las críticas que Nieuwentijt (V. esta reseña) hacía a los trabajos de Newton y Leibniz. Dio (1717) la regla de que si la ecuación de una familia de curvas es $F(x,y,c) = 0$, entonces $y' = -F_x/F_y$, donde F_x y F_y son las derivadas parciales de F , y las trayectorias ortogonales tienen como pendiente F_y/F_x . De aquí resulta que la ecuación diferencial ordinaria de las trayectorias ortogonales a $F(x,y,c)=0$, es $F_y dx = F_x dy$. Despejando c en esta ecuación y sustituyéndolo en la ecuación original resolvía la ecuación diferencial. Entre 1729 y 1733 publicó artículos sobre geometría analítica tridimensional y sobre coordenadas polares. Proporcionó la transformación de coordenadas polares a rectangulares. Obtuvo ecuaciones en polares de curvas algebraicas. Aplicó las coordenadas espaciales a problemas sobre planos y a varios tipos de superficies cuadráticas. Demostró que la fórmula que da el seno del ángulo que forma el plano OXY con el plano $az + by + cx = d$, es $(b^2 + c^2)^{1/2}/(a^2 + b^2 + c^2)^{1/2}$. Expuso que la ecuación $x^2 + y^2 = f(z)$ es una superficie de revolución alrededor del eje z . Dio la fórmula de $\tan nx$ y $\sec nx$. Obtuvo los logaritmos de sumas por medio de las funciones trigonométricas. Perfeccionó el cálculo de las trayectorias ortogonales de una familia de curvas y encontró las geodésicas en algunas superficies.

Hermes, Oswald (1826-1909). Matemático alemán. Estudió y enseñó en Berlín. Estudió el haz correlativo de la serie de cuádricas homofocales (1849).

Hermite, Charles (1822-1901). Matemático francés. Nació en Dieuze (Lorena). Estudió en la École Polytechnique (1842), pero fue expulsado al año siguiente por un defecto congénito en el pie derecho. Se dedicó a la carrera docente. De 1848 a 1876, dio clases en la École Polytechnique, y de 1869 a 1897 en la Sorbona. Miembro de la Académie des Sciences desde 1856. En 1855 demostró que si la matriz $M = M^*$, donde M^* es la traspuesta de la matriz formada al reemplazar cada elemento de M por su conjugado complejo (tales M se llaman ahora hermitianas), entonces sus raíces características son reales. Trabajó en teoría de números, demostrando la trascendencia del número e en su obra *Memoria sobre la función exponencial* (1873), fundándose en los trabajos al respecto de Liouville. Tras conseguirlo, escribió a Borchardt: “No me atrevo a intentar probar la trascendencia de π . Si otros lo logran nadie estará más feliz que yo con su éxito, pero créame, mi querido amigo, que no dejará de costarles un cierto esfuerzo”. Estudió la teoría de las formas cuadráticas ternarias. Lleva su nombre un método para integrar fracciones racionales. Introdujo el sistema de polinomios ortogonales respecto a un núcleo, que llevan su nombre. Estudió sistemáticamente las formas algebraicas y los invariantes (1845). Formó con Cayley y Sylvester la que alguna vez se llamó “trinidad invariante” (Hermite en una de sus cartas, llamó de esa misma manera a Cayley, Silvestre y Salmon). Colaboró con Longchamps en el estudio de curvas algebraicas. Trabajó en la teoría de las funciones elípticas, demostrando el principio que lleva su nombre. Sobre su dedicación a ellas, dijo en 1892: “No puedo abandonar las funciones elípticas; donde la cabra está sujeta, ahí debe pastar”. En su obra *Sobre la resolución de la ecuación de quinto grado* (1858), dedujo la solución de la ecuación de quinto grado en su forma canónica, mediante funciones elípticas. Trató problemas de mecánica usando estas funciones. En una memoria de 1855 expuso el comienzo de la teoría propiamente dicha de las funciones de Abel. Planteó el problema de la inversión de Jacobi para la integral general de Abel. Hermite, en una carta a Stieltjes, decía: “Creo que los números y las funciones del análisis no son el producto arbitrario de nuestras mentes; creo que existen fuera de nosotros con el mismo carácter de necesidad que los objetos de la realidad objetiva, y que nosotros los encontramos o descubrimos y los estudiamos como lo hacen los físicos, químicos y zoólogos”. También escribía a Stieltjes: “Me aparto con miedo y horror de esta lamentable plaga de funciones que no tienen derivada”.

Hermotimo de Colofón (s. IV a.C.). Matemático griego. Desarrolló diversas cuestiones encontradas por Eudoxo y Teeteto. Descubrió muchas proposiciones relativas a los *Elementos*, ocupándose también de los *Lugares superficiales*, ambas obras de Euclides.

Hernández Guarch, Fernando (h. 1983). Matemático español. Doctor en matemáticas por la Universidad de La Laguna (1983). Su tesis versó sobre *Análisis y síntesis de autómatas probabilistas*

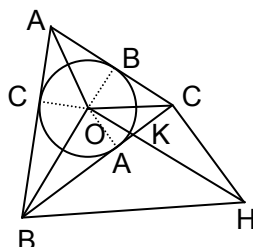
arbitrarios. Su simulación (1984). Profesor en la citada Universidad y en la de Las Palmas. Investiga en números aleatorios, autómatas y didáctica de las matemáticas. Ha publicado *Las ecuaciones de Volterra* (2000), *Diagnóstico en matemáticas* (1998), *Aspectos gramaticales de los números* (1990).

Hernández Ruipérez, Daniel (n. 1954). Matemático español. Nació en Peñaranda de Bracamonte (Salamanca). Estudió matemáticas en la Universidad de Salamanca, licenciándose en 1976 y doctorándose en 1978. Catedrático de geometría y topología en dicha Universidad (desde 1983). Es director del Instituto Universitario de Física Fundamental y Matemáticas (2008). Sus investigaciones se han centrado en el campo de la geometría algebraica.

Herodiano, Elius (s. II). Gramático griego. Estudió y expuso los signos (llamados herodiánicos) que conforman uno de los sistemas griegos de numeración escrita (este sistema quedó en desuso hacia el s. IV a.C.). En este sistema, la unidad y las primeras cuatro potencias de 10 se indican con las iniciales de las palabras respectivas, agregándose un signo especial para el 5. Este sistema quedó en desuso, quedando vigente un segundo sistema en el que los nueve dígitos, las nueve decenas y las nueve centenas se representan por las 24 letras del alfabeto griego en su orden, intercalando tres letras de un alfabeto arcaico para el 6, el 90 y el 900, y en el que se indican con ápices y otros signos especiales las fracciones unitarias y los números superiores al millar.

Herodoto de Halicarnaso (h. 484-h. 430/420 a.C.). Historiador griego. Fue un viajero incansable, recorriendo el Imperio Persa, Egipto, Libia, Siria, el Helesponto, Tracia, Macedonia, Escitia. En un pasaje de su *Historia* atestigua que la geometría tuvo su origen en Egipto por motivos prácticos, de donde pasó a Grecia: “El rey de Egipto dividió el suelo del país entre sus habitantes, asignando lotes cuadrados de igual extensión a cada uno de ellos y obteniendo sus principales recursos de las rentas que cada poseedor pagaba anualmente. Si el río arrasaba una parte del lote de un habitante, éste se presentaba al rey y le exponía lo ocurrido, a lo cual el rey enviaba personas a examinar y medir la extensión exacta de la pérdida y más adelante la renta exigida era proporcional al tamaño reducido del lote. Es en virtud de esta práctica que, pienso, comenzó a conocerse la geometría en Egipto, de donde pasó a Grecia”. En otro pasaje, Herodoto dice que los griegos, al calcular con piedrecillas, lo mismo que al escribir, movían la mano de izquierda a derecha, mientras que los egipcios lo hacían de derecha a izquierda.

Herón de Alejandría (h. 10-70). Matemático e ingeniero griego. Discípulo de Ctesibio. Compaginó los métodos geométricos de origen griego con las técnicas de cálculo babilónicas y egipcias. Cultivó la mecánica, ciencia que aplicó con el criterio de un inventor de nuestros días. Escribió *Métrica*, *Geométrica*, *Geodesia*, *Estereometría*, *Dioptra*, *Catóptrica*, etc. Comentó los *Elementos* de Euclides. Herón afirmó, refiriéndose a un trabajo perdido de Arquímedes, que éste había encontrado que el valor de π debía estar comprendido entre $\frac{211872}{67441}$ y $\frac{195882}{62351}$. El trabajo de Herón sobre el cálculo de la cuadratura del círculo realizado por Arquímedes constituye un notable progreso.



Se le atribuye la fórmula del área de un triángulo en función de sus lados: $S = [p(p - a)(p - b)(p - c)]^{1/2}$, aunque fue Arquímedes quien la descubrió. La demostración de este teorema con el simbolismo actual, es la siguiente (V. dibujo): Sea el triángulo ABC de lados a, b, c , semiperímetro p y radio r del círculo inscrito de centro O y puntos de tangencia A', B', C' , tales que $AC' = p - a, BA' = p - b, CA' = p - c$. Se trazan en O y C las perpendiculares respectivas a OB y BC , que se cortan en H . El cuadrilátero $BOCH$ es inscriptible, luego los ángulos HBC y HOC son iguales. Como el ángulo HOC es igual al OAC' , por ser ambos complementarios de la suma de los ángulos en B y C , se tiene dos pares de triángulos semejantes: HBC y OAC' , y $OA'K$ y KCH , siendo K la intersección de BC con OH .

Si $CH = h$, $A'K = k$, de la primera pareja se deduce: $(p - a):a = r:h$, o sea: $(p - a):p = r:(r + h)$, razón que es igual a la de la segunda pareja: $k:(p - c) = k(p - b):(p - b)(p - c)$. Luego se obtiene que: $p(p - a):p^2 = k(p - b):(p - b)(p - c)$. En el triángulo BOK se tiene: $k(p - b) = r^2$, y como $S = pr$, siendo S el área del ABC , introduciendo las medias proporcionales $m^2 = p(p - a)$ y $n^2 = (p - b)(p - c)$, resulta $S = mn$, y el teorema queda demostrado (la raíz del producto de cuatro segmentos corresponde al producto de dos segmentos cada uno de ellos media proporcional entre dos de los segmentos).

Su obra *Métrica*, en tres tomos, es casi una continuación de la geometría de Ahmes y de los demás trabajos contenidos en los fragmentos de papiros egipcios, conteniendo una colección de reglas en forma de ejemplos numéricos y de exposiciones teóricas unidas a fórmulas aproximadas, encaminado todo ello al cálculo de áreas y volúmenes y añadiendo a esto los progresos debidos a Euclides y Arquímedes. Expone con detalle el cálculo de raíces cuadradas y cúbicas. Para la raíz cuadrada emplea una regla, sin duda conocida por Arquímedes, según la cual si a es un valor aproximado de $N^{1/2}$, un valor más aproximado es: $\frac{1}{2}(a + N/a)$. Parece que esta regla era conocida por los babilonios, unos 2.000 años antes que Herón. Para la raíz cúbica de 100 da el valor aproximado $4 \frac{9}{14}$ (cuyo cubo es $100,08$). Expone también la expresión de las raíces de la ecuación completa de segundo grado.

El hecho de que aparezcan no sólo ejemplos numéricos con fracciones unitarias sino también resultados aproximados en aquellos casos en que la geometría euclidiana no permite dar exactamente el área o el volumen de la figura considerada, estudiándose hasta figuras de contornos cualesquiera, ha puesto de relieve una cierta relación de Herón con las matemáticas orientales, especialmente con la babilónica. Como ejemplo del uso de las fracciones unitarias, Herón escribe $163/224$ como $1/2 \ 1/7 \ 1/14 \ 1/112 \ 1/224$, o también como $1/2 \ 1/8 \ 1/16 \ 1/32 \ 1/112$.

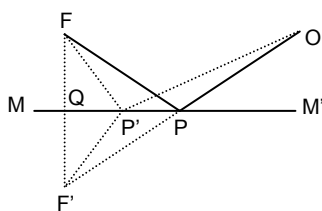
El libro primero está dedicado a las superficies de las figuras planas y sólidas. Después de una introducción histórica se ocupa de triángulos, aplicando la fórmula del área del triángulo demostrada geoméricamente, luego de cuadriláteros especiales, aunque no del inscriptible, limitándose a señalar que en el caso general además de los lados debe darse una diagonal. Para los polígonos regulares hasta el dodecágono, da fórmulas aproximadas mediante coeficientes que expresan la razón entre el lado y el área y el radio y su cuadrado respectivamente, siendo excelente la aproximación conseguida. Algunas de estas fórmulas las atribuye Herón a Hiparco. Para el heptágono por ejemplo esos coeficientes son $\frac{7}{8}$ y $\frac{43}{12}$. No distingue entre los resultados exactos y los aproximados, dando para el triángulo equilátero $\frac{13}{30}$ como la relación entre su área y el cuadrado de su lado, resultado inexacto; para el pentágono da dos relaciones distintas, $\frac{5}{3}$ y $\frac{12}{7}$, de las que la primera aparece en una tablilla babilónica, siendo las dos inexactas; y para el hexágono da $\frac{13}{5}$, mientras que los babilonios daban 2; 37, 30, en notación sexagesimal, ambas también inexactas. Para el área de las figuras circulares, o de la elipse y la parábola, o de las áreas de la superficie exterior de los cuerpos limitados por las superficies curvas más sencillas, utiliza los resultados de Arquímedes, tomando para π en general el valor $\frac{22}{7}$, aunque en algún caso admite el valor $\pi=3$. La finalidad puramente práctica del libro se refleja en las reglas para el área de figuras de contornos cualesquiera, que aconseja sustituir por un polígono lo más aproximado posible, y hasta para la superficie de objetos en el espacio como estatuas, aconsejando ahora revestir la superficie con hojuelas de papiro o de tela muy fina, que luego se extienden en un plano midiendo su área como en el caso anterior. En el libro segundo calcula los volúmenes de los cuerpos sencillos, incluyendo los de los troncos de cono y de pirámide, del obelisco, de los cinco poliedros regulares (de los que da expresiones aproximadas), del toro (con su fórmula exacta, deducida intuitivamente) y del tronco de cilindro. Para cuerpos de formas cualesquiera aconseja o bien el método de Arquímedes, midiendo el volumen del agua desalojada por el cuerpo al sumergirlo en un recipiente con agua, o bien recubriendo el cuerpo con arcilla hasta dar al revestimiento la forma de un paralelepípedo, siendo el volumen del cuerpo la diferencia entre los volúmenes del paralelepípedo y el de la arcilla utilizada. El libro tercero trata de la división de áreas y volúmenes que estén en una razón dada o en determinadas condiciones prefijadas, que cuando es posible resuelve numéricamente.

Su obra *Geométrica* es una colección bastante desordenada de toda clase de problemas de cálculo geométrico. En uno de los problemas planteados, se propone calcular el diámetro de un círculo dadas las sumas del área y de las longitudes de la circunferencia y del diámetro, siendo esta suma 212 . Toma para π el valor arquimediano $\frac{27}{7}$ y aplica el método babilónico de completar el cuadrado para resolver una ecuación de segundo grado. La solución es del tipo de las antiguas recetas en las que se dan sólo las etapas del cálculo, sin ninguna razón que las justifique, puesto que las instrucciones que da Herón

son: “Multiplica 212 por 154, súmale 841, halla la raíz cuadrada y réstale 29, y por último, divide el resultado obtenido por 11”, con lo que se obtiene que el diámetro es 14. Otro problema que plantea Herón consiste en hallar los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que la suma del área y el perímetro es 280. Se trata de un problema indeterminado, pero Herón sólo da una solución haciendo uso de la fórmula de Arquímedes para el área de un triángulo; en notación moderna, siendo p el semiperímetro y r el radio del círculo inscrito, se tiene: $pr + 2p = p(r + 2) = 280$. Para resolverlo, Herón da la receta: “Busca siempre los factores”, haciendo $p = 35$, $r + 2 = 8$, olvidándose de cualquier otra factorización. Con los factores elegidos, Herón obtiene que la hipotenusa es 29, y los catetos 20 y 21.

Su obra *Mecánica*, en tres libros, constituye un manual para los técnicos de entonces. En el libro primero, más geométrico que mecánico, da métodos para ampliar y reducir una figura en una proporción dada y resuelve empíricamente el problema de las dos medias proporcionales. En el segundo libro se ocupa de las cinco máquinas simples: torno, palanca, polispasto, cuña y tornillo, y de las compuestas por ellas. También estudia en este libro el paralelogramo de los movimientos, el equilibrio y otros temas de interés para el desarrollo de la dinámica. El libro tercero es un tratado de mecánica aplicada, describiendo diversos instrumentos.

En *Catóptrica*, que trata de los espejos planos, cóncavos y convexos, demostró que la luz sigue el camino más corto y estableció la ley de la reflexión. Esta ley era conocida por Euclides y Aristóteles, y quizá por Platón, pero Herón parece haber sido el primero en demostrarla mediante un sencillo razonamiento geométrico, basándose en la igualdad de los ángulos de incidencia y reflexión, como consecuencia del principio filosófico de Aristóteles de que la naturaleza procede siempre de la manera más sencilla o “económica”, pues cualquier otro trayecto de un rayo de luz que no presuponga dicha igualdad, es siempre más largo que el recorrido por un rayo que la cumpla. Es decir, si un haz de rayos luminosos parte de un foco F (V. dibujo), se refleja en un espejo MM' y se dirige después hacia el ojo O de un observador, entonces la luz deberá recorrer el camino más corto posible FPO , que es exactamente aquél en que los ángulos FPM y OPM' sean iguales, pues ningún otro camino $FP'O$ es tan corto como el FPO .



El prefacio de su obra *Pneumáticas*, tiene excepcional interés porque trata del vacío con notable criterio científico. Como inventor, influido teóricamente por Aristóteles y prácticamente por Arquímedes, construyó varios aparatos como la dioptra, el odómetro y la eolipila, que pueden considerarse como los precedentes más remotos de nuestros actuales teodolitos, taquímetros y turbinas de vapor, respectivamente. En su obra *Dioptra*, que era un manual para agrimensores y donde también aparece la fórmula del área del triángulo en función de sus lados, en este caso como teorema geométrico probablemente interpolado, muestra cómo calcular la distancia entre dos puntos de los que sólo uno es accesible y entre dos puntos visibles pero no accesibles. Muestra también cómo trazar una perpendicular desde un punto a una línea que no se puede alcanzar y cómo hallar el área de un campo sin entrar en él, y también cómo excavar un túnel recto bajo una montaña trabajando simultáneamente desde sus dos extremos. Herón aplicó varios de sus teoremas al diseño de teatros, salas para banquetes y baños. Explicó el uso de la dioptra, que era un nivel de agua montado sobre un tornillo, cuyos errores se corregían por medio de una doble lectura, y que durante mucho tiempo se utilizó para observaciones terrestres y astronómicas. El odómetro estaba formado por un sistema de engranajes ingeniosamente combinados para poder contar las vueltas que da la rueda de un coche. La eolipila consistía en una esfera hueca provista de dos tubos colocados en los extremos de un diámetro y doblados en ángulo recto con direcciones opuestas. Poniendo la esfera en comunicación con una caldera por medio de otros dos tubos que servían de eje de rotación, el vapor de agua circulaba por ellos hasta aquélla, y al salir en forma de chorro por los tubos acodados en ángulo recto, la esfera giraba.

También inventó ciertas armas arrojadizas, algunas de las cuales figuran en las obras bélicas que se le atribuyen, como las *Belopoicas*. Escribió también *Relojes hidráulicos*, de la que se conserva un fragmento que trata de la clepsidra; *Elevador*, que trata de los aparatos para elevar y arrastrar pesos; *Equilibrios*, que trataba del movimiento de los cuerpos alrededor de un punto de apoyo o de suspensión; *Vasos hidráulicos*, etc. Ideó juguetes mecánicos e hidráulicos de los que hay vestigios en el reloj de Estrasburgo (construido reproduciendo un modelo del siglo XV) y en los juegos de agua del palacio de Hellbrunn en Salzburgo (construido entre 1613 y 1615).

Herrera, Juan de (1530-1597). Arquitecto y matemático español. Nació en Mobellán (Cantabria). Estudió en la Universidad de Valladolid. Acompañó a Felipe II en distintos viajes a Bruselas e Italia (1547-1559). Fue nombrado (1563) ayudante de Juan Bautista de Toledo, arquitecto de El Escorial, sucediéndole en la dirección de las obras en 1572. Nombrado arquitecto real, realizó los planos de varias construcciones, con un estilo personal llamado “herreriano”: fachada sur del Alcázar de Toledo (1571-1585), catedral de Valladolid (1580), lonja de Sevilla (1583-1598), fachada oeste del palacio de Carlos V en Granada. Como matemático aconsejó a Felipe II la creación de la Academia de Matemáticas, que tuvo su sede inicial en Lisboa (1582), encargándose a Herrera la coordinación general de la institución, donde enseñaban los matemáticos portugueses Juan Bautista Labaña, Pedro Ambrosio de Ondérez y Luis Georgio, además del propio Herrera encargado de la enseñanza de la arquitectura. En 1584 la Academia empieza a funcionar en Madrid, incorporándose los matemáticos españoles Juan Cedillo de Toledo, Juan Ángel, Cristóbal de Rojas y el italiano Julián Firrufino, solicitando Herrera a la embajada de España en Venecia, donde se imprimían multitud de textos matemáticos, el envío de traducciones al latín de obras de Euclides, Sacrobosco, Commandino, Copérnico, etc. En la Academia se tradujeron la *Perspectiva y Especularia* de Euclides, las *Esféricas* de Teodosio, la *Sphera* de Sacrobosco, y se publicaron algunas obras de escasa importancia como el *Arte de navegar* de Labaña y *Sobre el uso de los globos* de Rocamora. Herrera no escribió ninguna obra matemática, aunque sí existen algunos manuscritos suyos, como un estudio de la figura cúbica con el título *Tratado del cuerpo cúbico conforme a los principios y opiniones de Raimon Llull* (1562).

Herrera Cabello, Félix (1932-2002). Físico español. Nació en Agulo (La Gomera). Doctor en física. Catedrático de física aplicada en la Universidad de La Laguna. Trabajó en los programas Vanguard, Mercury, Gemini, Apollo y Skylab de la NASA. Investigador del Instituto de astrofísica de Canarias, experto en física solar. Fundador y director del Laboratorio de comunicaciones y teledetección. Publicó *La realidad de una ficción. Logros y problemas en la exploración en el espacio* (2001).

Hersch, Reuben (n. 1927). Matemático estadounidense. Estudió en Harvard. Enseñó en la Universidad de Nuevo México. Sus trabajos abarcan la naturaleza, la práctica y el impacto social de las matemáticas. Escribió con Davis, *La experiencia matemática* (1981).

Herschel, John Frederik William (1792-1871). Astrónomo y matemático inglés. Hijo del célebre astrónomo inglés de origen alemán, Frederik William Herschel (1738-1822), que descubrió el planeta Urano, fundó la astronomía estelar, estableció que la galaxia tiene forma de disco e inició el estudio de las estrellas dobles. John Frederik William Herschel, realizó sus estudios de matemáticas en el Trinity College de Cambridge, siendo primer “wrangler” (primer puesto en los exámenes “trijos” de matemáticas). Continuó con el estudio de las estrellas dobles. Escribió *Colección de ejemplos de aplicación sobre el cálculo de diferencias finitas* (1820), en cuyo apéndice se recoge el cálculo funcional de Babbage. Junto con éste y Peacock, creó (1813) la Analytical Society, que resolvió adoptar para el cálculo diferencial, la notación de los matemáticos del continente, lo que dio fin a la polémica entre Newton y Leibniz, y que acentuó el carácter lógico de las matemáticas. En palabras de Babbage, los fines de esta Sociedad eran, además de “dejar el mundo más sabio que lo hemos encontrado,... promover los principios del puro *d*-ismo, en oposición a la *punto*-manía de la universidad”. Se trataba evidentemente, de una referencia al continuo rechazo de los ingleses a abandonar las fluxiones “punteadas” de Newton por las diferenciales de Leibniz; de una manera general, esto implicaba también un deseo de aprovechar los grandes progresos que al respecto habían hecho los matemáticos de la Europa continental.

Hesse, Ludwig Otto (1811-1874). Matemático alemán. Fue profesor en diversas universidades, entre ellas Königsberg (hoy Kaliningrado, Rusia). Formó el determinante, llamado hessiano, con los segundos cocientes diferenciales de una función. Extendió el método de Euler de eliminación de ecuaciones lineales al caso de tres ecuaciones con dos incógnitas. Completó (1857) las investigaciones de Jacobi sobre la variación segunda de una integral, que puede ser ampliada a variaciones de orden superior. Definió (1861) la ecuación normal de la recta y del plano. Estudió (1844) analíticamente las redes de cónicas, demostrando que los polos conjugados respecto a todas las cónicas de la red, están sobre una cúbica, que Cremona llamó “curva de Hesse” de la red, y demostrando también analíticamente el teorema de Steiner, que dice que los vértices de dos triángulos polares respecto de una cónica pertenecen a su vez a otra cónica, y realizando investigaciones más generales sobre cónicas conjugadas. También demostró que a una cúbica dada corresponden tres redes distintas de cónicas. Estudió la sectriz que lleva su nombre (1849). Continuó las investigaciones (1850) sobre la ecuación de una curva en coordenadas tangenciales y empleó en muchos de sus trabajos las coordenadas homogéneas en el espacio. Estudió la cuestión de los ejes de las cuádricas, considerando las direcciones conjugadas de éstas. Demostró (1840) que por los ocho vértices de dos tetraedros conjugados pasan ∞^2 cuádricas. Dio solución a la construcción de una cuádrica definida por 9 puntos. Profundizó en geometría proyectiva, continuando las investigaciones, la mayor parte de las veces analíticamente, de Pascal y Steiner. Completó la demostración incompleta de Plücker sobre los nueve puntos de inflexión de una cúbica, de los que seis son imaginarios, y que yacen sobre una recta de tal forma que hay doce de tales rectas, demostrando Hesse que estas doce rectas pueden agruparse en cuatro triángulos. Extendió (1842) los teoremas de Pascal y Brianchon a un hexágono formado por generatrices de una cuádrica.

Hessel, Johann Friedrich Christian (1796-1872). Mineralogista y médico alemán. Estudió en la Universidad de Würzburg y fue profesor de mineralogía en la de Heidelberg. En 1830 demostró que sólo puede haber 32 “grupos punto cristalográficos” o “clases de cristales”. Estas 32 clases se suelen dividir en siete “sistemas de cristales”: triclinicos (2 clases), monoclinicos (3 clases), ortorrómbicos (3 clases), romboedrales (5 clases), tetragonales (7 clases), exagonales (7 clases) y cúbicos (5 clases). Publicó varios trabajos sobre análisis combinatorio (1844).

Hessenberg, Gerhard (1874-1925). Matemático alemán. Nació en Frankfurt. Estudió en la Universidad de Berlín. Profundizó en geometría proyectiva. Propuso una notación tensorial y un sistema de axiomas para la geometría elíptica simple. En 1918 introdujo el concepto de desplazamiento paralelo de un vector. El objetivo de este concepto consiste en definir lo que se entiende por vectores paralelos en una variedad riemanniana. Se puede comprobar la dificultad de hacerlo, considerando la superficie de una esfera, que con la distancia determinada por arcos de círculo máximo es una variedad riemanniana. Si un vector partiendo por ejemplo de un paralelo y apuntando hacia el norte (el vector debe ser tangente a la superficie esférica) se mueve a lo largo de esa circunferencia no máxima, manteniéndose paralelo a sí mismo en el espacio euclídeo tridimensional, cuando haya recorrido media circunferencia ya no será tangente a la esfera, y no pertenecerá al espacio en cuestión. Por tanto, para obtener una noción de paralelismo de vectores válida en variedades riemannianas, hay que generalizar el concepto euclídeo, aunque en el proceso se pierdan algunas de las propiedades usuales. Publicó *Trigonometría plana y esférica*.

Heuraet, Hendrik van (1633-1660). Matemático holandés. Amigo de Huygens, formaba parte del grupo de Van Schooten. Escribió *Sobre la transformación de líneas curvas en rectas* (1659). Demostró que la parábola semicúbica $ay^2 = x^3$ se puede rectificar por métodos euclídeos (también lo demostraron Van Schooten, Neil y Fermat). El método seguido por Heuraet se basaba en la “velocidad de crecimiento” del arco, que en notación moderna se expresaría por: $ds/dx = (1 + y'^2)^{1/2}$.

Heytesbury, William (h. 1313-1372/1373). Filósofo, lógico y aritmético inglés, maestro del colegio de Merton de Oxford. En una obra suya se recoge la llamada regla de Merton: El espacio recorrido en un movimiento uniformemente variado es igual al espacio recorrido en el mismo tiempo por un movimiento uniforme, cuya velocidad es la velocidad media entre las velocidades inicial y final del

movimiento variado (V. Swineshead). Escribió *Reglas para la resolución de sofismas* (1335).

Heyting, Arend (1898-1980). Matemático holandés. Nació en Amsterdam. Alumno de Brouwer. Cuando éste, hundido en la depresión, cesó en su producción matemática, Heyting continuó desarrollando el programa de la matemática intuicionista.

Hicetas (h. 400-h. 335 a.C.). Matemático griego. Pitagórico posterior a Filolao. Modificó, como también el pitagórico Ecfanto, el esquema cósmico de Filolao, abandonando el fuego central y la contra-tierra, explicando el día y la noche al estar la Tierra rotando sobre sí misma y situada en el centro del universo.

Hiele, van (Pierre van Hiele y Dina van Hiele-Geldof) (h. 1957). Matemáticos y educadores holandeses. El modelo de Van Hiele es una teoría que describe cómo los estudiantes aprenden geometría. Esta teoría tiene su origen en las tesis doctorales (1957) de los van Hiele, marido y mujer, que presentaron en la Universidad de Utrecht. Como también lo hicieron, entre otros, Dienes y Skemp, los Hiele elaboraron modelos muy desarrollados de enseñanza y aprendizaje de matemáticas. Pierre van Hiele publicó *Estructura y penetración* (1986).

Higginson, William (h. 1980). Matemático y educador canadiense. Profesor de educación en Queen's University (Canadá). En el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas, Higginson propuso un modelo inicial de interrelación de la didáctica de las matemáticas con otras disciplinas. Consideraba que las matemáticas, la psicología, la sociología y la filosofía eran las cuatro disciplinas fundacionales de la educación matemática, asumiendo el dar respuesta a las preguntas básicas: qué enseñar, cuándo y cómo enseñar, a quién y dónde enseñar y por qué enseñar. Escribió *Sobre los fundamentos de la enseñanza de las matemáticas* (1980), *Creatividad en la enseñanza de las matemáticas. Papel del maestro* (2000).

Hilal Al-Himsi. V. Al-Himsi, Hilal.

Hilbert, David (1862-1943). Matemático alemán. Nació en Königsberg, Prusia oriental (actual Kaliningrado, Rusia). Estudió en el gymnasium y en la Universidad de Königsberg (1880-1884), donde coincidió con Minkowski y tuvo como profesores a Weber, Lindemann y Hurwitz. Asistió a las clases de Fuchs en Heidelberg. Obtuvo el título de doctor (1884) con una tesis en la que caracterizaba de modo invariante las formas algebraicas que se pueden transformar proyectivamente en funciones esféricas de orden n , tema que le propuso el catedrático de matemáticas Lindemann. En 1885 viajó a Leipzig, donde coincidió con Klein y Study, y a París, donde conoció a Poincaré y Hermite. Vuelto a Königsberg, fue primero "privatdozent" (1885), después profesor extraordinario (1892) reemplazando a Hurwitz, y finalmente catedrático (1893) sucediendo a Lindemann. En 1895 aceptó una oferta de Gotinga para ocupar la cátedra dejada vacante por Weber, antiguo profesor suyo en Königsberg. Mantuvo dicha cátedra hasta su jubilación. Viajó mucho, especialmente para asistir a los congresos internacionales de matemáticos (Zúrich en 1897, París en 1900, etc.). Su influencia en las matemáticas se ha ejercido durante la primera mitad del siglo XX, dejando su huella en todas sus cuestiones vitales, desde el análisis de sus fundamentos hasta el tratamiento de problemas particulares. Al referirse a la producción matemática de Hilbert, Jean Dieudonné dice: "Lo que asombra a primera vista en los trabajos de Hilbert es la belleza pura de su grandiosa arquitectura. No se trata de una impresión de elegancia superficial que resulta de cálculos hábilmente conducidos, sino de una satisfacción estética mucho más profunda, que se desprende de la perfecta armonía entre el fin perseguido y los medios puestos en juego para alcanzarlos. Éstos últimos son a menudo de una desconcertante simplicidad. Por lo general no fue un perfeccionamiento más o menos ingenioso de los métodos de sus antecesores lo que permitió a Hilbert hacer sus grandes descubrimientos sino, por el contrario, un retorno voluntario al origen del problema tratado; de este modo separaba de la ganga, donde nadie había sabido verlos, los principios que permitían trazar, hacia la solución, el camino real en vano buscado hasta entonces". Weyl escribió: "Visto en retrospectiva, nos parece que la obra de la matemática en la que impresionó el sello de su espíritu y que ahora se está ocultando detrás del horizonte, logró un equilibrio más perfecto que el que se dio tanto antes como después, un equilibrio entre el dominio de

problemas concretos y la formación de conceptos abstractos generales. El propio trabajo de Hilbert contribuyó no poco a que se diese semejante feliz equilibrio, y la dirección en que nos hemos movido desde entonces puede en muchos casos retrotraerse a sus iniciativas. Ningún matemático de estatura parecida ha surgido en nuestra generación... Hilbert era como la flauta del flautista de Hamelin seduciendo las ratas al gran y profundo río de las matemáticas. Una prueba de ello son las sesenta y nueve tesis dirigidas por él, muchas de ellas de estudiantes que llegaron a ser matemáticos famosos”. Fueron ideas cardinales del pensamiento de Hilbert la unidad de la matemática y la importancia de los problemas en la investigación matemática. Son frases suyas: “En mi opinión la matemática es un todo indivisible, un organismo cuya vitalidad está condicionada por la conexión de sus partes... Con la extensión de la matemática su carácter orgánico no se pierde, sino que se manifiesta con mayor claridad... Los símbolos matemáticos son diagramas escritos, las figuras geométricas son fórmulas gráficas... En la medida en que una rama de la ciencia ofrece abundancia de problemas está viva; la carencia de problemas presagia la extinción o el cese de un desarrollo independiente... Quien persigue métodos sin tener en mente un problema definido, investiga en vano... La convicción de la resolubilidad de un problema matemático cualquiera es un poderoso incentivo para el investigador. Resuena en nosotros un llamado constante: Hay un problema, busca la solución, la encontrarás razonando, pues en matemática no hay *ignorabimus*”.

El nombre de Hilbert ha de figurar en el desarrollo de todas las ramas de la matemática del siglo XX. Se pueden distinguir, aproximadamente, seis periodos principales en su actividad matemática: teoría de invariantes (1885-1893); teoría de los cuerpos de los números algebraicos (1894-1899); fundamentos de la geometría y de la aritmética (1899-1904); análisis (1904-1909); principio de Dirichlet, cálculo de variaciones, ecuaciones integrales, problema de Waring; física teórica (1912-1914); fundamentos de las matemáticas (a partir de 1918).

En su ponencia sobre los “problemas de la matemática”, presentada en el II Congreso internacional de matemáticas celebrado en París en 1900 (el primero se había celebrado en Zúrich en 1897 y desde entonces se han venido programando más o menos regularmente cada cuatro años), expuso 23 problemas pendientes de resolución, cuya solución consideraba fundamental para el progreso de las matemáticas: 1) ¿Hay algún cardinal transfinito entre el cardinal de un conjunto numerable y el cardinal del continuo? ¿Puede considerarse el continuo numérico como un conjunto bien ordenado? 2) ¿Se puede demostrar que los axiomas de la aritmética son consistentes? 3) Dos tetraedros de igual volumen ¿se pueden descomponer en partes mutuamente congruentes?, o de otra forma, ¿todos los poliedros, o tetraedros, pueden diseccionarse para formar un cubo? 4) Problema de la línea recta como la mínima distancia entre dos puntos, o bien, ¿en qué geometrías las líneas ordinarias son las curvas más cortas? 5) Concepto de Lie de un grupo continuo de transformaciones sin el supuesto de la diferenciabilidad de las funciones que definen el grupo. 6) Tratamiento matemático de los axiomas de la física (axiomatizar la física matemática). 7) Si en un triángulo isósceles la razón de la base a uno de los lados iguales es trascendente ¿se sabe si la razón del ángulo opuesto a la base al ángulo en la base es algebraica e irracional? 8) Demostrar la conjetura de Riemann de que los ceros no triviales de la función zeta tienen todos su parte real igual a $1/2$. 9) Demostración general de la ley de reciprocidad en cualquier campo de números. 10) Determinar las condiciones de resolubilidad de una ecuación diofántica. 11) Formas cuadráticas con coeficientes numéricos algebraicos cualesquiera. 12) Extensión del teorema de Kronecker sobre los espacios abelianos para cualquier cuerpo de irracionalidad. 13) Imposibilidad de la solución de la ecuación general de séptimo grado mediante las funciones de sólo dos argumentos. 14) Demostración de la finitud de ciertos sistemas completos de funciones. 15) Fundamento riguroso del cálculo enumerativo de Schubert. 16) Problema de la topología de curvas y superficies algebraicas. 17) Expresión de formas definidas por cuadrados. 18) Construcción del espacio mediante poliedros congruentes. 19) Las soluciones de los problemas regulares del cálculo de variaciones ¿son siempre necesariamente analíticas? 20) Problema general de los valores de contorno. 21) Demostración de la existencia de ecuaciones diferenciales lineales que poseen un grupo monodrómico prefijado. 22) Uniformización de las ecuaciones analíticas mediante funciones automorfás. 23) Desarrollo ulterior de los métodos del cálculo de variaciones.

La mayor parte de estos problemas se han resuelto, quedando problemas sin resolver. Las soluciones dadas a algunos se han descrito en unos términos nuevos en los que Hilbert no podía sospechar. Otros han sido resueltos en un plazo bastante menor del que Hilbert pensaba. El estudio de muchos de estos

problemas han dejado tras de sí nuevos problemas. En resumen, estos problemas han marcado de alguna forma la investigación matemática del siglo XX.

Hilbert extendió el teorema de Gordan sobre invariantes y covariantes, exponiendo los fundamentos de la teoría de las formas algebraicas y de los invariantes, en forma breve y casi sin cálculos, estableciendo que para cualquier forma o sistema de formas existe un conjunto finito de invariantes y covariantes enteros racionales por medio de los cuales se pueden expresar todos los demás invariantes o covariantes enteros racionales como combinación lineal de los del conjunto finito, de tal forma que hizo exclamar al propio Gordan: “¡Esto no es matemática, es teología!”, y posteriormente: “Me he convencido a mí mismo de que la teología también tiene sus ventajas”. En 1893, Hilbert escribió a Minkowski diciéndole que ya no se dedicaría más a la teoría de invariantes, y en un artículo de ese mismo año expuso que todas las metas generales más importantes de dicha teoría ya se habían alcanzado (los matemáticos dijeron que Hilbert mató la teoría de invariantes porque había resuelto todos los problemas).

En 1897, publicó un trabajo sobre la teoría algebraica de los números, en el que, aparte de realizar una descripción de lo que se había hecho al respecto durante el siglo XIX, reconsideró toda la teoría existente y proporcionó nuevos, elegantes y poderosos métodos para asegurar sus resultados. Sobre dicha teoría emprendió nuevos trabajos relacionados con los cuerpos galoisianos, cuerpos de números abelianos relativos y cuerpos de clases.

Hilbert sistematizó el pensamiento axiomático en su *Fundamentos de geometría* (1899), confiriendo un sello riguroso al tradicional método euclídeo, convirtiéndolo en un proceso de alcance mayor y fecundo en problemas de toda índole, construyendo un mejorado sistema de axiomas para la geometría, compatibles e independientes entre sí. Esta obra comienza con la siguiente “Aclaración. Pensemos tres diferentes clase de objetos. Llamemos puntos a los objetos de la primera clase..., a los objetos de la segunda, rectas..., y a los objetos de la tercera, planos...”. Según una anécdota muy difundida, Hilbert aclaraba su “aclaración” diciendo que podían sustituirse las palabras punto, recta y plano, por mesa, silla y vaso de cerveza, sin que esto alterara en lo más mínimo la geometría resultante, lo que equivale a subrayar el carácter arbitrario del nombre de los objetos, que se convierten en entes abstractos definidos implícitamente por los axiomas, de ahí la expresión “definiciones disfrazadas” con que Poincaré designa los axiomas. En efecto, según Hilbert: “Supongamos que puntos, rectas y planos están en ciertas relaciones mutuas, que designaremos con las palabras “estar en”, “entre”, “paralelo”, “congruente”, “continuo”, cuya exacta y completa descripción se logrará mediante los axiomas de la geometría”. Los axiomas sobre los que Hilbert funda la geometría euclidiana son 20, distribuidos en cinco grupos: de enlace, de orden, de paralelismo, de congruencia y de continuidad. Los axiomas de enlace definen las relaciones entre puntos, rectas y planos, que dan sentido a las expresiones “estar sobre”, “pasar por”, etc. Los axiomas de orden cumplen igual finalidad respecto de expresiones como “entre” u “ordenamiento”, y permiten definir el segmento. Cabe agregar que entre los postulados de Euclides figuran algunos de los axiomas de enlace de Hilbert, en cambio Euclides no menciona la idea de orden y adopta el segmento como noción primitiva y el ordenamiento como algo dado empíricamente, lo que le permite soslayar sofismas en que podría incurrir en un tratamiento riguroso que no tuviera en cuenta los axiomas del orden. El axioma de paralelismo, que admite la existencia de una recta y sólo una recta paralela a otra dada por un punto exterior a aquélla, equivale al quinto postulado de Euclides. Los axiomas de congruencia, equivalentes a las “nociones comunes” de Euclides, definen el concepto de congruencia o de movimiento de segmentos, ángulos (que se definen en forma correlativa a los segmentos) y triángulos. La expresión del axioma de continuidad equivale a la definición de Euclides, denominándolo Hilbert “axioma de Arquímedes”. Tras exponer y aclarar sus axiomas, Hilbert recurre a una novedad importante al abordar el análisis lógico del conjunto de axiomas, exigiendo por una parte, su compatibilidad, es decir que no exista en ellos contradicción interna y, por otra, que sean independientes, o lo que es lo mismo, que un grupo de axiomas no sea consecuencia de los grupos anteriores. Para ello, Hilbert creó geometrías artificiales, cuyos elementos son números o funciones, de tal modo que a las relaciones geométricas definidas por los axiomas corresponden relaciones homólogas entre esos números o funciones. Para demostrar que los axiomas de un grupo son compatibles, basta demostrar que en la geometría artificial correspondiente no hay contradicción, lo que se comprueba por cuanto, si hubiera contradicción, ésta aparecería en la aritmética del sistema de números o funciones así construida. Para demostrar la independencia de un axioma respecto de los

demás, basta construir también una geometría artificial, que admita éstos y niegue aquél. Si esta geometría es compatible, queda demostrada la independencia del axioma en cuestión. Con este análisis queda comprobada la validez de las geometrías no euclidianas, al demostrar la independencia del axioma de paralelismo, y de las geometrías no arquimedianas, de las que Veronese había dado un ejemplo en 1891, al comprobar la independencia del axioma de Arquímedes. Con estas consideraciones, Hilbert desplaza la cuestión de la compatibilidad e independencia de los axiomas de la geometría al problema semejante, aunque de raíz más profunda, de la compatibilidad de los axiomas de la aritmética, lo que corresponde al segundo problema de los presentados por Hilbert en el Congreso de 1900. Hilbert termina los *Fundamentos* con un epílogo en el que, después de insistir en la importancia de los problemas y recordar la “exigencia de pureza de los métodos demostrativos, elevada a principio por muchos de los matemáticos de nuestro tiempo”, termina diciendo: “La investigación geométrica precedente pretende dilucidar en toda su generalidad qué axiomas, presupuestos o medios auxiliares son necesarios para establecer una verdad de geometría elemental, dejando a las circunstancias la elección de los métodos demostrativos adaptados al punto de vista que se haya adoptado”. Por otra parte, Hilbert profundizó en distintas cuestiones de geometría algebraica, geometría diferencial, geometría no euclídea y topología, y publicó *Geometría e imaginación*, escrita en colaboración con Cohn-Vossen. Hilbert aplicó su método axiomático al sistema completo de los números reales. La esencia de los enfoques del fundamento lógico del sistema de los números reales residía en la obtención de los enteros y sus propiedades por algún procedimiento para luego obtener, a partir de ellos, las fracciones y más tarde los números irracionales. Hilbert llamó a este enfoque “método genético”. Reconociendo que este método puede tener valor pedagógico o heurístico, consideraba sin embargo como más seguro desde el punto de vista de la lógica, la aplicación del método axiomático al sistema completo de los números reales, construyéndolo de la siguiente forma. Introduce el término no definido “número”, denotado por a, b, c, \dots , y plantea a continuación los siguientes axiomas (1899):

A) Axiomas de conexión: 1) A partir del número a y del número b se obtiene por adición un determinado número c ; es decir: $a + b = c$, $c = a + b$. 2) Si a y b son números dados, existe uno y sólo un número x , y existe también uno y sólo un número y , tales que $a + x = b$, $y + a = b$. 3) Hay un número determinado, denotado por 0 , tal que para cualquier a , se tiene $a + 0 = a$, $0 + a = a$. 4) A partir del número a y el número b se obtiene por otro método, la multiplicación, un número determinado c ; simbólicamente $ab = c$, $c = ab$. 5) Dados dos números arbitrarios, a y b , si a no es 0 , existe uno y sólo un número x , y también uno y sólo un número y , tales que $ax = b$, $ya = b$. 6) Existe un número determinado, denotado por 1 , tal que para cada a se tiene: $a \cdot 1 = a$, $1 \cdot a = a$.

B) Axiomas de cálculo: 1) $a + (b + c) = (a + b) + c$. 2) $a + b = b + a$. 3) $a(bc) = (ab)c$. 4) $a(b + c) = ab + ac$. 5) $(a + b)c = ac + bc$. 6) $ab = ba$.

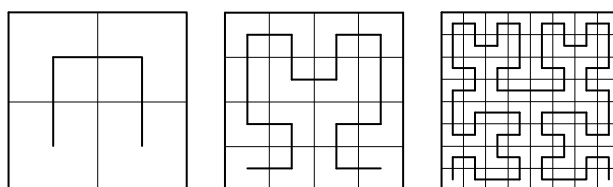
C) Axiomas de orden: 1) Si a y b son dos números diferentes, entonces uno de ellos es siempre mayor que el otro; éste último se dice que es más pequeño que el primero; simbólicamente $a > b$, $b < a$. 2) Si $a > b$ y $b > c$, entonces $a > c$. 3) Si $a > b$, entonces es siempre cierto que: $a + c > b + c$, $c + a > c + b$. 4) Si $a > b$ y $c > 0$, entonces: $ac > bc$ y $ca > cb$.

D) Axiomas de continuidad: 1) (Axioma de Arquímedes) Si $a > 0$ y $b > 0$ son dos números arbitrarios, entonces es posible siempre sumar a consigo mismo un número suficiente de veces para tener $a + a + a + \dots + a > b$. 2) (Axioma de completitud) No es posible añadir al sistema de los números ninguna colección de cosas de manera que la colección resultante siga satisfaciendo los axiomas precedentes; dicho en otras palabras, los números forman una colección de objetos que no puede ampliarse sin que deje de cumplirse alguno de los axiomas precedentes.

Hilbert señala que estos axiomas no son independientes; se pueden deducir algunos de ellos de los otros. También señala que es necesario probar la consistencia de ese conjunto de axiomas, pero que desde el momento en que eso esté hecho, los objetos que los axiomas definen, es decir, los números reales, existirán desde el punto de vista matemático (Hilbert no era consciente en ese momento de la dificultad de probar la consistencia de los axiomas que había propuesto para los números reales), e indicaba (1922), analizando el estado presumiblemente perfecto que la matemática había alcanzado fundamentando cada una de sus ramas sobre bases axiomáticas, que: “De hecho, el método axiomático ha sido y sigue siendo la ayuda más conveniente e indispensable para cualquier investigación exacta en no importa qué dominio; es lógicamente inobjetable y al mismo tiempo fructífero, y garantiza una completa libertad de investigación. Proceder axiomáticamente significa pues pensar con conocimiento

de lo que uno se trae entre manos. Mientras que antes, sin el método axiomático, se actuaba ingenuamente creyendo en ciertas relaciones como en un dogma, el enfoque axiomático aparta esa ingenuidad sin privarnos por eso de las ventajas de la creencia”. Y defendía ese método: “Todo lo que puede ser objeto del pensamiento matemático, en cuanto esté madura la construcción de una teoría, cae bajo el método axiomático y por tanto directamente dentro de la matemática. Ahondando en capas cada vez más profundas de los axiomas... podemos obtener percepciones más profundas del pensamiento científico y constatar la unidad de nuestro conocimiento. Gracias especialmente al método axiomático, la matemática parece llamada a desempeñar un papel conductor en todo conocimiento”.

En el campo del análisis introdujo los llamados “espacios de Hilbert” (1900-1910), que permiten geometrizar el análisis y abren el camino al análisis funcional moderno (el espacio de Hilbert es el espacio vectorial cuyos elementos tienen infinitos componentes sujetos a la condición de que la suma $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots$, sea finita). Demostró la trascendencia de los números π y e . Reconstruyó el método de cálculo de variaciones de Thomson y Dirichlet, y estableció (1904) el principio de Dirichlet como un método para probar la existencia de una solución del problema de Dirichlet, haciendo del citado principio una herramienta poderosa en la teoría de funciones. Resolvió (1910) el problema de Waring: Cualquier número natural ≥ 2 se puede representar como la suma de n -ésimas potencias de números naturales, dependiendo el número de sumandos solamente de n .



Definió la curva que lleva su nombre, continua y no diferenciable en ninguno de sus puntos, que es del tipo de las que llenan un espacio, en este caso un cuadrado, y que es más sencilla de describir que la de Peano. Está engendrada repitiendo indefinidamente el proceso cuyos primeros pasos se representan en las figuras de más arriba.

En 1905 proporcionó con Kellogg (V. esta reseña), la primera solución completa al problema de Riemann en la teoría de singularidades de las ecuaciones diferenciales. Hilbert publicó una serie de artículos entre los años 1904 y 1910, sobre ecuaciones integrales, recopilándolos en su monografía *Elementos de una teoría general de las ecuaciones integrales lineales* (1912). Desarrolló el concepto de continuidad de una función de infinitas variables, siendo sus principales logros el establecimiento de la teoría espectral general para núcleos simétricos (con aplicación inmediata, por ejemplo, en la obtención de la serie completa de frecuencias de oscilación de una membrana) y la demostración de que el desarrollo de una función en las autofunciones pertenecientes a una ecuación integral de segundo tipo depende de la resolubilidad de la correspondiente ecuación integral de primer tipo. Hilbert subrayó que no eran las ecuaciones diferenciales ordinarias ni en derivadas parciales, sino las ecuaciones integrales, el punto de partida natural y necesario para la teoría de desarrollo de funciones en serie y que los desarrollos obtenidos mediante ecuaciones diferenciales no eran más que casos particulares del teorema general de la teoría de ecuaciones integrales. Una vez que Hilbert demostró cómo convertir problemas de ecuaciones diferenciales en ecuaciones integrales, se comenzó a utilizar este planteamiento para resolver problemas en física. Al respecto, Hilbert desarrolló desde 1909 un gran interés por la física teórica, aplicando sus métodos a ella. Por ejemplo, demostró que en problemas de dinámica de gases se puede ir directamente a ecuaciones integrales, porque el concepto de suma demuestra ser tan fundamental en algunos problemas físicos como el concepto de cociente incremental que conduce a las ecuaciones diferenciales en otros problemas. Hilbert publicó *Métodos de la física matemática* (1924), escrito en colaboración con R. Courant, donde se exponían sistemáticamente sus métodos y resultados obtenidos en este campo, así como también los de sus discípulos y colaboradores.

Hilbert estudió los fundamentos de las matemáticas (1922-1930), diseñando una tendencia formalista según la cual, la matemática no es sino un variado juego de signos y símbolos de carácter formal, sin contenido empírico. Estas “formas vacías” obedecen a una serie de reglas de estructura y de deducción

que descansan en un sistema de axiomas. Un sistema formal así concebido, sólo depende de su validez lógica, por lo que es fundamental la demostración de la no contradicción del grupo básico de axiomas de cada sistema formal. Esta es la tarea que se propusieron Hilbert y su escuela al crear una disciplina, la “metamatemática”, que comprende una “teoría de la demostración”, y que entendida de cierto modo como disciplina autónoma, ya ha conseguido importantes resultados, como el teorema de Gödel (1931) según el cual no todo es demostrable en un sistema formal, y el teorema de Cohen (1963) que demuestra la independencia de la “hipótesis del continuo”, uno de los problemas centrales de la teoría de conjuntos.

En 1926, Hilbert difundió las ideas de Cantor: “Nadie podrá expulsarnos del paraíso que Cantor creó para nosotros”, y elogiaba su aritmética transfinita, calificándola como “el producto más impresionante del pensamiento matemático, una de las más bellas realizaciones de la actividad humana en el dominio de lo puramente inteligible”. En la Universidad de Berlín existía una corriente constructivista y anti-cantoriana descendiente de la escuela de Kronecker y se había desarrollado una creciente hostilidad contra la Universidad de Gotinga, que en esos momentos era considerada como el primer centro de matemáticas del mundo, liderado por Hilbert. En 1927, Brouwer dio una serie de conferencias sobre el intuicionismo (V. Brouwer) en la Universidad de Berlín que son recibidas con entusiasmo, y allí preconiza un boicot al Congreso Internacional de Matemáticas que iba a celebrarse en Bolonia en 1928. Hilbert desoyó esta propuesta y acude a dicho Congreso en el que haría su última intervención pública atacando duramente al intuicionismo: “¿Qué sucedería con la verdad de nuestro conocimiento y con la existencia y el progreso de la ciencia si no hubiese ninguna verdad en las matemáticas? De hecho, actualmente aparece con demasiada frecuencia en los escritos profesionales y en lecciones orales cierto escepticismo o falta de confianza acerca del conocimiento; se trata de un tipo de ocultismo que considero perjudicial... No debemos creer a aquéllos que profesan el declive de la cultura científica, adoptando un aire de superioridad y que orgullosamente se complacen con el concepto de la ignorancia. Para nosotros los matemáticos, no existe esa ignorancia, y a mi parecer no existe tampoco en las ciencias naturales. En lugar de esa tonta ignorancia, que sea por el contrario nuestro lema: *Debemos saber – Podemos saber*”. Sobre su tumba en Gotinga, se grabó ese lema que rechaza el insensato *ignorabimus*.

Nota sobre la situación actual de algunos de los 23 problemas de Hilbert:

Sobre el primer problema, Cantor definió los números transfinitos \aleph_0 , c y \aleph_1 , demostrando que $\aleph_0 < \aleph_1$ y que $\aleph_1 \leq c$, pero está pendiente la hipótesis del continuo consistente en saber si $\aleph_1 = c$ (V. Cantor). Gödel probó (1938), en el marco de los axiomas de Zermelo-Fraenkel de la teoría de conjuntos, que la hipótesis del continuo no puede ser rebatida. En 1963, Cohen demostró que dichos axiomas no son suficientes para probar la hipótesis del continuo. Es decir, los matemáticos han probado que el problema no se puede resolver utilizando los axiomas de la teoría de conjuntos.

En relación con el segundo problema, Gödel expuso el teorema de incompletitud de la aritmética (teorema de Gödel), que establece que todo sistema formal deductivo que añada, cuando menos, al aparato de la lógica elemental los principios y reglas de la aritmética, se enfrentará fatalmente con proposiciones bien construidas que no podrá ni demostrar ni refutar y que, por tanto, son indecidibles (V. Gödel).

En cuanto al tercer problema, Dehn demostró el mismo año 1900, que un tetraedro regular no puede descomponerse en un cubo de igual volumen (V. Dehn).

El cuarto problema, que involucra los fundamentos de la geometría, el cálculo de variaciones y la geometría diferencial, aún está abierto, a pesar de su aparente simplicidad.

Von Neumann y otros axiomatizaron la mecánica cuántica, por lo que el problema sexto puede considerarse parcialmente resuelto, aunque Weyl estableció que “el laberinto de los hechos experimentales que los físicos deben tener en cuenta es demasiado variado, su desarrollo demasiado rápido y su aspecto y peso relativo demasiado cambiante para poder encontrar un método axiomático suficientemente firme”.

El séptimo problema trata de la demostración de la existencia de determinados números trascendentes, especialmente la trascendencia de 2 elevado a $2^{1/2}$ (V. Gelfond). Hilbert obtuvo demostraciones de la trascendencia de e y π .

Se ha probado que el primer 1,5 billón de ceros de la función zeta de Riemann (octavo problema), tienen su parte real igual a $1/2$. Pero la demostración completa está pendiente, aun teniendo en cuenta la demostración de Deligne.

En relación al problema décimo, resolubilidad de una ecuación diofántica, Matijasevich respondió negativamente a la cuestión planteada (1970). Jones encontró un ejemplo que no podía solucionarse por ningún algoritmo, consistente en un sistema de 18 ecuaciones de grado máximo 560 en 33 variables. En 1972, Siegel encontró un algoritmo para ecuaciones de segundo grado. Se ha probado que para ecuaciones de cuarto grado no existe ningún algoritmo. Está abierto el problema con relación a las ecuaciones cúbicas.

Hasta la fecha, en relación con el problema 13, resolubilidad de la ecuación de séptimo grado mediante funciones de sólo dos argumentos, la conjetura de Hilbert se ha probado si se asume que todas las funciones son continuamente diferenciables. El caso general no está resuelto.

El problema 16 más que un problema es un llamamiento a la investigación de curvas algebraicas y superficies. Ciertos aspectos sobre curvas algebraicas y campos vectoriales están aún abiertos.

El problema 18 referente al teselado del plano, Bieberbach (1910) demostró que el número de posibilidades en dos dimensiones es finito. Posteriormente se demostró que sólo hay 17 formas simples de cubrir un plano. En cuanto al espacio, sólo se han dado algunos pasos intermedios.

El problema 21, existencia de ecuaciones diferenciales lineales que poseen un grupo monodrómico prefijado, fue completamente resuelto por Deligne (1970).

En cuanto al problema 22, uniformización de las ecuaciones analíticas mediante funciones automorfas, Koebe y Poincaré, entre otros, proporcionaron (1907) una solución.

Hill, George William (1838-1914). Matemático y astrónomo estadounidense. Nació en Nueva York. En 1877, Hill publicó en privado un original ensayo sobre el movimiento del perigeo de la Luna, y en 1878 publicó otro artículo sobre el movimiento de la Luna. Estos trabajos significaron el fundamento de la teoría matemática de las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas con coeficientes periódicos. Primero determinó una solución periódica de las ecuaciones diferenciales para el movimiento de la Luna, que se aproximaba al movimiento factual observado. Después formuló ecuaciones para las variaciones a partir de esta solución periódica, lo que condujo a un sistema de cuarto orden de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes periódicos. Conociendo algunas integrales, Hill fue capaz de reducir este sistema a una única ecuación diferencial lineal de segundo orden. Para resolverla obtuvo un sistema de ecuaciones lineales doblemente infinito, cuyo determinante de los coeficientes le llevó a la solución del problema, demostrando que la ecuación diferencial de segundo orden tiene una solución periódica y que el movimiento del perigeo de la Luna es periódico. Este trabajo no fue apreciado, hasta que Poincaré demostró la convergencia del procedimiento y, de este modo, colocó a la teoría de los determinantes infinitos sobre una base sólida.

Hill, Lester S. (1891-1961). Matemático y educador estadounidense. Estudió en la Universidad de Columbia, licenciándose en 1911. Se doctoró en la Universidad de Yale (1926). Enseñó en las Universidades de Montana, Princeton, Maine, Yale y Hunter College. Realizó, desde la teoría del álgebra combinatoria, importantes trabajos de criptografía. Inventó (1929) el primer sistema criptográfico polialfabético, útil para trabajar con más de tres símbolos simultáneamente, utilizando las reglas del álgebra de matrices.

Hilton, Harold (h. 1903). Publicó *Cristalografía matemática y la teoría de los grupos de movimientos* (1903), *Introducción a la teoría de grupos de orden finito* (1908), *Curvas algebraicas planas* (1920).

Himsi, Hilal Al. V. Al-Himsi, Hilal.

Hindenburg, Carl Friedrich (1741-1808). Matemático alemán. Fue el adalid de la escuela combinatoria (1784), que hacía de los polinomios finitos e infinitos la piedra angular del análisis matemático, tomándolos empero formalmente, sin preocuparse en absoluto de su convergencia o divergencia, como se recoge en su obra *Teorema polinómico* (1796), escrito con la colaboración de Pfaff, donde da un gran peso al teorema de la potencia de un polinomio.

Hiparco de Nicea (h. 180-125 a.C.). Astrónomo griego. Nació en Nicea, Bitinia. Universalmente reconocido como el mayor astrónomo de la Antigüedad. Hizo observaciones en Rodas y Alejandría. Entre éstas últimas, una del equinoccio de primavera el 24 de marzo de 146 a.C. Se le considera el

padre de la trigonometría, pues inventó la trigonometría rectilínea y esférica. Creó la astronomía matemática. Todas las noticias que de su saber nos han llegado son de segunda mano, especialmente de Ptolomeo, que tuvo por Hiparco una admiración tan grande como justificada. Todas sus obras se han perdido, excepto unos *Comentarios a los Fenómenos*, obra ésta de Arato escrita con datos de Eudoxo. Compiló el primer catálogo de estrellas que se conoce, con más de 800 estrellas, que dividió en seis grupos según su luminosidad. Descubrió la precesión de los equinoccios. Calculó la duración del año, distinguiendo el año trópico y el sidéreo. Calculó el ángulo de la eclíptica. Determinó aceptablemente la distancia de la Tierra a la Luna, así como el radio de ésta. En su tiempo se llegó a predecir un eclipse de Luna con un error de una o dos horas, mientras que los de Sol se predecían con menor precisión. Cultivó la geografía, disciplina que hizo entrar en el campo de las matemáticas, introduciendo los meridianos y paralelos, que le permitieron fijar la posición exacta de muchas ciudades. Escribió una tabla de longitudes de cuerdas para un diámetro constante conocido. En conexión con ello, todo parece indicar que se debe principalmente a Hiparco la división del círculo en 360° (quizá tomó esta división de la realizada por Hipsicles al dividir el día en 360 partes, que pudo haber venido sugerida a su vez por la astronomía babilónica). Conocía algunas fórmulas sencillas de trigonometría esférica. Escribió sobre ecuaciones de segundo grado. Descubrió la proyección estereográfica. Modificó la dioptra (V. Herón), convirtiéndola en una regla graduada provista de una pínula y de un cursor que se deslizaba a lo largo de aquélla hasta cubrir el ángulo que se quería medir, cuya graduación se leía en la regla graduada. Entre sus obras perdidas figuran: *Cuerdas en un círculo*, *El cielo estrellado*, *Tamaño y distancias del Sol y la Luna*, *Ortos y ocasos de las estrellas*, *Crítica de la Geografía de Eratóstenes*, *Retrogradación de los puntos equinociales y solsticiales*, *Duración del año*, *Movimientos de la Luna*, *Sobre las ascensiones de los doce signos*.

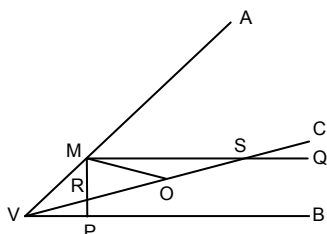
Hipaso de Metaponto (o de Crotona) (h. 450 a.C.). Matemático griego. Pitagórico, de la escuela de la Baja Italia. Aproximadamente contemporáneo de Filolao. Parece que fue expulsado de la hermandad pitagórica. Una tradición cuenta que los pitagóricos le erigieron un monumento funerario como si ya hubiera muerto, mientras que otra historia más conocida dice que su apostasía se vio castigada con su muerte en el mar, ahogado durante un naufragio. La causa exacta de la ruptura con los pitagóricos no se conoce, debido a la regla que obligaba al secreto, pero se han sugerido tres posibilidades. Una de ellas habría sido por una insubordinación política al encabezar un movimiento democrático en contra de las reglas conservadoras pitagóricas. Otra de las tradiciones atribuye la expulsión de Hipaso a que había revelado cuestiones sobre la geometría del pentágono regular o del dodecaedro, o sobre su construcción. La tercera explicación se basa en que Hipaso divulgó el descubrimiento de las magnitudes inconmensurables, lo que tuvo devastadoras consecuencias para la filosofía pitagórica. Algunos historiadores atribuyen a Hipaso este descubrimiento, situándolo durante la primera parte del tercer cuarto del siglo V a.C., mientras que otros lo sitúan aproximadamente medio siglo más tarde. Se conjetura sobre si este descubrimiento se hizo basándose en la relación entre el lado y la diagonal de un cuadrado, o más bien entre el lado y la diagonal de un pentágono regular (las diagonales de un pentágono regular forman un nuevo pentágono regular, y las de éste un tercero, y así sucesivamente, de donde se deduciría la inconmensurabilidad de lado y diagonal). Tras los trabajos de Hipaso de Metaponto y de Zenón de Elea, el dominio del número siguió conservando las propiedades características de lo discreto, pero el mundo de las magnitudes continuas (que incluía la mayor parte de la matemática prehelénica y pitagórica) era algo separado del número y tenía que ser tratado, por lo tanto, mediante métodos puramente geométricos, de donde parecía que era la geometría más bien que los números, la que regía el mundo.

Hipatia (370-415). Matemática griega. Nació en Alejandría. Hija de Teón de Alejandría. Erudita, de amplia cultura matemática, escribió comentarios sobre Diofanto, Ptolomeo y Apolonio. Ardiente defensora de la cultura pagana, Hipatia se atrajo la enemistad y el odio de una fanática turba cristiana, a cuyas manos sufrió una muerte cruel en las calles de Alejandría.

Hipias de Elis (460-400 a.C.). Sofista y geómetra griego. Nació en Elis (Peloponeso). Contemporáneo de Sócrates. Desarrolló su actividad en Atenas. Platón, en sus diálogos, lo describe como vano, arrogante y jactancioso (pues se jactaba de haber ganado más dinero que cualesquiera otros dos sofistas juntos), con conocimientos amplios (poesía, gramática, historia, matemática, astronomía,

arqueología y política) pero superficiales. Jenofonte también da una imagen desfavorable de Hippias, pero hay que considerar que tanto Platón como Jenofonte, se mostraron opuestos de manera irreconciliable a los sofistas en general. Se dice que escribió muchas obras, desde matemáticas a oratoria, pero ninguna de ellas ha sobrevivido. Se dice también que tenía una gran memoria y que era hábil en multitud de oficios manuales. Sus trabajos en geometría fueron similares a los de Dinostrato. Proclo le atribuye la invención (431 a.C.) de la trisectriz que lleva el nombre de Hippias (esta curva permitía resolver la trisección o, mejor, la multisección del ángulo), siendo posiblemente la primera curva conocida por los griegos tras la circunferencia y la primera que se definió cinemáticamente (al respecto, V. Dinostrato).

En relación con la trisección por “inserción”, los griegos denominaban “inserción” a una relación entre figuras que consistía en admitir que dadas dos transversales en general, y un punto fijo, siempre existe una recta que pasa por el punto fijo y tal que sus intersecciones con las transversales determinan un segmento de longitud prefijada. Con la inserción, postulada como una construcción posible más, el campo de la resolubilidad de los problemas geométricos se amplía (la inserción presupone la resolución de una ecuación de cuarto grado) si las transversales son rectas. Por ejemplo, añadida la inserción, la trisección del ángulo es posible con regla y compás. Sea AVB el ángulo a trisecar. Por un punto M de AV (V. dibujo) se trazan MP y MQ perpendicular y paralela respectivamente a VB ; la recta VC que por inserción determina entre MP y MQ un segmento RS doble del VM , triseca el ángulo dado, pues el ángulo CVB es mitad del AVC . Para comprobarlo basta unir el punto medio O de RS con M y considerar los ángulos de los triángulos isósceles MOS y VOM .

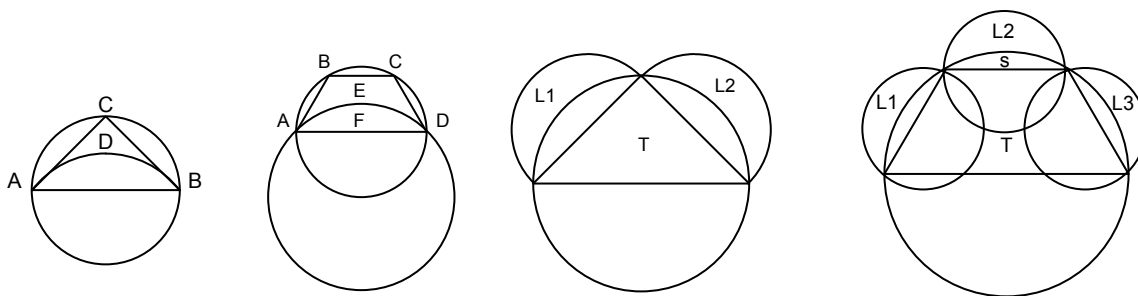


Hipócrates de Quios (h. 440 a.C.). Matemático griego. Algo más joven que Anaxágoras. Llegó a Atenas procedente de Quios hacia 430 a.C. como comerciante. Aristóteles dice que como tal se mostró menos hábil que Tales y perdió su dinero en Bizancio por un fraude, aunque otros dicen que fue atacado y robado por los piratas. Hipócrates no lamentó nunca el incidente, considerándolo más bien como una suerte, pues a consecuencia de él se dedicó al estudio de la geometría, en el que cosechó notables éxitos.

Fue el primer matemático “profesional”, pues enseñaba matemáticas por dinero, a la manera de los sofistas. De escuela pitagórica, se le atribuye *Elementos*, primer tratado de geometría, hoy perdido. Estudió el problema de Delos consistente en la duplicación del cubo, reduciéndolo a un problema de geometría plana, demostrando que se podía resolver mediante la interpolación de dos medias proporcionales entre la longitud de la arista y su duplo (V. Eratóstenes). El razonamiento que condujo a Hipócrates a esa reducción pudo ser el siguiente: Si los volúmenes de cuatro cubos están en progresión geométrica de razón 2, el cuarto cubo tiene el lado doble del lado del primero, y como al estar una serie de cubos en progresión geométrica, también lo estarán sus lados, resulta en definitiva que si se intercalan dos medias proporcionales entre dos segmentos, uno doble del otro, la primera de esas medias resolverá el problema de Delos. Demostró, muy posiblemente de forma intuitiva, que el área de un círculo es proporcional al cuadrado de su radio, quizá como extensión de la proporcionalidad, ya conocida entonces, entre polígonos semejantes y los cuadrados de los lados homólogos.

Logró cuadrar recintos limitados por arcos de círculos, aparentemente más complicados que el círculo, que por su forma de luna creciente se llamaron “lúnulas de Hipócrates”. Se conoce un fragmento sobre Hipócrates que Simplicio (h. 520) dice haber copiado literalmente de la *Historia de la matemática* de Eudemo (obra perdida), donde describe la cuadratura de las lúnulas llevada a cabo por Hipócrates (este fragmento es quizá el fragmento matemático más antiguo que se conoce). Resumiendo lo expuesto en él, Hipócrates cuadró la lúnula (V. dibujo de la izquierda) que se obtiene considerando en el semicírculo $ACBA$ de diámetro AB , los segmentos circulares semejantes S y s , cuyas cuerdas respectivas son AB y AC , siendo C el punto medio del arco AB (el triángulo ABC es rectángulo

isósceles). Sea L la lúnula $ACBDA$, donde D es un punto del arco del segmento construido sobre AB , y sea T el triángulo ABC . Se tiene $L + S = T + 2s$, pero en virtud de la proporcionalidad aludida, $S = 2s$, de donde $L = T$, luego la lúnula es equivalente al triángulo y, por tanto, al cuadrado de lado $\frac{1}{2} AB$.

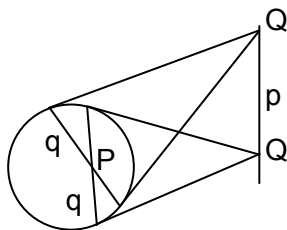


Eudemo describe otra lúnula cuadrada por Hipócrates (figura segunda por la izquierda), obtenida a partir de un trapecio isósceles $ABCD$ inscrito en un círculo y tal que el cuadrado construido sobre la base más larga AD sea igual a la suma de los cuadrados construidos sobre los tres lados iguales AB , BC y CD . Si se construye sobre AD un segmento circular $AEDF$ (F sobre AD) semejante a los que determinan los tres lados iguales en el círculo, la lúnula $ABCDEA$ es igual al trapecio $ABCD$. Alejandro de Afrodisia describe otras dos cuadraturas de lúnulas realizadas por Hipócrates. Una de ellas (figura tercera por la izquierda) consiste en la construcción de tres semicírculos sobre la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo isósceles, siendo la suma de las lúnulas que se forman sobre los catetos igual al triángulo, es decir, $L1 + L2 = T$. Y la segunda (figura de la derecha), en la construcción sobre el diámetro de un semicírculo como base, de un trapecio isósceles con los otros tres lados iguales, y sobre estos tres lados, tres semicírculos, siendo el trapecio igual a la suma de cuatro figuras curvilíneas: las tres lúnulas iguales y un semicírculo sobre uno de los tres lados iguales, es decir, que el área T del trapecio es igual a $L1 + L2 + L3 + (L2 + s)$. De esta cuadratura se sigue que si pudieran cuadrarse las lúnulas en cuestión, se podría cuadrar también el semicírculo, y por tanto el círculo. Esta conclusión habría animado a Hipócrates y a sus contemporáneos y seguidores a continuar investigando en esta línea con la esperanza de conseguir al fin cuadrar el círculo. Se atribuye a Hipócrates el uso de letras en las figuras geométricas por primera vez, así como la idea de ordenar los teoremas de manera que los posteriores se puedan demostrar a partir de los anteriores, y también la introducción en matemáticas del método indirecto de demostración.

Hipsicles de Alejandría (h. 180 a.C.). Matemático griego, nacido en Alejandría. Se le atribuye el libro XIV de los *Elementos* de Euclides. Estudió los sólidos regulares. Dividió el día en 360 partes, subdivisión que pudo venir sugerida por la astronomía babilónica. Diofanto le atribuye la definición de número poligonal P de p lados y n términos, que hoy se podría representar por la fórmula: $P = n + n(n - 1)(p - 2):2$. También escribió *Sobre las ascensiones*, que contiene algunas propiedades de las progresiones aritméticas, y que quizá dio lugar a que, a partir de esta obra, se adoptase la división de la circunferencia en 360 partes iguales.

Hire, Philippe de la (1640-1718). Arquitecto y matemático francés. Fue pintor en su juventud, dedicándose después a las matemáticas y a la astronomía. Discípulo de Desargues. Compuso en 1673 un tratado sobre las cónicas, que estudia mediante una transformación geométrica. Al referirse seis años después al tratado de Desargues sobre las cónicas, escrito en 1639, se lamenta de no haberlo conocido antes, pues sin duda ese conocimiento le habría ahorrado el escribir su propio tratado, tan simples y generales le parecieron los métodos de Desargues. En su obra *Nuevos elementos de las secciones cónicas* (1679) aparece la primera idea de coordenadas en el espacio, ofreciendo uno de los primeros ejemplos de una superficie dada analíticamente por una ecuación con tres incógnitas. En su obra *Tratado de las secciones cónicas* (1685) relaciona las propiedades del círculo base del cono, con las de las cónicas resultantes de las secciones por un plano cualquiera. Así, La Hire demostraba primero propiedades del círculo, relativas sobre todo a cuaternas armónicas, y las trasladaba después a otras secciones cónicas por proyección y sección. Podía así trasladar las propiedades del círculo a cualquier tipo de sección cónica con un solo método de demostración. Aunque hay algunas omisiones, como el teorema de involución de Desargues y el teorema de Pascal, se hallan en esta obra

prácticamente la totalidad de las propiedades de las cónicas que hoy son familiares, demostradas sintéticamente y establecidas sistemáticamente. De hecho, demuestra casi todos los 364 teoremas de Apolonio sobre las cónicas. También prueba las propiedades armónicas de los cuadriláteros. Globalmente considerados, los resultados de La Hire no van más allá de los de Desargues y Pascal. Sin embargo, en la teoría de polos y polares obtiene un resultado nuevo al demostrar que: Si un punto describe una línea recta, entonces la polar del punto gira alrededor del polo de la recta (en el dibujo, las polares q y q' de los puntos Q y Q' de la recta p , pasan por P , polo de p).



Puede decirse que el objetivo principal de La Hire consistía en probar que el método de proyección y sección era superior no sólo a los de Apolonio, sino también a los métodos algebraicos de Descartes. En esta obra aparece la ecuación de una superficie de segundo orden obtenida como lugar geométrico. En *Memorias de matemáticas y física* (1694), estudió las epicicloides, hipocicloides, trocoides. En 1702 publicó *Tabulae Astronomicae*. En *Sobre las conoides en general* (1708), calculó la longitud de la cardioide, por lo que se le concedió el privilegio de nombrarle su descubridor. Estableció (1706) la teoría de las ruletas: Si un círculo menor rueda sin deslizar por el interior de otro círculo de diámetro doble, se tiene que: 1) El lugar geométrico de un punto de la circunferencia del círculo menor es un segmento rectilíneo, concretamente un diámetro del círculo mayor. 2) El lugar geométrico de un punto fijo interior al círculo menor, es una elipse. La primera parte de este teorema la conocía ya Nasir Al-Din, y la segunda parte, Copérnico. Estableció la transformación homológica. Dedujo en forma sintética que el lugar geométrico de los vértices de los ángulos rectos circunscritos a una cónica es una circunferencia, que un siglo después llevaría el nombre de Monge.

Hironaka, Heisuki (n. 1931). Matemático japonés. Estudió en Kioto y Harvard. Profesor en la Universidad de Harvard. Galardonado con la medalla Fields 1970 por sus trabajos sobre variedades algebraicas.

Hirsch, Meier (m. 1851). Matemático alemán, autodidacto. Fue profesor de matemáticas. Sus métodos de enseñanza modificaron drásticamente los existentes en Alemania, manteniéndose vigentes durante décadas en las escuelas de segunda enseñanza. Vejado por la misantropía y por sus tristes circunstancias económicas, puso fin a su vida en Berlín. Publicó *Problemas* (1805), donde expuso las proposiciones fundamentales de la geometría. Calculó el volumen de un prisma cualquiera truncado oblicuamente. Publicó *Colección de geometría* (1807) donde se ocupó de la geometría analítica. Estudió la generación proyectiva del paraboloides hiperbólico. En 1810 publicó una lista de integrales y de técnicas de integración.

Hirsch, Morris W. (n. 1933). Matemático estadounidense. Profesor en la Universidad de California en Berkeley. Ha investigado en la dinámica de sistemas y redes neuronales. Publicó *Ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos y álgebra lineal* (con S. Smale, 1974), *Topología diferencial* (1976).

Hirst, Thomas Archer (1830-1892). Matemático inglés. Nació en Heckmondwike (Yorkshire). Estudió en la Universidad de Marburgo. Fue profesor en la Universidad College de Londres y director de estudios en la Escuela Naval Real en Greenwich. Investigó en geometría proyectiva, especializándose en las transformaciones de Cremona, y en la aplicación de la inversión en el espacio (1865).

Hiyya, Abraham Bar. V. Abenhiyya, Abraham.

Hjelmslev, J. T. (1873-1950). Matemático e ingeniero danés. Profesor universitario, impulsó la enseñanza técnica en Dinamarca. Publicó *Geometría natural* (1923), también conocida como geometría física. En 1942 publicó *Geometría sensible* con un conjunto de postulados en los que el punto tenía dimensión finita y la recta espesor finito; esta geometría es más realista que la euclidiana, pero mucho más complicada.

Hobbes, Thomas (1588-1679). Filósofo y matemático inglés. Atacó la aplicación que hacía Wallis del álgebra a la geometría, oponiéndose enérgicamente a “todo rebaño de los que aplican su álgebra a la geometría”, refiriéndose a la *Aritmética de los infinitos* de Wallis como ruin y como “una costra de símbolos”. Hobbes insistía en que había conseguido cuadrar el círculo y que había resuelto los demás problemas geométricos de los antiguos. Por tanto, Wallis podía permitirse no hacer ningún caso de las críticas de Hobbes. Por el contrario, Hobbes dijo de Galileo que “ha sido el primero en abrirnos la puerta del reino de la física”.

Hobson, Ernest William (1856-1933). Matemático inglés. Nació en Derby, Estudió en el Royal College of Mines y en el Christ's College de Cambridge, donde enseñó. Publicó *Tratado de trigonometría* (1891), *Sobre el infinito y lo infinitesimal en matemáticas* (1903), *Teoría de funciones de variable real* (1907), *Cuadratura del círculo* (1913), *Napier y la invención de los logaritmos* (1914), *El dominio de las ciencias naturales* (1923), *Tratado de trigonometría plana* (1925), *Teoría de los armónicos esféricos y elipsoidales* (1931).

Hoene-Wronski, Josef Maria (1778-1853). Matemático polaco. Fue un gran algoritmista, pero no se interesaba por el rigor. La Commission de la Académie des Sciences de París criticó uno de sus ensayos porque carecía de rigor. Hoene-Wronski contestó que eso era “pedantería, que prefiere el medio al fin”. Se ocupó de numerosas cuestiones de análisis. Trabajó en la teoría de los determinantes; hoy se designan con el nombre de “wronskianos” ciertos determinantes funcionales de gran importancia en la teoría de funciones. Para Wronski la matemática técnica no tenía mayor importancia frente a las ideas y el sistema filosófico subyacente, que expuso en numerosas obras, una de las cuales (1812) es una refutación a la teoría de las funciones analíticas de Lagrange. Posteriormente criticará también las funciones generatrices de Laplace.

Hofmann, Joseph Ehrenfried (1900-1973). Matemático e historiador alemán. Escribió *Intentos de Arquímedes del cálculo de la raíz cuadrada de 3* (1929), *Historia de las prolongadas estancias matemáticas de Leibniz en París (1672-1676)* (1949), *Geometría plana* (junto con F. Denk, 1957), *Historia de la matemática* (1957), *Matemáticas clásicas* (1959).

Hogben, Lancelot Thomas (1895-1975). Investigador zoológico, estadístico médico, divulgador científico inglés. Nació en Portsmouth. Estudió medicina y fisiología en Cambridge. Enseñó en las Universidades de Edimburgo, McGill, Ciudad del Cabo, London School of Economics, Aberdeen, Birmingham y Guyana. En relación a sus obras educacionales y divulgadoras, publicó *Las matemáticas en la vida del hombre* (1941), en donde, en relación con la enseñanza de las matemáticas, expone una serie de reflexiones interdisciplinarias por encima del uso de aparatos o elementos manuales, *El hombre debe medir: El maravilloso mundo de las matemáticas* (1955), *El maravilloso mundo de la energía* (1957), *El universo de los números* (1966), etc.

Hölder, Ludwig Otto (1859-1937). Matemático alemán. Nació en Stuttgart. Estudió en Berlín con Weierstrass y se doctoró en 1882 en Tübinga. Fue “privatdozent” en Gotinga, profesor de la Universidad de Königsberg (1894-1899) y de la de Leipzig a partir de 1899. En relación con la teoría de grupos, Jordan había demostrado que el conjunto de factores de composición es invariante excepto para el orden en el que pueden aparecer, y Hölder demostró (1889) que los grupos cocientes mismos eran independientes de las series de composición, esto es, el mismo conjunto de grupos cocientes estaría presente para cualquier serie de composición. Estos dos resultados se llaman el teorema de Jordan-Hölder. En 1893, Hölder publicó un artículo en el que, partiendo de los grupos de sustituciones, pretendía hallar todos los grupos de un orden dado, problema general que se ha resistido a ser resuelto y, en consecuencia, se han investigado órdenes particulares, tales como p^2q^2 , donde p y q

son primos. Tras la publicación de Frobenius en la que definía la sumabilidad de las series divergentes, Hölder publicó su generalización que se conoce hoy como (H,r) -sumabilidad.

Holland, Henry John (n. 1929). Científico estadounidense. Nació en Indiana. Estudió en el Massachusetts Institute of Technology y en la Universidad de Michigan, donde ha sido profesor de filosofía, ingeniería eléctrica y ciencias de la computación. Inspirado en la teoría de la evolución de Darwin y en propiedades de los sistemas biológicos, Holland preconizó los algoritmos genéticos como el denominado “algoritmo genético simple” que lleva su nombre. Ha escrito varias obras, entre ellas, *Adaptación en sistemas naturales y artificiales* (1975), *Orden oculto. Cómo la adaptación construye la complejidad* (1996), *Del caos al orden* (2000).

Hollerith, Hermann (1860-1929). Ingeniero estadounidense. Nació en Buffalo. Se graduó en la Escuela de Minas de la Universidad de Columbia (1879). Profesor en el Massachusetts Institute of Technology en Cambridge. Trabajó en la Oficina de Patentes en Washington. Patentó (1889) una máquina para tabular datos mediante tarjetas perforadas, que facilitó la compilación de datos estadísticos cada vez más numerosos y complicados. Organizó (1896) la Tabulating Machine Company en Nueva York, compañía que a través de fusiones, dio lugar a la International Business Machines Corporation.

Hollywood, John of. V. Sacrobosco, Johannes de.

Hondt, Victor d' (1841-1901). Jurista, matemático y político belga. Profesor de derecho civil y fiscal en la Universidad de Gante. Inventor de la llamada ley d'Hondt utilizada para la determinación proporcional de representantes de acuerdo con los datos obtenidos en las elecciones. Publicó *Sistema práctico y razonado de representación proporcional* (1882), *Exposición del sistema práctico de representación proporcional* (1885).

Hooke, Robert (1635-1703). Físico, matemático y naturalista inglés. Nació en Freshwater (Isla de Wight). Profesor de geometría (1665) en el Gresham College y sucesor de Oldenburg como secretario de la Royal Society. Se anticipó a Newton en la formulación de la ley de atracción de dos cuerpos. Se le debe el concepto de elasticidad. Su investigación sobre los muelles le condujo al descubrimiento de la ley que establece que la fuerza recuperadora de un muelle que se estira o se contrae es proporcional a la magnitud de la elongación o contracción. Lleva su nombre una ley sobre la deformación de los cuerpos, que establece que para cargas que no superan un límite determinado, la deformación es proporcional al esfuerzo (1660). Hizo descubrimientos en astronomía, en estructura de los cristales (escribió *Micrografía* en 1665), en la evolución de los fósiles, en la difracción de la luz, en la difracción de la luz, en la constitución del aire, etc.

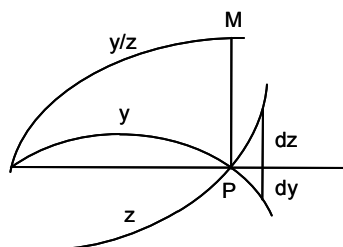
Hopf, Eberhard Frederich Ferdinand (1902-1983). Matemático y astrónomo austríaco, nacionalizado estadounidense. Nació en Salzburg. Estudió en la Universidad de Berlín, y ya en Estados Unidos, en Harvard y en el Massachusetts Institute of Technology en Cambridge. En 1936 volvió a Alemania donde enseñó en las Universidades de Leipzig y Munich (1944), y trabajó en el Instituto Alemán de Aeronáutica (1942). A instancias de Courant, Hopf regresó a Estados Unidos (1947), nacionalizándose norteamericano en 1949, enseñando en la Universidad de Indiana en Bloomington. Junto con Wiener, en 1931, resolvieron la llamada hoy ecuación integral de Wiener-Hopf, que se planteó en un estudio sobre la estructura de las estrellas, y que luego ha tenido aplicaciones en muchos contextos como en la teoría de la comunicación eléctrica.

Hopf, Heinz (1894-1971). Matemático alemán, nacionalizado suizo. Nació en Gräbschen (hoy, Grabiszyn, Wroclaw, Polonia). Estudió en la Universidad Friedrich Wilhelm de Silesia y en la de Berlín. Trabajó en Gotinga, Berlín y en Princeton (1927-1928) con una beca Rockefeller. Enseñó en Zurich (1931), nacionalizándose suizo. Posteriormente se trasladó a Estados Unidos, dando múltiples conferencias en diversas Universidades. Desarrolló la topología de variedades y sus aplicaciones continuas, probando la existencia de un número infinito de aplicaciones continuas de una esfera tridimensional en otra bidimensional, convirtiéndose en el fundador de la topología homotópica

(homotopía). En 1926 demostró que, dado un campo continuo de vectores (sobre una variedad) que tiene solamente un número finito de puntos singulares, el número algebraico de éstos no depende del campo y es siempre igual a la característica de Euler de la variedad. De donde se sigue que los campos vectoriales sin singularidades, sólo son posibles sobre variedades cuya característica es cero, y sobre estas variedades siempre se puede construir un campo vectorial sin singularidades. Entre todas las superficies cerradas, solamente sobre el toro y sobre la botella de Klein (toro de una cara) se pueden construir campos de vectores sin singularidades. Hopf realizó importantes trabajos (1941) que llevaron a definir las llamadas álgebras de Hopf, que hoy forman parte del álgebra, e incluso hay una teoría de las álgebras de Hopf diferenciales situada en el dominio del álgebra homológica, y que ha demostrado su importancia no sólo para el álgebra sino también para la topología.

Hôpital, Guillaume François Antoine marqués de L´ (1661-1704). Matemático francés. Su libro *Análisis de los infinitamente pequeños* (1696) fue el primer tratado de cálculo diferencial impreso, dedicado especialmente al estudio de las curvas, que ayudó a perfeccionar y extender la teoría de las curvas planas. En el prólogo de esta obra, L´Hôpital admite que debe mucho a Leibniz y a los Bernoulli, especialmente “al joven profesor en Groninga” (donde Johann (I) Bernoulli se había instalado en 1695, y desde donde escribió a L´Hôpital para agradecerle que lo hubiera mencionado en su obra). Tras el hallazgo en el s. XX de los apuntes de las lecciones que Johann (I) Bernoulli impartió y sobre todo de la enseñanza que por correspondencia mantuvo con L´Hôpital, se ha comprobado que el libro de éste, *Análisis*, comprende especialmente las lecciones de Bernoulli (durante la estancia de Bernoulli en París en 1692, fue maestro de L´Hôpital, con el que firmó un pacto según el cual, a cambio de un salario regular, Bernoulli se comprometía a enviar a L´Hôpital sus descubrimientos en matemáticas para que éste los utilizase a su voluntad). Las lecciones de Bernoulli incluyen también el cálculo integral que L´Hôpital no publicó porque entendió que Bernoulli lo iba a hacer. Estas lecciones (1691-1692) habrían sido el primer tratado sistemático sobre cálculo integral y resumen de todos los conocimientos de la época sobre esta materia: integración de potencias o de series de potencias, cuadraturas, rectificaciones, ecuaciones diferenciales y aplicaciones geométricas y mecánicas. En estas lecciones aparece la constante de integración y los métodos de integración por sustitución de variables y por descomposición en fracciones simples, y la relación entre el arco tangente y el logaritmo. En el citado libro se siguen designando diferencias a las diferenciales, aparecen los términos de abscisa (“la coupée”) y de círculo osculador (“cercle baisant”) y aparece expuesta en forma geométrica, la célebre regla, que lleva el nombre de L´Hôpital, para el cálculo del límite al que se aproxima una fracción cuyos numerador y denominador tienden a cero, y cuya paternidad reivindicó Bernoulli después de la muerte de L´Hôpital, reivindicación que no tuvo éxito.

Si y y z son dos funciones, ambas positivas (V. dibujo), que se anulan simultáneamente para cierto valor de la variable, sus gráficas se cortarán en el eje en un punto P tal que en las proximidades de dicho punto el valor del cociente es próximo al del cociente de las diferencias dy y dz , cociente que da el valor de la función y/z en su punto M de igual abscisa que P . Entre los ejemplos que da L´Hôpital figura el cociente cuyo valor para $x = a$ quiere conocer: $(a^2 - ax)/(a - a^{1/2}x^{1/2})$, que calcula, ya por la regla, ya directamente racionalizando el denominador y eliminando el factor $x - a$. En ambos casos el “verdadero valor” del cociente es $2a$.



Además de las lecciones de Bernoulli, se incluyen en *Análisis* trabajos propios de L´Hôpital, como la rectificación de la curva logarítmica, que procede de un trabajo suyo de 1692. El libro se basa en dos postulados que L´Hôpital los veía “tan evidentes intrínsecamente que no dejan el menor escrúpulo acerca de su verdad en la mente de un lector atento” (hoy serían difícilmente aceptables): 1) Se pueden tomar como iguales dos cantidades que difieren entre sí sólo en una cantidad infinitamente pequeña.

2) Que una curva puede ser considerada como si estuviera formada por segmentos de línea recta infinitamente pequeños que determinan, por medio de los ángulos que forman unos con otros, la curvatura de la curva.

Las fórmulas diferenciales básicas para las funciones algebraicas se obtienen a la manera de Leibniz, y se aplican al cálculo de tangentes, máximos y mínimos, puntos de inflexión, curvaturas, cáusticas y límites en forma indeterminada. Se indica también que los métodos utilizados son generales, pudiéndolos extender a las curvas trascendentes. La influencia de este libro, escrito de forma muy clara y eficaz, se prolongó durante la mayor parte del siglo XVIII. Estudió la curva cicloide, las epicicloides, hipocicloides, la espiral, la serpentina de Newton, las trocoides, diversas cúbicas, etc. Publicó *Tratado analítico de las secciones cónicas* (póstumo, 1707), en donde se limitaba a determinar la posición de los puntos de las figuras y a expresar algunos lugares geométricos por medio de sus ecuaciones, pero su calidad pedagógica lo convirtió en el tratado sobre cónicas de referencia durante casi todo el s. XVIII.

Hörmander, Lars V. (n. 1931). Matemático sueco. Estudió en la Universidad de Lund. Fue profesor en diversas universidades (Estocolmo, Stanford, Princeton, Lund). Galardonado con la medalla Fields 1962, por sus contribuciones a la teoría de las ecuaciones en derivadas parciales.

Hormigón Blánquez, Mariano (1946-2004). Matemático, historiador y escritor español. Nació en Zaragoza. Se licenció en matemáticas por la Universidad de Zaragoza (1970). Se doctoró en filosofía (1982) por la Universidad Autónoma de Madrid, con la tesis *Problemas de historia de las matemáticas en España entre 1870 y 1920*. Profesor de historia de la ciencia en la Universidad de Zaragoza (1986). Ha publicado diversos trabajos como *Ciencia e ideología, propuestas para un debate, Paradigmas y matemáticas, un modelo teórico para la investigación en historia de las matemáticas, Sobre la internacionalización de las revistas matemáticas*.

Horn, C. E. van (h. 1938). Escribió *La cuártica de Simson de un triángulo* (1938).

Horn, Jacob (1867-1946). Estudió y resolvió la siguiente ecuación diferencial, también estudiada por Poincaré: $y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_n(x)y = 0$, donde los coeficientes son funciones racionales de x que se suponen desarrollables, para x positivo y suficientemente grande, en series convergentes o asintóticas del tipo $a_r(x) = x^{rk}(a_{r,0} + a_{r,1}/x + a_{r,2}/x^2 + \dots)$, siendo $r = 1, 2, \dots, n$, y siendo k algún entero positivo o 0. Los resultados obtenidos por Horn y Poincaré se extendieron a otros diversos tipos de ecuaciones diferenciales. Horn también extendió los resultados al caso en que la variable independiente toma valores complejos.

Horner, William George (1786-1837). Matemático inglés. Publicó (1819) un método numérico, conocido como “esquema de Horner”, para la resolución aproximada de ecuaciones de cualquier grado, que en esencia coincide con el método de Ruffini (1804). Matemáticos chinos del s. XIII fueron lejanos precursores del método de Ruffini-Horner.

Hotelling, Harol (1895-1973). Matemático estadounidense. Nació en Fulda (Minnesota). Fue profesor de estadística matemática en las Universidades de Stanford, Columbia y Carolina del Norte en Chapel Hill. En sus trabajos estadísticos, siguiendo el camino iniciado por Fisher, otorgó gran importancia a los test de significación, contribuyendo en los trabajos sobre distribuciones exactas en los muestreos.

Hoüel, Guillaume Jules (1823-1896). Matemático francés. Tradujo el *Apéndice* de Bolyai, se ocupó de sus manuscritos y escribió sobre temas vinculados con las geometrías no euclídeas.

Hoyle, Fred (n. 1915). Astrónomo, matemático y escritor inglés. Nació en Bingley (Yorkshire). Estudió en el Emmanuel College de Cambridge. Tras la segunda guerra mundial, fue profesor en Cambridge. Trabajó en los observatorios de Monte Palomar y Monte Wilson. En 1966 fue nombrado director del Institute of Theoretical Astronomy en Cambridge. Con Bondi y Gold formuló (1948) la teoría cosmológica del estado estacionario, desarrollando sus fundamentos matemáticos. Escribió

Naturaleza del universo (1951), *Fronteras de la astronomía* (1955), *Astronomía y cosmología* (1975), *Diez caras del universo* (1977). *Hielo* (1981). También escribió populares novelas de ciencia-ficción.

Hrabanus Maurus (784-856). Arzobispo, abad benedictino, teólogo y escolástico alemán. Nació en Maguncia. Estudió en Tours con Alcuino (802). En 803 fue elegido director de la escuela monástica de la abadía benedictina de Fulda, de la que elegido abad en 822. Fue nombrado arzobispo de Maguncia en 847. Sus trabajos contribuyeron importantemente a la cristianización de Alemania. Su actividad salvó a cientos de personas de la hambruna del año 850. Apoyó la conservación y difusión del alemán. Escribió *De rerum naturis* (842-847), una enciclopedia de 22 volúmenes, *De institutione clericorum* (810), *De arte grammatica*. Fue continuador de la débil obra matemática y astronómica de Beda, especialmente en lo tocante al cálculo aproximado de la fecha de la Pascua.

Huaidong, Cao (h. 2010). Matemático chino. Profesor de matemáticas en la Universidad de Lehigh en Pensilvania. Junto con Zhu Xiping, han resuelto (2010) la conjetura de Poincaré (V. Freedman, Hamilton, Newman, Zeeman, Perelmán, Xiping y Yau), según la publicación *Asian Journal of Mathematics*, revista estadounidense que informa sobre el desarrollo de esta ciencia en Asia. La Academia China de Ciencias afirmó que Perelmán estableció las líneas generales para probar la conjetura, pero no dijo específicamente cómo resolverla. El trabajo de los dos matemáticos chinos ha sido dirigido por Shing-Tung Yau, profesor de la Universidad de Harvard.

Hudde, Johann von Wareren (1628-1704). Matemático e ingeniero holandés. Nació en Amsterdam. Discípulo de Schooten. Fue alcalde de Amsterdam durante unos 30 años. Sostuvo correspondencia con Huygens y Wit sobre la conservación de los canales, así como sobre problemas de probabilidades y de esperanza de vida. En 1672 dirigió la operación de inundar Holanda para bloquear el avance del ejército francés. En 1656 escribió un tratado sobre la cuadratura de la hipérbola por medio de series infinitas. En *Ejercicios de matemáticas* (1656) de Schooten, hay una sección escrita por Hudde sobre el estudio de las coordenadas de una superficie de cuarto grado, lo que significa una anticipación de la geometría analítica tridimensional. Encontró una solución para la ecuación de tercer grado, que conducía a la fórmula de Ferro. Consideró como posible un valor negativo para un coeficiente cualquiera de una ecuación. Estableció un procedimiento para determinar las raíces dobles y múltiples. Parece que en su obra *Sobre la reducción de ecuaciones* (1713), fue el primer matemático que utilizó coeficientes literales en una ecuación para representar números reales cualesquiera, positivos o negativos. En 1657-1658 descubrió las siguientes dos reglas: 1) Si r es raíz doble de la ecuación algebraica $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$, y si $b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$, son números que están en progresión aritmética, entonces r es también raíz de la ecuación $a_0b_0x^n + a_1b_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}b_{n-1}x + a_nb_n = 0$. 2) Si para $x = a$ el polinomio $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ toma un valor máximo o mínimo relativo, entonces a es una raíz de la ecuación $na_0x^n + (n-1)a_1x^{n-1} + \dots + 2a_{n-2}x^2 + a_{n-1}x = 0$.

La primera de estas dos reglas corresponde al teorema moderno que dice que si r es una raíz doble de la ecuación algebraica $f(x) = 0$, entonces r también es raíz de la ecuación $f'(x) = 0$. La segunda es una ligera modificación del teorema de Fermat que hoy se formula diciendo que si $f(a)$ es un valor máximo o mínimo relativo de un polinomio $f(x)$, entonces $f'(a) = 0$.

Hui, Liu. V. Liu Hui.

Hui, Yang. V. Yang Hui.

Huillier, Simon Antoine Jean L' (1750-1840). Matemático suizo. Nació en Ginebra. Trabajó en los fundamentos del cálculo diferencial, en forma puramente algebraica (1786), investigando especialmente sobre el concepto de límite (la notación *lim* es suya), introduciendo el doble límite: por la derecha y por la izquierda. También fue él quien por primera vez utilizó la expresión "Serie de Taylor". Estudió los máximos y mínimos de las figuras planas, y los problemas isoperimétricos, así como también la geometría de la esfera, publicando (1794) una fórmula para el exceso esférico en función de los tres lados. Publicó *Poligonometría* (1789) sobre trigonometría, y posteriormente (1805) extendió sus resultados a polígonos alabeados y a poliedros.

Hume, David (1711-1776). Filósofo, historiador y economista inglés. Nació y estudió en Edimburgo. Viajó a Bristol y a Francia. Vuelto a Escocia, intentó infructuosamente obtener la cátedra de filosofía moral en Edimburgo (1744). En 1763 fue nombrado secretario de la embajada británica en París, volviendo en 1763 a Londres y en 1769 a Edimburgo. En su *Tratado de la naturaleza humana* (1738) negó la existencia de leyes o secuencias necesarias de eventos en el universo, y afirmó que se observaba que ocurrían esas secuencias y que los seres humanos concluyeron, de forma equivocada, que siempre ocurrirán de la misma manera. Expuso que la ciencia es puramente empírica y que, en particular, las leyes de la geometría euclídea no son necesariamente verdades físicas. También escribió entre otras obras, *Ensayos, moral y político* (1741-1742), *Investigación sobre el entendimiento humano* (1747), *Investigación sobre los principios de la moral* (1751), *Discursos políticos* (1752), *Historia de Inglaterra* (1754-1761), *Historia natural de la religión* (1757), *La vida de David Hume, escrita por él mismo* (publicada póstuma).

Hunayn, Ishaq b. (m. 910). Traductor árabe. Miembro de una importante escuela de traductores que floreció en el siglo IX y cuyo jefe era su padre Hunayn b. Ishaq, el Johannitius de los latinos (808-873), que a su vez fue prolífico escritor y traductor del griego y del siríaco. Tradujo los *Elementos* (traducción revisada por Tábit b. Qurra) y varios escritos de Arquímedes, Menelao, Ptolomeo, Hipsicles y Autólico.

Hunt, Richard (h. 1967). Matemático estadounidense. Trabajó sobre la demostración de Carleson acerca de la conjetura de Luzin de la convergencia puntual de las series trigonométricas en el espacio.

Huntington, Edward Vermilye (1874-1952). Matemático estadounidense. En un artículo de 1902 dedicado al sistema de los números reales, estableció la noción de categoricidad (Huntington la llamó suficiencia): Un conjunto de axiomas que conectan un conjunto de símbolos no definidos se dice que es categórico si entre los elementos de dos colecciones cualesquiera, cada una de las cuales contiene símbolos no definidos y satisface los axiomas, se puede establecer una correspondencia biunívoca para los conceptos no definidos que preserve las relaciones establecidas por los axiomas, esto es, ambos sistemas son isomorfos. La categoricidad significa así que las diferentes interpretaciones del sistema de axiomas difieren únicamente en el lenguaje. La categoricidad implica otra propiedad que Veblen llamaba disyuntiva y que ahora se conoce como completitud: Se dice que un sistema de axiomas es completo si es imposible añadir otro axioma que sea independiente del conjunto dado y consistente con él. Proporcionó (1902) conjuntos de axiomas para distintas disciplinas matemáticas, como por ejemplo, para el concepto de grupo abstracto y, más tarde, para los cuerpos.

Huo, Chon. V. Chon Huo.

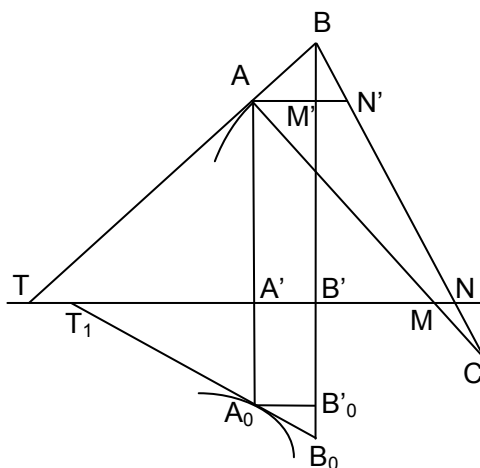
Hurewicz, Witold (1904-1956). Matemático polaco. Nació en Lodz. Estudió en Viena y Amsterdam. Emigrado a Estados Unidos, trabajó en la Universidad de Carolina del Norte en Chapel Hill y en el Massachusetts Institute of Technology. Investigó en teoría de conjuntos y topología (teoría de la dimensión). En 1936, Hurewicz inició el álgebra homológica partiendo de la topología algebraica. En 1941 publicó, junto con Henry Wallman, *Teoría de la dimensión*.

Hurwitz, Adolf (1859-1919). Matemático alemán. Profesor en Königsberg (hoy, Kaliningrado) y Zúrich. En el primer Congreso internacional de matemáticos que tuvo lugar en Zúrich (1897), Hurwitz y Hadamard señalaron importantes aplicaciones al análisis de la teoría de los números transfinitos. Hurwitz demostró (1898) que los números reales, los números complejos, los cuaternios reales y los biquaternios de Clifford, son las únicas álgebras lineales asociativas que cumplen la ley del producto.

Husayn, Ibn Al. V. Ibn Al-Husayn.

Huygens, Christian (1629-1695). Físico, matemático y astrónomo holandés. Nació en La Haya. Estudió en la Universidad de Leiden (1645) y en el Colegio de Breda (1647). Formó parte del llamado grupo de Leiden, formado en torno a Schooten. En 1666 se trasladó a París como miembro de la recién creada Académie des Sciences, donde permaneció hasta 1681 en que las amenazas de revocación del Edicto de Nantes (que se llevó a cabo en 1685) le impulsaron a abandonar Francia, ya que Huygens

era protestante. En distintos momentos de su vida se relacionó con Descartes, Pascal, Leibniz y Newton. Los últimos cinco años de su vida estuvieron marcados por la enfermedad y la melancolía. Se le recuerda principalmente por el principio que lleva su nombre en la teoría de la luz (1690), por la observación de los anillos de Saturno (1659) y por la invención del reloj de péndulo (1658). Estudió cuestiones de geometría elemental como las relacionadas con el problema de la cuadratura del círculo, perfeccionando los métodos conocidos para obtener valores aproximados de π o para rectificaciones aproximadas. A este respecto, perfeccionó el cálculo de los perímetros de los polígonos inscritos y circunscritos a una circunferencia, siendo estos cálculos tan exactos que le permitieron obtener el valor de π con nueve cifras, utilizando un polígono regular de 60 lados. Estudió la cicloide, interviniendo en las polémicas, controversias y desafíos que motivó el estudio de dicha curva, en los que también intervinieron Galileo, Mersenne, Torricelli, Viviani, Roberval, Descartes, Pascal, Fermat, Wren, Wallis, etc. Aplicó las curvas cicloidales a la regulación del péndulo en su obra *Péndulo oscilatorio* (1673), donde introdujo con métodos geométricos, la involuta (evoluta) a una curva plana. Demostró que la evoluta de una cicloide es otra cicloide. También en dicha obra determinó las áreas de superficies de revolución o bien las redujo a simples cuadraturas (integraciones) y estableció la teoría de las evolutas y evolventes (péndulo cicloidal), teoría con la que se abre un nuevo capítulo de la geometría diferencial, el relativo a la curvatura de las curvas planas. Huygens utilizó una demostración puramente geométrica para la obtención del radio de curvatura.



Considera dos puntos de la curva, A y B , próximos (V. dibujo), cuyas proyecciones sobre el eje de abscisas son A' y B' , respectivamente; sea AT la tangente en A , siendo T su intersección con el eje de abscisas; sean AM y BN las normales a la curva en A y B , siendo M y N los correspondientes puntos de intersección con el eje de abscisas; AM y BN se cortan en C que es el centro de curvatura, siendo AC el radio de curvatura; la paralela por A al eje de abscisas corta a BN en N' y a BB' en M' ; los triángulos $AN'C$ y MNC son semejantes, así como también los ABN' y TBN . Utiliza una curva auxiliar de puntos próximos A_0B_0 , estando situados estos puntos, respectivamente, sobre AA' y BB' , de forma que sus ordenadas son las subnormales de A y B , es decir, $A'A_0 = A'M$ y $B'B_0 = B'N$, y cuya tangente en A_0 es T_1A_0 . Se tienen las siguientes relaciones: $AM/AC = (AC - MC)/AC = (AN' - MN)/AN' = 1 - MN/AN' = 1 - MN/AM' \cdot AM'/AN' = 1 - MN/A'B' \cdot TB'/TN = 1 - TB'/TN [(A'B' + B'N - A'M)/A'B'] = 1 - TB'/TN [1 + (B'N - A'M)/A'B']$. Y como, en valores absolutos: $(B'N - A'M)/A'B' = (A'A_0 - B'B_0)/A_0B'_0 = B_0B'_0/A_0B'_0 = B_0B'/T_1B'$, se tiene: $AM/AC = 1 - TB'/TN (1 + B_0B'/T_1B')$, de donde se deduce AC en función de datos conocidos, pues AM es la longitud de la normal, TB' es la subtangente, TN es la suma de la subtangente y la subnormal, B_0B' y T_1B' son respectivamente la subnormal y la subtangente de la curva cuyas ordenadas son las subnormales (el cociente $B_0B':T_1B'$ es la derivada de la subnormal). Si se sustituyen en la última expresión los valores de dichos segmentos por sus expresiones actuales, se obtiene la fórmula actual, en valor absoluto, del radio de curvatura. Huygens estudió la catenaria, las curvas epicicloides e hipocicloides, el folium de Descartes, las isócronas que llevan su nombre, la serpentina de Newton, las tautócronas, la tractriz, la espiral tractriz, las trocoides, etc. Encontró la longitud del arco de la cicloide. Calculó el área entre la cicloide y su asíntota. En 1657 se convirtió en el primer matemático en calcular el área de un segmento de paráboloide de revolución (el "conoide" de Arquímedes), demostrando que la determinación de esta

área puede conseguirse por métodos elementales. También obtuvo el área de un segmento de hiperboloide. Determinó una solución para la ecuación de tercer grado, que conducía a la de Ferro. Trabajó en la teoría de los valores aproximados de las fracciones continuas aritméticas. Publicó el primer trabajo orgánico dedicado al cálculo de probabilidades, *Tractatus de ratiociniis in ludo aleae* (1657), fundado sobre la correspondencia de Pascal y Fermat, y el primero sobre tablas de mortalidad (1669). Introdujo el concepto de esperanza matemática. En 1693, Huygens habló explícitamente de ecuaciones diferenciales. Se opuso al concepto de gravedad y, en consecuencia, a sus aplicaciones, porque la acción de la gravedad a través del espacio vacío imposibilitaba cualquier acción mecánica. Fue uno de los fundadores de la mecánica y de la óptica física. Defendió la teoría ondulatoria de la luz frente a la teoría corpuscular de Newton. El contenido del llamado principio de Huygens (1690) es el siguiente: Toda partícula material situada en el camino de una onda y afectada por ésta, puede considerarse como centro de una nueva onda (onda elemental). Es decir, cada partícula material recibe energía de la onda que llega a ella y emite a su vez energía en forma de onda elemental, de manera que su energía de oscilación permanece constante si la intensidad de la onda que la excita no varía. Escribió también *Investigaciones sobre la magnitud del círculo* (1654), *Discurso sobre la causa de la gravedad* (1690) y *Tratado sobre la luz* (terminado en 1678, publicado en 1690).

I

Ibáñez e Ibáñez de Ibero, Carlos (1825-1891). Militar y geodesta español. Impulsó la red geodésica española de primer orden, en cuya realización participaron otros geodestas españoles como Eduardo Novella, Frutos Saavedra, Eduardo León, etc. Colaboró con astrónomos ingleses, franceses y egipcios. Inventó un instrumento para mediciones llamado “aparato de Ibáñez”. Recibió el premio Poncelet de la Académie des Sciences de París.

Ibarrola Solano, José (h. 1945). Matemático español. Publicó *Problemas gráficos de geometría métrica y proyectiva* (1945).

Ibn Aflah, Gabir. V. Gabir ibn Aflah.

Ibn Al-Banna (h. 1256-1321). Matemático marroquí. Autor de numerosos escritos, algunos muy difundidos y comentados, en especial su *Resumen de las operaciones aritméticas*, obra aritmético-algebraica, cuya primera parte presenta muchas analogías con la de Alhassar. En ella emplea las cifras hindúes, mejora el tratamiento anterior con fracciones, da reglas para la raíz cuadrada abreviada, expone con esquemas gráficos las reglas de “doble falsa posición” para la resolución de las ecuaciones lineales, explica las pruebas de las operaciones mediante los restos por 9, 8 y 7. Se trata de un trabajo conciso y difícil, faltando en ella ejemplos numéricos de las reglas enunciadas, por lo que necesitaba de un comentario, que realizó Alcalasadi.

Ibn Al-Haytham. V. Al-Hazen.

Ibn Al-Husayn (s. XI). Matemático árabe, de Oriente. Se ocupó del problema de la duplicación del cubo y de los “tripletes pitagóricos”, demostrando, por ejemplo, que el número mayor es siempre supuesto primo con los otros dos (múltiplo de 12) más 1 o más 5.

Ibn Al Samh al-Muhandis (Abu-I-Qasim Asbag Ibn Muhammad al-Garnati) (979-1035). Matemático, astrónomo, médico y gramático hispanoárabe. Probablemente nació en Córdoba. Perteneció a la escuela cordobesa de Maslama. Fundó una academia en Granada donde enseñaba matemáticas y astronomía. Sus conocimientos en aritmética y geometría, así como en astronomía, gramática y medicina eran muy profundos. Escribió el *Libro de los planetarios* (1026), que mandó traducir y arreglar Alfonso X, con el nombre de *Libro de los instrumentos de las láminas de los siete planetas*. También escribió un comentario a la obra de Euclides en forma de introducción a la geometría, un libro acerca de la naturaleza de los guarismos, una historia de la física, un libro de geometría mayor, un tratado sobre la construcción del astrolabio, otro sobre el empleo del astrolabio, unas tablas astronómicas, un compendio sobre el arte del cálculo y un libro del arte del cálculo.

Ibn Ash-Shatir (1305-1375). Matemático sirio. Diseñó un astrolabio que podía resolver todos los problemas normales de la astronomía esférica de cinco formas diferentes.

Ibn Badr (Abenbeder, de los latinos) (s. XIII). Matemático árabe español. Escribió un tratado de álgebra en el que plantea problemas como el siguiente: “Si se te dice: Dos hombres se encuentran, teniendo cada uno de ellos un capital; dice uno de los dos a su compañero: si me das de lo que tú tienes tres unidades, las añado a lo que tengo y tendré lo mismo que te queda; dice el segundo: si tú me das de lo que tienes seis unidades, las añado a lo que tengo y tendré dos veces lo que te queda, ¿Cuánto tiene cada uno? La regla para esto es que supongas lo que tiene el primero como una cosa

menos tres, y lo que tiene el segundo como una cosa más tres unidades. Como toma el primero tres del segundo, teniendo el primero una cosa menos tres, tendrá el primero en su mano la cosa y quedará en la mano del segundo la cosa. Dijo el segundo, que tiene una cosa más tres, al primero, que tiene una cosa menos tres: si me das de los que tú tienes seis unidades tendré dos veces lo que te queda; reúne pues el segundo una cosa más nueve y queda en la mano del primero una cosa menos nueve. La cosa más nueve ha de ser igual a dos veces la cosa menos nueve, esto es, dos cosas menos dieciocho. Aplica el “chéber” y “almacábala”: tendrás una cosa más veintisiete igual a dos cosas. La cosa es igual a veintisiete. Tenía el primero una cosa menos tres, luego en la mano del primero hay veinticuatro, y en la mano del segundo una cosa más tres, que son treinta”.

Ibn Junus (h. 950-1008). Matemático árabe. Contemporáneo y paisano de Al-Hazen. En su obra aparece por primera vez empleados en el cálculo, los conceptos de tangente y cotangente. Conocía las fórmulas del seno y del coseno del arco mitad. Publicó unas tablas astronómicas con soluciones geométricas de problemas de geometría esférica. Introdujo la siguiente fórmula trigonométrica: $2\cos x \cos y = \cos(x + y) + \cos(x - y)$, que es una de las cuatro fórmulas que transforman productos en sumas, utilizadas en la prostaféresis.

Ibn Muad, Ibrahim (m. 1093). Matemático hispanoárabe nacido en Jaén, ciudad de la que fue cadí. Fue conocedor y comentarista de las obras de Euclides. Escribió *Libro de las incógnitas del arco y la esfera*, primer tratado de trigonometría como ciencia autónoma, no superado hasta finales del s. XVI por Viète. El libro consta de dos partes: en la primera se expone la teoría y en la segunda se plantean problemas cuya solución se basa en los postulados de la primera parte. Realizó el cálculo de la altura de la atmósfera, cuantificándola en 83,86 km, sobre la base de cuatro parámetros: la circunferencia terrestre que cuantificó en 38.624,25 km; el tamaño relativo del Sol y la Tierra con una relación de sus radios de 5,5 a 1; la distancia media de la Tierra al Sol, valorada en 1.110 radios terrestres; y los ángulos de depresión de los crepúsculos. Este cálculo tuvo vigencia durante casi seiscientos años, hasta que Kepler introdujo la variable de la refracción de la luz en la atmósfera.

Ibn Musa, Muhamad. V. Al-Khuwarizmi.

Ibn Qurra, Tábit. V. Tábit ibn Qurra.

Ibn Rusd. V. Averroes.

Ibn Sayyid (s. XI-XII). Matemático hispanoárabe nacido en Valencia. Sus principales trabajos se efectuaron sobre teoría de números, cónicas, curvas planas y alabeadas y en astronomía, con la construcción de un globo terrestre que permitía apreciar de un golpe de vista las posiciones de las estrellas en relación con la eclíptica.

Ibn Sina. V. Avicena.

Ibn Sinan. V. Ibrahim ibn Sinan

Ibrahim ibn Sinan (909-946). Matemático musulmán. Nieto de Tábit ibn Qurra, que amplió la obra de éste sobre la cuadratura de la parábola.

Il Vignola. V. Barozzi, Jacopo.

Imhotep (h. 2700 a.C.). El escriba y matemático egipcio Ahmes (h. 1650 a.C.), autor del papiro Rhind, indica que el contenido de su obra procede de épocas anteriores, aproximadamente de comienzos del segundo milenio a.C. Parece posible que parte de este contenido proceda de Imhotep (h. 2700 a.C.), el casi legendario arquitecto y médico del faraón Zoser, que dirigió la construcción de su pirámide (V. Ahmes).

Inhelder, Bärbel (1913-1997). Psicóloga suiza. Nació en St. Gall. Estudió en la Universidad de Ginebra donde enseñó hasta su jubilación. Tanto Szeminska como Inhelder colaboraron con Piaget en los estudios sobre cantidad, número, lógica, movimiento, tiempo, velocidad, medición, probabilidad, espacio y geometría, en relación con la enseñanza de las matemáticas. Los estudios de Piaget e Inhelder sobre la evolución de las ideas de aleatoriedad y probabilidad en niños y adolescentes, influyeron importantemente en la educación estadística de los años 1960-1980. Consideraron que la comprensión de la idea de probabilidad requería el razonamiento proporcional y combinatorio, por lo que la enseñanza de la probabilidad y la estadística se retrasaba hasta los 14 ó 15 años e incluso a los estudios universitarios. Publicó *El crecimiento del pensamiento lógico de la niñez a la adolescencia* (1958), *La psicología del niño* (1966), *La concepción del espacio* (1967).

Initius Algebras (s. XVI). Autor legendario de un texto de álgebra, que contiene aclaraciones de Andreas Alexander de Regensburgo.

Íñigo, Baltasar (1656-1746). Sacerdote, matemático y físico español. Nació en Valencia. Doctor en teología. Congregó en su casa una Academia Matemática (hacia 1686) a la que asistían personajes como Tomás Vicente Tosca y Juan Bautista Corachán, siguiendo el modelo de las sociedades científicas europeas. En ella se trataban temas de matemáticas, geometría, álgebra, física, mecánica, arquitectura civil y militar, balística, óptica e ingeniería. No se conservan obras suyas, sino algunos apuntes a libros de Millet y Joblot, una tabla de alcances en el tiro de proyectiles en función del ángulo de tiro y una tabla de alturas solares.

Ishaq b. Hunayn. V. Hunayn, Ishaq b.

Isidoro de Mileto (h. 532). Matemático y arquitecto griego. Probablemente nació en Mileto. Fue jefe de la escuela de Atenas, sustituyendo a Marino de Neápolis (éste había sustituido a Proclo). Fue maestro de Damascio de Damasco y de Eutocio. Pudo haber escrito una parte del libro XV de los *Elementos* de Euclides, atribuido a su discípulo Damascio. Junto con Artemio de Tralles edificó la basílica de Santa Sofía en Constantinopla (terminada en 537). Probablemente se le debe la construcción de la parábola con una escuadra en forma de T y una cuerda. Isidoro, junto con Artemio y Eutocio, forman el llamado grupo de Constantinopla, gracias al cual, en gran medida, se conservan las versiones griegas de las obras de Arquímedes y de los cuatro primeros libros de las *Cónicas* de Apolonio.

Isidoro de Sevilla, San (h. 560-636). Teólogo y Padre de la Iglesia de la España visigoda. Posiblemente nació en Cartagena. Hermano de San Leandro, a quien sustituyó como obispo de Sevilla (600-636), de San Fulgencio, obispo de Cartagena y de Astigi (hoy, Écija), y de Santa Florentina, quizá abadesa de cuarenta conventos (son los llamados Cuatro Santos de Cartagena). Isidoro presidió los concilios de Sevilla (619) y Toledo (633). De los veinte libros que comprenden sus *Etimologías*, el tercero está dedicado a la matemática, esto es, aritmética (breve resumen de la obra de Boecio), música, geometría y astronomía. Esta obra abarca todas las disciplinas de su época, desde astronomía a medicina, con definiciones y clasificaciones, sirviendo de modelo de las futuras enciclopedias medievales. Escribió también, *Historia de los godos*, *Crónica universal*, *Varones ilustres de España*, *Tres libros de sentencias*, *Cuestiones sobre el Antiguo Testamento*, *Origen y muerte de los Padres*, *Los dos libros sobre las diferencias*, *La naturaleza de las cosas*, *El orden de las criaturas*, *Moral en Job*, *Sobre los oficios eclesiásticos*, *Sinónimos*.

Ivory, James (1765-1842). Matemático británico. Nació en Dundee (Escocia). Estudió en la Universidad de St. Andrews y en la de Edimburgo. Enseñó en la Academia de Dundee durante tres años, dedicándose después a una empresa de hilatura, como socio y gerente. Disuelta ésta (1804), enseñó en el Real Colegio Militar de Marlow, posteriormente trasladado a Sandhurst. Estudió (1809) las cuádricas homofocales al considerar la atracción de un elipsoide homogéneo (problema de Kepler). Representó las funciones armónicas por medio de un cociente diferencial (1824).

Izquierdo, Sebastián (1601-1681). Matemático, lógico y filósofo español. Nació en Alcaraz (Albacete). Estudió en Alcalá, ingresando en la Compañía de Jesús, en cuyos Colegios (Alcalá, Murcia, Madrid) enseñó teología y filosofía. Fue nombrado censor de la Inquisición, y posteriormente Asistente del Propósito General de la Orden, trasladándose a Roma. Conoció la obra de Tartaglia. Escribió un tratado sobre metodología y propedéutica, obra en la que se esbozan los caminos que más tarde recorrerá Leibniz, y donde se exponen algunas ideas originales sobre matemática y lógica. También escribió sobre combinatoria.

Izquierdo Asensi, Fernando (h. 1978). Ingeniero español. Doctor en ingeniería de la construcción. Fue profesor de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid. Es autor o coautor de *Fórmulas y propiedades geométricas*, *Ejercicios de geometría descriptiva*, *Construcciones geométricas*, *Geometría descriptiva* (obra declarada de utilidad pública, recomendada en diversos Centros y Escuelas Técnicas y Superiores de Arquitectura e Ingeniería de España e Hispanoamérica, 1978).

Izydorek, Marek (h. 2000), Matemático polaco. Profesor en el Instituto de Matemáticas de la Universidad Tecnológica de Gdansk. Ha realizado, como Jiang, Kelly, Wong y Zhang, recientes investigaciones sobre la teoría del punto fijo (V. Jiang).

J

Jabir b. Aflah. V. Gabir ibn Aflah.

Jacobi, Karl Friedrich Andreas (1796-1855). Matemático alemán. Nació en Pforta (Sajonia-Anhalt). Investigó sobre la teoría del triángulo (1825). Introdujo varios teoremas provenientes de Carnot, Gergonne y Steiner, en su traducción de la obra de Swinden, *Elementos de geometría* (1834).

Jacobi, Carl Gustav Jacob (1804-1851). Matemático alemán. Nacido en Potsdam (Prusia), fue el segundo hijo de la familia de un próspero banquero judío. Estudió filología y matemáticas en la Universidad de Berlín. Se convirtió al cristianismo. En 1827 fue profesor de la Universidad de Königsberg (hoy, Kaliningrado). En 1842 tuvo que dejar su puesto por su mala salud, viajando a Italia para reponerse. A su regreso en 1844, obtuvo una cátedra en Berlín. El gobierno prusiano le otorgó una pensión, retirándose en Berlín, donde murió. Se ocupó de casi todas las ramas de las matemáticas. Enseñó funciones elípticas durante muchos años. Sus lecciones sirvieron para construir la teoría de funciones. También trabajó en determinantes funcionales (jacobianos), ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, dinámica, mecánica celeste, dinámica de fluidos y funciones e integrales hiperelípticas. Dedujo la ley de inercia de las formas cuadráticas reales. Encontró que el producto de dos matrices según sus líneas se anula cuando el número de éstas es mayor que el de las columnas. En 1841 publicó una larga memoria con el título *Sobre los determinantes funcionales*, donde exponía todos los teoremas fundamentales sobre determinantes funcionales, a uno de los cuales Sylvester denominó “jacobiano”, deduciendo un teorema sobre la paradoja de Euler-Cramer. Demostró que su determinante funcional se puede considerar, desde diversos puntos de vista, como lo análogo para funciones de varias variables, del cociente diferencial de una función de una sola variable. También demostró que si un conjunto de n ecuaciones de n variables son funcionalmente dependientes, su jacobiano se anula idénticamente, mientras que si son independientes, el jacobiano no puede ser idénticamente nulo. Utilizó los determinantes funcionales en el cambio de variables de una integral múltiple. Estudió la transformación ortogonal de una forma general cuadrática en una suma de cuadrados. Dedujo la ley de reciprocidad para los restos cúbicos. Estudió las formas cuaternarias. Estudió las funciones aleph, caso particular de las funciones de Wronski. Encontró la solución por medio de una integral definida para las ecuaciones lineales con varias incógnitas. Investigó el método de eliminación de Euler-Bézout. Continuó los trabajos de Gauss sobre integración mecánica. Representó las funciones armónicas por medio de un cociente diferencial. Estudió la fórmula de Lagrange sobre interpolación. Aplicó su método del último multiplicador en la integración de las ecuaciones diferenciales de la mecánica. En un artículo de 1837 y en conferencias sobre dinámica de 1842 y 1843, publicadas en 1866 en sus *Lecciones sobre dinámica*, Jacobi demostró que el proceso de Hamilton es susceptible de invertirse, de forma que se pueden encontrar coordenadas que hagan al hamiltoniano H tan simple como sea posible, y entonces las ecuaciones diferenciales del movimiento se integrarían fácilmente, tras resolver la ecuación diferencial parcial llamada de Hamilton-Jacobi. Se ocupó del cálculo de variaciones, donde introdujo la teoría de los puntos conjugados y el concepto de campo de extremales. Investigó la ecuación cúbica de los tres pares de rectas que se contienen en un haz de cónicas. Amplió el empleo de las coordenadas elípticas al espacio de n dimensiones, utilizándolas en la resolución de ecuaciones diferenciales. Estableció por medio de funciones elípticas una condición general para el caso de dos circunferencias y un valor cualquiera de n , en relación con el problema de construir un polígono de n lados inscrito en una circunferencia y circunscrito a otra. Estudió el problema de los ejes de una cuádrica, considerando las direcciones conjugadas a una cuádrica y una esfera. Investigó sobre las cónicas límites en los sistemas homofocales y sobre los conos homofocales. Redujo, como Cauchy y Plücker, la determinación del tetraedro conjugado común

al haz de cuádricas, al problema de la transformación simultánea en una suma de cuadrados. Demostró que los centros de curvatura de una curva alabeada no forman una evoluta. Publicó *Fundamento de la nueva teoría de las funciones elípticas* (1829), donde sistematizó el estudio de las funciones elípticas mediante el algoritmo de las series, lo que le condujo a la deducción de diversos teoremas sobre la representación de números por una suma de cuadrados. Descubrió la relación de las sumas llamadas de Gauss con las funciones elípticas. Descubrió independientemente de Gauss y Abel, la doble periodicidad de las funciones elípticas. Estableció las correspondientes ecuaciones diferenciales para el caso hiperelíptico. En sus cálculos observó la periodicidad múltiple de las integrales hiperelípticas. Planteó el problema de la inversión de las integrales de Abel para el caso hiperelíptico, pero ya en cualquier género p , encontrando que es necesaria la introducción de p sumas, cada una de p integrales, si se ha de comprobar la analogía con las funciones elípticas y con las trigonométricas. Presentó las funciones *zeta* en forma de series trigonométricas (que convergen absolutamente y uniformemente en cualquier región acotada del plano z) y en productos infinitos, siendo dichas funciones los elementos más simples a partir de los cuales se pueden construir las funciones elípticas. Jacobi obtuvo relaciones entre las funciones *zeta* y la teoría de números. Desarrolló de un modo más exacto la teoría de la media aritmético-geométrica publicada por Gauss, e hizo lo mismo con la transformación de Landen-Gauss.

Con la labor de Abel y Jacobi acerca de las funciones elípticas, se vincula un significativo incidente que muestra la evolución que estaba experimentando el concepto de la matemática frente a la ciencia natural. En el mismo año de su muerte (1829) Abel, en un trabajo publicado en el *Journal de Crelle*, había hecho mención de la memoria que había enviado a la Académie de París (V. Abel). A este respecto, Jacobi interrogó a Legendre, quien manifestó que la memoria de Abel era ilegible y que se había solicitado inútilmente al autor un manuscrito mejor. Sin embargo se sospechó que lo ocurrido se debía a que los matemáticos franceses, muy ocupados en cuestiones de física matemática -calor, elasticidad, electricidad- descuidaban las cuestiones de matemática pura. Lo cierto es que, al comentar la obra de Jacobi sobre las funciones elípticas, Poisson recordó un reproche de Fourier a Abel y Jacobi por no ocuparse de cuestiones de física matemática. La contestación de Jacobi, en carta (1830) dirigida a Legendre, expresa: “Poisson no debía haber reproducido una desgraciada frase de Fourier que nos reprocha, a Abel y a mí, por no ocuparnos del movimiento del calor. Es cierto que Fourier estima que la finalidad principal de la matemática es la utilidad pública y la explicación de los fenómenos naturales, pero un filósofo como él debería saber que la única finalidad de la ciencia es el honor del espíritu humano y que, en consecuencia, una cuestión de la teoría de números tiene un valor tan grande como una cuestión de los sistemas de los mundos”. Esta proclamación de independencia del análisis y de la matemática con respecto a la ciencia natural son contemporáneas con el advenimiento de las geometrías no euclídeas que proclamaban igual independencia de la geometría y de la matemática frente al yugo del mundo exterior. De ahí que pueda fecharse hacia 1830 (fecha oficial del lanzamiento del movimiento romántico) el grito inicial de la autonomía de la matemática. Dado que números y análisis se elevaron por encima de la geometría, Jacobi, parafraseando la expresión de Platón “Dios geometriza eternamente”, llegó a decir: “Dios aritmetiza permanentemente” (Poincaré dirá “La matemática ha sido aritmetizada”).

Jacobo de Cremona (h. 1450). A instancias del papa Nicolás V, tradujo al latín parte de las obras de Arquímedes (1450).

Jámblico de Calcis (250-325). Matemático y filósofo neoplatónico, iniciador de la escuela neoplatónica de Siria. Escribió *Colección de las doctrinas pitagóricas*, cuya primera parte es una introducción filosófica a las matemáticas, incluyendo unos comentarios a la *Aritmética* de Nicómaco. Demostró, bien con casos particulares, bien mediante números figurados, las siguientes propiedades, todas ellas de fácil comprobación: Los números perfectos terminan en 6 o en 8 (calculó el quinto número perfecto: 33.550.336); el octuplo de un número triangular más 1 es un cuadrado; un número rectangular, cuyos factores difieren en dos unidades, más 1, es un cuadrado; la suma de dos números triangulares, de orden alternado, menos 1, es un heteromeco; si se tienen tres números consecutivos, el último de los cuales es múltiplo de 3, si se suman sus cifras, y de este resultado vuelven a sumarse sus cifras, y así sucesivamente, el resultado final es siempre el número 6. También en esta obra aparece la

llamada epantema (superfloraciones) de Timaridas, a la que Jámblico reduce a un par de sistemas indeterminados, de los que da la solución mínima en números enteros.

James, R. C. (h. 1955). Publicó *Topología combinatoria de superficies* (1955) y junto con Glenn James, *Diccionario de matemáticas* (1959).

Jamnitzer, Wenzel (1507/1508-1585). Orfebre, pintor y grabador alemán. Nació en Viena. En 1534 se instaló en Nuremberg. En 1568 publicó *Perspectiva de los cuerpos regulares*, que contiene más de cien dibujos en perspectiva, representando los cuerpos regulares y algunos de los no regulares.

Janvier, Claude (h. 1978). Matemático y pedagogo canadiense. Su tesis doctoral *Interpretación de los grafos complejos cartesianos que representan situaciones, estudios y experimentos en la enseñanza* (1978), tuvo una gran repercusión en el tratamiento de la enseñanza de las funciones, especialmente en los libros de texto británicos y también en los españoles.

Jauer, Cristóbal Rudolff de (1499-1545). Matemático alemán, nacido en Jauer (hoy, Jawor, Silesia, Polonia). Escribió una obra sobre el *Coss* (al álgebra se le llamaba así por la palabra italiana *cosa* que significa *causa*; a los signos utilizados se les llamaba *cósicos*), en donde por primera vez aparece impreso el actual signo radical.

Jean, R. (h. 1975). El trabajo de Riesz (1910) sobre los espacios de funciones hoy denominados “de Lebesgue”, impulsó el desarrollo del análisis funcional hasta tal punto que Jean afirmó (1975) que el análisis funcional es “una teoría de la integración avanzada, sin signo integral”.

Jean de Meurs (en latín, de Muris) (h. 1290-h. 1351). Filósofo y matemático francés. Natural de Normandía. Fue profesor en la Sorbona. Escribió numerosas obras sobre matemáticas, astronomía y música. En el siglo XVI seguía siendo muy utilizada su versión de la *Aritmética* de Boecio. Su mejor obra, *Quadripartitum numerorum*, que sin embargo nunca ha sido publicada completamente, contiene, redactados en verso con comentarios en prosa, cálculo numérico y álgebra, incluso ecuaciones de segundo grado, expuestas de forma análoga a la empleada por Al-Khuwarizmi y Fibonacci, pero con bastante originalidad. Escribió también *Ars novae musicae* (1319) donde apoya los grandes cambios ocurridos en aquel siglo en el estilo de la música y en su notación.

Jeffreys, Harold (1891-1989). Astrónomo y geofísico inglés. Nació en Fatfield (Durham). Se doctoró (1917) en Newcastle-upon-Tyne. Trabajó en la Oficina Meteorológica (1917-1922). Profesor en Cambridge de matemáticas (1923-1932), de geofísica (1932-1946) y de astronomía (1945-1958). En relación con ecuaciones diferenciales de la forma $y'' + \lambda^2 q(x, \lambda)y = 0$, donde λ es un parámetro positivo grande, pudiendo ser x real o complejo, la solución se suele dar con un término de error en función de λ . La aproximación más general y precisa de este término aparece explícitamente en artículos de Wentzel (1926), Kramers (1926), Brillouin (1926) y Jeffreys (1923), conociéndose dicha aproximación como la solución *WKB*. Todos ellos fueron físicos que trabajaron en teoría cuántica con la ecuación de Schrödinger. La aplicación de la solución *WKB* para valores grandes de λ da dos soluciones para $x > 0$ y otras dos para $x < 0$, y falla para los valores de x tales que $q = 0$. La cuestión de cuál es la solución válida sobre el intervalo en el que se trata de resolver la ecuación diferencial, se resuelve con las llamadas fórmulas de conexión, cuyo primer tratamiento sistemático fue realizado por Jeffreys, que obtuvo fórmulas de conexión por medio de series asintóticas y por medio de una ecuación de aproximación. Entre otras obras, publicó *La Tierra: su origen, historia y su constitución física* (1924), *Inferencia física* (1931), *Tensores cartesianos* (1931), *Terremotos y montañas* (1935), *Métodos de física matemática* (1946).

Jennings, L. S. (h. 1979). En relación con el análisis matemático del gesto deportivo mediante fotogrametría tridimensional, se producen ciertos errores en el proceso de obtención de las coordenadas espaciales, unos asociados a las lentes de las cámaras, y otros generados en la obtención de las coordenadas digitalizadas debidos al error aleatorio producido por el realizador de la digitalización. Así surge la necesidad de evaluar la primera y segunda derivada temporal de las

funciones posición-tiempo, utilizando técnicas de ajuste basadas en diferencias finitas de primer y segundo orden, mínimos cuadrados, filtrados digitales, series de Fourier, etc. La más extendida es la que se basa en el ajuste de datos a funciones spline de quinto grado, donde el ajuste se hace a trozos en lugar de utilizar un solo polinomio. Jennings expuso esta técnica en *Sobre el uso de las funciones spline para ajustar datos* (con J. A. Wood, 1979).

Jensen, R. K. (h. 1993). Para el análisis dinámico de un sistema coordinado (el cuerpo humano) en movimiento, el hecho de conocer la localización de su centro de gravedad tiene especial relevancia. En la biomecánica deportiva es necesario definir el número de segmentos que componen el modelo humano, conocer la localización del centro de gravedad de cada segmento y determinar su peso, permitiendo la localización del centro de gravedad del sistema total. Jensen (1993), como Hatze (1980) y Yeadon (1990), resolvieron estos problemas de forma experimental, mediante la definición geométrica de dichos segmentos y su descripción matemática. Jensen escribió *Cambios en las proporciones de los segmentos entre cuatro y veinte años* (1989), *Morfología humana: su papel en la mecánica del movimiento* (1993).

Jeong Kim, H. (n. 1961). Ingeniero surcoreano. Emigrado a Estados Unidos, estudió en la Universidad de Maryland, donde fue profesor en los departamentos de ingeniería eléctrica y computación e ingeniería nuclear. Junto con R. Albert y A. L. Barabási, descubrieron (1999) que la probabilidad del número de enlaces de entrada y salida de una página en la web sigue una ley de potencias del tipo $k^{-\gamma}$. La probabilidad de que una página web tenga k enlaces (grado de salida k) es proporcional a $k^{-2.45}$, mientras que la probabilidad de que esté apuntada desde k páginas (grado de entrada k) es proporcional a $k^{-2.1}$.

Jerabek, V. (h. 1846). Profundizó en la geometría del triángulo (1888). La hipérbola equilátera circunscrita a un triángulo y que pasa por su circuncentro, lleva el nombre de Jerabek. Estudió (1846) la curva cuártica que lleva su nombre.

Jerrard, George Birch (1804-1863). Matemático inglés. Nació en Cornwall (Cornualles). Estudió en el Trinity College de Dublín (1821-1827). Demostró que se puede hallar una transformación de Tschirnhausen que elimina los términos de grado $n-1$, $n-2$ y $n-3$ de cualquier ecuación polinómica de grado $n > 3$, pero la potencia del método quedó fuertemente limitada por el hecho de que las ecuaciones de grado mayor o igual que cinco no son, en general, resolubles algebraicamente. Publicó *Investigaciones matemáticas* (1832-1835).

Jevons, William Stanley (1835-1882). Lógico inglés. Nació en Liverpool. Estudió ciencias naturales en el University College de Londres, dejando sus estudios para trabajar en Sidney como ensayista (1854). Volvió a Inglaterra en 1859, escribiendo entonces *Teoría matemática general de economía política* (1862), *Caída importante del valor del oro* (1863), *La cuestión del carbón* (1865). Fue profesor de economía política en el Owens College de Manchester (1866), y en el University College de Londres a partir de 1876. Miembro de la Royal Society (1872). Escribió también *Teoría de economía política* (1871), *El estado y el trabajo* (1882). Sobre lógica y métodos científicos destaca su *Principios de la ciencia* (1874).

Jiang, Bin (h. 1983). Profesor de ciencias de la computación y sistemas de información en la Universidad de Portland Oregón. Estrechamente relacionada con la teoría de campos vectoriales está la teoría de aplicaciones continuas de variedades en sí mismas y, en particular, los resultados relativos a la existencia de puntos fijos para tales aplicaciones (se dice que un punto es punto fijo para una aplicación dada si su imagen coincide con él mismo). Poincaré, Lefschetz, Hopf analizaron distintos aspectos de la teoría de puntos fijos, siendo J. Nielsen quien estableció el interés por el mínimo número de puntos fijos en una clase de homotopía. Las investigaciones de Nielsen al respecto, han sido expuestas por B. Jiang en su obra *Lecciones sobre la teoría de punto fijo de Nielsen* (1983).

Jiménez Guerra, Pedro (n. 1951). Matemático español. Nació en Madrid. Miembro de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Doctor en ciencias matemáticas por la

Universidad Complutense de Madrid. Es catedrático de análisis matemático de la Universidad Nacional de Educación a Distancia. Es autor, o coautor, de *Sobre una generalización del teorema de Hahn-Banach* (1974), *Estabilidad del tensor producto* (1978), *Criterios de convergencia de redes de medidas de conjuntos Riemann-integrables* (1980), *Estabilidad de la convergencia débil de medidas* (1983), *Álgebra* (1980, 1984), *Representación de operadores por integrales bilineales* (1987), *Operadores y espacios LP* (1989), *Sobre el operador de Hardy-Littlewood reiterado* (1993), *Martingalas y arbitraje: nuevo punto de vista* (2009).

Jiménez Rueda, Cecilio (1858-h. 1911). Matemático español. Nació en Atarfe (Granada). Estudió en las Universidades de Granada y Madrid, doctorándose en Ciencias fisicomatemáticas. Fue profesor en Madrid y Valencia Miembro de la comisión organizadora que elaboró el proyecto de la Sociedad Matemática Española, que fue creada en 1911, y para cuya revista escribió artículos como *Sobre el número de polígonos semirregulares* (1911). Publicó *Prolegómenos de aritmética universal*, *Tratado de formas geométricas de primera categoría*, *Tratado de las de segunda categoría*, *Lecciones de geometría métrica y trigonometría*.

Jiménez Sánchez, Eulogio (1834-1884). Matemático español. Nació en Mérida (Toledo). Estudió Ciencias Exactas en la Universidad Central en Madrid. Trabajó en el Observatorio Astronómico de Madrid (1860-1884). Renovó los estudios de Aritmética y Análisis matemático. Escribió *Tratado elemental de la teoría de números* (1879).

Joachimsthal, Ferdinand (1818-1861). Matemático alemán. Nació en Goldberg (hoy, Złotoryja, Silesia, Polonia). Estudió en Berlín y enseñó en Berlín, Halle y Breslau. Fue el primero en dar la ecuación paramétrica de la recta en su forma $x = (x_1 - \lambda x_2)/(1 - \lambda)$, utilizándola en su teoría de las polares (1846). Estudió la geometría de las cónicas. Demostró el teorema que lleva su nombre en relación con los pies de las normales trazadas desde un punto a una cónica. Estudió la ecuación correspondiente a los pies de las normales trazadas desde un punto a una cuádrica. Aplicó la teoría de los determinantes a la geometría. Puso en forma de determinante la condición para que cinco puntos sean coesféricos (1850). Demostró el teorema que lleva su nombre (1846): Si dos superficies tienen a una determinada curva como línea de curvatura, las dos superficies se cortan a lo largo de dicha curva bajo ángulo constante (V. Bonnet). Estudió las superficies en las que uno de los sistemas de líneas de curvatura está situado sobre los planos de un haz, mientras que las del segundo son curvas esféricas en las que los centros de las correspondientes esferas se encuentran sobre el eje del haz (1848).

Joannes Arcerius de Groninga. V. *Arceriano*, *Código*.

Johannes von Gemunden (Juan de Gemund) (h. 1380- 1442). Humanista, dedicado a las matemáticas y la astronomía en la Universidad de Viena.

John, Fritz (1910-1994). Matemático alemán. Estudió en Gotinga. Emigró a Inglaterra, siendo asistente de Courant en Cambridge. Fue uno de los más de 130 matemáticos europeos huidos del régimen nacionalsocialista de Hitler, que encontraron un puesto en las universidades de Estados Unidos. Enseñó en las Universidades de Kentucky y de Nueva York. Investigó en ecuaciones en derivadas parciales, geometría convexa y ondas no lineales.

John of Halifax. V. Sacrobosco, Johannes de.

John of Hollywood. V. Sacrobosco, Johannes de.

Johnson, R. A. (h. 1929). Publicó *Geometría moderna* (1929), tratado de geometría euclídea avanzada.

Jones, James (h. 1970). En relación con el problema décimo de los planteados por Hilbert en 1900 (V. Hilbert), referente a la resolubilidad de una ecuación diofántica, Jones encontró un ejemplo que no

podía solucionarse por ningún algoritmo, consistente en un sistema de 18 ecuaciones de grado máximo 560 en 33 variables.

Jones, Owen (1809-1874). Diseñador, arquitecto y escritor inglés. Nació en Londres. Estudió en la Royal Academy. En 1833-1834 viajó al Oriente cercano y a España (Granada), estudiando el diseño islámico. Trabajó como decorador de interior e ilustrador de libros. Fue superintendente de los trabajos de la Exposición de Inglaterra de 1851, especialmente en lo tocante al Palacio de Cristal, construido en hierro y cristal empleando partes prefabricadas. Publicó *Gramática de los ornamentos* (1868), estudio de los diseños decorativos, enfatizando en el color y en la aplicación de principios lógicos en el diseño de los objetos cotidianos, así como en los diseños repetitivos que rellenan un plano.

Jones, Vaughan Frederick Randal (n. 1952). Matemático neozelandés. Nació en Gisborne. Estudió en la Universidad de Auckland. Profesor en la Universidad de California, Berkeley. Investigó sobre los polinomios de nudos (polinomio de Jones). Galardonado con la medalla Fields 1990.

Jones, William (1675-1749). Matemático británico. Nació en Anglesey (Gales). Utilizó por primera vez la letra π con el mismo objetivo que se usa desde entonces, en su obra *Nueva introducción a la matemática* (1706). Realizó la primera exposición sistemática (1742) de los logaritmos como exponentes, en la introducción de la *Tabla de logaritmos* de William Gardiner (Euler definió los logaritmos como exponentes en su *Introductio in analysis infinitorum*). Estudió las propiedades de los grupos de cónicas y diversas cuestiones de topología. Comprobó que la característica de Euler de una superficie cerrada de dos caras de género p es $2-2p$ (se llama característica de Euler de una superficie al número de lados más vértices menos aristas de una triangulación sobre dicha superficie).

Jonquière, Ernest Jean Philippe Fauque de (1820-1901). Almirante y matemático francés. Nació en Carpentras (Vaucluse). Estudió en la Escuela Naval de Brest (1835). Desempeñó funciones en el Consejo del Almirantazgo en París (1848 a 1850), donde se interesó por la geometría, publicando su *Tratado de geometría* (1852). Realizó diversas misiones navales, siendo enviado a Indochina (1865). Fue nombrado almirante (1874). Tras su jubilación, investigó en teoría de ecuaciones, teoría de números, propiedades de los grupos de cónicas, poliedros y diversas cuestiones de topología (1890).

Jordan, Marie-Ennemond Camille (1838-1922). Matemático e ingeniero francés. Nació en Lyon. Estudió en la École Polytechnique. Ejerció su carrera de ingeniero hasta 1885. Desde 1873 hasta su jubilación en 1912, fue profesor de la École Polytechnique de París y del Collège de Francia. Miembro de la Académie des Sciences desde 1883. Estudió el concepto curva, en su *Curso de análisis* (1882), estableciendo una noción de curva muy general, la llamada “curva de Jordan”, como conjunto de puntos en correspondencia biunívoca y continua con los puntos de un segmento. Las coordenadas de dicha curva están dadas por las ecuaciones $x = f(t)$, $y = g(t)$, siendo las funciones de t continuas en cierto segmento (t_0, t_1) . Para algunos propósitos Jordan quería restringir sus curvas de manera que no poseyeran puntos múltiples, y requirió entonces que $f(t) \neq f(t')$ y $g(t) \neq g(t')$ para t y t' entre t_0 y t_1 , es decir, que para cada (x, y) de la curva hubiese un solo valor de t . Tales curvas reciben el nombre de curvas de Jordan. Estas curvas resultaron muy heterogéneas y frecuentemente muy complejas, aun más cuando Peano descubrió que existen curvas de Jordan que pueden llenar totalmente todos los puntos interiores de cierto cuadrado. A Jordan le corresponde el mérito de haber dado el paso más atrevido y definitivo en la teoría del contenido (“étendue”) de todo el siglo XIX. Con el desarrollo de esta teoría, Jordan demostró la propiedad de aditividad: El contenido de la suma de un número finito de conjuntos disjuntos con contenido definido, es la suma de los contenidos de los mismos. Esta conclusión tenía una importante aplicación en la teoría de integrales dobles extendidas a una región plana, que Jordan incluyó en la segunda edición (1893) de su *Curso de análisis*. Tras la definición de contenido interior y conjunto medible, Jordan define la integral de una función sobre un tal conjunto reformulando la definición de las sumas inferior y superior de Riemann-Darboux para admitir particiones del recinto de integración en conjuntos medibles arbitrarios, no sólo en intervalos. Así, su teoría del contenido y la de la integración riemanniana resultan totalmente compatibles: los contenidos interior y exterior y la medibilidad se corresponden con las integrales inferior y superior y la

integrabilidad según Riemann, y la integral de Riemann de una función sobre un intervalo acotado coincide con el contenido del conjunto de ordenadas de la función, cuando este conjunto es medible.

Escribió *Tratado de las sustituciones y de las ecuaciones algebraicas* (1870), donde hizo la primera presentación clara y completa de la teoría de Galois, llevando a cabo un estudio sobre los grupos finitos de las sustituciones, poniendo de relieve la teoría de grupos como factor de unificación de sectores diversos de las matemáticas, resumiendo los resultados de dicha teoría en su aplicación a la teoría de números, teoría de funciones y geometría algebraica, y siendo el primero en añadir conceptos significativos a la teoría de Galois. Definió el grupo de sustituciones como una colección de sustituciones tales que el producto de dos miembros cualesquiera de la colección pertenece a la colección. Las demás propiedades del grupo de sustituciones las incorporó como propiedades obvias de tales grupos o como condiciones adicionales, no especificadas en la definición. Expuso las nociones de isomorfismo y homomorfismo, siendo ésta última una correspondencia de varios-a-uno entre los dos grupos, tal que $ab = c$ implica $a'b' = c'$. También añadió importantes resultados sobre grupos transitivos y compuestos. En el libro también se contiene la solución de Jordan al problema propuesto por Abel, de determinar las ecuaciones de un grado dado que son resolubles por radicales y reconocer si una ecuación dada pertenece o no a esta clase. Los grupos de las ecuaciones solubles son conmutativos, llamándolos Jordan abelianos, término utilizado desde entonces.

En su ensayo *Memoria sobre los grupos de movimientos* (1868), Jordan señala que la determinación de todos los grupos de movimientos (únicamente consideraba traslaciones y rotaciones) es equivalente a la determinación de todos los posibles sistemas de moléculas tales que cada movimiento de cualquier grupo transforma el sistema correspondiente de moléculas en sí mismo; estudió los varios tipos de grupos y los clasificó, elaborando la lista de las isometrías directas. El resultado más significativo de este ensayo, radica en que inició el estudio de las transformaciones geométricas en el marco de los grupos.

Jordan editó el *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, en el periodo 1885-1922.

Jordanus Nemorarius (m. 1237). Autor (o autores) de identidad discutida (probablemente Jordanus Saxo, general de los dominicos alemanes, muerto en 1237). Se le atribuyen varios escritos sobre mecánica y matemáticas, y una obra cosmográfica donde se expone la propiedad de la proyección estereográfica que Ptolomeo sólo había verificado en casos particulares. Escribió una *Aritmética* análoga a la de Boecio y una *Demonstratio de algoritmo*, que fuera del problema de determinar tres cuadrados en progresión aritmética, no contiene ninguna originalidad, pues está calcada de las obras de Boecio y Nicómaco.

Escribió también un tratado de álgebra cuyo título es *Tractatus de numeris datis*, con ecuaciones de primero y segundo grado, como determinar los términos de una proporción conociendo la suma de los extremos, de los medios, y la razón entre los antecedentes. Por ejemplo: Si un número dado se divide en dos partes tales que el producto de las dos debe ser también un número dado, entonces las dos partes están necesariamente determinadas, lo que Jordanus escribe de esta confusa manera: “Sea abc el número dado y divídasele en dos partes ab y c , y sea d el producto dado de las partes ab y c . Sea e el cuadrado de abc y sea f igual a cuatro veces d , y sea g el resultado de restar f de e . Entonces g es el cuadrado de la diferencia entre ab y c . Sea h la raíz cuadrada de g ; entonces h es la diferencia entre ab y c , y como h es conocida, c y ab están determinados”. Como se ve, el uso de las letras que hace Jordanus es un tanto equívoco, ya que, como Euclides, a veces usa dos letras para representar un número y a veces una sola letra. Es evidente que seguía a Euclides en su costumbre de dibujar el número dado como un segmento ac , y las dos partes en que queda dividido como ab y bc , pero utiliza las letras de los extremos para representar la primera parte del número mientras que usa solamente la letra c para representar el número correspondiente al segmento bc . Sin embargo, es un adelanto importante el hecho de que Jordanus formulase la regla anterior, equivalente a la resolución de una ecuación cuadrática, de manera completamente general, dando a continuación un ejemplo concreto, utilizando los numerales romanos para ello: Dividir el número X en dos partes cuyo producto sea XXI . Jordanus sigue paso a paso las etapas descritas más arriba, llegando al resultado de que las partes deben ser III y VII .

Escribió una geometría plana titulada *De triangulis*, que no obstante el título, se ocupa de polígonos y circunferencias, está escrita con rigor y en la que hay relaciones notables entre las áreas y perímetros de los polígonos regulares inscritos y circunscritos a una circunferencia. Se advierten influencias

griegas al hacer referencia a los problemas clásicos de la duplicación del cubo y de la trisección de un ángulo, así como también influencias árabes al dar una fórmula general para el lado de un polígono regular inscrito en una circunferencia, fórmula exacta para los polígonos de 3, 4 y 6 lados y aproximada en otros casos, reproduciendo para el heptágono un valor aproximado conocido por Abu Al-Wafa, que Jordanus llama “regla hindú”. En la obra aparece el nombre de “ángulo de contingencia” para referirse al formado por la circunferencia con su recta tangente en el punto de tangencia.

Escribió también una historia de la mecánica titulada *De ponderibus*. Jordanus fue el primero en dar una formulación correcta de la ley del plano inclinado: La fuerza que actúa en la dirección de un camino inclinado es inversamente proporcional a su inclinación, donde ésta se mide por la razón del “trayecto recorrido” a la “subida realizada”, es decir, con la notación actual, $F = P \operatorname{sen} \theta$, donde F es la fuerza actuante, P es el peso y θ el ángulo de inclinación.

Juan y Santacilia, Jorge (1713-1773). Marino, matemático y científico español. Nació en Novelda (Alicante) y murió en Madrid. Ingresó en la Academia de Guardias Marinas de Cádiz (1729). Participó en distintas expediciones geográficas, como la de La Condamine a Perú (1735-1744), encargada de fijar la medida de grado de meridiano. Fundó el observatorio de Cádiz (1753). Escribió junto con Antonio de Ulloa, *Relación histórica del viaje a América* (1748), *Observaciones astronómicas y físicas* (1748), que probablemente sea el primer libro donde aparece el cálculo en España, para su uso en la Escuela Naval de Cádiz, centro pionero en la enseñanza de esta materia en España. Estudió la aplicación de la mecánica racional a la construcción naval, sobre lo que publicó *Examen marítimo* (1771), una de las obras cumbre de la Ilustración. Escribió *Estado de la astronomía en Europa* (póstuma, 1773), donde defendió el sistema heliocéntrico. Contribuyó importantemente a importar a nuestro país los avances matemáticos producidos en el extranjero. Fue director del Seminario de Nobles de Madrid, donde reorganizó las enseñanzas. Participó junto con Diego Rostriga en el diseño de una máquina de vapor, la primera en España, destinada al Arsenal de Cartagena. Fue miembro correspondiente de la Royal Society de Londres y de la Real Academia de Ciencias de Berlín.

Juan Filopón. V. Filopón, Juan.

Juan de Gemund. V. Johannes von Gemunden.

Juan de Meurs (en latín, de Muris). V. Jean de Meurs.

Juan de Ortega (h. 1480-1568). Matemático español. Nació en Palencia. Reverendo padre de la Orden de predicadores. Quizá sea el matemático español más distinguido del siglo XVI. Enseñó matemáticas en España e Italia. Es autor de *Tratado sutilísimo de aritmética y geometría* (1512), dedicado a la corrección de las prácticas mercantiles, “para que no pasasen tantos fraudes como pasan por el mundo acerca de las cuentas”, e incluye cuestiones matemáticas de mayor altura, como un método original para la aproximación de raíces cuadradas.

Juan de Palermo (h. 1220). Matemático italiano, de la corte de Federico II. Propuso tres problemas a Fibonacci, que éste resolvió. El primer problema consiste en hallar un número cuyo cuadrado aumentado o disminuido en 5, siga siendo un cuadrado. El segundo, en hallar con los métodos del libro X de los *Elementos*, una línea cuya longitud satisfaga a la siguiente condición (expresada con símbolos modernos): $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$. El tercero es un problema indeterminado de primer grado cuyo enunciado es: Tres hombres tienen en común un capital repartido en la proporción $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$; cada uno de ellos toma al azar una parte del capital, apartan de esas partes respectivamente $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ que reúnen y dividen en tres partes iguales; cada una de estas partes, agregada al sobrante de la cantidad tomada al azar, reproduce para cada persona el capital inicial propio; ¿qué parte tomó cada uno al azar?

Juan de Sevilla (El Hispalense) (m. 1180). Traductor en la Escuela de Traductores de Toledo. Es posible que naciera en Sevilla. Traducía del árabe al castellano junto con Gundisalvo, que lo hacía del castellano al latín. Entre las traducciones que realizaron figura la *Aritmética* de Al-Khuwarizmi que se ha conservado en su versión latina con el título de *Algoritmi de numero indorum*, reelaborada por Juan

de Sevilla y Gundisalvo como *Liber algorismi de practica arithmetica*, en la que se mencionan las cifras hindúes con el cero, no se habla del ábaco, y aparece el término “algoritmo”.

Julia, Gaston (1893-1978). Matemático francés. Su obra, como la de Fatou, representa el origen de los sistemas dinámicos complejos. Ambos se plantearon el problema de determinar qué sucede con un punto cuando se le aplica iteradamente una transformación. Observaron que en ciertos casos los transformados de los puntos situados en un entorno del origen convergen a un punto fijo, mientras que los transformados de los puntos más alejados del origen se van al infinito. Cada uno de estos dos tipos de puntos constituyen una región y en medio queda una frontera infinitamente delgada, conocida como conjunto de Julia. Los conjuntos de Julia poseen una estructura fractal, que se ha podido hacer visible con la ayuda de los ordenadores. Julia y Fatou probaron que los conjuntos de Julia asociados a una transformación pueden ser conexos, es decir, formados por una sola pieza, o completamente desconexos, formados por puntos dispersos con una estructura parecida a los conjuntos de Cantor. Escribió *Elementos de geometría infinitesimal* (1936).

Jungius, Joachim (1587-1657). Matemático, lógico y filósofo alemán. Nació en Lübeck. Estudió metafísica en las Universidades de Rostock, Giessen y Padua. Practicó la medicina en Lübeck. Fue profesor de matemáticas en Rostock, de medicina en Helmstedt y de ciencias naturales en Hamburgo. En su obra *Geometría empírica* (1627), estudió la curva catenaria, siendo el primero en indicar que la catenaria no era una parábola. También escribió *Lógica de Hamburgo* (1638).

Junus, Ibn. V. Ibn Junus.

Jurin, James (1684-1750). Matemático y químico inglés. Estudió y enseñó en Cambridge. Tras la publicación por parte de Berkeley (V. esta reseña) de *El analista* (1734), Jurin publicó *Geometry. No friend to infidelity* (1734), donde mantenía que las fluxiones eran claras para aquéllos versados en geometría, intentando, sin éxito, explicar los momentos y las fluxiones de Newton. Por ejemplo, definía el límite de una cantidad variable como “cierta cantidad determinada a la que la cantidad variable se supone que se aproxima continuamente” estando más cerca de ella que cualquier diferencia dada, pero a continuación añadía “sin sobrepasarla nunca”, aplicando esta definición a una razón variable (el cociente incremental). Berkeley respondió a Jurin en su escrito *Defensa del pensamiento libre en matemáticas* (1735), afirmando que Jurin estaba tratando de defender lo que no comprendía. Jurin replicó, pero no clarificó la cuestión.

Justo García, Juan (1752-1830). Matemático español. Nació en Zafra (Badajoz). Estudió hebreo, teología (1772) y artes (1773) en el Colegio Trilingüe de Salamanca. Obtuvo (1777) la cátedra de elementos de aritmética, geometría y álgebra en la Universidad de Salamanca. Se ordenó sacerdote. Escribió *Elementos de aritmética, álgebra y geometría* (1782), que contiene un interesante prólogo sobre historia de las matemáticas, *Principios de aritmética y geometría* (1814), *Nuevos elementos de geografía general* (1818-1819), *Elementos de verdadera lógica* (1821). Se le deben las primeras enseñanzas de cálculo infinitesimal en una universidad española, modernizando los contenidos de la enseñanza de las matemáticas.

K

Kähler, Erich Ernst (1906-2000). Matemático alemán. Nació en Leipzig, donde estudió. Stefan Bergman encontró un importante tipo de métrica hermitiana sobre subdominios de espacio n -dimensional complejo, que fue generalizada por Kähler, recibiendo el nombre de métrica kähleriana.

Kalasaki, Al. V. Alkalasaki.

Kamil, Abu. V. Abu Kamil.

Kant, Immanuel (1724-1804). Filósofo alemán. Nació en Königsberg (Prusia, hoy Kaliningrado, Rusia), donde estudió en su Universidad y pasó toda su vida. Fue estudiante de teología pero se interesó principalmente por las matemáticas y las cuestiones científicas y cosmológicas, especialmente por la obra de Newton. Trabajó como tutor familiar (1746-1755) hasta que se graduó. Fue “privatdozent” durante 15 años. La lectura de Leibniz y Hume determinó el nuevo periodo de su búsqueda, dirigida al problema del conocimiento. En 1770 fue profesor de lógica y metafísica. En su *Crítica de la razón pura* (1781) hizo del espacio euclidiano una intuición pura *a priori*, indicando que las propiedades del espacio físico eran euclídeas. Kant sostenía que nuestra mente suministra ciertos modos de organización (los llamó intuiciones) del espacio y el tiempo y que la experiencia es absorbida y organizada por nuestras mentes de acuerdo con esos modos o intuiciones. Nuestras mentes están de tal modo constituidas, que nos obligan a ver el mundo exterior sólo de una manera. Como consecuencia, ciertos principios acerca del espacio son anteriores a la experiencia; estos principios y sus consecuencias lógicas, que Kant llamó verdades sintéticas a priori, son las de la geometría euclídea. Conocemos la naturaleza del mundo exterior sólo en la medida en que nuestras mentes nos obligan a interpretarla. Sobre estas bases, Kant afirmó, y sus contemporáneos aceptaron, que el mundo físico debía ser euclídeo. Por otra parte, la idea de Kant de que no era necesaria “ninguna nueva invención en la lógica”, coadyuvó de alguna forma al estancamiento del desarrollo de la lógica matemática durante el siglo XVIII y principios del XIX. Laplace, en su *Exposición del sistema del mundo* (1796) expuso el problema del origen del sistema solar, donde aparece la concepción conocida con el nombre de “hipótesis de la nebulosa” o “hipótesis de Kant y Laplace”, pues Kant había expuesto una hipótesis similar en 1755. Kant escribió además, entre otras obras, *Crítica de la razón práctica* (1788) y *Crítica del juicio* (1790).

Kantoróvich, Leonid Vitaliévich (1912-1986). Matemático y economista soviético. Nació en San Petersburgo. Estudió en la Universidad de Leningrado, doctorándose en matemáticas (1930). Profesor en dicha Universidad (1934-1960). Desde 1971 formó parte del Instituto de Planificación Económica. Premio Nobel 1975 de economía. Se ocupó de los problemas del análisis funcional aplicados a la economía. Escribió *El mejor uso de los recursos económicos* (1959), donde utilizó la programación lineal como herramienta de la planificación económica.

Kaplansky, Irving (1917-2006). Matemático canadiense, nacionalizado estadounidense. Nació en Toronto. Estudió en Las Universidades de Toronto y Harvard. Fue profesor en las Universidades de Harvard, Columbia y Chicago. Fue presidente del Instituto de Investigación de Ciencias Matemáticas de la Universidad de California, Berkeley. Investigó en teoría de números, teoría de juegos, estadística y álgebra (teorías de anillos, grupos y campos). En 1948, Kaplansky conjeturó que toda norma que hace álgebra normada al espacio $C(K)$ de las funciones complejas continuas en un compacto K , es equivalente a la norma del supremo. Anteriormente había probado que el resultado es cierto si $C(K)$ es completo con esa norma. Se obtuvieron muchos resultados parciales hasta que Dales y Esterle, de

forma independiente, demostraron (1976), utilizando la hipótesis del continuo, que la conjetura de Kaplansky era falsa. Posteriormente, Dales, en su obra *Introducción a la independencia de los analistas* (con W. Woodin, 1987), demuestra la conjetura de Kaplansky suponiendo que la hipótesis del continuo sea falsa. Se pensó que el uso de la hipótesis del continuo era accidental, pero poco después, Solovay probó que dicha conjetura es cierta a partir de una negación de la hipótesis del continuo. Éste es uno de los ejemplos de que la solución de problemas de diversas ramas de las matemáticas depende de que se admita o no la hipótesis del continuo. Kaplansky publicó varias obras, entre ellas: *Introducción al álgebra diferencial* (1957), *Anillos conmutativos* (1970), *Campos y anillos*, *Grupos abelianos infinitos*, *Álgebras de Lie* (1971), *Anillos de operadores*.

Kapteyn, Jacobus Cornelius (1851-1922). Astrónomo holandés. Nació en Barneveld. Estudió en la Universidad de Utrecht. En 1875 ingresó en el observatorio de Leiden. En 1877 fue profesor de astronomía y mecánica teórica en la Universidad de Groninga. Se ocupó de la estadística estelar aplicada a los movimientos propios de las estrellas y de las galaxias. Utilizando mediciones de las posiciones de las imágenes de las estrellas en las fotografías realizadas en el hemisferio sur por la expedición de David Gill, Kapteyn preparó un catálogo (1896-1900) de 454.000 estrellas, obteniendo indicaciones sobre la estructura de la Vía Láctea.

Karamata, Jovan (1902-1967). Matemático serbio. Nació en Zagreb (hoy, Croacia). Estudió en Belgrado y París. Enseñó en Belgrado y Ginebra. Investigó en análisis matemático, planteando y desarrollando decenas de teoremas. Aplicó la hoy llamada notación Karamata. Resolvió (1933) junto con Erdős el problema de los puntos colineales planteado por Sylvester.

Karara, H. M. (h. 1971). En relación al análisis matemático del gesto deportivo mediante fotogrametría tridimensional, desarrolló (1971), junto con Abdel Aziz, algoritmos por los que es posible realizar una transformación lineal directa de las coordenadas espaciales de los puntos que definen los sólidos rígidos del sistema en estudio, permitiendo obtener las coordenadas planas que representan las posiciones adoptadas por el deportista, así como las del sistema de referencia. Publicó *Manual de la fotogrametría no topográfica*.

Karhi, Al. V. Al-Karhi.

Kariya. Se denomina *Teorema de Kariya* a un interesante problema de geometría del triángulo, en el que el punto llamado de Kariya describe una hipérbola equilátera que pasa por los tres vértices del triángulo, su ortocentro y su incentro, siendo su transformada isogonal la recta de Euler.

Kármán, Théodore von (1881-1963). Ingeniero, matemático e investigador estadounidense, de origen húngaro. Nació en Budapest. Estudió en la Real Universidad Politécnica de Budapest, en la Universidad de París y en la de Gotinga. Fue profesor en el Colegio de Ingeniería de Minas de Hungría (1912) y director del Instituto Aeronáutico de Aquisgrán (1913-1930). Emigró a Estados Unidos donde ocupó la dirección del Guggenheim Aeronautical Laboratory en el California Institute of Technology (1930). Se nacionalizó estadounidense en 1936. Fue cofundador del NASA Jet Propulsion Laboratory (1944) y de la International Academy of Astronautics (1960). Fue un pionero en el uso de las matemáticas y de las ciencias básicas en aeronáutica y astronáutica.

Karpinski, Louis Charles (1878-1956). Historiador y matemático estadounidense. Nació en Rochester (Nueva York). Estudió en Cornell, Estrasburgo y Colombia. Enseñó en Michigan. Destaca en historia de la ciencia. Escribió *Numerales hindú-árabes* (con D. E. Smith, 1911), *El álgebra de Abu Kamil* (1914), *Traducción latina de Roberto de Chéster del Álgebra de Al-Khuwarizmi* (1915), *Historia de la aritmética* (1925).

Karsten, Wenceslaus Johann Gustav (1732-1787), Matemático alemán. Escribió *Teoría de la ciencia matemática* (1767), obra de recapitulación en la que concedía importancia al cálculo numérico práctico.

Kasi (o Kashi). V. Alkasi.

Kasner, Edward (1878-1955). Matemático estadounidense. Estudió y enseñó en la Universidad de Columbia. Bautizó, junto con J. R. Neuman, como “googol” al número formado por un uno seguido de cien ceros (el nombre “google” en internet es un error ortográfico de “googol”). Escribió junto con J. R. Neuman, *Matemáticas e imaginación* (1940). Otras obras: *Aspectos geométricos diferenciales de la dinámica*, *El potencial logarítmico y otras monografías*, *Teoremas geométricos en las ecuaciones cosmológicas de Einstein*.

Kästner, Abraham Gotthelf (1719-1800). Matemático e historiador alemán. Profesor en Leipzig y en Gotinga. En relación con la controversia surgida, sobre todo en Alemania, sobre las ventajas relativas del análisis y de la síntesis, manifestó su punto de vista de que el análisis era superior en tanto que planteamiento heurístico de los problemas, lo que permitía una mayor potencia con una economía de pensamiento mayor. Escribió *Fundamentos de las matemáticas*, obra de recapitulación en la que concedía importancia al cálculo numérico práctico (1758). Demostró, a la vez que Bärmann, por primera vez de un modo general, las fórmulas recurrentes de Newton para la suma de potencias. Escribió un trabajo notable sobre la hélice y el helicoido alabeado. Estaba convencido de que el axioma de las paralelas de Euclides no podía ser demostrado, esto es, que es independiente de los otros axiomas de Euclides.

Siendo Gauss alumno de Kästner en Gotinga, se acercó a éste con la demostración de que el polígono regular de 17 lados era construible (1796). Kästner que no lo creía, le dijo a Gauss que tal construcción no tenía importancia, ya que todas las construcciones prácticas eran conocidas. Para interesar a Kästner en su demostración, Gauss le señaló que había resuelto una ecuación algebraica de grado 17. Kästner le dijo que era imposible. Pero Gauss le dijo que había reducido el problema a resolver una ecuación de menor grado, a lo que Kästner respondió, burlándose: “¡Oh! Está bien, yo ya he hecho lo mismo”. Más tarde, como Kästner se enorgullecía de su poesía, Gauss lo elogió como el mejor poeta entre los matemáticos y el mejor matemático entre los poetas.

Keill, John (1671-1721). Matemático inglés. Profesor en Oxford. Escribió un artículo en *Philosophical Transactions*, defendiendo vigorosamente las pretensiones de Newton en la controversia con Leibniz. Dio una construcción muy notable del círculo de curvatura de una cónica en un punto (1708).

Keitel, Christine (h. 1997). Matemática alemana. Catedrática de educación matemática en la Universidad libre de Berlín. Presidenta (1997) de la Comisión Internacional para el Estudio y la Mejora de la Educación Matemática. Editora de varias revistas internacionales sobre educación matemática y estudios curriculares.

Kellogg, Oliver Dimon (1878-1932). Matemático estadounidense. Nació en Linwood (Pensilvania). Estudió en Princeton, Berlín y Gotinga. Fue profesor en Princeton, en la Universidad de Missouri y en la de Harvard. En 1905 proporcionó, como también Hilbert, la primera solución completa, con la ayuda de la teoría de las ecuaciones integrales, del problema de Riemann, consistente en que, dados m puntos a_1, \dots, a_m , en el plano complejo, y asociada a cada uno de ellos una transformación lineal de la forma $y'_i = c_{i1}y_1 + \dots + c_{in}y_n$, demostrar sobre la base de suposiciones elementales acerca del comportamiento del grupo de monodromía asociado con estos puntos singulares (siempre y cuando tal comportamiento no esté ya determinado) que está determinada una clase de funciones y_1, \dots, y_n , que satisface una ecuación diferencial lineal de orden n -ésimo con las a_i dadas como puntos singulares y tales que, cuando la z recorre una trayectoria cerrada alrededor de las a_i , las y_i sufren la transformación lineal asociada con las a_i . Ambos demostraron que la transformación generadora del grupo de monodromía puede ser prescrita arbitrariamente. Publicó *Fundamentos de la teoría del potencial* (1929).

Kelvin, William Thomson. V. Thomson Kelvin, William.

Kempe, Alfred Bray (1849-1922). Matemático y abogado inglés. Nació en Kensington (Londres). Estudió matemáticas en el Trinity College de Cambridge. Luego estudió derecho especializado en las leyes eclesiásticas. Se doctoró en la Universidad de Durham. Desarrolló (h. 1870) la geometría asociada con la teoría de las uniones (curvas de Watt). Demostró que cada segmento finito de una curva algebraica se puede generar por una unión de este tipo. En su obra *Cómo trazar una línea recta* (1877), estudió la curva secatriz que lleva su nombre. Estudió (1879) el problema de los cuatro colores (V. Appel), dando una prueba no correcta aunque sí bastaba para probar que cinco colores eran suficientes.

Kempner, A. J. (h. 1912). Matemático estadounidense. Profesor en la Universidad de Colorado. Waring había enunciado que todo entero es suma de 4 cuadrados, 9 cubos, 19 bicuadrados, y sugirió que una propiedad similar debería ser cierta para potencias superiores. Llamando $g(k)$ al número mínimo de sumandos necesarios para expresar todo entero como suma de potencias k -ésimas, Wieferich obtuvo (1909) que $g(3) = 9$, pero su demostración no era completamente correcta, lo que fue subsanado por Kempner (1912). En 1914, Kempner estudió la convergencia de una modificación de la serie armónica, en la que se eliminan los términos en los que en su denominador haya algún 9 (la demostración es extensible a las series en las que se eliminen los términos que contengan cualquier otro dígito). Publicó *Miscelánea* (1918), donde estudió la función que luego se llamaría de Smarandache, *Observaciones sobre problemas insolubles, Sistema anormal de numeración* (1936).

Kepler, Johannes (1571-1630). Astrónomo y matemático alemán. Nació en Weyl-der-Stadt, en el ducado de Wurtemberg. Su padre, dado a la bebida, pasaba de ser un mercenario a atender en una taberna. Sacó pronto a su hijo de la escuela para que trabajara en el campo. Contrajo la viruela, que le dejó las manos lisiadas y la vista deteriorada. Sin embargo, se las arregló para obtener un grado universitario en el Colegio de Maulbronn (1588). Dirigido hacia el ministerio religioso, estudió en la Universidad de Tubinga, donde un cordial profesor de matemáticas y de astronomía, Michael Mästlin (1550-1631), le enseñó privadamente la teoría de Copérnico. Los superiores de Kepler en la universidad consideraron su dedicación y, en 1594, le ofrecieron un puesto de profesor de matemáticas y moral en la Universidad de Graz, en Austria, que Kepler aceptó. Para realizar sus tareas se le exigió saber astrología, lo que le volcó aun más sobre la astronomía. Fue expulsado de Graz cuando la ciudad pasó bajo control católico, y se convirtió en ayudante de Tycho Brahe, con el que trabajó, primero en Dinamarca y luego en Praga, donde a la muerte de Brahe, Kepler pasó a ocupar el puesto de matemático del emperador Rodolfo II, siendo una de sus obligaciones la de redactar horóscopos. Kepler se consolaba a sí mismo pensando que la astrología permitía vivir a los astrónomos. En sus trabajos en el observatorio astronómico de Praga, contó con la ayuda de Bürgi para sus observaciones y sus cálculos. El emperador Matías de Habsburgo le nombró matemático de la Alta Austria, con lo que fijó su residencia en Linz, cargo que conservó con Fernando II. Durante toda su vida, Kepler estuvo acosado por todo tipo de dificultades. Su primera mujer y varios de sus hijos murieron. Como protestante, sufrió diversas formas de persecución por parte de los católicos. Con frecuencia se encontraba en situación económica desesperada. Su madre fue acusada de brujería y Kepler tuvo que defenderla. Sin embargo, a pesar de sus desgracias, Kepler continuó su trabajo científico con perseverancia, extraordinaria laboriosidad y fértil imaginación. Hombre de fe, escribía alabanzas a Dios con ocasión de cada descubrimiento que realizaba. Escribió que “El principal propósito de todas las investigaciones sobre el mundo exterior debe ser descubrir el orden y la armonía racionales que han sido impuestos por Dios y que Él nos ha revelado en el lenguaje de las matemáticas”. Murió en Ratisbona, agotado por el cansancio y la miseria

Kepler, como Copérnico, estaba atraído por una teoría del universo bella y racional. Aceptó la doctrina platónica de que el universo está ordenado de acuerdo con un plan matemático preestablecido. Pero tenía un gran respeto por los hechos, basando en éstos su trabajo, y desde los hechos avanzó a las leyes. En la búsqueda de leyes mostró una gran inventiva en las hipótesis, un amor por la verdad y una viva fantasía que no obstruía la razón. Aunque imaginó un gran número de hipótesis, no dudó en rechazarlas cuando no se adaptaban a los hechos. Su búsqueda de las relaciones matemáticas de cuya existencia estaba convencido, le condujo a emplear años de trabajo siguiendo caminos falsos. En el prefacio de su *Misterio cosmográfico* (1596), dice: “Intento demostrar que Dios, al crear el universo y regular el orden del cosmos, tenía en su mente los cinco cuerpos regulares de la geometría tal como se

conocen desde los tiempos de Pitágoras y Platón, y que fijó, de acuerdo con aquellas dimensiones, el número de cielos, sus proporciones y las relaciones de sus movimientos”. Y así postuló que los radios de las órbitas de los seis planetas eran los radios de las esferas relacionadas con los cinco sólidos regulares. Sin embargo, las deducciones que se obtenían de estas hipótesis no estaban de acuerdo con las observaciones y abandonó la idea, pero no antes de que hubiera hecho extraordinarios esfuerzos para aplicarla. Como Copérnico, estaba convencido de que la teoría heliocéntrica era cierta, porque Dios debió haberla preferido por ser más simple que la geocéntrica. En esta obra, Kepler planteó los principios de la teoría de los polígonos estrellados, dibujó un polígono estrellado de 14 lados y estudió la forma de rellenar el plano con polígonos regulares. También estudió diversas curvas como el folium que lleva su nombre.

En su obra *Nueva astronomía* (1609), demostró que las cónicas eran unas curvas más apropiadas que los epiciclos y las excéntricas, para la representación de las órbitas de los planetas. Introdujo la palabra foco, con referencia al movimiento elíptico de los planetas alrededor del Sol. Anunció sus dos primeras leyes astronómicas: 1) Los planetas se mueven alrededor del Sol siguiendo órbitas elípticas, uno de cuyos focos es el Sol. 2) El radio vector que va del Sol a un planeta barre áreas iguales en tiempos iguales. Para el cálculo de estas áreas, Kepler suponía que el área en cuestión estaba formada por triángulos infinitamente pequeños con un vértice en el Sol y los otros dos vértices en puntos infinitamente próximos sobre la órbita del planeta, aplicando a continuación un rudimentario cálculo integral suponiendo que la altura de los triángulos infinitamente estrechos era “casi igual” al radio del círculo (la órbita elíptica era casi una circunferencia). Llamando $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$, a las bases infinitamente pequeñas de los triángulos, la suma de sus áreas es $\frac{1}{2}b_1r + \frac{1}{2}b_2r + \dots = \frac{1}{2}Cr$, puesto que la suma de las bases es la circunferencia C de la órbita. Para el área de la elipse, Kepler obtuvo πab , siendo a y b sus semiejes, y para su longitud obtuvo $\pi(a + b)$.

En su obra *Armonía del mundo* (1619), describió los poliedros arquimedianos junto con los primeros poliedros estrellados, pensando que, como se ha dicho más arriba, habían sido la clave que el Creador habría utilizado para la construcción de la estructura del mundo. Kepler realizó esfuerzos todavía más extraordinarios para obtener la tercera ley del movimiento de los planetas, que publicó en este libro, y que dice que el cuadrado del periodo de revolución de cualquier planeta es igual al cubo de su distancia media al Sol, con tal que se tomen como unidades de tiempo y de distancia el periodo de revolución de la Tierra y su distancia al Sol. Si Kepler hubiera sido un hombre “sensible”, no hubiera desafiado nunca a sus sentidos (no sentimos ni la rotación ni la revolución de la Tierra, a pesar de las grandes velocidades a que se realizan; sin embargo, sí vemos el movimiento del Sol).

En su obra *Introducción a la Óptica de Vitelio* (1604), estudió las propiedades de los focos de las cónicas, aplicando el principio de continuidad que supone que la parábola es un caso límite de la elipse o de la hipérbola, cuando uno de los focos se aleja infinitamente (introdujo el concepto del infinito en la geometría), en cuyo caso el sistema de rayos focales se convierte en un haz de rayos paralelos. De hecho, pensaba que una recta era como un círculo con su centro en el infinito.

Kepler recibió con complacencia la invención de los logaritmos, no tanto como una contribución al pensamiento, sino por su valor práctico al aumentar enormemente la capacidad de cálculo del astrónomo (“duplicaba la vida de un astrónomo”). Publicó una tabla de logaritmos de números tomando como base los logaritmos de Napier. Escribió *Nueva ciencia de medir volúmenes de toneles de vino* (1615), tratado que le fue sugerido en un año de abundante cosecha de uva, mientras se encontraba en Linz (1612), con el propósito de comparar las capacidades de los toneles entonces en uso, con el fin de determinar las dimensiones más convenientes desde el punto de vista del material mínimo a emplear para obtener igual volumen. Debido a la inexactitud de las fórmulas existentes para la medida de la capacidad de los toneles, aplicó un método para los estudios que realizó sobre esta materia, con el fin de estudiar la cubatura de más de 90 cuerpos de rotación (a los que denominaba con nombres de frutas), obtenidos haciendo girar circunferencias, elipses o arcos de estas curvas o de las otras cónicas, alrededor de ejes paralelos a los ejes de aquéllas. Comienza con las cuadraturas y cubaturas de Arquímedes, sin utilizar el método de exhaustión, sino recurriendo directamente a expresiones de carácter “infinitesimal”, admitiendo “como si” las figuras estuvieran compuestas de infinitas figuras infinitamente pequeñas cuyas áreas y volúmenes son conocidos. Así supone que el círculo o la esfera están compuestos de pequeños triángulos o pequeños conos, respectivamente, de vértices en el centro y de base una pequeña porción del círculo o de la esfera. De esa manera el círculo equivale a un triángulo de altura el radio y de base la longitud de la circunferencia, y la esfera a un

cono de altura el radio y de base la superficie de la esfera. Como estos resultados, y otros semejantes, coinciden con los obtenidos penosamente por el engorroso método de exhaustión, aplica iguales consideraciones a los cuerpos nuevos que describe, cuando no los puede reducir a casos conocidos, y logra dar, no siempre con éxito, su volumen, pudiendo considerarse que estos cálculos representan el comienzo del cálculo integral moderno. Por ejemplo, Kepler llama “limón” al sólido de revolución obtenido haciendo girar un segmento circular, menor que un semicírculo, alrededor de su cuerda. Construye en cada punto A del segmento un triángulo rectángulo en A , de catetos la distancia AB igual a la semicuerda, y la normal AC al plano del segmento, de longitud la circunferencia rectificadas de radio AB . El triángulo ABC es equivalente al círculo que describe el punto A en la rotación, de manera que el volumen buscado será el del sólido descrito por el triángulo. Ese sólido es una ña cilíndrica, que a su vez integra, con otros sólidos de volumen conocido, una ña cilíndrica mayor, del tipo estudiado por Arquímedes, y por tanto también de volumen conocido; de ahí que por diferencia obtenga el volumen del “limón”. Otro ejemplo es el constituido por el sólido de revolución que llama “manzana”, formado por la rotación alrededor de la cuerda de un segmento circular mayor que un semicírculo, etc. Seguidamente, teniendo en cuenta el objetivo de su estudio, se ocupa de cuestiones de máximo y mínimo, que resuelve empíricamente mediante la observación de tablas de valores numéricos. De esta manera reconoce el cuadrado como rectángulo de perímetro constante y área máxima, determina el paralelepípedo de volumen máximo inscrito en una esfera dada, etc. Por otra parte, la observación de sus cuadros de valores le permite afirmar que los toneles austriacos eran los más convenientes, pues con el mismo material encerraban mayor volumen, y esboza la condición, ya señalada por Oresme, que en las proximidades de un máximo las variaciones de la cantidad se hacen insensibles, forma rudimentaria de expresar la actual condición de derivada nula en los puntos en los que la función pasa por un máximo.

También llevó a cabo otras consideraciones de índole infinitesimal, como la caracterización de una curva a partir de una propiedad de sus tangentes, o la obtención del valor aproximado de la longitud de la elipse como la de una circunferencia de diámetro la semisuma de los ejes de la elipse, o también la fórmula del radio de curvatura. Kepler conjeturó en 1611, que la máxima densidad que puede alcanzar un empaquetamiento de esferas en el espacio es $\pi/3 \cdot 2^{1/2}$ (V. Hales).

En 1625 publicó las *Tablas Rudolfinas* sobre el movimiento planetario basadas en los datos de Tycho Brahe que reducían notablemente los errores de las tablas anteriores sobre las posiciones de los planetas, y en cuya redacción intervino Benjamin Ursino.

Kepler escribió: “La Geometría tiene dos grandes tesoros: uno de ellos es el teorema de Pitágoras; el otro, la división de un segmento en media y extrema razón. El primero lo podemos comparar a una medida de oro; el segundo lo podríamos considerar como una preciosa joya”.

Kerékjártó, Béla (1898-1946). Matemático húngaro. Nació en Budapest, en cuya Universidad estudió. Enseñó en las Universidades de Szeged y Budapest. Escribió numerosos artículos sobre topología. Publicó *Fundamentos de Geometría* (1955).

Kervaire, Michel André (1927-2007). Matemático francés. Nació en Czestochowa (Polonia). Estudió en la Universidad de Zurich. Fue profesor en el Instituto Courant de Nueva York, y en la Universidad de Ginebra. Hizo importantes contribuciones a la topología y al álgebra. Demostró en 1958, simultáneamente con Milnor, utilizando un resultado de Raoul Bott (1923), que las únicas álgebras con división, posibles con coeficientes reales, si no se suponen las propiedades asociativa y conmutativa de la multiplicación, son los números reales, los complejos, los cuaternios y los números de Cayley. Publicó, entre otras obras, *Una variedad que no admite ninguna estructura diferenciable* (1960), *Nudos de dimensiones superiores* (1965).

Khayyam, Omar (1048-1131). Poeta, matemático y astrónomo persa. Nació en Nishapur (Irán). Su nombre, que significa fabricante de tiendas, puede referirse a la ocupación de su padre. Recibió una buena formación en ciencias y en filosofía en el lugar de su nacimiento, que completó en Balkh (Bactria, Afganistán). Se trasladó a Samarcanda donde completó un importante tratado de álgebra. Invitado por el sultán, realizó observaciones astronómicas con el fin de reformar el calendario. Se le encargó, junto a otros astrónomos, la construcción de un observatorio astronómico en Isfahan (Persia).

Omar Khayyam es el celebrado poeta de los *Rubaiyat*, de los que al menos, 250 son auténticos, habiendo sido compuestos cada uno de ellos para una determinada ocasión.

En su obra sobre álgebra gráfica, clasificó las ecuaciones de primero, segundo y tercer grado en 25 casos distintos, según el tipo de ecuación completa o incompleta de coeficientes positivos, que se pueden agrupar en seis tipos:

simples (binomias), 6 casos: $a = x$, $a = x^2$, $a = x^3$, $bx = x^2$, $bx = x^3$, $cx^2 = x^3$;

compuestas trinomias (cuadráticas), 3 casos: $x^2 + bx = a$, $x^2 + a = bx$, $bx + a = x^2$;

compuestas trinomias (cúbicas reducibles a cuadráticas), 3 casos: $x^3 + cx^2 = bx$, $x^3 + bx = cx^2$, $cx^2 + bx = x^3$;

compuestas trinomias (cúbicas), 6 casos: $x^3 + bx = a$, $x^3 + a = bx$, $bx + a = x^3$, $x^3 + cx^2 = a$, $x^3 + a = cx^2$, $cx^2 + a = x^3$;

compuestas cuatrinomias (un término igual a la suma de tres términos), 4 casos: $x^3 + cx^2 + bx = a$, $x^3 + cx^2 + a = bx$, $x^3 + bx + a = cx^2$, $x^3 = cx^2 + bx + a$;

compuestas cuatrinomias (suma de dos términos igual a suma de dos términos), 3 casos: $x^3 + cx^2 = bx + a$, $x^3 + bx = cx^2 + a$, $x^3 + a = cx^2 + bx$.

Resuelve aritméticamente las de primero y segundo grado, resolviendo las de tercer grado por medio de intersección de cónicas, considerando imposible su solución algebraica. Así observa: “Esto no puede resolverse por medio de la geometría plana (es decir, usando solamente regla y compás) debido a que contiene un cubo; para resolverlo necesitamos las secciones cónicas”. Es probable que Omar o algún discípulo suyo, haya extendido el procedimiento a las ecuaciones de cuarto grado, por lo menos en algún caso particular, pero en general no intentó utilizar métodos geométricos análogos, por la sencilla razón de que el espacio no tiene más que tres dimensiones, diciendo al respecto que: “Lo que llaman los algebristas cuadrado-cuadrado en el tratamiento de las magnitudes continuas es sólo una cuestión teórica que no existe de ninguna manera en la realidad”. Al referirse a los casos de las cúbicas no reducibles a cuadráticas dice: “... Excepto uno de ellos (el ejemplo dado por Al-Mahani) ninguno ha sido tratado por los algebristas, mas yo los discutiré y los demostraré geoméricamente, no numéricamente”. Esta conexión de los problemas de tercero y cuarto grado, que los árabes no supieron resolver aritméticamente, con los problemas geométricos, es un progreso importante de la matemática árabe. Así como algunos matemáticos árabes “pusieron en ecuación”, mediante su traducción algebraica, ciertos problemas de índole geométrica, otros como Omar, trataron el caso inverso: la traducción y solución geométrica de ecuaciones algebraicas. Afirmaba que: “Quienquiera que piense que el álgebra es un sistema de trucos para obtener los valores de incógnitas, piensa vanamente. No se debe prestar ninguna atención al hecho de que el álgebra y la geometría son en apariencia diferentes. Los hechos del álgebra son hechos geométricos que están demostrados”. Y añadía: “El álgebra es un arte científico. Su objeto son los números absolutos y las magnitudes medibles, las cuales son desconocidas, pero referidas a cualquier cosa conocida de tal manera que puedan ser determinadas; esta cosa conocida es una cantidad o una relación individualmente determinada, y a esta cosa conocida se llega analizando las condiciones del problema; en este arte se buscan las relaciones que vinculan las magnitudes dadas en el problema con la incógnita, la cual de la forma antes indicada constituye el objeto del álgebra.

La perfección de este arte consiste en el conocimiento de los métodos matemáticos, con ayuda de los cuales puede realizarse la determinación mencionada, tanto de las incógnitas numéricas como geométricas. La resolución algebraica, como es bien conocido, se realiza sólo mediante una ecuación, o sea, por la igualación de unas potencias con otras”. La solución que da Omar para, por ejemplo, la ecuación cuatrinomia $x^3 = cx^2 + bx + a$, es la siguiente: Dibuja dos hipérbolas equiláteras de ecuaciones $xyb^{1/2} = a$, $(y + b^{1/2})^2 = (x - c)(x + a/b)$. Basándose en las propiedades de estas cónicas, Omar logra comprobar que cierto segmento del dibujo (que corresponde a la abscisa del punto de intersección de ambas curvas situado en el primer cuadrante) cumple la condición de la incógnita x de la ecuación (no advierte que hay una segunda solución, pues opera únicamente con los valores positivos de la incógnita). En efecto, al eliminar y entre las dos ecuaciones en coordenadas cartesianas, aparece una ecuación de cuarto grado que tiene en ambos miembros el factor $a + bx$. Eliminandolo (en realidad es una raíz extraña a la ecuación cúbica) queda la ecuación cuatrinomia como resultante. Resuelve la ecuación $x^3 + bx = c$, mediante la intersección de una parábola y una circunferencia, y la ecuación $x^3 + ax^2 = c$, mediante la intersección de una elipse y una hipérbola. Es probable que no advirtiera que el procedimiento podía extenderse a ecuaciones de cuarto grado, pero en un escrito posterior aparece resuelto, mediante la intersección de una circunferencia con una hipérbola, el

problema de determinar la base menor de un trapecio de área conocida y cuyos otros tres lados son iguales entre sí e iguales a un valor también conocido. Si S y a son los datos y siendo x e y la proyección del lado del trapecio sobre la base mayor y la altura, se tiene (la base menor es $a-2x$): $S = (a-x)y$, $x^2 + y^2 = a^2$, ecuaciones de una hipérbola y una circunferencia que resuelven, en este caso, una ecuación de cuarto grado en x o en y . Omar estudió el postulado de las paralelas de Euclides, partiendo de un cuadrilátero con dos lados iguales y perpendiculares a su base (hoy se llama “cuadrilátero de Saccheri”). De las tres posibilidades existentes de que los ángulos superiores sean agudos, rectos u obtusos, Omar excluyó la primera y tercera, basándose en un principio que atribuye a Aristóteles y que asegura que dos rectas convergentes deben cortarse, lo que supone una hipótesis equivalente al postulado de Euclides.

Khuwarizmi, Al. V. Al-Khuwarizmi.

Kidinu (h. 400-h. 330 a.C.). Astrónomo y matemático babilonio. Llegó a ser conocido por los griegos. Diseñó el llamado sistema B, grupo de efemérides o tablas, con las posiciones de la Luna, el Sol y los planetas, correspondientes a un momento dado, que sobrepasó al llamado sistema A (V. Nabu-Rimanni). Posiblemente descubrió la precesión de los equinoccios y fijó (h. 383 a.C.) el ciclo de 19 años propio del calendario babilónico (cada año tiene doce meses lunares, y otros siete meses se insertan en un periodo de 19 años). Calculó la duración de un mes sinódico (de luna nueva a luna nueva) fijándolo en 29,530614 días, lo que significa un error de menos de un segundo con relación a su duración real.

Kiepert, Friedrich Wilhelm August Ludwig (1846-1934). Matemático alemán. Nació en Breslau (hoy, Wroclaw, Silesia, Polonia). Estudió en la Universidad de Breslau y en la de Berín. Profesor de matemáticas en Darmstadt y Hannover. Escribió *Sobre las curvas cuyos arcos se expresan por integrales elípticas de primera especie* (1870), donde estudia diversas curvas, entre ellas la séxtica tricircular que lleva su nombre. También escribió *Elementos de cálculo integral* (1888) donde se abordan las ecuaciones diferenciales ordinarias. Trabajó en la geometría del triángulo y en las secciones cónicas.

Killing, Wilhelm Karl Joseph (1847-1923). Matemático alemán. Nació en Burbach. Realizó sus estudios universitarios en Münster y Berlín. Fue profesor en el Liceo de Brilon (1878-1882), en el Liceo de Braunsberg (1882-1892) y en la Universidad de Münster (1892-1920). Cartan y Killing realizaron la clasificación de los grupos de Lie simples. También establecieron los conceptos de radical y semisimplicidad para un álgebra de Lie, y encontraron todas las álgebras de Lie simples sobre los cuerpos de los números reales y complejos. Killing demostró que las cuatro clases principales de álgebras descubiertas por Lie, eran correctas para todas las álgebras simples, pero que además había cinco casos excepcionales con 14, 52, 78, 133 y 248 parámetros. El trabajo de Killing no era totalmente riguroso, por lo que Elie Cartan intentó cubrir sus huecos, confirmando los resultados de Killing.

Kilpatrick, Jeremy (h. 1970). Profesor en la Universidad de Georgia, Estados Unidos. En relación con la calidad de la investigación matemática en general, Kilpatrick y Freudenthal coinciden en que deben cumplirse los siguientes tres parámetros: interés de lo estudiado, rigor de la investigación y su validez. Publicó *Educación matemática e investigación* (con Luis Rico Romero y Modesto Sierra, 1992), *El profesor de matemáticas y el cambio de curriculum* (2009).

Kirchhoff, Gustav Robert (1824-1887). Físico y matemático alemán. Nació en Königsberg (hoy, Kaliningrado, Rusia). Fue “privatdozent” en la Universidad de Berlín (1847) y tres años después fue profesor extraordinario de física en la Universidad de Breslau. En 1854 fue profesor de física en la Universidad de Heidelberg, donde trabajó con Bunsen, descubriendo el cesio (1860) y el rubidio (1861). Analizó el espectro de la luz solar. Fue profesor de física matemática en la Universidad de Berlín (1875). Formuló (1845) las leyes que llevan su nombre, sobre la distribución de las corrientes eléctricas. En relación con las ecuaciones de D’Alembert-Euler referentes a una función analítica $w = u + vi$, es decir, $\partial u/\partial x = \partial v/\partial y$, $\partial u/\partial y = -\partial v/\partial x$, Kirchhoff en sus investigaciones denominó a la

variable u potencial electrostático. Encontró una generalización de la solución de Helmholtz para la ecuación de ondas, de la que una aplicación se denominó principio de Huygens de la acústica. Escribió *Lecciones de física matemática* (cuatro volúmenes, 1876-1894).

Kirkby, John (h. 1748). Matemático inglés. En 1748 publicó *Estudio sobre las últimas relaciones*, uno de los primeros trabajos sobre el cálculo diferencial.

Kirkman, Thomas Penyngton (1806-1895). Matemático británico. Proporcionó un buen número de resultados parciales al problema planteado por Serret de encontrar todos los grupos que pueden formarse con n letras, y en el que también trabajaron Cauchy y Ruffini (este problema sigue sin estar completamente resuelto). Amplió a los octoniones, como Cayley y Graves, la teoría de los cuaternios. Planteó el problema de las quince fichas del juego de damas (1847) que tiene relación con el más general de las triadas (Steiner, 1853). Descubrió (1850) el punto que lleva su nombre en la teoría de las cónicas, que dio base para ulteriores investigaciones.

Kleene, Stephen Cole (1909-1994). Lógico y matemático estadounidense. Nació en Hartford (Connecticut). Se doctoró en la Universidad de Princeton. Enseñó en la Universidad de Wisconsin, Madison. Contribuyó importantemente a la teoría de las funciones recursivas. Trabajó (1936) en el diseño matemático de autómatas. Publicó, entre otras obras, *Introducción a la matemática* (1952), *Lógica matemática* (1967), *Orígenes de la teoría de funciones recursivas* (1981).

Klein, Christian Felix (1849-1925). Matemático alemán. Nació en Dusseldorf. Hijo de un alto funcionario del gobierno prusiano. Estudió en las universidades de Bonn, Gotinga (donde fue compañero de Lie), Berlín y París. Discípulo de Jordan y de Plücker, de quien fue su ayudante en la Universidad de Bonn. Profesor en Erlangen (1872-1875), en donde pronunció una famosa disertación inaugural. Tras trabajar en la Escuela Politécnica de Munich (1875-1880), obtuvo la cátedra de geometría en Leipzig (1880-1886). El periodo 1880-1882 representó para Klein un importante sobreesfuerzo, trabajando con Poincaré en la teoría de las funciones automorfas, lo que le sumió en una aguda crisis de agotamiento, que le llevó a abandonar la investigación de punta. Profesor en Gotinga (1886-1913) se propuso desarrollar allí un nuevo modelo de enseñanza basado en el contacto fluido entre profesor y alumno. Fundó por primera vez una biblioteca específica de matemáticas y creó la primera cátedra de matemática aplicada. Concibió programas de cooperación y obtención de subvenciones con las empresas. Todo ello hizo que Hilbert y Minkowski se trasladasen (1895) a Gotinga, con el objetivo de hacer de Gotinga el centro mundial de las matemáticas y de la física. La creación del Instituto de Matemáticas, que Klein había concebido, la llevó a cabo Courant en 1929, cuatro años después de la muerte de Klein.

En su obra *Sobre la geometría no euclídea* (1871), Klein analizó las teorías de Lobachevski, estudiando también los trabajos de Bolyai, von Staudt y Cayley. Fue el primero en observar que hay dos clases de geometría elíptica: en la geometría elíptica doble dos puntos no siempre determinan una línea recta única (esto es evidente a partir del modelo esférico, cuando los dos puntos son diametralmente opuestos), mientras que en la geometría elíptica simple, dos puntos siempre determinan una línea recta única. Retomó y generalizó la idea de Cayley (V. esta reseña) de que la geometría métrica es parte de la geometría proyectiva, subsumiendo las geometrías no euclídeas, la geometría elíptica doble y la hiperbólica (nombre dado por él), en la geometría proyectiva: cuando la superficie cuádrlica absoluto (si se considera la geometría tridimensional) es un elipsoide real, un paraboloides elíptico real o un hiperboloides real de dos hojas, se obtiene la geometría métrica de Lobachevski; cuando la superficie cuádrlica absoluto es imaginaria, se obtiene la geometría no euclídea de Riemann (de curvatura constante positiva); si es la esfera-círculo, se obtiene la geometría métrica euclídea usual. Luego la naturaleza de la geometría métrica queda determinada por la elección del absoluto. Demostró que la métrica proyectiva de Cayley definida por una curva real de segundo orden coincide con la métrica del espacio de curvatura constante negativa, con lo que Klein reflejó el plano de Lobachevski en el interior del absoluto, por ejemplo dentro del círculo. Los puntos del plano se reflejan en los puntos interiores del absoluto, las rectas se transforman en cuerdas sin los puntos extremos y las rectas paralelas en cuerdas con extremos comunes. El movimiento es una

transformación proyectiva que modifica el círculo en sí mismo, y las cuerdas en cuerdas. La distancia es como la de Cayley, es decir: $AB = \ln (AN/AM \cdot BM/BN)$.

En el espacio, Klein utiliza la transformación proyectiva en el interior de la esfera, y la geometría de Lobachevski se interpreta mediante el absoluto de Klein. Desde estas posiciones, la geometría de Lobachevski es la geometría de los subgrupos de todas las transformaciones proyectivas bajo las que el absoluto se transforma en sí mismo. Con este modelo de Klein se consigue la demostración completa de la no contradicción de la geometría de Lobachevski y la existencia para ésta de un sentido real. Klein introdujo la terminología de hiperbólica para la geometría de Lobachevski, elíptica para la de Riemann sobre una superficie de curvatura constante positiva, y parabólica para la euclídea. Con todo ello, Klein abrió el camino a un desarrollo axiomático que podría comenzar con la geometría proyectiva y obtener de ella las diversas geometrías métricas. La idea básica de su discurso *Una revisión comparativa de las investigaciones recientes en geometría* (1872) con motivo de su admisión en la Universidad de Erlangen (llamado “Programa Erlangen”), es que cada geometría puede ser caracterizada por un grupo de transformaciones y que una geometría trata realmente de los invariantes de este grupo de transformaciones. Más aún, una subgeometría de una geometría es una colección de los invariantes bajo un subgrupo de transformaciones del grupo original. Con esta definición todos los teoremas de una geometría correspondientes a un grupo dado continúan siendo teoremas en la geometría del subgrupo. Klein advirtió que todos los movimientos considerados en la geometría forman un grupo: el producto de dos movimientos es un movimiento, y cada movimiento se puede poner en correspondencia con su inverso. La geometría de Euclides y la de Lobachevski tienen grupos de movimientos diferentes. Si se propone la cuestión con mayor generalidad, resulta que la geometría del espacio se caracteriza por las propiedades del grupo de los movimientos de este espacio. Precisamente el movimiento es aquella transformación que permite comparar figuras con propiedades idénticas. De esta manera se destacan un conjunto de propiedades de los objetos espaciales invariantes respecto al movimiento. La ciencia que estudia estas propiedades es precisamente la geometría. Para la construcción de ésta es necesario dar: a) cierta variedad de elementos; b) un grupo de transformaciones que den la posibilidad de aplicar los elementos de una variedad dada, el uno en otro. La geometría deberá estudiar aquellas relaciones de los elementos que son invariantes ante todas las transformaciones del grupo dado. Desde estas posiciones son posibles, por ejemplo, las siguientes geometrías: a) la geometría de Euclides, que estudia los invariantes de la traslación; b) la geometría afín, cuyo objeto es el estudio de los invariantes de las transformaciones afines; c) la geometría proyectiva, que estudia los invariantes de las transformaciones lineales fraccionarias. Desde este punto de vista, la geometría de Lobachevski forma parte de la geometría proyectiva, donde se estudian los invariantes del subgrupo de las transformaciones proyectivas que transforman en sí mismos los puntos de una cierta circunferencia. En la clasificación de Klein, junto a los indicados, se incluyen muchos otros sistemas geométricos. Por ejemplo, la geometría conforme que abarca el grupo de las transformaciones que convierten círculos en círculos y que conservan los ángulos. Otro ejemplo es el de la topología, es decir, la geometría de los grupos de transformaciones continuas, esto es, aquéllas que conservan la proximidad infinita de los puntos. Ésta es la clase hoy llamada de los homeomorfismos, y el estudio de los invariantes bajo tales transformaciones es el objeto de estudio de la topología. En este esquema de las geometrías no se pueden incorporar, por ejemplo, la geometría algebraica y la diferencial.

En el campo de la topología, Klein estudió la equivalencia topológica de las superficies cerradas, demostrando que dos superficies cerradas orientables son homeomorfas si tienen el mismo género. Demostró también que el plano proyectivo (superficie cerrada bastante complicada) no es orientable. Puso de relieve (1882) la complejidad que pueden presentar las figuras cerradas al introducir la superficie de una sola cara luego llamada botella de Klein (es un toro no orientable). Más tarde (1884), ofreció un ejemplo de dos grupos isomorfos: el de las rotaciones del icosaedro regular (en su obra *Lecciones sobre el icosaedro*) y el de la ecuación de quinto grado. Klein, a pesar de que no le gustaba el formalismo de la teoría abstracta de grupos, se mostró favorable al concepto de grupo porque pensaba que unificaría la matemática. La teoría de grupos se había ocupado originalmente de conjuntos discretos de elementos, pero Klein abordó una unificación de los aspectos continuos y los discretos de la matemática bajo el concepto de grupo, acuñando (1895) la expresión “aritmetización del análisis”. Durante 1881 y 1882, trabajó con Poincaré sobre la teoría de las soluciones de las

ecuaciones diferenciales lineales, introduciendo la teoría de las funciones automorfas. Publicó junto con R. Fricke, *Lecciones sobre la teoría de las funciones automorfas* (1897).

Klein, en su *Teoría matemática del giróscopo* (1897), afirmaba: “La gran necesidad del presente en la ciencia matemática es que la ciencia pura y los departamentos de ciencias físicas en los que encuentra sus más importantes aplicaciones, vuelvan de nuevo a la asociación íntima que se mostró tan fructífera en las obras de Lagrange y Gauss”. Un poco después, insistía de nuevo sobre el asunto, temiendo el abuso de la libertad para crear estructuras arbitrarias, y subrayaba que: “... Éstas –las estructuras arbitrarias– son la muerte de la ciencia. Los axiomas de la geometría no son... proposiciones arbitrarias, sino que se deducen, en general, de nuestra percepción espacial, y están determinados en cuanto a su contenido preciso por la utilidad”. Para justificar los axiomas no euclídeos, señalaba que la visualización puede verificar el axioma euclídeo de las paralelas sólo hasta ciertos límites. En otra ocasión indicaba que: “Quienquiera que reivindique el privilegio de la libertad debe también soportar la responsabilidad (dedicación a investigar la naturaleza)”. Klein escribió: “Pero siempre debiera pedirse que un asunto matemático no se considere agotado hasta que haya llegado a ser intuitivamente evidente”. Klein se interesó por la enseñanza de la matemática en sus diversos niveles, ejerciendo una gran influencia en los círculos pedagógicos. Escribió *Lecciones del desarrollo de la matemática a lo largo del siglo XIX* (póstuma, 1926-1927).

Kleinberg, Jon Michael (n. 1971). Científico estadounidense, especialista en computación. Nació en Boston. Estudió en la Universidad de Cornell, doctorándose en el Massachusetts Institute of Technology. Profesor en la Universidad de Cornell. Uno de los grandes fenómenos sociales actuales es la popularización de la denominada World Wide Web, en abreviatura, la web. Desde un punto de vista estructural, se puede contemplar la web como un inmenso grafo dirigido, es decir, como un conjunto de nodos o vértices y un conjunto de arcos o relaciones entre pares de nodos. En la web cada nodo es una página o documento y los arcos son los enlaces entre ellos. Se calcula que en la web hay más de $8 \cdot 10^8$ nodos y más de un billón de arcos. Se ha comprobado que, partiendo de una página web “razonable” se puede llegar a cualquier otra página en un máximo de 19 clicks de ratón. Varios matemáticos han propuesto al respecto modelos de grafos. El modelo propuesto por Kleinberg consta de una malla $n \cdot n$, de forma que a cada nodo se le añaden primero conexiones a todos los nodos cercanos (a distancia menor o igual a t) y luego conexiones aleatorias a nodos lejanos. En concreto, se añade una conexión a un nodo a distancia d con probabilidad proporcional a d^{-r} , donde r es un parámetro del modelo. Para el caso $r = 2$ y $t = 1$, existe un algoritmo eficiente para encontrar un camino corto entre dos nodos cualesquiera. Además Kleinberg demostró que para ningún otro valor de r existe un algoritmo que calcule un camino corto. Kleinberg escribió *La web como un grafo: mediciones, modelos y métodos* (con Kumar, Vagaban, Rajagoplan y Tomkins, 1999) y *El fenómeno del pequeño mundo: una perspectiva algorítmica* (2000).

Kline, John Robert (1891-1955). Matemático estadounidense. Nació en Quakertown (Pensilvania). Profesor en la Universidad de Pensilvania. Proporcionó (1917) una base axiomática para la geometría doblemente elíptica, en la que dos rectas cualesquiera tienen al menos un punto en común, y la recta no es infinita, pues tiene las propiedades de la circunferencia, por lo que no basta abandonar el axioma euclídeo de las paralelas, sino que hay que reemplazar los axiomas euclídeos de orden por otros que describan las relaciones de orden entre los puntos de una circunferencia.

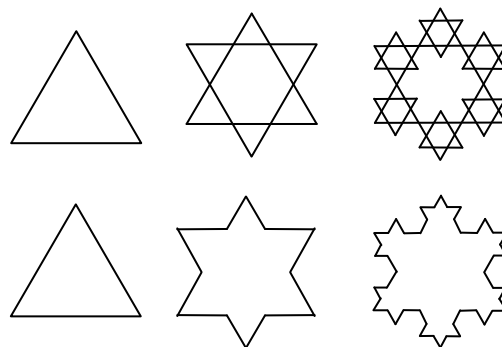
Kline, Morris (1908-1992). Matemático estadounidense. Nació en Nueva York. Estudió en la Universidad de Nueva York, de donde fue profesor. Se ocupó de la historia de las matemáticas, de su enseñanza y de su divulgación. Escribió *Las matemáticas en la cultura occidental* (1953), *Matemáticas, un enfoque cultural* (1962), *Matemáticas en el mundo moderno* (1968), *El pensamiento matemático desde los tiempos antiguos a los modernos* (1972), *El fracaso de la matemática moderna* (1976).

Klügel, George Simon (1739-1812). Matemático alemán. Discípulo de Kästner. Profesor de la Universidad de Helmstadt. En la controversia entre las ventajas relativas del análisis y de la síntesis (la posición de Kästner era favorable al análisis), Klügel escribía en 1767 que sospechaba que los ingleses

trataban de realzar sus méritos de una manera exagerada recurriendo a la dificultad de sus demostraciones sintéticas. Expuso los fundamentos lógicos de las leyes de las operaciones aritméticas. En su *Análisis trigonométrico* consideró las funciones trigonométricas como razones. Publicó *Diccionario matemático*, donde se definían los términos matemáticos, y en el que Grunert escribió el artículo sobre el “triángulo”. Expuso dudas sobre que pudiera demostrarse el axioma euclidiano de las paralelas, haciendo un resumen (1763) de los intentos más importantes de su demostración, llegando a la conclusión de que Euclides colocó correctamente esta proposición entre los axiomas. Opinó que la gente aceptaba la verdad de este axioma apoyándose en la experiencia. Conociendo el libro de Saccheri, *Euclides vindicado de todo reproche*, donde éste defendía el axioma de las paralelas, tratando de demostrarlo mediante la vía del absurdo, Klügel llegó a la conclusión de que Saccheri no había llegado a ninguna contradicción, sino que simplemente había llegado a resultados que parecían estar en oposición con la experiencia.

Knörrer, Horst (h. 1986). Profesor de matemáticas en el Instituto Tecnológico de Zurich. Investigó en ecuaciones en derivadas parciales no lineales. Ha publicado *Singularidades, Superficies de Riemann de género infinito, Curvas algebraicas planas* (con Briescom, 1986).

Koch, Helge von (1870-1924). Matemático sueco. Profesor en la Universidad de Estocolmo. En su obra *Sobre una curva continua, sin tangente, obtenida por medio de una construcción geométrica elemental* (1904), expuso la curva que lleva su nombre o curva copo de nieve, que es continua, no diferenciable, con perímetro infinito, que limita un área finita.



La definición de la curva, esencialmente, es la siguiente: Partiendo de un triángulo equilátero de lado l , se divide cada lado en tres partes iguales y se levanta un triángulo equilátero de lado $l/3$ sobre cada una de las partes centrales como bases, siempre hacia el exterior del triángulo anterior, de los que se suprimen sus bases; el resultado es una poligonal de 12 lados y de longitud total igual a $4l$; dividiendo cada uno de estos 12 lados en tres partes iguales, levantando los correspondientes 12 triángulos equiláteros sobre las partes centrales como bases y suprimiendo dichas bases, se obtiene otra poligonal de 48 lados y de longitud total $16l/3$ (en las tres figuras superiores se han representado las primeras etapas del dibujo de la curva, sin suprimir las bases de los triángulos equiláteros construidos; incluso en la figura de la derecha se aprecia la relación existente entre los doce nuevos triángulos equiláteros, cuyos lados se han prolongado formando seis triángulos equiláteros “satélites”; la curva corresponde exclusivamente a los contornos exteriores de cada figura, no formando parte de la misma los segmentos interiores al contorno; en las tres figuras inferiores sólo se han representado los contornos exteriores, es decir, la curva de Koch); repitiendo indefinidamente este proceso, se obtiene una curva límite extremadamente “arrugada”, cuya área se mantiene acotada en el valor $\frac{2}{5} \cdot 3^{l/2}$, que no sólo no tiene tangente en ninguno de sus puntos, a pesar de ser continua, sino que tiene la sorprendente propiedad de que, dados dos puntos cualesquiera de la curva, la longitud del arco que los une es infinita.

Koch estudió bajo la forma de determinantes infinitos, el hecho de que, en cierto sentido, una ecuación integral se puede considerar como una extensión desde un sistema de n ecuaciones con n incógnitas, a un sistema de infinitas ecuaciones con infinitas incógnitas. También formuló diferentes fenómenos relativos a la física del caos.

Koch, J. (h. 1976). Ayudó a Appel y Haken en su demostración del problema de los cuatro colores (V. Apple).

Kodaira, Kunihiko (1915-1997). Matemático japonés. Nació en Tokio, en cuya Universidad se doctoró. Profesor en la Universidad de Princeton, y posteriormente en la Universidad Johns Hopkins y en las de Stanford y Tokio. Galardonado con la medalla Fields 1954. Investigó sobre la geometría algebraica y la teoría de variedades complejas. Desarrolló y perfeccionó la teoría de Hodge de las funciones armónicas sobre superficies de Riemann.

Koebe, Paul (1882-1945). Matemático alemán. Nació en Luckenwalde. Estudió en Berlín y fue profesor en Leipzig y Jena. Clebsch había demostrado (1865) para una función $f(w,z) = \theta$ de género θ , que cada una de las variables puede expresarse como una función racional de un solo parámetro, es decir, que se pueden representar w y z como funciones univaluadas o uniformes del parámetro, y a estas funciones racionales se les llama funciones uniformizadoras. En el mismo año, Clebsch lo demostró para las funciones de género 1, por medio de funciones elípticas de un parámetro, y von Brill en 1886, para las de género 2, mediante funciones racionales de ζ y η donde η^2 es un polinomio de quinto o sexto grado en ζ . En 1907, Poincaré y Koebe dieron independientemente una demostración del teorema de uniformización para curvas, que al ser establecido rigurosamente ha hecho posible un tratamiento perfeccionado de las funciones algebraicas y de sus integrales (se trata del problema 22 de los propuestos por Hilbert en 1900). Riemann en su tesis de 1851 en Gotinga, *Fundamentos de una teoría general de funciones de una variable compleja*, afirmó que si D y G son dominios simplemente conexos propios del plano, entonces existe una aplicación conforme de D sobre G . La demostración dada por Riemann no era rigurosa. En la década de 1910, varios matemáticos obtuvieron demostraciones rigurosas, entre ellos Koebe.

Koenigs, Paul Xavier Gabriel (1858-1931). Matemático francés. Nació en Toulouse (Haute-Garonne). Estudió en la École Normale Supérieure en París. Su tesis doctoral versó sobre las propiedades infinitesimales del espacio reglado (1882). Fue profesor de mecánica en la Sorbona. Estudió los poliedros estrellados. Publicó *Investigaciones sobre algunas ecuaciones integrales*, *Desarrollos sobre la geometría* (1891), *La geometría reglada y sus aplicaciones* (1895), *Lecciones de cinemática*, *Cinemática teórica* (1897), *Introducción a una teoría nueva de los mecanismos* (1905).

Koersma, J. (h. 1689). Matemático holandés. Estudió la curva cardioide (1689).

Koestler, Arthur (1905-1983). Novelista y divulgador científico húngaro, nacionalizado británico. Nació en Budapest. Abandonó el Partido comunista alemán en la época de los procesos de Moscú (1937). En 1948 recibió la nacionalidad británica. Escribió *El testamento español* (1938), sobre la guerra civil española y su desengaño por el comunismo, *Los gladiadores* (1939), *El cero y el infinito* (1940), *Llegada y partida* (1943), *El yogui y el comisario* ((1945), *El dios caído* (1949), sobre su desilusión por el comunismo, *El acto de la creación* (1964), *Las raíces del azar* (1971). Aquejado de leucemia y Parkinson, él y su mujer se suicidaron. En su autobiografía dice: “Desde la infancia hasta la edad universitaria, las matemáticas y las ciencias siguieron siendo casi mis únicos intereses, y el ajedrez mi entretenimiento principal. Me fascinaban especialmente la geometría, el álgebra y la física, porque estaba convencido (como también lo estuvieron los pitagóricos y los alquimistas) de que en estas disciplinas se hallaba la clave del misterio de la existencia... Dedicarse a buscar la solución de este secreto me parecía el único propósito digno del hombre, y cada paso de la búsqueda lleno de encantos y animación... Nuestro sistema de educación promueve la indiferencia hacia las leyes de la naturaleza, deficiencia comparable a la miopía o al daltonismo”.

Kogan, Boris Yu. (h. 1976). Matemático soviético. Publicó *Aplicación de la mecánica a la geometría*.

Köhler, Fr. (h. 1797). En su libro *Instrucción* (1797), se atribuía gran importancia al cálculo mental.

Kolmogórov, Andréi Nikoláievich (1903-1987). Matemático y lógico ruso. Nació en Tambov (Rusia). Estudió en la Universidad de Moscú, en la que se graduó en 1925, de la que fue profesor

(1931) y director de su Instituto de Matemáticas (1933). En 1939 fue elegido académico de la Academia de Ciencias de la URSS. Trabajó en la axiomatización del cálculo de probabilidades, utilizando la medida de Lebesgue. Contribuyó en topología homotópica y en los “procesos” de Markov, donde hizo importantes progresos, e introdujo el método de la cohomología en la topología combinatoria. Demostró en 1926 que existe una función periódica integrable según Lebesgue, cuya serie de Fourier no converge a ella en ningún punto. Contribuyó en la teoría de las ecuaciones diferenciales estocásticas y en la teoría de aproximación de funciones. La llamada noción de entropía de Kolmogórov-Sinai es fundamental para la teoría del caos, y es el mismo objeto que aparece en la teoría de la información de Shannon (V. esta reseña). Kolmogórov y Lévy crearon la teoría de los procesos estocásticos, basada en la distribución denominada “medida de Wiener”. Junto con Arnold y Moser, estableció el llamado teorema KAM (Kolmogorov-Arnold-Moser) sobre la estabilidad de los sistemas hamiltonianos integrables. En la década de 1930 escribió *Formulación topológica de grupo en geometría* y *Formulación de geometría proyectiva*. En 1933 publicó *Fundamentos de la teoría de la probabilidad*. Escribió junto con Alexandrov y Laurentiev, *La matemática: su contenido, métodos y significado* (1956). Con Yushkevich escribió, *Matemáticas del siglo XIX, geometría y teoría de la función analítica*. En la última parte de su vida, fue nombrado presidente de la Comisión para la Educación Matemática bajo el Presidium de la Academia de las Ciencias de la URSS; durante su presidencia se desarrolló un nuevo plan de estudios para las matemáticas que se aplicó en las escuelas de la URSS,

Kontsevich, Maxim Lvovich (n. 1964). Matemático ruso. Nació en Moscú. Estudió en la Universidad Estatal de Moscú. Profesor en el Institut des Hautes Études Scientifiques de París. Galardonado con la medalla Fields 1998. Sus investigaciones se centran en los aspectos geométricos de la física matemática, en particular sobre la teoría de nudos y la simetría especular.

Koopmans, Tjalling Charles (1910-1985). Economista holandés, naturalizado estadounidense. Nació en Graveland. Estudió matemáticas y física en las universidades de Utrecht y Leiden. Se doctoró en económicas en Leiden (1936). Trabajó en Estados Unidos desde 1940, aplicando la programación lineal en la reducción de costes en producción y transporte. Experto en econometría y en programación lineal, fue profesor de economía en Yale (1955). Se nacionalizó estadounidense en 1946. Premio Nobel de economía, 1975. Escribió *Tres ensayos sobre el estado de la ciencia económica* (1957), sobre la metodología del análisis económico.

Kostovski, A. N. (h. 1980). Matemático soviético. Publicó *Construcciones geométricas mediante un compás* (1980).

Köter, Ernst (h. 1898). Matemático alemán. Trabajó en geometría proyectiva. Publicó *Desarrollo de la geometría sintética desde Monge hasta Staudt* (1898).

Kovalevskaya, Sofia Vasilievna (1850-1891). Matemática y novelista rusa. Nació en Moscú. Hija de un general ruso que tras el retiro se hizo hacendado. Estando cerrada la entrada de mujeres en la universidad rusa, partió al extranjero. En la obtención del pasaporte le ayudó su matrimonio (1868) con V. O. Kovalevski, paleontólogo ruso. Tras una breve estancia en Heidelberg, pasó a Berlín (1869) donde Weierstrass dirigió sus estudios de matemáticas. Éste envió a Gotinga (1874) tres trabajos de Kovalevskaya: *Sobre la teoría de ecuaciones en derivadas parciales*, *Sobre la forma de un anillo de Saturno* y *Sobre la reducción de una clase de integrales abelianas de tercer rango a integrales elípticas*, con lo que Kovalevskaya obtuvo el grado de doctor sin tener que defender la tesis. En el primero de estos trabajos, Kovalevskaya demostró el teorema de existencia y unicidad de las soluciones de un sistema de ecuaciones diferenciales, mejorando en parte los trabajos de Cauchy al respecto. En el segundo trabajo llegó a demostrar que la sección de un anillo de Saturno no es elíptica sino oval (más tarde se llegaría a comprobar la discontinuidad de los anillos de Saturno). En el tercer trabajo encontró las condiciones de reducción de una integral abeliana de tercer rango que contiene un polinomio de octavo grado, a una integral elíptica de primer género. Ese mismo año, 1874, volvió a Rusia donde no pudo conseguir un trabajo en la universidad. En 1883, tras la muerte de su marido, recibió una invitación (gracias a Mittag-Leffler) para ocupar un puesto de docente en la recientemente

abierta Universidad de Estocolmo, donde un año después fue profesora de matemáticas (1889). En 1888 ganó el premio de la Académie des Sciences de París con un trabajo sobre la integración de las ecuaciones del movimiento para un cuerpo sólido rotando alrededor de un punto fijo. Con otro trabajo sobre esta cuestión recibió un premio de la Academia Sueca de Ciencias. En 1889 fue elegida miembro de la Academia de Ciencias de San Petersburgo.

Krahe García, Augusto (1867-1930). Matemático español. Nació en Madrid. Licenciado en ciencias exactas. Catedrático de geometría descriptiva y ampliación de matemáticas en la Escuela de Ingenieros Industriales en Madrid. Colaboró asiduamente en varias revistas científicas, publicando diversos artículos sobre álgebra y geometría, entre ellos *Sobre las cónicas circunscritas a un triángulo* (1897), *Sobre las relaciones de Ptolomeo y Feuerbach* (1898), *Cónicas homotéticas y concéntricas* (1899), *Apuntes de álgebra superior* (1899), *Sobre el punto de Gergonne* (1900), *Cuadriláteros esféricos articulados* (1900), *Teoremas deducidos de la identidad de Vandermonde* (1904), *Los centros isodinámicos en la resolución de ecuaciones de tercer grado* (1905), *Proyecciones ortogonales de un tetraedro regular* (1925), *Cálculo de variaciones* (1931).

Kramers, Hendrik Anthony (1894-1952). Matemático holandés. Nació en Róterdam. En relación con ecuaciones diferenciales de la forma $y'' + \lambda^2 q(x, \lambda)y = 0$, donde λ es un parámetro positivo grande, pudiendo ser x real o complejo, la solución se suele dar con un término de error en función de λ . La aproximación más general y precisa de este término aparece explícitamente en artículos de Wentzel (1926), Kramers (1926), Brillouin (1926) y Jeffreys (1923), conociéndose dicha aproximación como la solución *WKBJ*. Todos ellos fueron físicos que trabajaron en teoría cuántica con la ecuación de Schrödinger.

Krause, Karl Christian Friederich von (1781-1832). Filósofo y matemático alemán. Nació en Eisenberg (Renania-Palatinado). Sus ideas filosóficas tuvieron gran predicamento especialmente en España ("krausismo"). Escribió junto con L. J. Fischer un libro sobre análisis combinatorio (1812). En su obra *Nuevas teorías de las líneas curvas* (póstuma, 1835) analizó las coordenadas naturales, estudiando la curva antíloga, a la que bautizó, cuya ecuación en dichas coordenadas es $s\tau = a$, donde s es el arco, τ el ángulo tangencial y a una constante. Publicó *Esquema del sistema de la filosofía* (1804), *Sistema de la moral* (1810), *El prototipo de la humanidad* (1811), *Lecciones sobre el sistema de la filosofía* (1828), *Lecciones sobre las verdades fundamentales de la ciencia* (1829).

Kremer, Gerhard. V. Mercator, Gerard.

Kresa, Jacobo (1645-1715). Matemático austríaco. Nació en Smirschitz (Austria). Jesuita, enseñó gramática, hebreo y matemáticas en Praga y en Olmutz. Sustituyó, al parecer, a José Zaragoza en la cátedra de matemáticas del Colegio Imperial de Madrid. A la muerte de Carlos II volvió a Bohemia y ocupó la cátedra de controversia en Praga, muriendo en Brunn (Austria). Publicó una edición de los *Elementos* de Euclides (1689), incluyendo algunas adiciones suyas, así como también del matemático español Omerique. En su obra *Análisis trigonométrico* (póstuma, 1720), destaca el empleo metódico del cálculo algebraico.

Kreyszig, Erwin (1922-2008). Matemático alemán. Nació en Pirna (Sajonia). Se doctoró en la Universidad de Darmstadt. Trabajó en diversas universidades (Tubinga, Münster, Stanford, Ottawa, Ohio, Mainz, Düsseldorf, Karlsruhe, Windsor, Carleton). Trabajó en el campo de las matemáticas aplicadas. Publicó diversos libros, entre ellos: *Geometría diferencial* (1959), *Introducción a la geometría diferencial y a la geometría de Riemann* (1968), *Métodos de análisis complejo en ecuaciones diferenciales parciales, con aplicaciones* (1988), *Análisis funcional y sus aplicaciones* (1989).

Kronecker, Leopold (1823-1891). Matemático alemán. Nació en Liegnitz (Prusia). Hijo de padres judíos, prefirió la religión cristiana protestante. Estudió en Berlín, Bonn y Breslau. En la Universidad de Berlín estuvo en contacto con Weierstrass, Dirichlet, Jacobi y Steiner. Fue discípulo de Kummer. Presentó en Berlín su tesis doctoral, *Sobre unidades complejas* (1845), que versó sobre teoría

algebraica de números, tratando de las unidades que pueden existir en los cuerpos de números algebraicos creados por Gauss. Fue un próspero hombre de negocios, dirigiendo en el periodo 1845-1855, una explotación familiar, y regresando después a Berlín, siendo financieramente independiente. Miembro de la Academia de Ciencias de Berlín (1861), siempre estuvo estrechamente relacionado con los científicos de la Universidad de Berlín, donde fue profesor (1883), sucediendo a Kummer.

Resolvió, como Hermite, la ecuación general de quinto grado mediante funciones modulares elípticas (1858). Demostró (1879) de forma simple y rigurosa la imposibilidad de resolver por radicales la ecuación general de grado mayor que cuatro (Abel lo había demostrado de forma indirecta y complicada). Resolvió definitivamente la determinación de todos los factores racionales de un polinomio. Utilizando el método de construcción de campos de Gauss, creó (1882) la construcción del campo de descomposición para cualquier polinomio, con lo que el teorema fundamental del álgebra tomó la siguiente forma: El campo de cualquier polinomio (con coeficientes reales o complejos) es un subcampo del campo de los números complejos o es isomorfo a este subcampo. En relación al problema de la clasificación de los irracionales algebraicos, el teorema de Kronecker-Weber dice que: Las raíces de las ecuaciones abelianas (ecuaciones con grupo conmutativo) con coeficientes racionales se expresan racionalmente a través de las raíces de la unidad. Kronecker se ocupó de los “ideales”, desarrollando además la teoría de los “cuerpos de números” (dominios de racionalidad; clase cerrada respecto de la adición, sustracción, multiplicación y división), con un concepto de cuerpo mucho más general que el de Dedekind, introduciendo la noción de un sistema modular que jugaba el papel de los “ideales” de aquél. Específicamente, introdujo (1881) la noción de una indeterminada adjunta aun cuerpo siendo únicamente la indeterminada una nueva cantidad abstracta. Convirtió esta idea de extender un cuerpo añadiendo una indeterminada, en la piedra angular de su teoría de números algebraicos. Demostró que la teoría de los números algebraicos es independiente del teorema fundamental del álgebra y de la teoría del sistema completo de los números reales.

Fue el primer “intuicionista”, expresando sus puntos de vista al respecto durante las décadas de los años 1870 y 1880. Se situó en contra de las ideas de Weierstrass (pues su rigor involucraba conceptos inaceptables para Kronecker) y de Cantor (del que Kronecker opinaba que su teoría de conjuntos y números transfinitos no era matemática sino misticismo), estando dispuesto a aceptar los números enteros porque son claros a la intuición (“son obra de Dios”, todo lo demás era obra del hombre y, por tanto, sospechoso), y los fraccionarios por un convenio de notación, pero no los irracionales, llegando a negar su existencia (*Sobre el concepto de número*, 1887). Al respecto, decía a Lindemann: “¿A qué vienen sus hermosas investigaciones sobre el número π ? ¿Por qué elige tales problemas si en verdad no existen números irracionales de ninguna clase?” En esta misma obra sostuvo la verdad de las disciplinas aritméticas, negándosela a la geometría. Kronecker era partidario de la aritmetización de las matemáticas, lo que significaba la tendencia a reducir todas las dificultades relativas a la fundamentación de cualquier rama de las matemáticas, a una serie natural. Su oposición a los trabajos de Cantor, llevó a Kronecker no sólo a impedir que Cantor obtuviese un puesto en la Universidad de Berlín, sino que intentó ir destruyendo subterráneamente la rama de la matemática que Cantor iba creando, lo que supuso a Cantor importantes crisis nerviosas. En su obra *Elementos de una teoría aritmética de magnitudes algebraicas* (1882) decía que: “La definición de reducibilidad está desprovista de fundamento seguro mientras no se dé un método por el que se pueda decidir si una función dada es reducible o no” (los algebraistas solían contentarse con decir de un polinomio que era reducible si tenía una raíz racional, en caso contrario era irreducible). En su época Kronecker no encontró partidarios de su filosofía y durante casi veinticinco años nadie siguió sus ideas. Sin embargo, una vez descubiertas las paradojas, el intuicionismo se revitalizó convirtiéndose en un movimiento muy extendido.

Kronecker reaccionó contra la deriva de los matemáticos hacia la matemática pura, escribiendo, por ejemplo, a Helmholtz: “La riqueza de su experiencia práctica con problemas sanos e interesantes dará un nuevo sentido y un nuevo ímpetu a la matemática... La especulación matemática unilateral e introspectiva conduce a campos estériles.”

Kuhi, Al. V. Alkuhi.

Kuhn, Thomas Samuel (1922-1996). Epistemólogo estadounidense. Se doctoró en física por la Universidad de Harvard. Fue profesor en las Universidades de California Berkeley, Princeton y en el

Massachusetts Institute of Technology. En su obra *La estructura de las revoluciones científicas*, expone que el progreso científico se manifiesta cuando un paradigma deja de resolver problemas dentro del ámbito para el que fue definido, siendo abandonado y sustituido por otro. Esta teoría ha tenido gran influjo en el mundo educativo de las ciencias.

Kuiper, Nicolaas H. (1920-1994). Matemático holandés. Estudió en la Universidad de Leiden (1937-1941). Se doctoró en 1946. Completó sus estudios en Princeton (1947-1949). Fue profesor (1950) en la Universidad de Wageningen (Güeldres, Holanda), y de geometría diferencial en la de Amsterdam (1961). De 1971 a 1985 fue director del Instituto de Altos Estudios Científicos en Bures-sur-Yvette, en el campus de Orsay de la Universidad París-Sur.

Demostó en 1955 que existen superficies lisas que representan (en el sentido de su geometría intrínseca) todo el plano de Lobachevski, pero que tales superficies no pueden ser deformadas continuamente y no tienen una curvatura definida. Kuiper y Nash demostraron que si se conserva solamente la lisura de una superficie y se permite la aparición de saltos bruscos en su curvatura (es decir, se eliminan algunas exigencias de continuidad, acotación o incluso la existencia de derivadas segundas de las funciones que definen la superficie), entonces es posible deformar la superficie como un todo con un alto grado de arbitrariedad. En particular, una esfera se puede deformar en una bola arbitrariamente pequeña formada por pliegues ondulados muy poco pronunciados. Un ejemplo de ello lo proporciona la posibilidad de arrugar casi de cualquier forma una funda esférica hecha de tela muy blanda.

Kulata, Gina (h. 1977). Escribió *Teoría de catástrofes: El emperador no tiene vestidos* (1977), donde criticaba la teoría de catástrofes fundamentalmente en sus aplicaciones a las ciencias sociales y biológicas.

Kummer, Ernst Eduard (1810-1893). Matemático alemán. Nació en Sorau (Brandeburgo, Prusia; hoy, Zary, Lebus, Polonia). Quedó huérfano de padre a la edad de tres años. Su madre consiguió que su hijo obtuviese una educación superior en la Universidad de Halle (1828-1831), pasando de estudiar teología a estudiar matemáticas. Alumno de Gauss y de Dirichlet, se doctoró a los 21 años. Después de una docena de años de impartir enseñanza en escuelas de nivel medio, como el Liceo de Liegnitz, donde Kronecker fue alumno suyo, fue profesor en la Universidad de Breslau (1842-1855) y sucedió a Dirichlet en la Universidad de Berlín (1855) cuando éste sucedió a Gauss en Gotinga. En 1861 fundó, con Weierstrass, el primer Seminario Alemán de Matemáticas Puras. Fue miembro de la Academia de Berlín desde 1855. En 1883 se retiró como profesor de la Universidad de Berlín.

Desarrolló la teoría de los cuerpos de números. Estudió los números complejos más generales, en los que tomó como componentes las raíces de $x^n - 1 = 0$. El desarrollo de esta teoría le condujo a la introducción de los “números ideales” (1847), basados en la idea de “anillo”, con lo que consiguió la factorización única de los cuerpos de números algebraicos. Un conjunto R de elementos sobre el que están definidas dos operaciones, suma y multiplicación, se dice que es un anillo si: 1) es un grupo abeliano con respecto a la suma, y 2) la multiplicación es asociativa y distributiva con respecto a la suma. Por lo tanto, un anillo en el que la multiplicación es conmutativa, que tiene elemento unidad y que no tiene divisores de cero, es un dominio de integridad. Un ideal es entonces un subconjunto I del anillo R tal que: 1) es un grupo para la suma, y 2) siempre que x pertenezca a R y y pertenezca a I , xy e yx pertenecen a I . El conjunto de los números enteros pares, por ejemplo, es un ideal del anillo de los enteros. Ocurre que en el anillo R (de hecho, dominio de integridad) de los enteros algebraicos, cualquier ideal I de R se puede expresar de manera única (excepto en el orden de los factores) como un producto de ideales primos. Es decir, que la unicidad en la factorización puede salvarse a través de la teoría de ideales. Con auxilio de este concepto logró encontrar la demostración del gran teorema de Fermat para todos los exponentes primos n que no figuren entre los factores del numerador de los $(n-3)/2$ primeros números de Bernoulli, de ahí que en la primera centena sólo quedan excluidos los números 37, 59 y 67. En 1857 demostró el gran teorema de Fermat para estos tres números.

A pesar de que su trabajo principal versó sobre teoría de números, hizo notables descubrimientos en geometría que tuvieron su origen en problemas ópticos, y también importantes contribuciones al estudio de la refracción de la luz en la atmósfera. Como otros matemáticos de su tiempo, no aceptaba

(1860) una geometría tetradimensional, pues identificaban la geometría con el estudio del espacio físico.

Kuros, Alexander G. (h. 1977). Matemático soviético. Discípulo de P. S. Alexandrov. Demostró el teorema que afirma que todo subgrupo de un producto libre es también un producto libre de subgrupos isomorfos a subgrupos apropiados de los factores y, posiblemente, un subgrupo libre distinto. Publicó una monografía sobre teoría de grupos en la que por primera vez se da una exposición sistemática de los resultados obtenidos en dicha teoría. Publicó *Curso de álgebra superior* (1977).

Kutta, Martin Wilhelm (1867-1944). Físico y matemático alemán. Nació en Pitschen (hoy, Byczyna, Opole, Alta Silesia, Polonia). Estudió en las Universidades de Breslau (hoy, Wrocław), Munich, Cambridge. Fue profesor en la Universidad de Stuttgart (1911-1935). Realizó estudios fundamentales de aerodinámica. Desarrolló (1901) con Runge el método Runge-Kutta para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

L

La Caille. V. Caille, La.

La Faille, Jean Charles de. V. Faille, Jean Charles de la.

La Goupillière, Julien Napoleon Haton de. V. Goupillière, Julien Napoleon Haton de la.

La Gournerie, Jules-Antoine-René Maillard de. V. Gournerie, Jules-Antoine-René Maillard de la.

La Hire, Philippe de. V. Hire, Philippe de la.

La Ramée, Pierre de. V. Ramée, Pierre de la.

La Roche, Etienne de. V. Roche, Etienne de la.

La Torre Argai, Francisco de. V. Torre Argai, Francisco de la.

La Vallée Poussin, Charles Jean de. V. Vallée Poussin, Charles Jean de la.

La Villa Cuenca, Agustín de. V. Villa Cuenca, Agustín de la.

Labaña, Juan Bautista (h. 1550-1624). Matemático portugués, caballero de la Orden de Cristo. Nació en Lisboa. Se le encomendó la docencia de “leer matemáticas” en la Academia de Matemáticas de Felipe II (1582), en Lisboa y luego en Madrid. Escribió *El arte de navegar* (1588, impreso en 1595), *Descripción del Universo* (del que se conserva un ejemplar en la Biblioteca Nacional, escrito expresamente para Felipe II).

Labatie, Antide Gabriel Marguerite (1786-1866). Matemático francés. Nació en Ain-Talissieu (Ain, Rhône-Alpes). Dedicó un libro al estudio de un nuevo método de eliminación para ecuaciones lineales, por medio del máximo común divisor (1835).

Lacaille, Nicolas Louis de (1713-1762). Astrónomo francés. Estudió teología, matemáticas y astronomía en París. Catalogó cerca de diez mil estrellas. Calculó y tabuló una lista de eclipses para mil ochocientos años. Dio las fórmulas fundamentales de la trigonometría diferencial (1741).

Lachlan, Robert (h. 1893). Matemático inglés. Publicó *Tratado elemental de geometría pura moderna* (1893).

Lacroix, Sylvestre François (1765-1843). Matemático francés. Alumno de la École Polytechnique, discípulo de Monge. Publicó *Tratado de cálculo diferencial e integral* (1797-1800), en tres volúmenes. En la introducción dice: “Toda cantidad cuyo valor depende de una o varias otras se llama función de éstas últimas, ya sea que se conozca o no por medio de qué operaciones es necesario pasar de las últimas a la primera cantidad”, y da como un ejemplo la raíz de una ecuación de quinto grado como función de sus coeficientes. El primer volumen se refiere al cálculo diferencial y a sus aplicaciones geométricas. Aunque utiliza el método de Lagrange no excluye el uso de límites. Así dice explícitamente que la razón de dos cantidades, cada una de las cuales se aproxima a cero, puede aproximarse a un número bien definido, al que tiene como límite. Introdujo la diferencial dy de una

función $y = f(x)$ en términos de la derivada; por ejemplo, si $y = ax^3$, $dy = 3ax^2 dx$, utilizando el término “coeficiente diferencial” para la derivada; así, $3ax^2$ sería el coeficiente diferencial. En las aplicaciones geométricas aparece la expresión “geometría analítica”, diciendo que: “Evitando cuidadosamente todas las construcciones geométricas, haremos ver al lector que existe una manera de considerar la geometría que se podría llamar *geometría analítica*, y que consiste en deducir las propiedades de la extensión del menor número posible de principios por métodos puramente analíticos, como lo hizo Lagrange en su mecánica con respecto a las propiedades del equilibrio y del movimiento”.

También aparece el estudio de las curvas mediante las coordenadas intrínsecas, que son “cantidades absolutamente inherentes a la curva propuesta”. Lacroix sostenía que el álgebra y la geometría “deberían ser tratadas separadamente, tan separadas una de la otra como sea posible, y el hecho de que los resultados en cada una de ellas puedan servir para una clarificación mutua correspondería, como si dijéramos, a la relación que hay entre el texto de un libro y su traducción a otro idioma”. El segundo volumen, dedicado al cálculo integral con cálculo de variaciones, trae la distinción entre integral definida e indefinida y las definiciones respectivas. El tercer volumen se ocupa de diferencias y series. Tratando de la serie: $a/(a-x) = 1 + x/a + x^2/a^2 + x^3/a^3 + \dots$, dice que se debería hablar de la serie como un desarrollo de la función, ya que la serie no siempre tiene el valor de la función a la que corresponde. La serie, dice, sólo da el valor de la función para $|x| < |a|$, y continúa con la idea de que la serie está de todos modos asociada a la función para todo x ; en cualquier trabajo analítico en que esté involucrada la serie será correcto concluir que se está tratando de hecho con la función; así pues, si se descubre determinada propiedad de la serie, se puede estar seguro de que esa propiedad se verifica para la función; para darse cuenta de la certeza de este aserto, es suficiente observar que la serie verifica la ecuación que caracteriza a la función. Por ejemplo, para $y = a/(a-x)$ se tiene que: $a - (a-x)y = 0$. Pero si se sustituye en esta ecuación y por la serie, se ve que la serie también la satisface; se sabe que lo mismo sería para cualquier otro ejemplo, remitiendo Lacroix al gran número de ellos que presenta en el texto. En relación al rigor con que los griegos acompañaban sus demostraciones, Lacroix dice en el prefacio al primer volumen de su obra: “... Tales pequeñeces como aquéllas por las que se preocupan los griegos, nosotros no las necesitamos”. La actitud típica de los matemáticos de aquella época era: ¿Por qué complicarse probando con razonamientos oscuros cosas de las que nunca se duda en primera instancia, o por demostrar lo que es más evidente por medio de lo que es menos evidente?

Escribió también una colección de obras didácticas de matemáticas que incluye todas las ramas de esta ciencia y hasta un tratado de didáctica matemática. Entre estos tratados, que alcanzaron un gran éxito tanto en Francia como en otros países a través de traducciones a otros idiomas, figuran *Curso de matemáticas* (1795), *Tratado de aritmética* (1797), *Tratado sobre álgebra* (1798), *Tratado sobre cálculo de probabilidades* (1816) y *Tratado elemental de cálculo diferencial e integral* (1797-1800). Lacroix se negó a utilizar el nombre de *geometría analítica* (V. al respecto, las reseñas de Lefrançois y Biot) como posible título de su libro de texto, que arrastró, edición tras edición, el pesado y escasamente atractivo título de *Tratado elemental de trigonometría rectilínea y esférica y aplicación del álgebra a la geometría* (1799), en el que aparecen por primera vez los problemas fundamentales sobre la línea recta tal como se estudian hoy en día, y donde se inicia el estudio metódico de la circunferencia. Conocía las ecuaciones polares de las cónicas, así como las referidas a un eje y la tangente en el vértice. Publicó también un tratado de geometría proyectiva, donde inició el estudio de los triedros.

Laczkovich, Miklós (n. 1948). Matemático húngaro. Estudió en la Universidad Eötvös Loránd, de donde es profesor. Ha investigado en la teoría de la medida. En 1990 resolvió el problema de Tarski, cuyo enunciado es: ¿Es posible cortar un disco en un número finito de piezas que luego se puedan ensamblar para formar un cuadrado? Sorprendentemente el círculo se puede cortar en un número finito (aproximadamente 10^{50} piezas) que se pueden ensamblar en un cuadrado, solamente trasladándolas, sin rotar (V. Tarski). Publicó *Conjetura y prueba*.

Laensbergh, Philip van (1561-1632). Matemático flamenco. Nació en Gante (hoy, Flandes Oriental, Bélgica). En su obra *Ciclometría* (1616), calculó π con 28 cifras decimales. En *Geometría de los triángulos* (1591), enuncia por primera vez el teorema del coseno en trigonometría esférica.

Lafforgue, Laurent (n. 1966). Matemático francés. Nació en Antony (Hauts-de-Seine). Estudió en la École Normale Supérieure de París. Se doctoró en la Universidad de París-Sur. Es director de investigación en el CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique). Galardonado con la medalla Fields 2002. Ha contribuido importantemente al Programa Langlands en los campos de la teoría de números y del análisis.

Lagny, Thomas Fantet de. V. Fantet de Lagny, Thomas.

Lagrange, Joseph-Louis (1736-1813). Matemático italiano de origen francés. Nació en Turín, de padres muy bien situados económicamente y de orígenes francés e italiano respectivamente. Fue el más pequeño de 11 hermanos y el único que sobrevivió más allá de la infancia. De niño no estaba especialmente interesado en las matemáticas, pero estando todavía en la escuela, leyó un ensayo de Halley sobre las virtudes del cálculo de Newton y se entusiasmó por el tema. Estudió en Turín, y a los diecinueve años fue profesor de matemáticas de la Real Escuela de Artillería de Turín. Profesó una gran admiración por Arquímedes. Sus primeros trabajos (1759-1761) aparecieron en *Miscelánea*, publicación periódica de una sociedad científica de Turín, que contribuyó a fundar (1757) y que luego se convirtió en la Academia Real de esa ciudad. Entre estos trabajos se encuentran los que realizó sobre la cuerda vibrante, con los que se unió a la controversia existente sobre esta materia entre D'Alembert, Euler y Daniel (I) Bernoulli (V. al respecto la reseña de éste último). También en estas fechas (1759), trabajó sobre ondas esféricas y cilíndricas. Invitado (1766) por Federico el Grande de Prusia vivió 20 años en Berlín (fue presidente de su Academia de Ciencias), que abandonó tres años antes del comienzo de la Revolución francesa, pasando a París. En 1794, cuando el químico Lavoisier fue guillotinado, Lagrange comentó: "Se ha necesitado sólo un momento para cortar esa cabeza, y quizá un siglo no sea suficiente para producir otra como ella". En 1795 preparó e impartió lecciones para los estudiantes de la École Normale, de la que fue profesor, lecciones que corresponderían hoy a un nivel medio de álgebra, gozando este trabajo de una popularidad que se extendió a Estados Unidos, donde se publicaron con el título de *Lecciones sobre matemáticas elementales*. Fue miembro de la Comisión de Pesos y Medidas y de la Oficina de Longitudes desde su formación en 1795. En 1797 se fundó la École Polytechnique, de la que fue profesor durante algunos años, y para cuyos estudiantes de nivel superior preparó un curso de análisis, publicado con el título *Teoría de las funciones analíticas, que contiene los principios del cálculo diferencial, liberados de cualquier consideración de infinitesimales o límites que desaparecen y de fluxiones, reducidos al análisis algebraico de las cantidades infinitas* (1797), que se ha considerado desde entonces como un verdadero clásico de la historia de las matemáticas. Realizó importantes contribuciones en diversas ramas de las matemáticas (teoría de números, ecuaciones algebraicas, cálculo infinitesimal, ecuaciones diferenciales, cálculo de variaciones), aplicando éstas a los más variados problemas de mecánica, astronomía y probabilidades, por lo que, en su reconocimiento, fue nombrado conde. Su interés principal fue la aplicación de la ley de gravitación al movimiento de los planetas.

En 1775 afirmaba que: "Las investigaciones aritméticas son las que me han costado más dificultades y son quizá las de menor valor". En sus lecciones elementales de aritmética introdujo una nueva forma de sustracción y división abreviada. En teoría de números se ocupó de numerosos problemas de análisis indeterminado, de primero y segundo grado, de la demostración del problema de Wilson (que dice que para todo primo p , el número $(p-1)!+1$, es divisible por p), de que todo número es siempre suma de cuatro cuadrados, de que ningún triángulo rectángulo de lados enteros tiene por área un cuadrado. Estudió el problema de Waring de que cualquier número natural ≥ 2 se puede representar como la suma de n -ésimas potencias de números naturales, dependiendo el número N de términos solamente de n , demostrando que si $n = 2$, $N = 4$, etc. Descubrió que si un número es representable por una forma, es también representable por muchas otras formas, que llamó equivalentes. Las últimas se podían obtener a partir de la forma original mediante un cambio de variables. En particular, demostró que para un discriminante dado, $b^2 - 4ac$, existe un número finito de formas tal que cada forma con ese discriminante es equivalente a una de ese número finito. De esta manera, todas las formas con un discriminante dado se pueden dividir en clases, consistiendo cada clase en formas equivalentes a un miembro de esa clase. Investigó la representación de los números por expresiones algebraicas, pudiéndosele considerar el fundador de la teoría de las formas cuadráticas. Demostró que el determinante adjunto de un determinante de tercer grado es igual al cuadrado de éste. Publicó una

extensa memoria sobre pirámides triangulares, en la que demostró varios teoremas sobre determinantes. Introdujo el concepto de probabilidad de un error. Estudió el problema de Castillon, resolviéndolo para $n = 3$. Estableció toda la trigonometría esférica partiendo sólo del teorema del coseno. Resolvió ecuaciones goniométricas por medio de desarrollos en serie. La forma y disposición actuales de la geometría analítica se deben a Lagrange y Monge. Obtuvo en el cálculo vectorial, la identidad que lleva su nombre. Lagrange, en 1779, obtuvo todas las transformaciones conformes de una porción de la superficie de la Tierra sobre un área plana, que transformaba círculos de latitud y longitud en arcos circulares.

En cuanto a la teoría de las ecuaciones algebraicas, sus trabajos son precursores de la futura teoría de grupos. Utilizó tanto en álgebra como en análisis, el algoritmo de las fracciones continuas infinitas. Resolvió ecuaciones de grado superior mediante fracciones continuas, demostrando que las raíces de las ecuaciones de segundo grado pueden expresarse siempre en forma de fracciones continuas periódicas. Mediante la hoy llamada “fórmula de Lagrange” dio un método para desarrollar en serie la raíz de una ecuación algebraica o trascendente. Con su fórmula Lagrange se propone desarrollar en serie, en función de a y de h , el valor de x que satisface a la ecuación $x = a + hF(x)$. Suponiendo variables todas las letras, por diferenciación obtiene $dx (1-hF') = da + F dh$, e introduciendo una función cualquiera $u = f(x)$, $du = (1-hF')^{-1} f'(da + F dh)$. Mediante la fórmula de la diferencial total de u se llega a $\partial u / \partial h = F \partial u / \partial a$, válida por supuesto también para $u = F(x)$. La relación anterior entre derivadas parciales es el caso para $n = 1$ de la expresión $\partial^n u / \partial h^n = \partial^{n-1} / \partial u^{n-1} (F^n \partial u / \partial a)$, cuya validez general demuestra Lagrange mediante inducción completa, según las diferenciaciones siguientes: $\partial(F^n \partial u / \partial a) / \partial h = F^n \partial^2 u / \partial h \partial a + n F^{n-1} \partial u / \partial a \cdot \partial F / \partial h = F^n \partial(F^{n+1} \partial u / \partial a) / \partial a + n F^n \partial u / \partial a \cdot \partial F / \partial a = F^{n+1} \partial^2 u / \partial a^2 + (n+1) F^n \partial u / \partial a \cdot \partial F / \partial a = \partial(F^{n+1} \partial u / \partial a) / \partial a$, de manera que si la expresión general es válida para n , al derivarla respecto de h y tener en cuenta el resultado anterior, se tiene: $\partial^{n+1} u / \partial h^{n+1} = \partial^{n-1} / \partial a^{n-1} \cdot \partial(F^n \partial u / \partial a) / \partial h = \partial^n (F^{n+1} \partial u / \partial a) / \partial a^n$, y la expresión es válida para $n+1$. Para $h = 0$, ese factor será el coeficiente del desarrollo en serie de $f(x)$ en las proximidades de $x = a$, donde $h = 0$; tal valor es: $[\partial^{n+1} u / \partial h^{n+1}]_{h=0} = D^{n-1} (F(a)^n f'(a))$, donde D significa derivación ordinaria de a , de manera que en definitiva: $f(x) = f(a) + \sum_{n=1, n} h^n / n! \cdot D^{n-1} (F(a)^n f'(a))$, que es la fórmula de Lagrange que aplica a distintos ejemplos, entre ellos la ecuación de Kepler $x = a + e \operatorname{sen} x$, dando el valor de la incógnita en la serie: $x = a + e \operatorname{sen} a + e^2 / 2 \cdot D \operatorname{sen}^2 a + e^3 / 3! \cdot D^2 \operatorname{sen}^3 a + \dots$, y dando además un límite superior de e que asegure la convergencia.

En su obra *De la resolución de ecuaciones numéricas* (1797) resolvió el problema de la determinación de todos los factores racionales de un polinomio. Demostró la regla de los signos de Descartes. Trabajó sobre el caso irreducible de la ecuación de tercer grado. Perfeccionó el método para determinar la raíz de mayor valor absoluto en una ecuación. Publicó la primera demostración rigurosa de que la ecuación de Fermat, $ax^2 + 1 = y^2$ (llamada de Pell por Euler), admite siempre solución. Redujo a una sola congruencia el teorema de Fermat sobre la congruencia $a^m \equiv 1 \pmod{p}$. Demostró para $n = 4$ el gran teorema de Fermat.

En *Reflexiones sobre la resolución algebraica de las ecuaciones* (1771), Lagrange elaboró la teoría de las funciones semejantes, o sea, de las funciones invariantes para sustituciones de un mismo grupo y sólo para éstas, tratando sobre la semejanza de funciones simétricas de las raíces de la ecuación en el caso en que todos los valores que pueden tomar, según todas las permutaciones de las raíces, se diferencian entre sí, demostrando también que las funciones semejantes se expresan racionalmente unas a través de las otras y a través de los coeficientes de la ecuación dada. Planteó las ecuaciones correspondientes a las funciones de las raíces de la ecuación original, que toman un número determinado de valores cuando se permutan entre sí estas raíces de todos los modos posibles; de esta forma para n menor o igual a 4, se obtenía una resolvente de grado inferior, empleando el teorema que lleva su nombre, según el cual el orden de un subgrupo es un divisor del orden del grupo. Al descubrir que una resolvente de una ecuación quintica, lejos de ser de grado menor que 5, era de grado 6, conjeturó que las ecuaciones polinómicas de grado mayor que 4 no serían resolubles por radicales en el sentido usual. Así dice: “El problema de resolver (por radicales) ecuaciones de grado mayor que cuatro es uno de aquellos problemas que no han sido resueltos, aunque nada demuestra la imposibilidad de su resolución.... Por nuestro razonamiento vemos que es muy dudoso que los métodos que hemos considerado puedan dar una solución completa de las ecuaciones de quinto grado”. Realizó el desarrollo en serie de la función inversa de otra dada. Estudió la interpolación,

especialmente la trigonométrica. La hoy conocida como “fórmula de interpolación de Lagrange” apareció en una memoria suya sobre astronomía (1792), aplicándola en otros trabajos posteriores.

En análisis se ocupó en especial de funciones de varias variables y de ecuaciones en derivadas parciales. Inventó el método de integración de ecuaciones diferenciales lineales, llamado de la “variación de las constantes”. La aplicación de las funciones continuas a la integración de ecuaciones diferenciales le permitió expresar mediante una fracción continua infinita, gran parte de las funciones elementales. Introdujo el cálculo simbólico en el cálculo infinitesimal, llegando de manera puramente simbólica a la fórmula sumatoria de Euler. Publicó en 1772 una memoria sobre las funciones analíticas, así como la *Teoría de las funciones analíticas* (1797), resultado de sus cursos en la École Polytechnique de París, en donde expuso los principios del cálculo infinitesimal, sosteniendo que dicha teoría “contiene los principios del cálculo diferencial desprovista de consideración de infinitamente pequeños, de evanescentes, de límites y de fluxiones, y reducida al análisis algebraico de cantidades finitas”. En dicha obra definía una función de una o más variables como cualquier expresión útil para el cálculo en que dichas variables intervinieran de cualquier manera. Critica el enfoque de Newton en lo que se refiere a la razón límite del arco a la cuerda, pues Newton consideraba iguales arco y cuerda no antes o después de desvanecerse sino cuando se desvanecen, diciendo Lagrange: “Este método tiene el inconveniente de considerar cantidades en el estado en que, por así decirlo, cesan de ser cantidades; pues aunque siempre podemos concebir correctamente las razones de dos cantidades mientras permanecen finitas, la mente no se hace una idea muy clara y precisa de esa razón cuando sus términos se convierten, ambos al mismo tiempo, en nada”. Para evitar los infinitesimos e independizar el cálculo de toda consideración geométrica o mecánica, lo fundó sobre el desarrollo algebraico de la serie de Taylor, llamando “derivadas” (el nombre proviene de Lagrange) a los coeficientes de dicho desarrollo. Aunque tal “método de derivadas” no es riguroso (“el fundamento está sin fundamentar”) fue mérito de Lagrange haber asignado al teorema de Taylor la importancia que tiene en el análisis. Se le deben dos formas del resto de la fórmula de Taylor, mediante las derivadas y mediante las integrales.

Puede tenerse una idea del “método de las derivadas” reseñando algunas de sus demostraciones:

a) *Derivada de función de función*. Si $y = f(F(x))$, se tendrá llamando h al incremento de la variable: $F(x+h) = F + hF' + h^2/2 \cdot F'' + \dots$, y como se tiene que: $y + hy' + h^2/2 \cdot y'' + \dots = f(F(x+h)) = f(F+hF'+h^2/2 \cdot F'' + \dots) = f(F) + (hF' + h^2/2 \cdot F'' + \dots)f' + 1/2(hF' + h^2/2 \cdot F'' + \dots)^2 f'' + \dots$, por tanto comparando el primero y último miembro, se obtiene el resultado: $y' = f' F'$.

b) *Regla de l'Hôpital*. Para calcular el valor de la función $y = f(x)/F(x)$ para $x = a$, cuando $f(a) = F(a) = 0$, Lagrange deriva el producto $yF(x) = f(x)$, y de $y'F(x) + yF'(x) = f'$, obtiene para $x = a$, que $y = f'/F'$.

c) *Problema inverso de la tangente*. Si $y = f(x)$ representa una curva que encierra el área $F(x)$, utilizando el teorema del valor medio, el valor de $F(x+h) - F(x)$ estará comprendido entre $hf(x)$ y $hf(x+h) = hf(x) + h^2 f'(x+j)$; y volviendo a utilizar el teorema del valor medio, se tiene que $F(x+h) - F(x) = hF'(x) + h^2/2 \cdot F''(x+k)$, y por tanto, dividiendo por h , el valor de $F'(x) + 1/2 F''(x+k)$ debe estar comprendido entre $f(x)$ y $f(x) + hf'(x+j)$, lo que exige que $F'(x) = f(x)$.

Lagrange consideró que el cálculo integral es el inverso del cálculo de derivadas. Clasificó las tres especies de integrales elípticas. Planteó el problema general de la transformación y descubrió la relación del teorema de adición con la trigonometría esférica. Introdujo el concepto de la media aritmético-geométrica.

En su obra *Lecciones sobre el cálculo de las funciones* (1801) dijo que las funciones representan distintas operaciones que han de realizarse sobre cantidades conocidas para obtener los valores de cantidades desconocidas, y que éstas son estrictamente sólo el último resultado del cálculo (en otras palabras, una función es una combinación de operaciones). Aplicó el teorema del valor medio para la deducción de la serie de Taylor. Encontró la ecuación adjunta para el multiplicador en la resolución de las ecuaciones diferenciales de primer orden. Para resolver el problema de la determinación de los máximos y mínimos de una función $f(x,y,z,w) = 0$, condicionados por las ecuaciones $g(x,y,z,w) = 0$ y $h(x,y,z,w) = 0$, propuso la utilización de lo que más tarde se llamarían los “multiplicadores de Lagrange”; el método consiste en introducir dos constantes indeterminadas λ y μ , construir la función $F = f + \lambda g + \mu h$, y a partir de las seis ecuaciones: $F'_x = 0$, $F'_y = 0$, $F'_z = 0$, $F'_w = 0$, $g = 0$, $h = 0$, eliminar los multiplicadores λ y μ , y resolver el sistema para hallar los valores de x , y , z y w .

Introdujo el método de variación de las constantes en la resolución de ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas. Es decir, si $c_1u_1 + c_2u_2$ es una solución general de la ecuación diferencial no homogénea $y'' + a_1y' + a_2y = 0$, donde u_1 y u_2 son funciones de x , Lagrange sustituía las constantes c_1 y c_2 por nuevas variables v_1 y v_2 , funciones indeterminadas de x , que se determinaban imponiendo precisamente la condición de que $v_1u_1 + v_2u_2$ fuera una solución de la ecuación diferencial dada.

Encontró el carácter general de la interpretación geométrica de las soluciones de las ecuaciones diferenciales: entre 1774 y 1776 aclaró cómo obtener las soluciones singulares (bien directamente de la ecuación diferencial, bien de la solución general por eliminación de la constante), interpretándolas como la familia envolvente de las curvas integrales. Redujo la ecuación lineal general a un sistema de ecuaciones diferenciales totales simultáneas, estableciendo los conceptos de solución completa, general y singular. Estudió las ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes variables, lo que le llevó al concepto de ecuación adjunta (este nombre es de Fuchs), descubriendo el teorema que dice que la adjunta de la adjunta de la ecuación diferencial ordinaria no homogénea original, es la ecuación homogénea asociada a la original. También encontró que la solución general de la ecuación homogénea es una suma de soluciones particulares independientes, multiplicada cada una de éstas por una constante arbitraria, y que conociendo m integrales particulares de una ecuación homogénea de orden n se puede reducir el orden en m unidades. Aplicó el método de variación de los parámetros para una única ecuación diferencial ordinaria, a la ecuación de orden n , $Py + Qy' + Ry'' + \dots + Vy^{(n)} = X$, donde X, P, Q, R, \dots , son funciones de x . En un artículo de 1808, Lagrange aplicó este método a un sistema de tres ecuaciones de segundo orden. Expresó que la resolución de las ecuaciones en derivadas parciales depende del arte de su reducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias. Estudió las ecuaciones entre diferencias finitas junto con las series recurrentes. Dedujo las ecuaciones en derivadas parciales de las superficies desarrollables. Estudió las líneas geodésicas. La noción de ecuación característica aparece explícitamente en su trabajo sobre ecuaciones diferenciales lineales (1762). Considerando el problema de la atracción del elipsoide de revolución (1772, publicado en 1775) introdujo las integrales triples, y encontrando difícil realizar el cálculo en coordenadas rectangulares, efectuó un cambio a coordenadas cilíndricas (lo esencial es reemplazar $dx dy dz$ por $r^2 \sin \theta d\theta d\varphi dr$), comenzando así los cambios de variables en las integrales múltiples, llegando a desarrollar el método general aunque no muy claramente. En diversos artículos de 1772 a 1779, Lagrange estudió las ecuaciones diferenciales parciales de primer orden, lineales y no lineales. El método que definió para la resolución de la ecuación general en derivadas parciales de primer orden, que pasa por resolver el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias llamadas ecuaciones características, se llama hoy método de Lagrange, de Lagrange-Charpit o de Charpit (V. esta reseña). A veces se denomina a este método, el método de las características de Cauchy, pues éste superó algunas dificultades que el método de Lagrange presentaba para una ecuación en dos variables independientes.

Lagrange, cuando sólo contaba diecinueve años, empezó a interesarse por problemas del cálculo de variaciones. Descartó los argumentos geométrico-analíticos de los Bernoulli y Euler, e introdujo métodos puramente analíticos, reorganizándolo e independizándolo de las consideraciones geométricas (problema de los isoperímetros) que le habían dado nacimiento, dándole mayor generalidad. En su forma más simple, de lo que se trata es de determinar una cierta relación funcional $y = f(x)$ tal que una integral $\int_a^b g(x,y) dx$ tome un valor máximo o mínimo. De esta forma, los problemas de los isoperímetros o del descenso más rápido son casos particulares del problema general del cálculo de variaciones. En 1755 obtuvo un procedimiento general, sistemático y uniforme para una gran variedad de problemas, y trabajó en ello durante muchos años. En una carta a Euler (1755), describió su método, al que llamó el método de variaciones. Euler, que estaba en el umbral de este descubrimiento, recibió con entusiasmo el trabajo de Lagrange, compartiendo con él sus ideas, enviándolo a la Academia de Berlín (1756) con el nombre de cálculo de variaciones. Para dar a Lagrange la posibilidad de publicar el primero sus resultados, Euler detuvo la impresión de sus artículos sobre este tema. Lagrange publicó *Ensayo sobre un nuevo método para determinar los mínimos y máximos de fórmulas integrales indefinidas* (1760). El método de Lagrange consiste en minimizar o maximizar la integral $\int_{x_1, x_2} f(x,y,y') dx$, donde $y(x)$ debe ser determinada. De ahí, Lagrange obtiene la ecuación diferencial $f_y - d(f_{y'})/dx = 0$, que representa una condición necesaria pero no suficiente. También obtuvo integrales múltiples para ser maximizadas o minimizadas, como es el caso de las superficies mínimas, que le llevaron a ecuaciones diferenciales de segundo grado en derivadas

parciales. Lagrange consideró también integrales simples y múltiples en las que aparecen en el integrando derivadas superiores a las primeras (1770). Lagrange incorporó en su *Mecánica analítica*, los contenidos de sus ensayos sobre el cálculo de variaciones.

Siempre se ha considerado la *Mecánica analítica* (1788) de Lagrange como “un verdadero poema científico” por la perfección y grandiosidad de su estructura. Lagrange consideró que más que una ciencia natural, la mecánica es una geometría de cuatro dimensiones (la cuarta es el tiempo). En el prefacio de esta obra, escribió: “Nosotros ya tenemos varios tratados sobre mecánica, pero el plan de éste es enteramente nuevo. Me he propuesto el problema de reducir esta ciencia, y el arte de resolver problemas pertenecientes a ella, a fórmulas generales cuyo simple desarrollo proporciona todas las ecuaciones necesarias para la solución de cada problema... No se encontrarán diagramas en este trabajo. Los métodos que expongo en él no demandan ni construcciones ni razonamientos geométricos o mecánicos, sino únicamente operaciones algebraicas analíticas sujetas a un procedimiento uniforme y regular. aquéllos que gustan del análisis disfrutarán al ver cómo la mecánica se convierte en nueva rama de él, y me estarán agradecidos por haber extendido su dominio”. Construyó la mecánica partiendo del principio de las velocidades virtuales, reemplazando los argumentos geométricos por analíticos y utilizando el cálculo de variaciones. Aparecen el concepto de potencial, el principio de acción mínima, las coordenadas generalizadas, el concepto de función de fuerzas, cuya diferenciación según una dirección da las fuerzas de atracción newtonianas, etc. Tomó de Euler el principio de acción mínima, siendo el primero en expresarlo de forma correcta, es decir, que para una partícula individual la integral del producto de la masa, velocidad y distancia entre dos puntos fijos es un máximo o un mínimo; esto es, $\int mv ds$ debe ser máximo o mínimo para la trayectoria que de hecho sigue la partícula. Como $ds = v dt$, la integral es $\int mv^2 dt$. Lagrange afirmó que el principio es cierto para una colección de partículas y aun para masas extensas, aunque no tenía mucha seguridad en esto último. Usando el principio de mínima acción y el método del cálculo de variaciones, Lagrange obtuvo sus ecuaciones del movimiento. La energía cinética de una partícula es $T = \frac{1}{2} m(x'^2 + y'^2 + z'^2)$. Supuso que las fuerzas que causan el movimiento eran derivables de la función potencial V , que depende de x, y, z . Una condición adicional es que la energía total es constante, es decir, $T + V = 0$. La acción de Lagrange es $\int_{a,b} T dt$, y para que sea mínima $\delta \int_{a,b} T dt = 0$. Aplicando a esta integral el método del cálculo de variaciones, Lagrange obtuvo: $d(\partial T/\partial x)/dt + \partial V/\partial x = 0$, y las ecuaciones correspondientes a y y z . Estas ecuaciones son análogas a las que había obtenido Euler. Introduciendo las coordenadas generalizadas q_1, q_2, q_3 , que son funciones de t , la anterior ecuación diferencial se transforma en: $d(\partial T/\partial \dot{q}_i)/dt - \partial T/\partial q_i + \partial V/\partial q_i = 0$, con $i = 1, 2, 3$. Éste es un conjunto de tres ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden simultáneas en las q_i que reciben el nombre de ecuaciones lagrangianas del movimiento. Las coordenadas generalizadas no tienen necesariamente un significado geométrico o físico. Lagrange reconoció que su principio puede ser usado con cualquier conjunto de coordenadas y que las ecuaciones del movimiento son invariantes en su forma con respecto a cualquier transformación de coordenadas. El principio de Lagrange, no obstante equivaler a la segunda ley del movimiento de Newton (el cambio en la cantidad de movimiento es proporcional a la potencia motriz actuante, y se realiza en la dirección de la línea recta en la que se imprime esa fuerza), tiene varias ventajas sobre la formulación de Newton. Ante todo, cualquier sistema coordenado conveniente ya está, por así decirlo, construido en la formulación. Segundo, es más fácil manejar problemas con restricciones en el movimiento. Tercero, en lugar de una serie de ecuaciones diferenciales separadas, que podrían ser muy numerosas si se consideran muchas partículas, hay un principio del que se siguen las ecuaciones diferenciales. Finalmente, a pesar de que su principio supone el conocimiento de las energías cinética y potencial de un problema, no requiere el conocimiento de las fuerzas que actúan. Con su principio, Lagrange dedujo leyes básicas para la mecánica y solucionó muchos problemas nuevos, aunque no era lo suficientemente amplio para incluir todos los problemas de los que se ocupa la dinámica. Lagrange proporcionó también un principio de mínimo para la dinámica de fluidos (aplicable a fluidos compresibles y no compresibles), a partir del cual derivó las ecuaciones de Euler para la mecánica de fluidos, jactándose de que un principio de mínimo gobernaba el campo de los fluidos como lo hacía con el movimiento de partículas y de cuerpos rígidos.

Se ocupó también, como otros matemáticos, del “problema de los tres cuerpos”. Obtuvo las soluciones particulares exactas para este problema que expuso en su artículo *Ensayo sobre el problema de los tres cuerpos* (1772). Una de estas soluciones establece que es posible poner tres cuerpos en movimiento de modo que sus órbitas sean elipses semejantes recorridas en el mismo tiempo y con el centro de

gravidad de los tres cuerpos como un foco común. Otra solución corresponde a suponer que los tres cuerpos parten de los tres vértices de un triángulo equilátero, moviéndose entonces como si permaneciesen ligados al triángulo, que a su vez rota en torno del centro de gravedad de los tres cuerpos. Una tercera solución supone que los cuerpos son puestos en movimiento desde posiciones situadas sobre una línea recta; para condiciones iniciales apropiadas, continuarán sobre esa recta mientras ésta gira en un plano alrededor del centro de gravedad de los tres cuerpos. Para Lagrange, estos tres casos no tenían realidad física, pero en 1906 se encontró que el caso del triángulo equilátero se aplicaba al Sol, Júpiter y el asteroide Aquiles. Lagrange realizó también contribuciones a la teoría de las perturbaciones (soluciones aproximadas al problema de los n cuerpos).

Laguerre, Edmond Nicolas (1834-1886). Matemático francés. Discípulo de Chasles. Profesor del Collège de France. Contribuyó al desarrollo de la geometría analítica del espacio. Escribió *Investigación sobre la geometría de dirección: métodos de transformación, anticáusticas* (1855). Estudió las transformaciones proyectivas. Dio carácter proyectivo a la medida del ángulo de dos rectas (1853). Para ello procedió de la siguiente forma: Sean las rectas u y u' las paralelas por el origen a las dos rectas dadas, y cuyas ecuaciones son: $y = x \tan \theta$, $y = x \tan \theta'$, y sean w y w' las rectas trazadas desde el origen a los puntos cíclicos en el infinito $(1, \pm i, 0)$, y cuyas ecuaciones son: $y = ix$, $y = -ix$. Siendo Φ el ángulo entre u y u' , se tiene que: $\Phi = \theta' - \theta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{uu'}{ww'} \right)$, donde (uu', ww') es la razón doble de las cuatro rectas. Luego esta expresión puede tomarse como la definición de la medida de un ángulo en términos del concepto proyectivo de razón doble. Laguerre estableció el método de las transformaciones por semirectas recíprocas. También contribuyó al álgebra y a la teoría de funciones. Demostró (1879) que la integral $\int_0^\infty x e^{-x}/(1+xt) dx$ se puede desarrollar en la fracción continua: $\frac{x}{1+} \frac{x}{1+} \frac{x}{1+} \frac{2x}{1+} \frac{2x}{1+} \frac{3x}{1+} \frac{3x}{1+} \dots$ También estudió la siguiente serie divergente: $1 + x + 2! x^2 + 3! x^3 + \dots$, que como $m! = \Gamma(m+1) = \int_0^\infty e^{-z} z^m dz$, dicha serie se puede escribir como: $\int_0^\infty e^{-z} dz + x \int_0^\infty e^{-z} z dz + x^2 \int_0^\infty e^{-z} z^2 dz + \dots = \int_0^\infty e^{-z} (1 + xz + x^2 z^2 + \dots) dz = \int_0^\infty e^{-z}/(1-zx) dz$. Se denominan polinomios de Laguerre, $L_n(x)$, a las soluciones de la ecuación llamada de Laguerre: $d^2y/dx^2 + (1-x) dy/dx + ny = 0$, obteniéndose que: $L_n(x) = e^x d^n/dx^n (x^n e^{-x})$.

Lahire, Philippe de. V. Hire, Philippe de la.

Lalande, Joseph Jérôme Lafrançais (1732-1807). Astrónomo francés. Nació en Bourg-en-Bresse. Estudió leyes en París. Aficionado a la astronomía, pasó a Berlín para realizar observaciones astronómicas, calculando la distancia a la Luna, lo que le facilitó el ingreso en la Academia de Berlín. Seguidamente consiguió el puesto de ayudante de astrónomo en la Académie de París. En 1762 fue profesor de astronomía en el Collège de France en París, puesto que ocupó durante 46 años. Completó la obra *Historia de las matemáticas* de Montucla (1799-1802), obra que no se ocupa exclusivamente de matemáticas, sino también de astronomía, mecánica y física. Escribió *Tratado de astronomía* (1764), *Historia celeste francesa* (1801), *Bibliografía astronómica* (1803).

Lalouvière, Antoine de (1600-1664). Matemático francés. En 1658, Pascal propuso unos problemas que había resuelto sobre la cicloide, como un reto para otros matemáticos, ofreciendo un primero y un segundo premios por su solución, y proponiendo a Roberval como uno de los jueces del concurso. La publicidad dada y el plazo de recepción de soluciones fueron tan desafortunados que sólo se recibieron dos respuestas, provenientes de dos competentes matemáticos, Lalouvière y Wallis. Ambas respuestas tenían, por lo menos, errores de cálculo, por lo que Pascal no concedió ninguno de los dos premios. Pascal publicó (1659) sus propias soluciones, junto con otros resultados, precedidos todos ellos por una *Historia de la ruleta* (nombre utilizado generalmente para esta curva en Francia) en una serie de *Cartas de A. Dettonville* (el nombre de Amos Dettonville era un anagrama de Louis de Montalte, seudónimo que había usado Pascal en sus *Cartas provinciales*). Las cuestiones propuestas y las citadas cartas provocaron un gran interés por la cicloide, pero también indujeron una serie de controversias. Los dos concursantes se mostraron disgustados porque los premios se declararon desiertos, y los matemáticos italianos se indignaron por el hecho de que en la *Historia de la ruleta*, Pascal no reconociera prácticamente ningún mérito a Torricelli al respecto, concediendo exclusivamente la prioridad del descubrimiento a Roberval. Lalouvière escribió una obra sobre la cicloide en la que

propuso la siguiente paradoja: Dos pesos, el uno actualmente infinito, el otro finito, pueden permanecer en equilibrio sobre una palanca de longitud finita.

Lamaire, J. (h. 1927). Matemático francés. Escribió *La hipérbola equilátera y curvas derivadas* (1927), *Hipocicloides y epicicloides*.

Lamb, Horace (1849-1934). Matemático inglés. Nació en Stockport, junto a Manchester. Profesor en Cambridge (1872-1874), de matemáticas en la Universidad de Adelaida (Australia) y, vuelto a Inglaterra, en la Universidad Victoria en Lancashire. Su libro *Tratado sobre la teoría matemática del movimiento de fluidos* (1879), hoy conocido como *Hidrodinámica* (1895), fue el primer texto en reconocer la aceptación de la teoría de funciones en Cambridge, pues en esta Universidad se utilizaban artificios engorrosos a fin de evitar el uso de las funciones de variable compleja. Lamb escribió: “Un viajero que rehúse pasar por un puente hasta haber comprobado personalmente la solidez de cada una de sus partes no irá muy lejos; es necesario arriesgar algo, incluso en matemáticas”. Publicó *Matemáticas superiores, Cálculo infinitesimal* (1897), *Teoría dinámica del sonido* (1910) y *Alta mecánica* (1920).

Lambert, Jean Henri (1728-1777). Matemático, físico y filósofo francés. Nació en Mulhouse (Alsacia). Tuvo que abandonar el colegio a los doce años y fue un autodidacto. Tras realizar diversos oficios, fue preceptor entre 1748 y 1758 de una familia noble de Coire (Suiza). Durante este periodo fue nombrado miembro de la Sociedad Científica de Basilea. A principios de los años 1760, tuvo que organizar la nueva Academia Bávara de Ciencias. En 1764 se desplazó de Munich a Berlín, siendo nombrado miembro de la Academia de Berlín (1765). Escribió sobre gran variedad de temas, matemáticos y no matemáticos. Estuvo estrechamente relacionado con Euler durante un par de años en la Academia de Ciencias de Berlín, donde también fue colega de Lagrange. Se dice que cuando Federico el Grande le preguntó en cuál de las ciencias era más versado, Lambert contestó que en todas. En su obra *Notas y adiciones sobre diseño de mapas terrestres y mapas de los cielos* (1772), consideró la aplicación conforme de una esfera sobre el plano en toda su generalidad. Estableció las fórmulas de la proyección estereográfica. En su obra sobre perspectiva resolvió los problemas fundamentales de la geometría utilizando sólo la regla o a lo sumo auxiliándose de un compás fijo. Ideó dos métodos distintos de desarrollo en serie para la resolución de ecuaciones goniométricas. En sus trabajos sobre trigonometría esférica, aparece el verdadero fundamento de la regla de Neper, basada en el concepto de grupo. Inició el estudio de las fórmulas para polígonos planos. Estudió las funciones hiperbólicas (1768), calculando las correspondientes tablas, y las utilizó para simplificar cálculos complicados con funciones trigonométricas. Introdujo formalmente las notaciones $\sinh x$, $\cosh x$, $\tanh x$.

Escribió sus consideraciones sobre las geometrías no euclídeas en 1766, siendo publicadas póstumamente en 1786 en *Teoría de las líneas paralelas*, donde parte de un cuadrilátero trirectángulo isósceles (llamado cuadrilátero de Lambert), planteando las tres hipótesis posibles respecto del cuarto ángulo del cuadrilátero. Si este ángulo es recto, se llega a la geometría de Euclides. Si es obtuso, se llega a una contradicción con el postulado de Arquímedes, por lo que considera que esta hipótesis es falsa, observando, sin embargo, que de ser válida dicha hipótesis, en el plano la geometría respectiva sería como la geometría esférica. Si el ángulo es agudo, no llega a ninguna contradicción, sino a nuevas propiedades: que el área de los triángulos (y de los polígonos en general) era proporcional a la “deficiencia”, es decir a la diferencia entre dos rectos y la suma de sus ángulos internos; que la medida de los segmentos ya no sería relativa a una unidad elegida arbitrariamente, sino que sería absoluta y existiría una unidad natural de longitud. La existencia de tal segmento absoluto, le hizo rechazar también esta hipótesis, observando que de ser válida, la geometría plana respectiva sería como una geometría sobre una esfera de radio imaginario.

Estudió la inconmensurabilidad de la circunferencia y su diámetro, demostrando en una memoria presentada a la Academia de Ciencias de Berlín en 1761, la irracionalidad de π , partiendo del desarrollo en fracción continua de $\tan x$. Lambert también ofreció al respecto el siguiente razonamiento: Si x es racional distinto de cero, $\tan x$ es irracional, y como $\tan \pi/4 = 1$, que es racional, $\pi/4$ no puede ser racional y por tanto tampoco π . Estudió el desarrollo de e , demostrando la irracionalidad de e^m (para m racional). Realizó el desarrollo en serie de las raíces de una ecuación trinomia. Obtuvo la llamada

“serie de Lambert”, en la que cada coeficiente da el número de divisores del exponente, de manera que todas las potencias de exponente primo tienen por coeficiente el número 2. Escribió también sobre cosmografía (*Tratado geométrico de los cometas*), geometría descriptiva, cartografía (un sistema de proyección estereográfica lleva su nombre), cálculo actuarial, lógica, filosofía de las matemáticas, y realizó contribuciones importantes en fotometría. Escribió también *Fotometría* (1760), *Teoría de las líneas paralelas* (1766), *Nuevo organon* (1764).

Lamé, Gabriel (1795-1870). Ingeniero, físico y matemático francés. Nació en Tours. Realizó investigaciones importantes en la teoría del calor y de la elasticidad. Demostró el gran teorema de Fermat para $n=5$ y $n=7$. Introdujo sistemas de coordenadas curvilíneas, llegando por primera vez a las coordenadas elipsoidales (Lamé llamó “eliptical” al sistema de estas coordenadas). Definió tres familias de superficies dadas por las ecuaciones: $x^2/\lambda^2 + y^2/(\lambda^2 - b^2) + z^2/(\lambda^2 - c^2) - 1 = 0$, y sus análogas, sustituyendo λ por μ y ν , siendo $\lambda^2 > c^2 > \mu^2 > b^2 > \nu^2$, de forma que estas tres familias son, respectivamente, elipsoides, hiperboloides de una hoja e hiperboloides de dos hojas, homofocales, y en las que cualquier superficie de una familia corta a todas las superficies de las otras dos familias ortogonalmente y según las líneas de curvatura. Así, cualquier punto del espacio tiene por coordenadas (λ, μ, ν) , de forma que cada una de ellas corresponden a una de las tres familias de superficies que pasan por ese punto (λ, μ, ν) .

Lamé transformó (1833) la ecuación del calor para el caso del estado estacionario (la temperatura es independiente del tiempo), esto es, la ecuación del potencial, a estas coordenadas elipsoidales, y demostró que podía usar la separación de variables para reducir esta ecuación a tres ecuaciones diferenciales ordinarias (estas ecuaciones, que llevan el nombre de Lamé, deben resolverse de acuerdo con las adecuadas condiciones de frontera). Las soluciones de estas ecuaciones reciben el nombre de funciones de Lamé (de primera y segunda clase) o armónicos elipsoidales.

En un trabajo de 1834, Lamé consideró las propiedades generales de tres familias cualesquiera de superficies mutuamente ortogonales y proporcionó un procedimiento para expresar una ecuación diferencial en derivadas parciales en cualquier sistema ortogonal de coordenadas, técnica que se ha venido utilizando desde entonces. En un ensayo de 1839, Lamé estudió la distribución de la temperatura en el estado estacionario en un elipsoide de tres ejes, dando una solución completa al problema tratado en su trabajo de 1833. En el citado ensayo de 1839, Lamé introdujo otro sistema de coordenadas curvilíneas, llamado hoy sistema esferoconal, donde las superficies coordenadas son una familia de esferas y dos familias de conos, que Lamé utilizó también para resolver problemas de conducción del calor.

Lamé siguió publicando varios ensayos sobre problemas de conducción de calor, entre ellos otro en 1839, en el que trató casos especiales del elipsoide. En 1859 publicó un libro sobre esta materia, *Lecciones sobre las coordenadas curvilíneas*, donde además inició el estudio de los invariantes diferenciales, que llamó parámetros diferenciales, obteniendo los invariantes bajo transformaciones de un sistema curvilíneo ortogonal en tres dimensiones a otro.

En su obra *Examen de los diferentes métodos empleados para resolver los problemas de geometría* (1818), estudió las curvas que llevan su nombre. Empleó las ecuaciones de haces de figuras de la forma $\mu E + \mu' E' = 0$. Obtuvo la condición general para que tres rectas concurren. Utilizó las formas canónicas de las cónicas. Determinó el número de normales que se pueden trazar a una cónica desde un punto exterior. En su estudio analítico sobre los haces de cónicas, aparece la ecuación cúbica de los tres pares de rectas que se contienen en el haz. Estudió las cónicas homofocales. Dedujo las condiciones para que una cuádrica sea de revolución. Enunció varios teoremas sobre los lugares de los vértices de conos circunscritos a las cuádricas. Estudió la construcción de una cuádrica definida por nueve puntos. Propuso el problema de la construcción de la superficie dados una cónica y cuatro puntos. Dedujo que por la intersección de dos cuádricas se pueden hacer pasar cuatro conos de segundo grado. Definió el determinante del haz de cuádricas. Encontró que de los ocho puntos base de una red de cuádricas, solamente siete son arbitrarios.

Lamy, Bernard (1640-1715). Matemático y teólogo francés. Nació en Le Mans. Ingresó (1658) en la congregación del Oratorio, siendo ordenado sacerdote en 1667. Enseñó en la Universidad de Angers, en Grenoble, París y Rouen. Publicó una geometría elemental (1667) y un tratado de mecánica (1679).

Lancret, Michel-Ange (1774-1807). Ingeniero y matemático francés. Nació en París. Estudió en la École Polytechnique en París. Alumno de Monge. Formó parte de la expedición de Napoleón a Egipto. Señaló tres direcciones principales en cualquier punto sobre una curva en el espacio: tangente, normal principal (que descansa en el plano osculador) y binormal (perpendicular al plano osculador). Introdujo muchos conceptos nuevos, como los de ángulo de contingencia y ángulo de torsión de una curva alabeada (si bien con otros nombres), así como la demostración de que estos ángulos son de la misma magnitud en la curva formada por los centros de la curva osculatriz.

Representó una curva mediante las ecuaciones $x = \Phi(z)$, $y = \Psi(z)$. Llamó $d\mu$ al ángulo entre los planos normales sucesivos y dv al ángulo entre los planos osculadores sucesivos, obteniendo las siguientes relaciones (en notación actual): $d\mu/ds = 1/\rho$, $dv/ds = 1/\tau$, donde ρ es el radio de curvatura y τ , el radio de torsión. Determinó las evolutas mediante cuadraturas. Introdujo el nuevo concepto de evoluta de planos, así como el de plano rectificante y realizó las primeras investigaciones sobre las superficies rectificantes.

Landau, Edmund (1877-1938). Matemático alemán. Courant creó el Instituto de Matemáticas, que se inauguró en Gotinga en 1929. Su plantilla inicial estaba formada por Courant, Herglotz, Landau, Neugebauer, Noether y Weyl. Landau dio la primera presentación sistemática de la teoría analítica de números y escribió importantes trabajos sobre la teoría de funciones analíticas de una variable.

Landen, John (1719-1790). Matemático inglés. Nació en Peakirk (Northamptonshire). Miembro de la Royal Society of London (1766). Trabajó en un ensayo para establecer en forma puramente algebraica los fundamentos del cálculo diferencial, para lo cual, mediante un “análisis de restos”, trató de definir las derivadas dividiendo los incrementos y anulando en el cociente el incremento variable. Estudió las integrales elípticas, publicando (1775) la transformación que lleva su nombre. Escribió *Discurso sobre el análisis de residuos* (1758), *Memorias matemáticas* (dos volúmenes, 1780-1789).

Landsberg, Georg (1865-1912). Matemático alemán. Nació en Breslau (hoy, Wrocław, Polonia). Estudió en Breslau, Leipzig y Berlín. Fue profesor en las Universidades de Heidelberg, Breslau y Kiel. En 1902 escribió junto con Kurt Hensel, *Teoría de las funciones algebraicas de una variable*, donde presentaron en su totalidad el llamado enfoque aritmético de las curvas algebraicas. Este enfoque es realmente un grupo de teorías que difieren grandemente entre sí, pero que tienen en común la construcción y el análisis de los integrandos de las tres clases de integrales abelianas.

Lanford, Oscar Erasmus (n. 1940). Matemático estadounidense. Nació en Nueva York. Se doctoró por la Universidad de Princeton, en teoría cuántica de campos. Fue profesor de matemáticas en la Universidad de California, Berkeley, de física en el Institut des Hautes Études Scientifiques en Bures-sur-Yvette, y profesor de matemáticas en la Escuela Politécnica Federal de Zurich. Trabajó en la teoría cuántica de campos, en física estadística, en teoría de sistemas dinámicos y en la mecánica estadística del equilibrio.

Lángara Huarte, Juan Cayetano de (1736-1806). Marino, militar, matemático y cartógrafo español. Nació en La Coruña. En 1750 sentó plaza de guardiamarina en Cádiz. Jorge Juan propuso su traslado a París para ampliar los estudios de matemáticas. Realizó diversas navegaciones en España, África, América, Filipinas, Oceanía. En 1773, al mando de la fragata de guerra Venus, junto con José de Mazarredo, en una noche de luna, se le ocurrió a éste la posibilidad de determinar la longitud por la distancia de la Luna a una estrella. Realizó navegaciones de carácter científico poniendo en práctica todas las observaciones, métodos y adelantos de la física, la astronomía y el arte de navegar. Corrigió errores de las cartas náuticas. También llevó a cabo varias expediciones de carácter bélico, llegando a ser designado Ministro de Marina (1796).

Lange, Oskar Richard (1904-1965). Economista polaco. Aplicó las técnicas de cálculo de la programación lineal a la teoría de la producción.

Langlands, Robert (n. 1936). Matemático canadiense. Nació en New Westminster (Columbia Británica). Se licenció en la Universidad de Columbia Británica (1957). Se doctoró (1960) en la

Universidad de Yale. Enseñó en la Universidad de Princeton (1960-1967), en la de Yale (1967-1972) y en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton (1972) donde en 2007 fue nombrado profesor emérito. Sus investigaciones se extendieron especialmente a las formas automorfas y a la teoría de la representación con efectos importantes sobre la teoría de números. En 1967 propuso el llamado Programa Langlands, consistente en asociar a una estructura algebraica (como es el caso de una curva elíptica) un tipo específico de serie infinita construida a partir de datos concretos de la estructura (como la serie de la curva que la conjetura de Taniyama, Shimura y Weil relaciona específicamente con su parametrización modular), y estudiar la información que la una brinda sobre la otra. Es decir, se trata de organizar los datos de teoría de números en términos de objetos de análisis.

Laon, Radulf de (m. 1131). Matemático francés. Escribió un trabajo sobre el ábaco, en el que aparecen por primera vez los nombres *igin*, *andras*, *ormis*, etc. para las cifras de ápice uno, dos, tres, etc. Escribió que estos nombres, como el ábaco mismo, eran de origen caldeo, lo que probablemente sea falso para el ábaco (posible origen chino o árabe), aunque posible para los nombres (para éstos se han propuesto además otros posibles orígenes como babilonio o árabe).

Laplace, Pierre Simon, marqués de (1749-1827). Astrónomo y matemático francés. Nació en Beaumont-en-Auge (Normandía), en una familia modesta, siendo su padre agricultor. Pudo llegar a ser sacerdote, pero encontró amigos influyentes que se preocuparon de que tuviera una educación esmerada en la academia militar de esa localidad, y donde empezó a dar clases. A los dieciséis años ingresó en la Universidad de Caen, donde pasó cinco años. Escribió en esa época un artículo sobre el cálculo de diferencias finitas. Terminados sus estudios, Laplace fue a París con una carta de recomendación para D'Alembert, quien no le prestó atención. Entonces, Laplace escribió una carta a D'Alembert exponiéndole los principios generales de la mecánica, y esta vez éste le hizo caso, lo llamó y le consiguió el puesto de profesor en la École Militaire de París. Laplace publicó prolíficamente desde joven. Una declaración hecha en la Académie des Sciences de París poco después de su elección en 1773, señalaba que nadie tan joven había presentado tantos artículos sobre temas tan diversos y difíciles. En 1783, reemplazó a Bezout como examinador en artillería y examinó a Napoleón. Durante la Revolución fue nombrado miembro de la Comisión de Pesos y Medidas, pero fue expulsado más tarde, junto con Lavoisier y otros, por no ser un buen republicano, pues no tomaba parte prácticamente en actividades revolucionarias. Fue miembro de la Académie des Sciences (1785). Se retiró a Melun, pequeña localidad cercana a París, donde trabajó en su célebre y popular *Exposición del sistema del mundo* (1796). Después de la Revolución se convirtió en profesor de la École Normale, en la que por aquel tiempo también enseñaba Lagrange. Formó parte de diversos comités gubernamentales. Fue miembro del Institut de France, desde su creación. Fue también profesor de la École Polytechnique (no publicó las lecciones que impartió). Napoleón le nombró ministro del Interior durante seis meses, cargo para el que no tenía aptitudes (Napoleón dijo de él que “aplicaba el espíritu de lo infinitamente pequeño a la dirección de los asuntos de Estado”). Fue miembro del Senado y canciller de dicha cámara. Aunque fue honrado por Napoleón con el título de conde, Laplace votó contra él en 1814 y se unió a Luis XVIII, quien le nombró marqués de Laplace y par de Francia. Durante estos años de actividad política continuó dedicándose a la ciencia.

Entre 1799 y 1825 aparecieron los cinco volúmenes de su *Mecánica celeste*, obra en la que Laplace presentaba soluciones analíticas “completas” a los problemas planteados por el sistema solar. En ella utilizó lo menos posible datos de observación, incorporando descubrimientos y resultados de Newton, Clairaut, D'Alembert, Euler, Lagrange y suyos propios. Fue una obra maestra tan completa que sus inmediatas sucesoras poco pudieron añadir; quizá su único defecto es que Laplace descuidó frecuentemente reconocer las fuentes de sus resultados, dando la impresión de que todos eran suyos. En 1812 publicó *Teoría analítica de las probabilidades*. La introducción a la segunda edición de esta obra (1814), constituye un popular ensayo conocido como *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, que contiene el célebre pasaje relativo a que el futuro del mundo está completamente determinado por el pasado y que si se tuviese el conocimiento matemático del estado del mundo en un instante dado, se podría predecir el futuro. Laplace realizó muchos descubrimientos importantes en física matemática, por ejemplo trabajó en hidrodinámica, en la propagación ondulatoria del sonido y en las mareas. Son clásicos sus trabajos sobre el estado líquido de la materia, sobre la capa superficial del agua, que explica el ascenso de los líquidos en tubos capilares, y sobre las fuerzas de cohesión en los líquidos.

Junto con Lavoisier diseñaron un calorímetro de hielo (1784), midiendo los calores específicos de numerosas sustancias. También llevó a cabo importantes investigaciones en electromagnetismo. Se dice que sus últimas palabras antes de morir, fueron: “Lo que conocemos es muy poco; lo que ignoramos es inmenso”, aunque De Morgan afirma que fueron: “El hombre sólo persigue fantasmas”. Laplace creó métodos matemáticos nuevos que se desarrollaron posteriormente en diversas ramas de la matemática, pero nunca se preocupó de la matemática excepto en lo que le podía servir para estudiar la naturaleza; cuando se encontraba con un problema matemático en sus investigaciones físicas, lo resolvía casi de pasada, afirmando simplemente que “es fácil ver que...” sin molestarse en mostrar cómo había obtenido el resultado; sin embargo, confesaba que no era fácil reconstruir su propio trabajo (V. al respecto Bowditch). Tuvo un alto sentido de la honradez intelectual en la ciencia. Son palabras suyas: “Leed a Euler, leed a Euler, él es el maestro de todos nosotros”. Después de una reunión científica en la que Cauchy presentó la teoría sobre la convergencia de las series, Laplace se marchó precipitadamente a su casa donde permaneció retirado hasta que hubo examinado las series en su *Mecánica celeste*, encontrando afortunadamente que todas eran convergentes. Hacía las paces con cada régimen político según se iban sucediendo, incluyendo en las ediciones de sus obras las más encendidas alabanzas de cualquier bando que ocupase circunstancialmente el poder. Como resultado lógico de esta actitud, a la par que se le admiraba por su ciencia, se le despreciaba por su oportunismo político.

En su *Exposición del sistema del mundo* (1796) expuso el problema del origen del sistema solar, donde aparece la concepción conocida con el nombre de “hipótesis de la nebulosa” o “hipótesis de Kant y Laplace” (Kant había expuesto una hipótesis similar en 1755).

En su obra *Mecánica celeste* (cinco volúmenes, 1798-1827), en donde aparecen ecuaciones lineales en diferencias finitas con coeficientes variables, expuso en forma totalmente analítica, sin más datos de observación que los indispensables, como se ha dicho más arriba, todos los descubrimientos sobre mecánica del sistema solar conocidos hasta entonces. En sus estudios astronómicos utilizó el concepto de potencial (el nombre es de Green) introducido por Lagrange: Se trata de una función cuya derivada direccional en cualquier punto es igual a la componente de la intensidad del campo en la dirección dada. Utilizó el llamado “operador laplaciano” de una función $u=f(x,y,z)$, consistente en la suma de las derivadas parciales de segundo grado de dicha función, es decir, $u''_{xx}+u''_{yy}+u''_{zz}$, que es independiente del sistema de coordenadas particular que se utilice; bajo ciertas condiciones, los potenciales gravitatorio, eléctrico y de otros tipos, satisfacen la ecuación de Laplace o laplaciana $u''_{xx} + u''_{yy} + u''_{zz} = 0$ (esta ecuación para dos variables era ya conocida por D’Alembert). Aplicó a la mecánica celeste el desarrollo en serie de la función inversa, como también utilizó con el mismo fin, las integrales dobles y triples en problemas de coordenadas curvilíneas para establecer el elemento de espacio. Se considera la publicación de la *Mecánica celeste* como la culminación de la teoría newtoniana de la gravitación. Laplace demuestra que el sistema solar puede considerarse como estable, no habiendo por tanto necesidad de intervención divina alguna. Se dice que Napoleón comentó a Laplace el hecho de que en su obra no se mencionase a Dios, a lo que al parecer, replicó Laplace: “No he necesitado esa hipótesis, Sire”. Cuando le contaron esta escena a Lagrange, se dice que éste exclamó: “¡Ah, pero es una bella hipótesis!” Laplace no sólo completó la parte gravitatoria de los *Principios* de Newton, sino también otros puntos de carácter más físico, como es el caso del cálculo de la velocidad del sonido. Newton había calculado teóricamente una velocidad del sonido en el aire que resultaba ser demasiado pequeña. Laplace demostró que dicho cálculo se basaba en la suposición de que las compresiones y expansiones del aire al transmitir el sonido eran isotermas, cuando en realidad las oscilaciones del sonido son tan rápidas que las compresiones y expansiones son adiabáticas, lo que incrementa el coeficiente de elasticidad del aire y, en consecuencia, la velocidad del sonido. Estudió el problema sobre la atracción de un cuerpo elipsoidal, introduciendo los desarrollos en serie según funciones esféricas (1782, publicado en 1785).

Publicó sus investigaciones sobre el cálculo de probabilidades en su obra *Teoría analítica de las probabilidades* (1812), cuya tercera edición (1820) fue precedida por una introducción con el título *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, en el que se expone la teoría sin fórmulas matemáticas escritas. En *Teoría*, donde apoyó sus cálculos principalmente en las ecuaciones en diferencias finitas, expuso la teoría de las funciones generatrices, que son las funciones que desarrolladas en serie de potencias tienen por coeficientes las familias de números o de funciones, de los que es generatriz la función desarrollada, utilizó los recursos del cálculo infinitesimal (el libro está lleno de integrales, que

incluyen las funciones beta y gamma) e introdujo el principio de los cuadrados mínimos, analizando todos los problemas y las contribuciones de los autores anteriores, como el teorema de Bayes sobre la “probabilidad de las causas” (V. Bayes) y el problema “de la aguja” de Buffon (V. Buffon). Laplace extendió este problema a una cuadrícula formada por dos haces de rectas paralelas equidistantes y perpendiculares el uno al otro. Si las distancias entre las rectas de cada uno de los haces son a y b , entonces la probabilidad de que una aguja de longitud l (menor que a y que b) lanzada al azar corte a una de estas rectas es: $[2l(a+b)-l^2] : \pi ab$.

Estudió todas las aplicaciones de la citada teoría, especialmente en la estadística. Estudió la ley de distribución de errores con la curva de la campana, también llamada de Gauss. Demostró que el área bajo dicha curva es igual a $\pi^{1/2}$. Dedujo, como Gauss, que el valor más probable de una magnitud, de la que se conocen n medidas de igual precisión, es la media aritmética de dichas medidas. Calculó integrales por desarrollo en serie, obteniendo el desarrollo de la función error, haciendo notar que es divergente. También en este libro aparece la función llamada transformada de Laplace (que había estudiado en 1782): Si se tiene que $f(x) = \int_{0, \infty} e^{-xt} g(t) dt$, se dice que la función $f(x)$ es la transformada de Laplace de la función $g(x)$. En este libro, en relación con el uso de los números complejos en las funciones, Laplace escribió: “Esta transición de real a imaginario puede considerarse como un método heurístico, que es como el método de inducción, usado por largo tiempo por los matemáticos. Sin embargo, si se usa el método con gran cuidado y limitación, uno siempre será capaz de probar los resultados obtenidos”, e insiste en que los resultados deben ser verificados (está claro que estaba insatisfecho con el uso de las funciones complejas, aunque las utilizó para evaluar integrales reales).

Demostró que el desarrollo ordinario de Taylor puede llevar a series semiconvergentes. Generalizó las funciones esféricas de Legendre y la integral euleriana de segunda especie. Estudió la integración de las ecuaciones diferenciales lineales de orden n -ésimo. Entre 1772 y 1780 escribió muchos artículos sobre el método de variación de los parámetros, o variación de las constantes de integración, para la resolución de ecuaciones diferenciales. Redujo (1776) la ecuación diferencial lineal general $Pp + Qq = R$, a la integración del sistema $dx/P = dy/Q = dz/R$.

Resolvió la ecuación en derivadas parciales que lleva su nombre: $\partial^2 U / \partial x^2 + \partial^2 U / \partial y^2 + \partial^2 U / \partial z^2 = 0$, o bien, $\Delta U = 0$, mediante el “método de las cascadas” (1777). Estudió las ecuaciones entre diferencias finitas en unión de las correspondientes ecuaciones diferenciales, logrando reducir las ecuaciones funcionales a ecuaciones en diferencias finitas. En sus trabajos se encuentran incidentalmente algunas ecuaciones funcionales, que redujo a ecuaciones diferenciales. Empleó límites imaginarios en las integrales definidas, utilizando a menudo para calcularlas sustituciones imaginarias. Estudió la proyección de Mercator, encontrando la relación que con ella tienen los números complejos. Estudió por primera vez las cuádricas homofocales, al estudiar la atracción de un elipsoide homogéneo. En su ensayo *Investigaciones sobre el cálculo integral y el sistema del mundo* (1772), refiriéndose al trabajo de Cramer y Bezout sobre desarrollo de los determinantes, probó alguna de las reglas de Vandermonde y generalizó su método sumando los productos obtenidos multiplicando todos los menores de orden h que se pueden formar con h líneas paralelas, por sus adjuntos respectivos; este método se conoce hoy como regla de Laplace. Se le deben métodos de resolución de ecuaciones, de aproximación de integrales definidas, etc.

Lappo-Danilevski, Ivan A. (h. 1934). Matemático soviético. Desarrolló el aparato matemático de la teoría de matrices funcionales, siendo el primero en aplicarlo a la investigación de sistemas de ecuaciones diferenciales. Se han publicado sus trabajos sobre la teoría de los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales (1934-1936).

Laptev, German Fedorovich (1909-1973). Matemático soviético. Nació en Arzamas (oblast de Nizhniy Novgorod, Rusia). Estudió en la Universidad de Kazán (1926), donde formó parte del departamento de física y matemáticas. Desde 1932 enseñó e investigó en la Universidad de Moscú, especialmente en geometría proyectiva diferencial. Publicó *Construcción invariante de la geometría diferencial de una hipersuperficie* (1949), *Sobre campos de objetos geométricos* (1951), *Geometría diferencial de superficies pluridimensionales* (1953), *Hipersuperficie en un espacio con conexión proyectiva* (1958), *Estructuras fundamentales diferenciales de órdenes superiores en una variedad diferenciable* (1966), *Distribuciones de elementos lineales n -dimensionales en un espacio con conexión proyectiva* (1971).

Larmor, Joseph (1857-1942). Físico y matemático irlandés. Nació en Magheragall (Antrim, Irlanda del Norte). Estudió en Belfast y en Cambridge. Fue profesor en el Queen's College en Galway (1880-1885) y en Cambridge (1885-1932). Obtuvo las leyes de la precesión en la interacción electromagnética que llevan su nombre.

Lasala y Martínez, Atanasio (1847-1904). Matemático español. Fue profesor de matemáticas en los Institutos de Orense y Bilbao. Publicó *Elementos de matemáticas* (1876) y *Teoría de las cantidades imaginarias*. Escribió para la revista *El progreso matemático* dos artículos bajo el título *Un teorema de geometría esférica* (1892).

Lasker, Emanuel (1868-1941). Matemático alemán. Nació en Berlinchen (Prusia). Campeón mundial de ajedrez (1894-1920), perdiendo el campeonato ante Capablanca (1921). Siguió jugando al ajedrez al máximo nivel hasta la edad de 67 años, caso realmente único. En 1902 se doctoró con un trabajo sobre sistemas algebraicos abstractos. En 1905 desarrolló una teoría de ideales para dominios de polinomios, buscando un método para decidir si un polinomio dado pertenece o no a un ideal generado por otros polinomios. Escribió *Sentido común en el ajedrez* (1896).

Lastanosa, Pedro Juan de (m. 1576). Matemático, cartógrafo e ingeniero español. Nació cerca de Monzón (Huesca). Estudió en las Universidades de Huesca, Alcalá, Salamanca, París y Lovaina, siendo doctor en teología, buenas letras y matemáticas. En 1553, en Bruselas, junto con Jerónimo Girava, tradujo los dos libros de *Geometría práctica* de Oroncio Fineo. Trabajó en España en las obras del Alcázar de Madrid (1563) como ayudante de Juan Bautista de Toledo, y en las obras del Canal Imperial de Aragón (1565). Junto con Pedro Esquivel, trabajó en la *Descripción y corografía de España*, trabajo realizado por triangulación y para el que diseñaron varios instrumentos. Al parecer, pudo ser el autor de *Los veintiún libros de los ingenios y de las máquinas*, conocido como el Pseudo-Juanelo Turriano.

Laurent, Pierre-Alphonse (1814-1854). Matemático francés. Discípulo de Cauchy. Mostró (1843) que dada una función discontinua en un punto aislado, en lugar de una expansión de Taylor se debe utilizar una expansión con potencias crecientes y decrecientes de la variable. Si la función y su derivada son univalentes y continuas en un anillo cuyo centro es un punto aislado a , entonces la integral de la función tomada sobre las dos fronteras circulares del anillo, pero en direcciones opuestas y debidamente expandidas, proporciona una expansión convergente dentro del propio anillo y con potencias crecientes y decrecientes de z . Esta serie de Laurent viene dada por: $\sum_{n=-\infty, +\infty} a_n(z - a)^n$, y es una extensión del desarrollo de Taylor.

Laurentiev, M. A. (h. 1956). Matemático soviético. Investigó en el campo de las ecuaciones diferenciales. Dio un ejemplo de ecuación diferencial de la forma $dy/dx = f(x,y)$, siendo $f(x,y)$ una función continua tal que en todo entorno de un punto cualquiera P de un dominio G , pasen, no una, sino al menos dos curvas integrales. Para que sólo pase una curva integral, es necesario imponer a la función $f(x,y)$ ciertas condiciones además de la de continuidad, por ejemplo que tenga derivada acotada con respecto a y en todo el dominio G . En este caso por cada punto de G sólo pasa una curva integral, y además toda sucesión de quebradas de Euler que pasen por el punto converge uniformemente a esta única curva integral cuando la longitud del lado mayor de la quebrada tiende a cero, por lo que esta quebrada puede considerarse como una aproximación a la curva integral. Por otra parte, Laurentiev desarrolló el estudio de las transformaciones cuasi-conformes respecto a sistemas de ecuaciones diferenciales, con aplicaciones importantes en la teoría de funciones de variable compleja. Escribió junto con Alexandrov y Kolmogórov, *La matemática: su contenido, métodos y significado* (1956).

Lauwerier, Hans (1923-1997). Matemático holandés. Escribió *Fractales: figuras geométricas infinitamente repetidas* (1990).

Lavernède, J. E. Thomas de (h. 1810). Estudió el problema de Malfatti (1810) y el de Collini sobre cuadrados y rombos (1839).

Lawden, Derek F. (h. 1967). Matemático inglés. Estudió y enseñó en la Universidad de Aston (Birmingham), de donde es profesor emérito. Junto con Lawden G. H. fue autor de un estudio sobre la deltoide de Steiner (1985), en el que construyen una demostración trigonométrica. Publicó, entre otras obras, *Introducción al cálculo tensorial, relatividad y cosmología* (1967), *Los principios matemáticos de la mecánica cuántica* (1967), *Métodos de análisis de optimización* (1975).

Lawrence, J. Dennis (h. 1972). Escribió *Catálogo de curvas especiales planas* (1972).

Lax, Gaspar (1487-1560). Matemático español nacido en Sariñena (Teruel). Forma parte del grupo “aritmético” (según denominación de Rey Pastor), más cercano a la matemática francesa del s. XV, ya en declive, que a la renovadora matemática italiana. Escribió diversos textos matemáticos, como *Aritmética especulativa demostrada en doce libros* (1515), *Sobre las proporciones aritméticas* (1515), *Cálculos generales filosóficos* (1517). Como ejemplo de la *Aritmética especulativa*, su libro VII trata de los números pares, impares, perfectos y abundantes, incluyendo 88 proposiciones y un gran número de corolarios. Por ejemplo, la proposición 34 es la siguiente: “Para cualquier número dado, si se separan tantos impares consecutivos, empezando desde la unidad, como unidades hay en todos los precedentes, y se añade después de ellos tantos impares consecutivos como unidades hay en el número dado, entonces el compuesto de estos últimos es el cubo del número dado”. Su demostración ocupa tres páginas, y es totalmente literal, como todas las demás, sin que se utilicen por tanto números ni signos aritméticos, por lo que el tratado es muy farragoso. De dicha proposición se deduce el siguiente corolario: “Si se suman los dos primeros impares siguientes a la unidad, se hace el cubo de dos; y si se apartan éstos, el compuesto de los tres siguientes es el cubo de tres; y si después de todos éstos se toman los cuatro siguientes se hace el cubo de cuatro; y así sucesivamente”. Es decir: $3 + 5 = 2^3$, $7 + 9 + 11 = 3^3$, $13 + 15 + 17 + 19 = 4^3, \dots$

Le Corbusier. V. Corbusier, Le.

Le Sturgeon, Elizabeth. V. Sturgeon, Elizabeth le.

Lebesgue, Henri Léon (1875-1941). Matemático francés. Nació en Beauvais. Su formación matemática fue la usual, estudiando en la École Normale Supérieure (1894-1897). Se distinguió por su notable irreverencia por las opiniones establecidas y cuestionar las afirmaciones hechas por los profesores. Discípulo de Borel. Dio clases en el Liceo de Nancy y en las universidades de Rennes (1902-1906), de Poitiers (1906-1910) y en la Sorbona (1910). Fue nombrado profesor en el Collège de France en 1921 y al año siguiente, miembro de la Académie des Sciences. Su tesis doctoral, *Integral, longitud, área*, aceptada en Nancy en 1902, era extraordinariamente original, reconstruyendo de manera prácticamente completa, el campo de la teoría de la integración. En ella, como en *Lecciones sobre la integración y la investigación de las funciones primitivas* (1904), presentó sus ideas sobre la medida y la integral (V. más abajo una explicación al respecto), mejorando la teoría de la medida de Borel, basándose en su definición de medida de conjuntos de puntos que se aplica a conjuntos del espacio n -dimensional, introduciendo una definición de la medida conocida como “medida L”, a partir de la cual define la integral que lleva su nombre. La generalidad de la integral de Lebesgue deriva del hecho de que una función integrable para él, no necesita ser continua por doquier, excepto en un conjunto de medida nula. La integral de Lebesgue resulta especialmente útil en la teoría de series de Fourier, demostrando en *Lecciones sobre las series trigonométricas* (1906) que la posibilidad de integrar término a término una serie de Fourier no depende de la convergencia uniforme de la serie a la función $f(x)$ misma. Con su definición de integral doble, se amplía el dominio de las funciones para las que la integral doble se puede calcular por integración iterada. En 1910 llegó a resultados sobre integrales múltiples que generalizaban los correspondientes a integrales simples.

Publicó *Nota sobre las superficies no regladas aplicables sobre el plano* (1899), en la que estudió ciertas superficies no diferenciables. Hermite, que objetaba las funciones sin derivada, trató de evitar la publicación de este trabajo. Muchos años más tarde, Lebesgue escribió: “Darboux había dedicado su *Memoria* de 1875 a la integración y a las funciones sin derivadas, por tanto no experimentaba el mismo horror que Hermite. Sin embargo, dudo que nunca llegara a perdonarme del todo mi *Nota sobre las superficies aplicables*. Seguramente pensaba que los que se enfrascan en estos estudios

pierden el tiempo en vez de dedicarse a una investigación útil... Para muchos matemáticos me convertí en el hombre de las funciones sin derivadas, a pesar de que nunca en la vida me dediqué por completo al estudio o consideración de tales funciones. Y como el temor y el horror que mostraba Hermite lo compartía casi todo el mundo, siempre que intentaba tomar parte en una discusión matemática, aparecía algún analista que decía, “Esto no le interesará a usted, estamos discutiendo de funciones con derivadas”. O algún geómetra diciéndolo en su lenguaje: “Estamos discutiendo de superficies que tienen planos tangentes”. La explicación anunciada más arriba, es la siguiente: Lebesgue, reflexionando sobre los trabajos de Borel acerca de los conjuntos de números reales, vio que la definición de Riemann de la integral tenía el inconveniente de que sólo se podía aplicar en casos excepcionales, ya que supone que la función tiene sólo “unos pocos” puntos de discontinuidad. Si una función $y = f(x)$ tiene muchos puntos de discontinuidad, entonces aunque el intervalo $x_{i+1} - x_i$ se haga pequeño, los valores de $f(x_{i+1})$ y de $f(x_i)$, o valores intermedios de la función, no serán necesariamente próximos. Lebesgue tuvo la idea genial de, en vez de subdividir el dominio de la variable independiente x , subdividir el rango de la función f en intervalos parciales Δy_i , y seleccionar un valor η_i dentro de cada intervalo parcial. Entonces considera la “medida” $m(E_i)$ del conjunto E_i de todos los puntos del eje de las x para los que los valores de $f(x)$ son aproximadamente iguales a η_i (en sentido preciso, caen en el intervalo Δ_i al que pertenece η_i). Tal como le gustaba a Lebesgue expresar esto de una manera informal, la diferencia entre su integral y la de Riemann consistía en que los integradores anteriores sumaban indivisibles, grandes o pequeños, según iban apareciendo en orden de izquierda a derecha, mientras que él prefería agrupar juntos los indivisibles de tamaños parecidos antes de sumarlos, es decir, que sustituía las sumas de Riemann $S_n = \sum f(x_i) \cdot \Delta x_i$ por las del tipo de Lebesgue $S_n = \sum \eta_i \cdot m(E_i)$, y a continuación hacer tender a cero los intervalos Δy_i .

Lebesgue decía, con un ejemplo simple, que si se tratara de calcular el dinero que supone una gran cantidad de monedas esparcidas sobre una mesa, Riemann trocearía la mesa en rectángulos y contaría en cada uno de ellos; en cambio, Lebesgue clasificaría las monedas por valores antes de contarlas. La integral de Lebesgue, expuesta aquí de manera tosca, se define de hecho, de una manera totalmente precisa en términos de cotas superiores e inferiores y de la definición de medida de Lebesgue de un conjunto de la recta real. Un ejemplo puede ilustrar cómo funcionan los métodos de Lebesgue. Aceptemos que la medida de Lebesgue del conjunto de los números racionales pertenecientes al intervalo $[0, 1]$ es cero (como lo es la de cualquier conjunto numerable), y que la medida de Lebesgue del conjunto de todos los números irracionales del citado intervalo es 1 ; supongamos que se pide la integral de la función $f(x)$ sobre este intervalo, donde f es la función de Dirichlet, es decir, $f(x) = 0$ para todos los valores racionales de x , y $f(x) = 1$ para todos los valores irracionales de x (la función de Dirichlet se define de la siguiente manera: $y = \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} (\cos m! \pi x)^{2n}$). Dado que $m(E_i) = 0$ para todos los valores de i salvo para $i = n$, para el que $\eta_n = 1$, se obtiene el siguiente valor para S_n : $S_n = 0 + 0 + 0 + \dots + \eta_n m(E_n) = 1 \cdot 1 = 1$. Luego $\int_{0,1} f(x) dx = 1$, considerando la integral en el sentido de Lebesgue. La integral de Riemann de la misma función sobre el mismo intervalo evidentemente no existe.

Lebesgue proporcionó una definición ampliamente aceptada del espacio n -dimensional: Un espacio es n -dimensional si n es el número mínimo para el que los recubrimientos cualesquiera mediante conjuntos cerrados de diámetro arbitrariamente pequeño, contienen algún punto común a $n+1$ conjuntos del recubrimiento.

En un intercambio epistolar entre Borel, Baire, Hadamard y Lebesgue, se desarrollaron y discutieron críticas a la situación lógica de la matemática (1905). Borel defendía la afirmación de Poincaré de que los números naturales no pueden fundamentarse axiomáticamente, y criticaba además el axioma de elección porque exige una infinidad no numerable de elecciones simultáneas, lo que es inconcebible para la intuición. Hadamard y Lebesgue iban más lejos, sosteniendo que incluso una infinidad numerable de elecciones arbitrarias sucesivas no es más intuitiva porque sigue exigiendo una infinidad de operaciones, cuya realización de manera efectiva es imposible de concebir. Para Lebesgue todas las dificultades se reducían a saber lo que uno entiende al decir que un objeto matemático “existe”. En el caso del axioma de elección sostenía que si uno simplemente “piensa” en una manera de elegir, ¿no puede entonces cambiar sus elecciones en el curso del razonamiento? Incluso la elección de un único elemento de un conjunto no vacío planteaba, según Lebesgue, las mismas dificultades; uno tiene que saber que el objeto “existe”, lo que significa que debe indicar la elección explícitamente. Así, pues, Lebesgue rechazaba la demostración de Cantor de la existencia de números trascendentes. Hadamard

indicó que las objeciones de Lebesgue conducían a negar la existencia del conjunto de los números reales, y Borel llegó exactamente a la misma conclusión.

En relación a la controversia entre formalistas e intuicionistas, Lebesgue adoptó una posición intermedia, que podría denominarse como “empirismo lógico francés”. Lebesgue no creó escuela ni se concentró en el campo que había abierto. A pesar de que su concepto de la integral era un buen ejemplo de generalización, y de los más sorprendentes, Lebesgue temía que, “reducida a teorías generales, la matemática se convertiría en una bella forma sin contenido y moriría rápidamente”. El desarrollo posterior parece indicar que sus temores acerca de la perniciosa influencia de la generalización en la matemática no tenían fundamento.

Lebesgue, Victor Amédée (1791-1875). Matemático francés. Demostró (1840) el gran teorema de Fermat para $n=7$. Estudió la relación entre las dos fracciones periódicas encontradas por Euler y Lagrange como expresión de las raíces de una ecuación de segundo grado.

Lefrançais, F. L. (1769-1843). Matemático francés. Estudió y enseñó en la École Polytechnique en París. Parece ser que fue el primero que utilizó el nombre de geometría analítica como título de un libro de texto en una edición de 1804 de sus *Ensayos de geometría*. Esta obra, cuya primera edición data de 1801, estaba inspirada en las lecciones dadas en la École Polytechnique. Para la determinación de los ejes principales de una cuádrica representada por la ecuación $Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + \dots = 0$, dio la ecuación cuadrática: $\tan^2 \alpha + (A-C)/B \cdot \tan \alpha - 1 = 0$.

Lefschetz, Solomon (1884-1972). Ingeniero y matemático estadounidense, de origen ruso. Nació en Moscú. Estudió en París y en Worcester, Massachusetts. Enseñó en las Universidades de México y Princeton. Investigó en topología combinatoria, dando una fórmula para el número algebraico de puntos fijos bajo aplicaciones continuas de variedades, colocando así los fundamentos de la teoría general algebraica de aplicaciones continuas que luego desarrolló Hopf. Publicó *Introducción a la topología* (1949).

Legendre, Adrien-Marie (1752-1833). Matemático francés. Nació en París. Tras sus estudios en el Collège Mazarin, se dedicó a la investigación científica. Enseñó durante cinco años (1775-1780) en la École Militaire de Paris y en la École Normale. Formó parte de varios comités gubernamentales. Miembro de la Académie des Sciences (1783). Fue el responsable de la Comisión de Instrucción Pública durante 1794. Llegó a ser examinador de estudiantes en la École Polytechnique (1799-1813), pero no fue profesor universitario. Realizó importantes trabajos de triangulación en Francia. El Comité de Pesos y Medidas francés quedó tan impresionado de la exactitud con la que Legendre y otros habían medido la longitud del meridiano terrestre, que definió el metro como la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre. Posteriormente, en 1813, Legendre fue miembro de este Comité, sustituyendo a Lagrange en la Oficina de Longitudes. Hacia el final de su vida fue despojado de su pensión por resistirse a la maniobra del gobierno de intentar dictar su voluntad a la Académie des Sciences. Nunca dejó de trabajar con regularidad y pasión. Su nombre pervive en gran número de teoremas muy variados porque abordó las más diversas cuestiones.

Publicó *Ensayo sobre la teoría de los números* (1797), primer tratado dedicado exclusivamente a dicha teoría, donde estudió la teoría de los números primos, las ecuaciones indeterminadas y los restos potenciales. Planteó la ley de reciprocidad de los restos cuadráticos (Euler la había enunciado sin demostración): Si p y q son primos impares, las congruencias $x^2 \equiv q \pmod{p}$ y $x^2 \equiv p \pmod{q}$, o bien son ambas solubles o bien ambas insolubles, salvo que tanto p como q sean de la forma $4n + 3$, en cuyo caso una es soluble y la otra no. Dio como muy probable la proposición que dice que el número de números primos menores que una cantidad dada x se va aproximando al cociente $x: (\ln x - 1.08366)$, según va creciendo x indefinidamente (en 1896, Hadamard y La Vallée Poussin demostraron que dicho número tiende a $x / \ln x$).

Demostró que no existe ninguna función algebraica racional que tome como valores siempre números primos, pero indicando que el polinomio n^2+n+17 toma valores primos para $1 \leq n \leq 16$, y que $2n^2+29$ es primo para $1 \leq n \leq 28$. Estudió la inconmensurabilidad de la circunferencia y el cuadrado del diámetro. Fue el primero en calcular las soluciones de $x^{17} = 1$. Resolvió para $n < 197$ el gran teorema de Fermat, con determinadas condiciones para las variables x, y, z . Llamó semiconvergentes a las

series divergentes que dan aproximaciones útiles a funciones (Poincaré las llamará más adelante asintóticas).

En *Ejercicios de cálculo integral* (1812) se ocupó de las integrales eulerianas y de las elípticas, expresiones que hacen así su aparición en matemáticas y que por inversión, dieron lugar a las llamadas funciones elípticas. Después de haber conocido los trabajos de Fagnano, Euler y Landen, Legendre demostró que toda integral en la que aparece un irracional cuadrático de un polinomio de cuarto grado, se puede llevar a la forma $\int (A + B \operatorname{sen}^2 \varphi) / (1 + n \operatorname{sen}^2 \varphi) \cdot d\varphi / \Delta(\varphi)$, donde $\Delta(\varphi) = (1 - c^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^{1/2}$, con $c < 1$, que a su vez puede reducirse a una combinación de una o más de las siguientes formas típicas, llamadas formas canónicas de Legendre: a) Integral elíptica de primera especie: $\int d\varphi / \Delta(\varphi)$; b) Integral elíptica de segunda especie: $\int \Delta(\varphi) d\varphi$; c) Integral elíptica de tercera especie: $\int d\varphi / [(1 + n \operatorname{sen}^2 \varphi) \Delta(\varphi)]$. Integrando entre θ y θ , y haciendo $c = \operatorname{sen} \alpha$, Legendre calculó para α y θ de grado en grado, los valores de las integrales de primera y segunda especie con 9 y 10 decimales, dando las ecuaciones diferenciales y sus desarrollos en serie. Entre las propiedades estudiadas por Legendre figuran las relativas a la suma de las integrales elípticas para dos valores distintos de la amplitud θ , y para las de tercera especie encontró el teorema de la permutación de parámetro y argumento. Una integral elíptica de primera especie aparece al resolver la ecuación diferencial del movimiento de un péndulo simple, y una de segunda especie al intentar calcular la longitud de un arco de elipse, o al calcular la intensidad del campo magnético creado por una corriente circular en un punto excéntrico de su plano. Las integrales elípticas aparecían ya en una memoria de Legendre de 1785 sobre la atracción gravitatoria de un elipsoide, problema en conexión con el cual surgieron los llamados “armónicos zonales” o “coeficientes de Legendre”. A través de cartas de Jacobi, Legendre se familiarizó con los trabajos de Jacobi y Abel sobre dichas integrales. En 1828, escribió a Jacobi: “Es una gran satisfacción para mí el ver a dos jóvenes matemáticos que han cultivado tan exitosamente una rama del análisis que por mucho tiempo ha sido mi campo favorito, pero que no se ha recibido como merece en mi propio país”. Publicó una nueva edición de sus *Ejercicios* con el título *Tratado de las funciones elementales y de las integrales eulerianas* (1827-1832), donde incluyó las investigaciones de Abel y Jacobi (V. en Jacobi un incidente entre Legendre, Jacobi, Fourier y Poisson, sobre un trabajo de Abel). Transformó integrales imposibles de resolver hasta entonces, en integrales elípticas. El trabajo de Legendre sobre integrales elípticas tuvo mucho mérito, extrayendo numerosas conclusiones y estructurando matemáticamente dicha materia, pero no añadió nuevas ideas ni alcanzó la profundidad de los trabajos de Abel y Jacobi. Llamó integrales eulerianas a las funciones beta y gamma, que estudió en profundidad, llegando a obtener su fórmula de duplicación. Dio a conocer los desarrollos en serie para el cálculo de longitudes de arco. El problema de la atracción entre dos elipsoides de revolución le condujo a los desarrollos de funciones esféricas sencillas por medio de los llamados polinomios P_n (polinomios que hoy son llamados de Legendre), que son soluciones de la ecuación diferencial de Legendre, $(1 - x^2)y'' - 2xy' + n(n + 1)y = 0$, para valores enteros positivos de n . Obtuvo diversas propiedades de estos polinomios, así como de los polinomios asociados y de los armónicos esféricos. En un artículo de 1782, publicado en 1785, Legendre, interesado por la atracción ejercida por sólidos de revolución, demostró el siguiente teorema: Si se conoce la atracción de un sólido de revolución sobre todo punto exterior situado en la prolongación de su eje, entonces se conoce para todo punto exterior. Obtuvo la ecuación de la curva meridiana de una masa de fluido que gira, en la forma de una serie de sus polinomios. Introdujo los símbolos $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$. En sus importantes trabajos de geodesia, creó el método de los mínimos cuadrados, sin establecer su fundamentación lógica (Laplace dio su demostración formal). Gauss en su *Teoría del movimiento de los cuerpos celestes*, publicada en 1809, se refirió a su descubrimiento del método de los mínimos cuadrados. Legendre creía haber sido el único inventor de este método, y prácticamente llegó a acusar a Gauss de plagio, compartiendo su indignación con Jacobi. Hoy, cuando se conocen los papeles de Gauss que éste no publicó, se sabe que Gauss tenía razón en atribuirse la prioridad del descubrimiento. Legendre, en su *Tratado de las funciones elípticas* (1825-1828), estudió entre otras cuestiones, las series semiconvergentes, especialmente cuando tienen la propiedad de que el error cometido al sumar hasta un término cualquiera es del orden del primer término omitido. Investigó sobre la variación segunda de una integral, en relación con el cálculo de variaciones, encontrando condiciones necesarias, pero no suficientes, para las soluciones de la ecuación de Euler para suministrar un valor máximo o mínimo de una integral. En conexión con ello, expuso las proposiciones fundamentales sobre los problemas

isoperimétricos. Introdujo una nueva transformación de tercer grado y planteó ecuaciones que pueden considerarse como las primeras ecuaciones de multiplicación y modulares. Propuso diversos teoremas en sus obras *Elementos de Geometría* (1794), *Investigaciones sobre la geometría de dirección: métodos de transformación*. Sus *Elementos* se editaron repetidas veces (veinte ediciones en vida del autor) y fueron adoptados como texto en Europa y en Estados Unidos. En el prólogo, Legendre dice que su objetivo es presentar una geometría que satisfaga al espíritu, componiendo unos elementos muy rigurosos. En una fecha tan tardía ya como 1885, el decano de la Universidad de Columbia escribía en el prólogo de una nueva edición de esta obra: “Se suele admitir generalmente que en claridad y precisión de las definiciones, en la sencillez y rigor de las demostraciones, en el desarrollo lógico y ordenado del tema, y en la concisión de la presentación, la obra *Elementos* de Legendre es superior a cualquier otra obra de su nivel para la formación general de la capacidad de razonamiento lógico de los alumnos, así como para su instrucción en el importante campo de las verdades geométricas elementales”. En esta obra aparece el tratamiento de los teoremas previo al de los problemas, mientras que en Euclides ocurre lo contrario. También en ella, la geometría adquiere una fisonomía entre algebraica y geométrica que desde entonces ha caracterizado a la geometría elemental. En un *Apéndice* trae notas con algunas novedades: la trigonometría, la distancia mínima entre dos rectas no coplanarias, la demostración de la irracionalidad de π y de e , con la observación profética de que “es probable que el número π no esté comprendido entre los irracionales algebraicos, es decir que no sea raíz de una ecuación algebraica de un número finito de términos y de coeficientes racionales”. Creía que el postulado de las paralelas de Euclides era una verdad autoevidente, reconociendo que en sus demostraciones en defensa del postulado de Euclides siempre quedaba algo que no podía resistir a un análisis severo, llegando en sus investigaciones a resultados semejantes a los de Lambert. Legendre había trabajado sobre dicho postulado de las paralelas a lo largo de un periodo de veinte años. Sus resultados aparecieron en libros y artículos, incluyendo sus muchas ediciones de sus *Elementos*. En cada una de las doce ediciones (12ª ed., 1813) de la versión de Legendre de los *Elementos* de Euclides, añadió apéndices que supuestamente proporcionaban demostraciones del citado postulado, pero todas ellas eran deficientes porque suponían algo implícito que no podía ser supuesto o bien aceptaba axiomas tan cuestionables como el de Euclides. Legendre fijó, como Lamé, el número de normales que se pueden trazar a una cónica desde un punto exterior. Estudió diversas curvas, entre ellas la séxtica que lleva su nombre. Ideó un nuevo camino para la edificación de toda la trigonometría plana. Demostró un teorema referente a triángulos esféricos de lados muy pequeños. También escribió *Nuevos métodos para la determinación de las órbitas de los cometas* (1806), donde expone el método de mínimos cuadrados.

Lehmus, Daniel Christian Ludolph (1780-1863). Matemático alemán. Nació en Soest (Westfalia). Fue profesor de la Universidad de Berlín. Colaboró en la Revista Crelle. Trabajó en geometría del triángulo. Fue el primero en dar una construcción práctica mediante trigonometría, al problema de Malfatti (1819).

Leibniz, Gottfried Wilhelm (1646-1716). Filósofo, científico y matemático alemán. Nació en Leipzig. Su padre era profesor de filosofía y moral en la Universidad de Leipzig. Leibniz ingresó en la Universidad de Leipzig a los quince años, obteniendo a los 17 el bachillerato en artes. Estudió teología, derecho, filosofía y matemáticas. Debido a su edad de 20 años no le concedieron el doctorado en derecho, por lo que abandonó Leipzig, consiguiéndolo en la Universidad de Núremberg, donde se le ofreció un puesto de profesor en derecho, que Leibniz rechazó. Su primer trabajo matemático, *Sobre el arte de las combinaciones*, data de 1666 y trata sobre la teoría del análisis combinatorio, mostrando en tan temprana edad, sus primeras ideas de lo que podría ser una lógica formal simbólica, estableciendo de forma científica los principios de dicha teoría. Durante los años 1670 y 1671 escribió sus primeros artículos sobre mecánica y hacia 1671 había producido su máquina de calcular. Seguidamente entró en la carrera diplomática, primero al servicio del elector de Maguncia, después al de la familia Brunswick, y por último para los Hannover, a cuyo servicio estuvo 40 años. Estuvo en París en 1672, en una misión política, lo que le puso en contacto con científicos y matemáticos, y en particular con Huygens, quien le aconsejó leer los tratados de Pascal (también vio su máquina de calcular), despertando su interés por las matemáticas. Aunque anteriormente había leído algo sobre ellas y había escrito el artículo de 1666, Leibniz dice que no conocía casi las

matemáticas hasta 1672. En 1673 estuvo en Londres, donde leyó a Barrow, y se entrevistó con Oldenburg, secretario de la Royal Society de Londres, y con Collins, convirtiéndose en miembro de la Royal Society. Volvió a Londres en 1676, llevando su máquina calculadora, que mostró a la Royal Society. También en dicho año, Leibniz fue contratado como bibliotecario y consejero del elector de Hannover. Entre estos dos viajes a Londres, el cálculo diferencial había ido tomando forma, de la mano de Newton y de Leibniz. En 1698, el elector de Brandeburgo le invitó a trabajar con él en Berlín. Fue elegido miembro de la Académie des Sciences (1700), que él contribuyó a fundar. Aunque envuelto en todo tipo de maniobras políticas, entre ellas la de la sucesión de Georg Ludwig, elector de Hannover, al trono de Inglaterra como Jorge I, Leibniz trabajó en muchos temas, y sus actividades colaterales cubrieron un campo enorme. Fue nombrado consejero privado de Pedro el Grande de Rusia y vivió dos años en Viena (1712-1714). Volvió a Hannover, donde estuvo virtualmente bajo arresto domiciliario. En junio de 1716 mantuvo su última entrevista con Pedro el Grande, en la localidad de Bad-Pyrmont. Vuelto a Hannover, tuvo un serio ataque de gota que le confinó en el lecho hasta su muerte, en noviembre de ese mismo año.

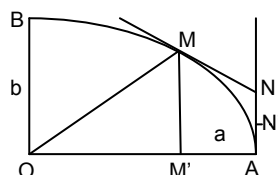
Además de diplomático, Leibniz fue filósofo, abogado, historiador, filólogo y geólogo. Realizó un trabajo importante en lógica, mecánica, óptica, matemáticas, hidrostática, neumática, náutica y máquinas de calcular. Aunque su profesión era la jurisprudencia, sus trabajos en matemáticas y filosofía están entre los mejores producidos en el mundo. Mantuvo contactos epistolares con gente tan alejada como China y Ceilán. Intentó incansablemente reconciliar la Iglesia católica y la protestante. Como promotor científico se le debe la fundación de las *Acta eruditorum* (1682), la creación (1700) de la Academia de Berlín (luego Real Academia Prusiana), al principio como Sociedad Científica para la realización de inventos en mecánica y descubrimientos en química y fisiología que pudieran ser útiles a la humanidad, pues Leibniz quería que el conocimiento se aplicara (en 1710 esta Academia publicó una descripción de la máquina de calcular de Leibniz). También se le debe la creación de las Universidades de San Petersburgo, Dresde y Viena. Buscaba el conocimiento real en matemáticas, física, geografía, química, anatomía, botánica, zoología e historia. Favoreció la lengua alemana sobre el latín porque éste era el aliado del pensamiento antiguo e inútil.

Publicó artículos matemáticos desde 1684 en adelante. Sin embargo, muchos de sus resultados, así como el desarrollo de sus ideas, están contenidos en cientos de páginas de notas hechas desde 1673 en adelante, pero que él no publicó nunca. Estas notas, como es lógico, saltan de un tema a otro y contienen cambios de notación a medida que se desarrollaba el pensamiento de Leibniz. En 1714 escribió *Historia y origen del cálculo diferencial*, donde proporciona una panorámica del desarrollo de su propio pensamiento; pero como esta obra fue escrita muchos años después de que hubiera ido realizando sus trabajos, su exposición puede no ser precisa, y como su propósito era defenderse él mismo contra una acusación de plagio (V. más abajo la polémica entre Newton y Leibniz), podría haberla distorsionado inconscientemente en relación a los orígenes de sus ideas. Su preocupación por la claridad de los conceptos y por el aspecto formal de las matemáticas le permitió, entre otras innovaciones, crear el simbolismo adecuado al nuevo algoritmo del cálculo infinitesimal. Además de sus importantísimas contribuciones a este nuevo campo, su labor matemática se extendió a la teoría de números, al cálculo mecánico, al álgebra, al perfeccionamiento de la notación y del simbolismo, considerándosele iniciador del cálculo geométrico, de la teoría de los determinantes, de la lógica matemática, de la topología.

Conviene comparar aquí los trabajos de Newton y Leibniz en lo que respecta al cálculo. Tanto a Newton como a Leibniz se les debe reconocer que vieran el cálculo como un método nuevo y general, aplicable a muchos tipos de funciones. La notación y técnicas algebraicas que ambos utilizaron, resultaron ser un instrumento más efectivo que la geometría, pudiendo tratar con la misma técnica muchos problemas geométricos y físicos diferentes. Ambos redujeron los problemas de áreas, volúmenes, tangentes, máximos y mínimos y sumación, a la diferenciación y antidiferenciación. Para Newton, un concepto como el de la velocidad era central, mientras que para Leibniz su preocupación filosófica le llevó a las últimas partículas de la materia que llamó mónadas. Newton utilizaba libremente las series para representar funciones; Leibniz prefería la forma cerrada. En una carta a Leibniz en 1676, Newton hacía hincapié en el uso de las series, incluso para resolver ecuaciones diferenciales sencillas. Aunque Leibniz utilizaba series infinitas, replicó que el objetivo real era el de obtener los resultados en términos finitos, utilizando las funciones trigonométricas y logarítmicas cuando no sirvieran las funciones algebraicas. Recordó a Newton la afirmación de Gregory de que la

rectificación de la elipse y de la hipérbola no podía reducirse a las funciones circulares y logarítmica, y retó a Newton para que determinara, mediante el uso de las series, si Gregory estaba en lo cierto o no. Newton respondió que mediante la utilización de las series podía decidir si algunas integraciones podían realizarse en términos finitos, pero no dio ningún criterio. De nuevo, en una carta a Johann (I) Bernoulli de 1712, Leibniz ponía objeciones al desarrollo en serie de funciones, y afirmaba que el cálculo debía ocuparse de reducir sus resultados a cuadraturas (integraciones) y, donde fuera necesario, cuadraturas que incluyeran funciones trascendentes. Newton era empírico, concreto y circunspecto, mientras que Leibniz era especulativo, dado a las generalizaciones y osado. Leibniz estaba más preocupado por las fórmulas operacionales para elaborar un cálculo en sentido amplio, estableciendo los cánones del cálculo, el sistema de reglas y fórmulas. Newton no se molestó en formular reglas, aun cuando pudo haber generalizado fácilmente sus resultados concretos; inició muchos métodos, pero no hizo hincapié en ellos. Sus grandiosas aplicaciones del cálculo no sólo demostraron su valor sino que estimularon y casi determinaron enteramente la dirección del cálculo para el siguiente siglo, en mucha mayor medida que el trabajo de Leibniz. Newton no daba importancia a la cuestión de la notación, mientras que Leibniz dedicaba a ella días enteros para elegir una notación sugestiva.

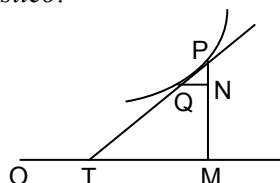
En la obra temprana de Leibniz jugaron un papel importante las series infinitas, cuya suma dedujo por procedimientos originales en varias de ellas. Huygens le planteó el problema de calcular la suma de los inversos de los números triangulares, es decir de la forma $2/n(n+1)$, que Leibniz obtuvo mediante la descomposición $2/n(n+1) = 2(1/n - 1/(n+1))$, de donde la suma de los n primeros términos es $2[1 - 1/(n+1)]$, y la suma de la serie infinita es 2. También estudió las series deducidas del triángulo aritmético, o de Pascal, y del triángulo armónico. Dio (1713) el criterio de convergencia de las series de términos alternativamente positivos y negativos, consistente en que los valores absolutos de sus términos deben decrecer monótonamente hacia cero. Para la serie $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$, Leibniz decía que las sumas 0 y 1 eran igualmente probables, por lo que habría que tomar su media, aunque reconoció que su razonamiento era más metafísico que matemático, aunque acabó diciendo que en la matemática hay más de verdad metafísica de lo que generalmente se reconocía. Para el desarrollo en serie de la función seno se valió del método de los coeficientes indeterminados, partiendo de la ecuación diferencial de segundo orden que define esa función, obtenida geoméricamente. Obtuvo las actuales series del arco tangente circular y del arco tangente hiperbólico mediante el cálculo de los sectores elíptico e hiperbólico, desarrollados en serie.



En el caso elíptico Leibniz considera una elipse de centro O , semiejes $OA = a$ y $OB = b$, y considera el sector AOM siendo M un punto de la elipse situado entre A y B , cuya proyección sobre OA es M' . Las tangentes en A y M se cortan en N . Toma como parámetro un valor t tal que $AN = bt$, y demuestra, en virtud de las propiedades de la elipse, que $AM' = 2at^2/(1 + t^2)$ y que el área del cuadrilátero $OANM$ es abt . Para calcular el área de la figura mixtilínea ANM considera los triángulos MNN' (N' sobre AN) de altura AM' y base $NN' = bt_1$, cuya área es $abt_1^2/(1 + t^2)$; desarrolla en serie la función en t , y variando este parámetro desde A a N obtiene como área de ANM el valor: $ab(t^3/3 - t^5/5 + t^7/7 - \dots)$, que al restarla del área del cuadrilátero $OANM$, da finalmente como área del sector elíptico OAM la diferencia: $ab(1 - t^3/3 + t^5/5 - t^7/7 + \dots)$, que para $t = 1$ corresponde al cuarto de círculo, apareciendo por tanto un nuevo desarrollo (1674) en serie del número π , que ya había sido dado en forma independiente por Gregory: $\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + \dots$, serie que converge tan lentamente que serían necesarios alrededor de 100.000 términos para computar un valor de π con una precisión como la obtenida por Arquímedes. Para el sector hiperbólico Leibniz encuentra una fórmula semejante cambiando t^2 por $-t^2$.

En un artículo suyo publicado en 1684 en *Acta Eruditorum*, titulado *Nuevo método para máximos y mínimos, y también para tangentes, que no se ve obstruido por las cantidades fraccionarias ni por las irracionales*, se contenían los principios del llamado por él "cálculo diferencial", que incluía en especial la determinación de las propiedades que distinguen los máximos de los mínimos. Como utilizaba en este artículo diferencias finitas, se puede considerar que este artículo fue el principio del

cálculo diferencial y del cálculo de diferencias. Sus consideraciones infinitesimales, que se encuentran ya en manuscritos de 1673 y que desde 1676 están en posesión de las reglas y fórmulas más simples del cálculo infinitesimal: $d(xy)=xdy+ydx$, $d(x/y)=(ydx-xdy)/y^2$, $dx^n = nx^{n-1} dx$, se apoyan en el “triángulo característico” (el nombre es suyo) que Barrow ya había considerado, pero que Leibniz dice que tomó de Pascal y que “como un relámpago” le iluminó toda la cuestión. Sean x, y las coordenadas de un punto P de la curva ($OM = x, PM = y$); la tangente a la curva en P corta al eje de abscisas en T ; se toma un punto Q de la curva infinitamente cercano a P , de forma que el arco PQ es infinitamente pequeño, teniéndose que la paralela al eje de abscisas trazada por Q corta a PM en N ; el triángulo PQN , es el *triángulo característico*.



Mediante consideraciones sobre este triángulo y sus semejantes, el de la ordenada y subtangente, o el de la ordenada y subnormal, reconoció que los problemas de la tangente y de la cuadratura son inversos. En efecto, dicho triángulo muestra que en el problema de la tangente interviene el incremento, es decir la “diferencia” de las ordenadas, mientras que en el problema de la cuadratura interviene la “suma” de las ordenadas, aspecto puramente formal de la cuestión que revela que ambos problemas son inversos, como lo son en aritmética la diferencia y la suma.

Aparecen en el citado artículo (una memoria de apenas seis páginas) las diferenciales definidas en la forma actual: “Designamos con dx un segmento arbitrario y designamos con dy un segmento que es a dx como la ordenada y , de la que dy es la diferencia, es a la subtangente”. Aparecen las reglas comunes de diferenciación de las expresiones racionales e irracionales, y se muestra, con un ejemplo complicado, cómo pueden obtenerse directamente las diferencias de expresiones fraccionarias y con radicales. Aplica la diferenciación a la resolución de los problemas de máximos y mínimos, que distingue según el signo de la segunda diferencial (“diferencia de diferencias”), cuya interpretación geométrica es la concavidad o convexidad, que al anularse se pasa de un tipo de curvatura a otro por el punto de inflexión. Como ejemplo de mínimo da la ley de la refracción y como ejemplo de construcción de tangentes utiliza la curva lugar de los puntos cuya suma de las distancias a distintos puntos es constante. Termina el citado artículo dando la solución de uno de los problemas propuestos a Descartes por Florimond de Beaume, que fue el primero en definir curvas mediante las propiedades de su tangente, dando lugar así a la determinación de curvas por el llamado *método inverso de la tangente*. El problema que resuelve Leibniz es el de encontrar la curva cuya ordenada es a la subtangente como un segmento dado es a la diferencia de la ordenada comprendida entre la curva y una recta dada. Si ésta es la bisectriz del primer cuadrante, esa propiedad se expresa, mediante las diferenciales de Leibniz, como $a dx = (y - x) dy$, ecuación diferencial que Leibniz resuelve, para el caso particular que satisface la condición $x = y = 0$, por el método de los coeficientes indeterminados. El resultado es: $x/a = \frac{1}{2}(y/a)^2 - \frac{1}{2 \cdot 3}(y/a)^3 + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4}(y/a)^4 - \dots$, en la que reconoce el carácter logarítmico de la curva. La exposición que hizo Leibniz en este artículo de seis páginas, resultó tan poco clara que los hermanos Bernoulli lo llamaron “un enigma más que una explicación”. Ciertamente, el trabajo de Leibniz, aunque rico en sugerencias y profundo, fue tan incompleto y fragmentario que resultaba difícilmente inteligible. Afortunadamente los hermanos Jacob (I) y Johann (I) Bernoulli se impresionaron y estimularon inmensamente con las ideas de Leibniz, pulieron sus esquemáticos trabajos y aportaron una cantidad inmensa de nuevos desarrollos, de tal forma que Leibniz reconoció que el cálculo era tanto de ellos como suyo. Leibniz no entendió claramente, como tampoco Newton, ni definió rigurosamente, los conceptos fundamentales del cálculo. Leibniz vio las implicaciones a largo plazo de las nuevas ideas, y no dudó en declarar que estaba naciendo una nueva ciencia, por lo que no estaba demasiado preocupado por la falta de rigor del cálculo. En respuesta a las críticas a sus ideas escribió varias réplicas. En una carta de 1690 a Wallis, dice que: “Es útil considerar cantidades infinitamente pequeñas tales que cuando se busca su cociente, pueden no considerarse cero, pero que pueden despreciarse cuando aparecen con cantidades incomparablemente más grandes. Por lo tanto, si tenemos $x + dx$, dx puede despreciarse. Pero es diferente si buscamos la diferencia entre $x + dx$ y x . De la misma manera, no podemos tener a la vez $x dx$ y $dx dx$. Por lo tanto, si tenemos que diferenciar xy ,

escribimos $(x+dx)(y+dy)-xy=xdy+ydx+dx dy$. Pero $dx dy$ puede despreciarse como incomparablemente menor que $xdy+ydx$. Así, en cualquier caso particular, el error es menor que cualquier cantidad finita". Por lo que se refiere a los significados últimos de dy , dx y dy/dx , Leibniz fue siempre impreciso. Hablaba de dx como de la diferencia de los valores de x entre dos puntos infinitamente próximos y de la tangente como de la recta que une tales puntos. Despreció diferenciales de orden superior sin ninguna justificación, aunque distinguía entre sus distintos órdenes. Los infinitamente pequeños dx y dy se describían a veces como tendiendo a cero o como cantidades incipientes, como opuestas a cantidades ya formadas. Estas cantidades indefinidamente pequeñas no eran cero, pero eran más pequeñas que cualquier cantidad finita. A veces recurría a la geometría para decir que un diferencial de orden superior es a uno de orden inferior como un punto es a una línea o que dx es a x como un punto a la Tierra, o como el radio de ésta al de los cielos. Pensó en el cociente de dos infinitesimales como en el de inasignables o de cantidades indefinidamente pequeñas, pero de manera que pudiera, sin embargo, ser expresado en términos de cantidades definidas tales como el cociente de la ordenada a la subtangente. En 1695 da varias respuestas a las críticas recibidas: son críticas "sobreprescisas", diciendo que un exceso de escrúpulos no debería inducirnos a rechazar los frutos de la invención. Y añade que sus métodos difieren de los de Arquímedes sólo en las expresiones utilizadas, pero que los suyos están mejor adaptados al arte del descubrimiento. Como no pudo satisfacer adecuadamente a sus críticos, Leibniz enunció un principio filosófico conocido como la ley de la continuidad, que era prácticamente el mismo ya establecido por Kepler. En 1687, en una carta a Pierre Bayle, Leibniz expresó este principio de la manera siguiente: "En cualquier supuesta transición que acaba en un término, es válido elaborar un razonamiento general en el que el término final esté incluido". Y seguía diciendo: "Todavía puede imaginarse un estado de transición o de evanescencia en el que aún no se haya llegado exactamente a la igualdad o al reposo... pero en el que se esté pasando a un estado tal que la diferencia sea menor que cualquier cantidad asignable; en ese estado puede todavía quedar una diferencia, alguna velocidad, algún ángulo, pero en todo caso algo infinitamente pequeño. Por el momento, tanto el que un tal estado de transición entre la desigualdad y la igualdad... pueda sostenerse en un sentido riguroso o metafísico, o que extensiones infinitas cada vez más grandes o infinitamente pequeñas cada vez menores, sean consideraciones legítimas, es un asunto que considero posiblemente cuestionable... Será suficiente si, cuando hablamos de cantidades infinitamente grandes (o, más estrictamente, ilimitadas) o infinitamente pequeñas (es decir, las menores a las que alcance nuestro conocimiento), se entiende que significamos cantidades que son indefinidamente grandes o indefinidamente pequeñas, es decir, tan grandes o tan pequeñas como se quiera, de modo que el error que se pueda asignar previamente sea menor que una cantidad establecida de antemano. En estos supuestos, todas las reglas de nuestros algoritmos, en la forma en que están establecidas en el *Acta Eruditorum* de octubre de 1684, pueden probarse sin demasiada dificultad". El axioma de continuidad no es hoy ciertamente, un axioma matemático, pero Leibniz le dio mucha importancia, y muchos de sus resultados están de acuerdo con dicho principio. Por ejemplo, en una carta a Wallis, Leibniz defendía su utilización del triángulo característico como una forma sin magnitud, la forma que quedaba después de que las magnitudes habían sido reducidas a cero, y preguntaba, desafiante: "¿Quién no admite una forma sin magnitud?" De la misma manera, en una carta a Guido Grandi, dice que lo infinitamente pequeño no es un cero simple y absoluto sino un cero relativo, es decir, una cantidad evanescente que mantiene todavía el carácter de la que está desapareciendo. Sin embargo, dice también Leibniz, en otras ocasiones, que no cree en magnitudes verdaderamente infinitas o verdaderamente infinitesimales. Leibniz sentía que la justificación última de sus procedimientos se apoyaba en la efectividad de éstos. Acentuaba el valor algorítmico o de procedimiento de lo que había creado. De alguna manera tenía confianza en que si se formulaban claramente las reglas de operación, y si éstas se aplicaban adecuadamente, se obtendrían resultados razonables y correctos, aunque pudieran ser dudosos los significados de los símbolos relacionados. En resumen, tanto Leibniz como Newton, al no lograr clarificar, y mucho menos precisar, los conceptos básicos del cálculo, confiaron en la coherencia de los resultados y la fecundidad de los métodos para seguir adelante sin rigor. En 1686 aparece *Sobre la geometría profunda*, uno de los primeros escritos de Leibniz relativos al cálculo integral, donde aparece impreso por primera vez el signo integral y las reglas de integración de muchas funciones elementales. Esos escritos muestran, por ejemplo, cómo con el signo integral pueden definirse, mediante expresiones algebraicas, curvas que no lo son, como la cicloide. Se denomina fórmula de Newton y Leibniz a la siguiente igualdad, con la simbología actual:

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, donde $F(x)$ es una primitiva cualquiera de $f(x)$. El vocablo “trascendente” para las ecuaciones en las que la incógnita figura en el exponente, se debe a Leibniz. En 1693, en su escrito *Complemento a la geometría práctica el cual se extiende a los problemas trascendentes con ayuda del nuevo método general de series infinitas*, resolvió los problemas sobre envolventes, proporcionando el método general para encontrar la envolvente de una familia de curvas, así como la integración de ecuaciones diferenciales por medio de series de coeficientes indeterminados. Resolvió la ecuación diferencial homogénea de primer orden mediante el cambio de variables y descubrió la técnica de separación de variables. En 1695 estableció el concepto general de los cocientes diferenciales de orden enésimo, incluyendo los valores negativos de n . Expone la diferenciación de funciones de la forma u^v mediante el recurso de los logaritmos. Del mismo año es el establecimiento del cálculo simbólico con signos diferenciales, encontrando la analogía entre la formación de diferenciales de orden superior de un producto y el desarrollo binómico o polinómico, mediante el teorema que lleva su nombre. Parece que trató de extender la regla a exponentes negativos y hasta fraccionarios. En otros escritos estudió el círculo de curvatura y las osculaciones de orden superior, acuñando el término de círculo osculador.

Resolvió, a la vez que Jacob (I) y Johann (I) Bernoulli, Newton y L'Hôpital (1697), el problema de la braquistócrona, dando como solución la cicloide, lo que se puede considerar como el principio del cálculo de variaciones. Estudió otras curvas como la catenaria (1691), las epicicloides y la epitrocoide, hipocicloides, la isócrona que lleva su nombre, la tractriz, las trocoides. En el transcurso de los años 1702-1703 elaboró métodos de integración de fracciones racionales. Resolvió el problema de las trayectorias ortogonales de una familia de curvas.

En cuanto al simbolismo, al principio indicó las sumas mediante la abreviatura *Omn* (de *Omnia*, todo), que luego sustituyó por el actual signo de integral, proveniente de la deformación de la letra alemana *S* inicial de suma, llegando a escribir $\int y = \frac{1}{2} y^2$.

Como la operación simbolizada así aumentaba en uno el número de dimensiones, supuso que la operación inversa (la diferencial, que simbolizó con d) debía disminuir a toda expresión también en una unidad, de ahí que al principio escribió d como denominador, aunque más tarde le dio la forma y el uso actuales. En su *Características geométricas* (1679), Leibniz intentó formular las propiedades básicas de las figuras geométricas, y utilizar símbolos especiales para representar sintéticamente y combinar estas propiedades mediante ciertas operaciones para producir otras. Llamó a este estudio análisis o geometría de la posición (*situs*), ideas precursoras de la topología. En una carta de ese año a Huygens, explica que no le satisface el tratamiento de las figuras geométricas mediante coordenadas porque, aparte del hecho de que este método no era directo ni bello, se refería a magnitudes, mientras que “Creo que nos falta otro tipo de análisis propiamente geométrico o lineal que exprese directamente la posición (*situs*), así como el álgebra expresa la magnitud”. Escribió: “Habiendo considerado esas pocas cosas, toda la cuestión se reduce a la geometría pura, la cual es el objetivo de la física y la mecánica”. En 1675 Leibniz conocía la propiedad combinatoria de ciertas figuras geométricas, dada por la expresión $V + C = A + 2$ (número de vértices más el de caras igual al de aristas más 2) para un poliedro convexo cualquiera, posiblemente por medio de las notas de Descartes de 1639, y que Euler publicó en 1750.

Leibniz desde su juventud, pensó en “un alfabeto de los pensamientos humanos” y en “un idioma universal” proponiéndose construir una “característica universal”, especie de lenguaje simbólico capaz de expresar sin ambigüedad todos los pensamientos humanos, de manera que “al surgir una controversia entre dos filósofos, éstos la zanjarían a la manera de los calculistas. Bastaría, en efecto, sentarse ante los ábacos, pluma en mano, y como buenos amigos decirse: calculemos”. Se sintió fascinado por el proyecto del teólogo medieval español Ramón Llull (1235-1315) que en su *Arte Magna* expuso el germen, todo lo remoto que se quiera, de la lógica matemática, presentando un método mecánico para producir nuevas ideas combinando otras ya existentes, lo que implicaba la idea de una ciencia universal de la lógica que sería aplicable a todo tipo de razonamientos. Leibniz se apartó de la lógica escolástica y de Llull, pero le impresionó la posibilidad de un cálculo muy general que permitiría razonar en todos los campos mecánicamente y sin esfuerzo. Esta nueva ciencia, de la que el álgebra ordinaria sólo sería una pequeña parte, sólo estaría limitada por la necesidad de obedecer las leyes de la lógica formal, y a la que se le podría llamar “síntesis algebraico-lógica”. Esta ciencia suministraría ante todo, un lenguaje racional universal, adaptado a todo tipo de pensamiento. Este lenguaje simbólico sería su “característica universal”, que ayudaría también a realizar

deducciones. Sus primeras ideas al respecto las presentó en su obra *Sobre el arte de las combinaciones* (1666). Más tarde escribiría numerosos trabajos sobre este tema que nunca se publicaron, pero que se recogieron en la edición de sus escritos filosóficos. En su primer ensayo asociaba a cada concepto primitivo un número primo; así, cualquier concepto compuesto de varios conceptos primitivos, vendría representado por el producto de los primos correspondientes. Por ejemplo, si 3 representa “animal” y 7 “racional”, 21 representaría “animal racional”. A continuación intentó trasladar las reglas usuales de los silogismos a este esquema, pero no tuvo éxito. En realidad, Leibniz pensaba que el número de ideas primitivas sería pequeño, lo que no fue cierto. Tampoco fue suficiente con una sola operación básica (la conjunción) para construir todas las composiciones de ideas primitivas. Leibniz comenzó a trabajar en un álgebra de la lógica propiamente dicha. Directa e indirectamente, disponía en su álgebra de conceptos que hoy se definirían como adición lógica, multiplicación lógica, identidad, negación y la clase vacía. También estudió relaciones abstractas como la inclusión, las correspondencias biunívocas o multívocas y las relaciones de equivalencia, reconociendo en ellas ciertas propiedades como simetría y transitividad. No completó su obra, pues no pasó de las reglas de los silogismos que, como él mismo dijo, no agotan toda la lógica que utiliza la matemática. Leibniz comunicó sus ideas a L'Hôpital y a otros, pero no le prestaron atención, y sus escritos sobre esta materia permanecieron sin publicarse hasta comienzos del siglo XX, de manera que su influencia directa fue muy pequeña.

En 1699 se hizo patente la polémica entre Newton y Leibniz, con motivo de la prioridad en la invención del cálculo infinitesimal. La polémica estaba latente desde unos lustros antes, cuando se establece, mediante Oldenburg, una correspondencia en la que Leibniz informa a Newton de sus resultados, mientras que Newton da cuenta a Leibniz de su método de las fluxiones mediante un anagrama nada fácil de descifrar. La cuestión pudo haber terminado con honor para ambos en 1687 cuando Newton, en los *Principios* cita al “eminente matemático G. W. Leibniz”, revela su anagrama (que no era sino un enunciado) y agrega que el método de Leibniz “no difiere del mío sino en las palabras y en la notación”. No deja de ser sintomático que en la correspondencia de diez años antes, Leibniz, al referirse al trabajo de Newton, había escrito: “Es realmente de admirar la variedad de caminos por los que puede llegarse al mismo resultado”. Pero en 1689 Leibniz, en un trabajo de mecánica, al referirse a cuestiones infinitesimales no cita a Newton, cuyas investigaciones sobre el tema, aunque todavía no había publicado nada al respecto, eran conocidas, sobre todo por Leibniz mismo. Es posible que se deba a esta omisión el que en el *Álgebra* de Wallis de 1695 aparezcan fragmentos de un escrito de Newton, aún inédito, sobre temas infinitesimales. La cuestión se agrava en 1699 cuando el matemático suizo Fatio de Duillier emprende un ataque contra Leibniz, alegando a favor de Newton la prioridad en el “invento” del nuevo cálculo, ante el cual Leibniz reacciona y la cuestión parece concluir. Pero, al aparecer en 1704 la *Óptica* de Newton, en cuyo apéndice éste agrega un antiguo escrito matemático con el único objeto de afirmar su prioridad, la polémica enardece y los matemáticos ingleses acusan directamente a Leibniz de plagio. En 1711 la “Royal Society” presidida entonces por Newton, tomó cartas en el asunto y nombra una Comisión cuyo informe sostenía que Newton había sido el “primer inventor del nuevo cálculo”. Ni este informe, ni la publicación en 1714 de un epistolario con la correspondencia clave del asunto, ni siquiera la muerte de los actores principales dio fin a esta desagradable polémica, de la que ni los dos grandes protagonistas salieron bien parados. La consecuencia más lamentable de la polémica fue el aislamiento de cada bando y la falta de cooperación científica resultante de ese aislamiento, y aunque en definitiva los métodos no diferían sino en la notación, tal diferencia impedía que los progresos de un bando fueran conocidos y asimilados por el bando contrario. Puede verse el final de la polémica en el gesto de un grupo de jóvenes matemáticos ingleses, Herschel, Babbage y Peacock, al crear en 1813 la Analytical Society, que resuelve adoptar la notación de los matemáticos del continente. Actualmente está ya completamente claro que el descubrimiento de Newton precedió al de Leibniz en unos diez años, así como que Leibniz hizo sus descubrimientos independientemente de los de Newton. Por otra parte, a Leibniz le corresponde la prioridad de su publicación, ya que publicó una exposición de su cálculo en 1684, mientras que Newton publicó su cálculo en 1687 en sus *Principios*.

Entre otras muchas e importantes aportaciones de Leibniz, merecen destacarse las siguientes: Estableció un procedimiento para la eliminación de una incógnita entre dos ecuaciones de un mismo grado. Utilizó el punto como signo de multiplicación y los dos puntos para la división. Demostró el “pequeño teorema de Fermat”. Fue el primero en descomponer la expresión $x^4 + a^4$ en sus cuatro factores. Enunció la fórmula del desarrollo del polinomio. Estudió el problema del descuento

comercial. Estableció el esquema de los determinantes con ocasión de la resolución de un sistema de tres ecuaciones lineales. En relación con el caso irreducible de la ecuación de tercer grado, expuso el desarrollo en serie de la tercera raíz. Leibniz y su amigo Tschirnhausen fueron los primeros en esforzarse en resolver ecuaciones de grado superior a cuatro usando procesos algebraicos; creyendo Tschirnhausen que había resuelto la de quinto grado, Leibniz mostró que no era así, y que el método utilizado era inútil. En un manuscrito de 1673, Leibniz utilizó la palabra “función” para significar cualquier cantidad que varía de un punto a otro de una curva, como, por ejemplo, la longitud de la tangente, de la normal, de la subtangente y de la ordenada. La curva misma se decía dada por una ecuación. Leibniz también introdujo las palabras “constante”, “variable” y “parámetro”, ésta última utilizada en conexión con una familia de curvas. A pesar de haber introducido los logaritmos de números complejos en integración, Leibniz no tenía, inexplicablemente, una idea muy clara de los números imaginarios, opinando que no existían los logaritmos de números negativos pues de existir, decía, la mitad del logaritmo de (-1) sería $\log(-1)^{1/2}$, es decir de algo inexistente. Siendo Leibniz un teólogo eminente, exponía que los números imaginarios son una especie de seres anfibios, a medio camino entre la existencia y la no existencia, que recuerdan a este respecto al Espíritu Santo de la teología cristiana. Se ocupó del sistema de numeración en base dos. Sus ideas teológicas se entremezclaron con sus razonamientos sobre este sistema, diciendo que como todo número puede expresarse mediante dos símbolos, el cero y el uno, consideraba esta situación como un símbolo de la creación, en la que Dios, simbolizado por la unidad, produce todas las cosas de la nada. Tan complacido quedó con estas ideas, que se las comunicó por escrito a los jesuitas, que tenían misiones en China, con la esperanza de que pudieran usar esta analogía para convertir al cristianismo al emperador chino, que mostraba ciertas inclinaciones científicas. Leibniz acuñó los términos de función y de coordenadas, aplicándolas al espacio en su correspondencia con Johann (I) Bernoulli. Enunció el teorema de Pascal en la forma en que hoy se hace. Leibniz, como también Copérnico, Brahe, Galileo, Pascal, Descartes, Newton, hablaron repetidamente de la armonía que Dios imprimió al universo mediante su diseño matemático. Leibniz, como Hobbes y Locke, defendieron que las leyes matemáticas, como la geometría euclídea, eran inherentes al diseño del universo, existiendo una armonía preestablecida entre la razón y la naturaleza, aunque Leibniz dejó cierto espacio para la duda cuando distinguió entre mundos posibles y reales. Consideró la posibilidad de una cuarta dimensión, rechazándola como absurda, como también lo hicieron Cardano, Descartes y Pascal. Entre Leibniz y Huygens desarrollaron el concepto de energía cinética. Atacó la gravitación como una potencia incorpórea e inexplicable, como también lo hicieron Huygens y Johann (I) Bernoulli.

Escribió otras obras como: *Discursos de metafísica* (1685), *Nuevo sistema de la naturaleza y de la comunicación de las sustancias* (1695), *Nuevos ensayos sobre el intelecto humano* (1704), *Teodicea* (1710), *Monadología* (1714), *Principios de la naturaleza y de la gracia* (1714). Su *Epistolario* es de gran valor científico. Filosóficamente intentó superar el dualismo cartesiano entre pensamiento y extensión, negando esta contraposición al definir la sustancia como un centro de fuerza y haciendo por ello de la materia una sustancia viviente, mónadas, dotadas de las actividades de la representación y de la tendencia a conseguir determinados fines, y que van desde la inconsciencia hasta la mayor inteligencia, siendo Dios la mónada suprema.

Lemoine, Émile Michel Hyacinthe (1840-1912). Ingeniero y matemático francés. Estudió en la École Polytechnique en París. Inició los estudios de la llamada nueva geometría del triángulo (1873). Profundizó en la inversión triangular. Publicó *Sobre algunas propiedades de un punto notable del triángulo* (1873), *Sobre las propiedades del centro de las medianas antiparalelas en un triángulo* (1874), *Estudio sobre la nueva transformación continua* (1891), *Aplicaciones al tetraedro de la transformación continua* (1894).

Lemonnier, Pierre Charles (1715-1799). Astrónomo francés. Nació en París. Profesor en el Collège de France. Realizó importantes trabajos en astronomía y geodesia. Escribió *Lecciones de física experimental*, traducción al francés de los trabajos de Cotes.

Lenard-Jones, John Edward (1894-1954). Matemático inglés. Nació en Leigh (Lancashire). Estudió en la Universidad de Manchester. Profesor de física teórica en la Universidad de Bristol y de ciencia teórica en la de Cambridge. Investigó sobre la estructura molecular, valencias y fuerzas

intermoleculares. Las curvas que llevan su nombre, representan los fenómenos inherentes a la acción de dos fuerzas contrarias, como es el caso de las fuerzas de atracción y repulsión de protones y electrones.

Lenthéric, Charles Pierre Marie (n. 1837). Ingeniero francés. Nació en Montpellier (Hérault). Estudió en la École Polytechnique (1856-1858) y en la École des Ponts et Chaussées (1862). Realizó importantes estudios sobre el litoral francés mediterráneo y sobre las travesías de los Alpes, y dirigió las obras del canal Ródano-Sète. Estudió la geometría de los triángulos esféricos.

Leodamas de Taso (h. 380 a.C.). Matemático griego. Proclo dice que “Leodamas de Taso junto con Arquitas de Tarento y Teeteto de Atenas, aumentaron, tras las obras de Hipócrates de Quíos, el número de teoremas de geometría, dándoles una forma más científica”.

León (s. IV a.C.). Matemático griego, discípulo de Neoclides que había continuado la obra de Leodamas. Escribió unos *Elementos*, muy superiores a los preexistentes por el valor y el número de sus demostraciones. Descubrió las distinciones que indican si un problema puede resolverse o no.

León, Manuel de (1953). Matemático español. Nació en Requejo de Sanabria (Zamora). Doctor en matemáticas por la Universidad de Santiago de Compostela (1978), en la que fue profesor (1975-1985). Es investigador del Consejo superior de investigaciones científicas (1986). Investiga en mecánica geométrica y geometría simpléctica. Autor de más de 200 artículos de investigación. Ha publicado *Las matemáticas del sistema solar* (2009), *Las matemáticas y la física del caos* (2010).

León y Ortiz, Eduardo (1846-1914). Matemático español. Catedrático de álgebra superior y geometría de la Universidad de Granada y luego de la de Valencia, y posteriormente catedrático de geodesia de la de Madrid. Participó en el establecimiento de la red geodésica española de primer orden. En un artículo (1877) para la *Revista de la Sociedad de profesores de ciencias*, dedujo el teorema del coseno como consecuencia del teorema de Ptolomeo. Escribió artículos para la *Revista de la Sociedad Matemática Española* como *Arco de meridiano elíptico* (1911) y *Geometría vectorial. Composición de vectores* (1911).

Leonardo da Vinci (1452-1519). Pintor, arquitecto, científico, ingeniero, escritor, lingüista, botánico, zoólogo, anatomista, geólogo, músico, escultor, inventor italiano. Nació en Vinci (Florenia, Toscana). En 1469 entra en el taller de Verrocchio en Florenia, independizándose en 1478. Hacia 1482 se traslada a Milán, iniciando su carrera de ingeniero en la que se ocupó de variadas cuestiones matemáticas. En 1498, Paccioli, en la dedicatoria a Ludovico el Moro de su obra *Divina proportione*, elogia a Leonardo, que ha terminado la *Cena* y es autor de los diseños de los cuerpos regulares incluidos en la obra. En 1499 abandona Milán tras la invasión de Luis XII de Francia, y en 1500 está ya en Florenia. Pasa al servicio de César Borgia como arquitecto e ingeniero general, inspeccionando las fortificaciones de sus estados. En 1503 inicia la Gioconda y estudia la desviación del río Arno en el asedio de Pisa. En 1508 realiza una serie de anotaciones de matemáticas y física. De vuelta a Milán, realiza en 1509 observaciones geológicas en los valles lombardos y en el lago de Iseo, y anota que ha resuelto la cuadratura del ángulo curvilíneo. En 1513 se encuentra en Roma donde se ocupa durante tres años de estudios matemáticos y científicos, como la cuadratura del círculo, las superficies curvilíneas, comienza su *Ludo geometrico*, estudia las desecaciones de las marismas pontinas y sobre el puerto de Civitavecchia. En 1517 acepta la hospitalidad de Francisco I de Francia, trasladándose a Amboise, donde fallece.

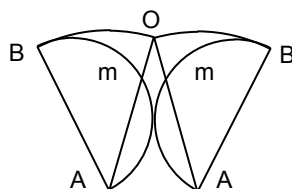
Son palabras suyas: “Si no te basas en los fundamentos adecuados de la naturaleza, trabajarás con poco honor y menos provecho”. “En el estudio de las ciencias que dependen de las matemáticas, los que no consultan a la naturaleza sino a autores no son los hijos de la naturaleza, sino sólo sus nietos”. “Quien ama la práctica sin la teoría es como el marino que se embarca sin timón ni brújula, y nunca sabe dónde amarrará”. “La teoría es el general; los experimentos son los soldados”. “El hombre que desacredita la certeza suprema de las matemáticas está alimentando la confusión, y no puede silenciar nunca las contradicciones de las ciencias sofistas, que conducen a la charlatanería inacabable..., porque ninguna búsqueda humana puede llamarse ciencia a menos que prosiga su camino a través de

la exposición y demostración matemática”. También afirmó que la naturaleza es económica y su economía es cuantitativa. Cuando se examinan las notas de Leonardo se cae en cuenta de lo poco que sabía de matemáticas, y de que su enfoque era empírico e intuitivo.

Realizó investigaciones de mecánica, óptica, química, geología, astronomía. Proyectó máquinas e instrumentos matemáticos, como compases de proporción y un parabológrafo que probablemente construyó y utilizó en la construcción de espejos parabólicos. Estudió diversas curvas como la parábola, los poliedros, los centros de gravedad, las curvas de doble curvatura, la división áurea.

Sus consideraciones sobre perspectiva figuran en la compilación que, en 1651, apareció con el nombre de *Tratado de la pintura*. Es posible que tales consideraciones fueran tratadas por Leonardo en forma especial pues se tiene noticias de que a mediados del siglo XVI, un par de decenios después de su muerte, circulaban manuscritos conteniéndolas.

Escribió *Tratado del movimiento y de la medición*, y el *Código atlántico*, colección de notas científicas y dibujos. Contribuyó a la *Summa* de Pacioli, con 59 láminas con proyecciones cónicas de los cuerpos regulares y de los deducidos de ellos por Pacioli. Sus libretas de apuntes muestran que poseía conocimientos geométricos, como las consideraciones que aparecen en el *Tratado de la pintura* lo comprueban, así como otras contribuciones de carácter geométrico no totalmente desvinculadas de su condición de artista, entre ellas alguna que hasta pueden calificarse de juegos como sus variadas aplicaciones de las lúnulas de Hipócrates. Por ejemplo, partiendo de la propiedad de la equivalencia del semicírculo de diámetro AB y el sector circular OAB de ángulo central el semirrecto, duplicando la figura, el recinto mixtilíneo $AmBOB'm'A'A$ es equivalente al triángulo AOA' y, por tanto, cuadrable.



Es probable que este tipo de juego le llevara a investigar el problema análogo referente al espacio, sobre el que se propuso escribir un tratado bajo el título *Sobre las transformaciones de un cuerpo sin disminución o aumento de materia*. Las figuras regulares le atrajeron, pues en sus manuscritos aparecen numerosos dibujos y propiedades de esas figuras, como la construcción aproximada de polígonos regulares, no construibles exactamente con regla y compás, y es casi seguro que le pertenecen las figuras nada fáciles de dibujar, de los poliedros regulares y semirregulares, llenos o huecos, cuyas copias ilustran el manuscrito códice de la *Divina proportione* que, en 1498, Pacioli ofreció a Ludovico il Moro.

Leonardo de Pisa (Leonardo Pisano) (llamado Fibonacci, contracción de “hijo de Bonaccio”, apellido del padre) (h. 1170-h. 1240). Matemático italiano. Nacido posiblemente en Pisa. Hijo de un mercader de dicha localidad con negocios en el norte de África. Leonardo estudió con un maestro musulmán y viajó por Egipto, Siria, Grecia, Sicilia y España. Era bien conocido de Federico II de Sicilia y de los filósofos de su corte, a quienes están dedicados muchos de sus trabajos. Adquirió el saber matemático de los árabes y el uso de los numerales hindú-arábigos. Al regresar a Pisa publicó el *Libro del ábaco* (1202), que reeditó (1228) en la forma con la que ha llegado al día de hoy. En él combate el uso de los ábacos, para mostrar en cambio las ventajas del sistema decimal y de las cifras hindúes sobre el sistema romano y los números romanos (no fue él quien introdujo en Occidente las cifras hindúes, pero sí quien las divulgó, mostrando sus ventajas), aunque no por eso quedaron desterrados los antiguos números romanos y el ábaco, que continuaron en uso en especial en la vida comercial durante mucho tiempo, mientras en el campo más científico se entablaba una lucha entre abacistas y algorítmicos, que se prolongaría hasta comienzos del siglo XVI. La citada obra, que ejerció gran influencia entre sus contemporáneos y sucesores inmediatos, consta de 15 capítulos. En el primero habla de las nueve cifras hindúes a las que, dice, debe añadirse el cero que llama “zephirum” del árabe “sifr” que significa vacío (de donde provienen nuestros vocablos “cifra” y “cero”), agregando algunas reglas de cálculo digital y tablas de suma y de multiplicación. En los cuatro capítulos siguientes se ocupa de las operaciones con enteros, en el siguiente orden: multiplicación, suma, resta y división, se dan varias reglas operatorias para la multiplicación y las pruebas del 7, del 9 y del 11, y se enuncia la

descomposición de fracciones en suma de fracciones unitarias, por ejemplo, la fracción $\frac{98}{100}$ se descompone en $\frac{1}{100} + \frac{1}{50} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$, y la fracción $\frac{99}{100}$ en $\frac{1}{25} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$, incluyéndose diversas tablas de conversión de fracciones comunes a unitarias. Los capítulos 6 y 7 se ocupan de las operaciones con fracciones según la descomposición anterior (a veces utiliza también las fracciones sexagesimales, pero nunca las decimales). Los capítulos 8 a 11 tratan de las aplicaciones, enunciando y resolviendo problemas de toda índole: de regla de tres simple y de tres compuesta, de sociedad, de cambio de moneda, y problemas de análisis indeterminado. Leonardo no admite números negativos, aunque en un problema indeterminado referente a intercambio de dinero que no tiene solución positiva, reconoce “que es necesario conceder que alguna persona tenga un crédito”. En los capítulos 12 y 13 trata de problemas más variados, como: a) problemas de progresiones, entre ellos el del ajedrez, apareciendo la suma de los cuadrados que estudia también en su *Libro de los cuadrados* (1225); b) sistemas lineales, a veces de hasta seis incógnitas, para los que da reglas bastante generales. Un problema tipo es hallar n números sabiendo que cada uno de ellos sumado a determinadas fracciones de los demás, da el mismo resultado, conocido o indeterminado; c) el problema que da lugar a la serie recurrente, hoy llamada de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ..., en la que cada término, a partir de los dos primeros, es la suma de los dos términos inmediatamente anteriores. Esta serie ha dado lugar a muchos estudios, habiéndose descubierto muchas propiedades interesantes, siendo utilizada en filotaxia y en estudios sobre el crecimiento de los seres vivos. Su enunciado es el siguiente: Calcular el número de parejas de conejos que se tendrán al cabo de un año, sabiendo que se ha partido de una sola pareja y que cada pareja a partir de su segundo mes produce mensualmente una pareja. El capítulo 14 se ocupa de la extracción de raíces cuadradas y cúbicas, así como operaciones con binomios de la forma $a \pm b^{1/2}$. El capítulo 15 y último, trata de cuestiones de geometría y álgebra, como la solución de la ecuación pitagórica, la resolución de la ecuación de segundo grado a la manera árabe incluyendo los ejemplos numéricos de Al-Khuwarizmi, problemas sobre fracciones numéricas continuas y problemas geométricos que se reducen a la aplicación del teorema de Pitágoras.

En su obra *Practica geometriae* (1220) estudia aplicaciones referentes a la trigonometría y a la agrimensura, apareciendo procedimientos para medir alturas y depresiones con un cuadrante, e introduciendo en Occidente la resolución de problemas geométricos mediante el álgebra. Uno de estos problemas aparece en una *Epístola al maestro Teodoro* (un matemático del emperador no mejor especificado), siendo probablemente la “primera puesta en ecuación” en Occidente de un problema geométrico. Su enunciado es el siguiente: Se trata de suprimir de un triángulo isósceles de base 12 y lados iguales 10, dos triángulos simétricos en los vértices de la base de manera que lo que queda sea un pentágono equilátero. El lado del pentágono buscado corresponde a la solución positiva de la ecuación, con el actual simbolismo, $7x^2 + 256x - 1280 = 0$, cuya raíz positiva no es entera; sin embargo, Leonardo da un valor aproximado, expresando la parte fraccionaria mediante fracciones sexagesimales, costumbre que se mantendrá hasta la aparición de las fracciones decimales en el siglo XVI. Leonardo da el resultado hasta la cuarta fracción sexagesimal con todas sus cifras exactas, sin indicar cómo llegó a él. En este libro describe la espiral áurea que lleva su nombre. También incluye una demostración de que las medianas de un triángulo se cortan entre sí en segmentos que están en la razón 2:1.

En su *Libro de los cuadrados* (1225) presenta una teoría de los números no completa, ocupándose algo de la numeración en base dos. En su *Selección de distintas cuestiones sobre teoría de los números y de la extensión* (1225) presenta una solución muy exacta de una ecuación de tercer grado. Además en estos dos últimos libros trata distintas cuestiones de aritmética y álgebra, entre ellas los tres problemas que le planteó Juan de Palermo. El primero de estos problemas consiste en hallar un número cuyo cuadrado aumentado o disminuido en 5, siga siendo un cuadrado. Este problema le llevó a estudiar una serie de cuestiones y problemas vinculados con los cuadrados, que dieron lugar al *Libro de los cuadrados*, en donde estudia las propiedades de los números de la forma $4mn(m^2 - n^2)$, siendo m y n naturales, dando lugar a la identidad que lleva su nombre: $(m^2 + n^2)^2 \pm 4mn(m^2 - n^2) = (m^2 - n^2 \pm 2mn)^2$, que le sirvió para resolver el citado problema, pues bastaría hacer $4mn(m^2 - n^2) = 5$; como esto no es posible para m y n enteros, hay que buscar una solución fraccionaria, teniendo $5q^2 = 4mn(m^2 - n^2)$, siendo q el denominador de la fracción, siendo la solución $m=5$, $n=4$, $q=12$, es decir que el número buscado es $\frac{41}{12}$. En el *Libro de los cuadrados* hay problemas menos fáciles como, por ejemplo, hallar tres números cuya suma agregada al cuadrado del primer número sea un cuadrado que, agregado al cuadrado del segundo número, vuelva a dar un cuadrado, que a su vez agregado al cuadrado del tercer

número sea un cuadrado. Los números de la solución dada por Leonardo son 35, 144 y 360 y los cuadrados que se van obteniendo son los de los números 42, 150 y 390. El segundo de los problemas de Juan de Palermo consiste en hallar con los métodos del libro X de los *Elementos*, una línea cuya longitud satisfaga a la siguiente condición (expresada con símbolos modernos): $x^3+2x^2+10x=20$. Este problema condujo a Leonardo a uno de los primeros análisis de una ecuación algebraica demostrando que la raíz no es un número entero, pues está comprendida entre 1 y 2, ni pertenece a ninguno de los tipos de irracionales del libro X, y finalmente, y sin decir cómo logró la solución, da el valor de la raíz en forma aproximada hasta con seis fracciones sexagesimales: 1; 22, 7, 42, 33, 4, 40, es decir: $1 + \frac{22}{60} + \frac{7}{60^2} + \frac{42}{60^3} + \dots = 1,768808108$, valor exacto hasta nuestra novena decimal. El tercer problema de Juan de Palermo es un problema indeterminado de primer grado cuyo enunciado es: Tres hombres tienen en común un capital repartido en la proporción $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$; cada uno de ellos toma al azar una parte del capital, apartan de esas partes respectivamente $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ que reúnen y dividen en tres partes iguales; cada una de estas partes, agregada al sobrante de la cantidad tomada al azar, reproduce para cada persona el capital inicial propio; ¿qué parte tomó cada uno al azar? Leonardo elige como nueva incógnita las partes iguales en que se ha dividido la reunión de las fracciones de las cantidades tomadas al azar. Si esa incógnita es t y el capital total es C , la parte sobrante de cada uno es respectivamente: $\frac{1}{2}C-t, \frac{1}{3}C-t, \frac{1}{6}C-t$, que son respectivamente $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$ de las cantidades tomadas al azar, que a su vez suman C , de donde: $C=2(\frac{1}{2}C - t)+\frac{3}{2}(\frac{1}{3}C - t)+\frac{6}{5}(\frac{1}{6}C - t)$, y en definitiva $7C=47t$, y haciendo $t=7$ (solución mínima) se tiene $C=47$, y las partes tomadas al azar son 33, 13, 1.

Leonelli, Giuseppe Zecchini (1776-1847). Matemático y físico italiano. Nació en Cremona. Estudió arquitectura en Roma (1792). Fue profesor de matemáticas en Burdeos (1800). Ideó los logaritmos de adición, que expuso en su obra *Suplementos logarítmicos conteniendo la descomposición de cualquier número grande en factores finitos y la teoría de los logaritmos adicionales y deductivos* (1802). Publicó también *Demostración de los fenómenos eléctricos* (1813) y varias obras sobre análisis, mecánica y astronomía.

Leontiev, Wassily (1906-1999). Economista ruso, nacionalizado estadounidense (1939). Nació en Leningrado. Estudió en la Universidad de Leningrado (1921-1925) y en la de Berlín (1925) donde se doctoró (1928). Emigrado a Estados Unidos (1931) fue profesor de la Universidad de Harvard (1931-1975) y de la de Nueva York (a partir de 1975). Premio Nobel 1973 de economía. Elaboró el método de programación lineal conocido como “análisis input-output”. Publicó *Estructura de la economía americana* (1919-1929), *Una aplicación empírica al análisis del equilibrio* (1941) y *Economía input-output* (1966).

Leray, Jean (1906-1998). Matemático francés. Nació en Nantes. Estudió en la École Normal Supérieure de París. Profesor en la Universidad de Nancy. En un trabajo conjunto con Schauder (1934) aplicaron los teoremas de punto fijo (existen al menos dos puntos fijos en una región anular contenida entre dos circunferencias, cuando se somete dicha región a una transformación topológica que transforma cada circunferencia en sí misma moviendo una en una dirección y la otra en dirección opuesta) para demostrar la existencia de soluciones de ecuaciones diferenciales. Un teorema clave en estas aplicaciones dice que si T es una aplicación continua de un conjunto cerrado compacto y convexo de un espacio de Banach en sí mismo, entonces T tiene un punto fijo. Un ejemplo del uso de estos teoremas de punto fijo, es el siguiente: se considera la ecuación diferencial $dy/dx=F(x,y)$, en el intervalo $0 \leq x \leq I$, y la condición inicial $y=0$ en $x=0$. La solución $\Phi(x)$ satisface la ecuación $\Phi(x)=\int_{0,x} F(x,\Phi(x)) dx$. Se puede definir la transformación general $g(x) = \int_{0,x} F(x,f(x)) dx$, donde $f(x)$ es una función arbitraria. Esta transformación asocia la función g a la f , y se puede demostrar que es continua sobre el espacio de las funciones continuas $f(x)$ definidas en $(0,I)$. La solución Φ que se busca es un punto fijo de este espacio de funciones. Si se puede demostrar que este espacio funcional satisface las condiciones que garantizan la existencia de puntos fijos, entonces queda establecida la existencia de Φ , y esto es lo que garantizan los teoremas de punto fijo aplicables a espacios funcionales. Este método permite establecer la existencia de soluciones de las ecuaciones en derivadas parciales no lineales que aparecen usualmente en el cálculo de variaciones y en hidrodinámica.

Leroy, Charles François Antoine (1780-1854). Matemático francés. Fue profesor de la École Polytechnique. Escribió *Tratado de geometría descriptiva* (1836), *Análisis aplicado a la geometría de tres dimensiones* (1842), *Tratado de estereotomía* (1844).

Leseur, Thomas (1703-1770). Matemático francés. Fue miembro de la orden religiosa mendicante de los mínimos. Enseñó matemáticas en Roma. Estudió la descomposición en factores binomios de un polinomio de grado n ésimo (1748). Junto con el también mínimo Franciscus Jacquier realizaron comentarios e ilustraron los *Principios* de Newton.

Leva, P. de (h. 1996). Para el análisis dinámico de un sistema coordinado (el cuerpo humano) en movimiento, el hecho de conocer la localización de su centro de gravedad tiene especial relevancia. En la biomecánica deportiva es necesario definir el número de segmentos que componen el modelo humano, conocer la localización del centro de gravedad de cada segmento y determinar su peso, permitiendo la localización del centro de gravedad del sistema total. Con este objetivo, Leva utilizó el escáner de rayos gamma, ya utilizados por Zatsiorsky y Seluyanov en 1985, adaptándolos adecuadamente. Escribió *Ajustes a los parámetros de inercia de los segmentos de Zatsiorsky y Seluyanov* (1996).

Levi, Beppo (1875-1961). Matemático italiano. Nació en Turín, en cuya Universidad estudió y enseñó. Además fue profesor en las Universidades de Piacenza, Cagliari, Parma y Bolonia. Expulsado de la universidad por ser judío, emigró a Rosario (Argentina) donde fue director del Instituto Matemático de su Universidad (1938-1961), y donde coincidió con el matemático español, Luis Santaló. Contribuyó al estudio de las cuerdas en las superficies algebraicas y al de la integral de Lebesgue. Durante el siglo XIX se había avanzado menos en la teoría de las superficies que en la de las curvas. Una de las razones para ello puede consistir en que las singularidades de las superficies son mucho más complicadas que las de las curvas. Levi demostró (1897) el teorema de Picard y Simart de que cualquier superficie algebraica (real) puede transformarse birracionalmente en una superficie sin singularidades, que debe estar en un espacio de cinco dimensiones.

Levi ben Gerson (1288-1344). Matemático, filósofo y astrónomo judío francés (provenzal). Nació en Bagnols-sur-Céze (hoy, Gard, Languedoc-Roussillon). Escribió un tratado de trigonometría donde considera al mismo tiempo la manera griega de medir los ángulos por medio de las cuerdas y las flechas, y la manera hindú mediante los senos y los cosenos, dando las relaciones mutuas entre los cuatro elementos. Además aportó a la trigonometría el actual “teorema del seno” para triángulos rectilíneos, y una tabla de senos construida a la manera de Ptolomeo. También escribió un libro sobre aritmética titulado *La práctica del calculador*, una memoria sobre los números de la forma 2^m y 3^n , unos comentarios a los *Elementos* en los que intenta reducir el número de postulados y demostrar el postulado de las paralelas, y una obra sobre el báculo de Jacob (instrumento para la medida de alturas). En sus obras aparecen (1321) las fórmulas para el número de permutaciones y de combinaciones de m objetos tomados de n en n . Escribió *Libro del número* (1321), *Sobre senos, cuerdas y arcos* (1342), *La armonía de los números* (1343), *Libro del recto silogismo* (1319), *Libro de las guerras del Señor* (1317-1329).

Levi-Civita, Tullio (1873-1941). Matemático italiano. Nació en Padua. Discípulo de Gregorio Ricci-Curbastro en la Universidad de Padua (1891-1895). Enseñó mecánica racional en dicha Universidad (1898-1917), pasando luego a la Universidad de Roma (1918-1938), donde fue cesado por sus orígenes judíos. Escribió junto con su maestro *Métodos de cálculo diferencial absoluto* (1901), que luego se llamaría análisis tensorial, nombre dado por Einstein, quien lo utilizó para desarrollar su teoría general de la relatividad (1916). Aunque Ricci y Levi-Civita dedicaron una gran parte de este trabajo a la técnica del análisis tensorial, su principal objetivo era la búsqueda de invariantes diferenciales. Plantearon el siguiente problema general: Dada una forma diferencial cuadrática positiva γ , y un número arbitrario de funciones asociadas S , determinar todos los invariantes diferenciales absolutos que se pueden formar a partir de los coeficientes de γ , las funciones S , y las derivadas de esos coeficientes y funciones hasta un orden dado m . Obtuvieron una solución completa: Basta encontrar los invariantes algebraicos del sistema formado por la forma diferencial cuadrática

fundamental γ , las derivadas covariantes de las funciones asociadas S , hasta el orden m y, si $m > l$, una cierta forma tetralineal G_4 cuyos coeficientes son los símbolos de Riemann (ih, jk) y sus derivadas covariantes hasta el orden $m - 2$. Levi-Civita introdujo en 1917 el concepto de desplazamiento paralelo de un vector.

El objetivo de este concepto consiste en definir lo que se entiende por vectores paralelos en una variedad riemanniana. Se puede comprobar la dificultad de hacerlo, considerando la superficie de una esfera, que con la distancia determinada por arcos de círculo máximo es una variedad riemanniana. Si un vector partiendo por ejemplo de un paralelo y apuntando hacia el norte (el vector debe ser tangente a la superficie esférica) se mueve a lo largo de esa circunferencia no máxima, manteniéndose paralelo a sí mismo en el espacio euclídeo tridimensional, cuando haya recorrido media circunferencia ya no será tangente a la esfera, y no pertenecerá al espacio en cuestión. Por tanto, para obtener una noción de paralelismo de vectores válida en variedades riemannianas, hay que generalizar el concepto euclídeo, aunque en el proceso se pierdan algunas de las propiedades usuales. La idea geométrica utilizada por Levi-Civita para definir el transporte o desplazamiento paralelo en una superficie, es el siguiente: Se considera una curva C sobre la superficie, y se desplaza un vector anclado en un punto de C paralelamente a sí mismo en el siguiente sentido: En cada punto de C hay un plano tangente a la superficie; la envolvente de esa familia de planos es una superficie desarrollable, y cuando ésta se desarrolla sobre un plano, los vectores paralelos a lo largo de C deben ser paralelos en el plano euclídeo. Levi-Civita generalizó esta idea a las variedades riemannianas n -dimensionales. Cuando un vector se desplaza paralelamente a sí mismo en el plano euclídeo a lo largo de una línea recta (una geodésica del plano) el vector forma siempre el mismo ángulo con la recta. De acuerdo con esto, el paralelismo en una variedad riemanniana se define así: Cuando un vector se mueve a lo largo de una geodésica, debe seguir formando el mismo ángulo con la geodésica (con la tangente a la geodésica). En particular, una tangente a la geodésica se mantiene paralela a sí misma cuando se desplaza a lo largo de ésta. Por definición, el vector debe mantener la misma magnitud. Se sobreentiende que el vector se mantiene tangente a la variedad riemanniana, incluso si ésta está inmersa en un espacio euclídeo. La definición de transporte paralelo requiere también que se mantenga el ángulo formado por dos vectores cuando ambos se desplazan paralelamente a lo largo de la misma curva C . En el caso general de transporte paralelo a lo largo de una curva cerrada arbitraria C , el vector inicial y el final no tendrán usualmente la misma dirección (euclídea). La desviación en la dirección dependerá del camino C . Considerando por ejemplo un vector que parte de un punto P perteneciente a un paralelo C de una superficie esférica, tangente al correspondiente meridiano que pasa por P , cuando se realiza el transporte paralelo de ese vector a lo largo de C , al volver a P seguirá siendo tangente a la superficie esférica, pero formará un ángulo $2\pi(1 - \cos \gamma)$ con el vector de partida, donde γ es la colatitud de P . Si se utiliza la definición general de desplazamiento paralelo a lo largo de una curva de una variedad riemanniana, se obtiene una condición analítica. Las ecuaciones diferenciales que satisfacen las componentes de un vector covariante y de un vector contravariante que se desplazan paralelamente a lo largo de una curva se pueden utilizar para definir el transporte paralelo a lo largo de cualquier curva C . Introducido este concepto, se puede describir la curvatura del espacio, concretamente, en términos del cambio experimentado por un vector infinitesimal al ser transportado paralelamente a distancias infinitesimales. El paralelismo está en la base del concepto de curvatura incluso en un espacio euclídeo, ya que la curvatura de un arco infinitesimal depende del cambio de dirección de un vector tangente a lo largo del arco. Escribió también: *Cuestiones de mecánica clásica y relativista* (1924), *Lecciones de cálculo diferencial absoluto* (1925) y *Lecciones de mecánica racional* (3 volúmenes, 1923-1927).

Lévy, Paul Pierre (1886-1971). Ingeniero de minas y matemático francés. Nació en París. Estudió en la École des Mines de Saint-Étienne (1910-1913). Profesor en la École Nationale Supérieure des Mines en París (1914-1951) y en la École Polytechnique (1920-1959). Discípulo de Hadamard. Cuando los funcionales constituían el centro del interés de los matemáticos, Lévy acuñó el término de análisis funcional en su obra *Lecciones de análisis funcional* (1922). A finales del siglo XIX se puso de manifiesto que muchos campos de la matemática utilizaban transformaciones u operadores que actuaban sobre funciones, como la diferenciación ordinaria, la antidiferenciación o integración, el cálculo de variaciones, la teoría de ecuaciones diferenciales y la de ecuaciones integrales. La idea que motivó la creación del análisis funcional fue la de que todos estos operadores se podrían estudiar

dentro de una formulación abstracta de una teoría general de operadores que actuaban sobre clases de funciones. Algunos de esos operadores transforman funciones en números reales y no en otras funciones. Estos operadores que transforman funciones en números reales o complejos, se llaman hoy funcionales, mientras que el nombre de operador se reserva normalmente para las transformaciones que aplican funciones en funciones. Por tanto, el nombre de análisis funcional introducido por Lévy ya no resulta hoy muy adecuado. Lévy y Kolmogórov crearon la teoría de los procesos estocásticos, basada en la distribución denominada “medida de Wiener”. Lévy escribió *Lecciones de análisis funcional* (1922), *Cálculo de probabilidades* (1925), *Teoría de la adición de variables aleatorias* (1937-1954) y *Procesos estocásticos y movimiento browniano* (1948).

Lewy, Hans (1904-1988). Matemático alemán. Nació en Breslau (hoy, Wroclaw, Polonia). Estudió en Gotinga. Trabajó en las Universidades de Roma y París. Fue uno de los más de 130 matemáticos europeos huidos del régimen nacionalsocialista de Hitler, que encontraron un puesto en las universidades de Estados Unidos. Lewy enseñó en las Universidades de Brown y California, Berkeley. Recibió la nacionalización estadounidense. Realizó importantes investigaciones en ecuaciones diferenciales parciales y sus aplicaciones geométricas, teoría de superficies mínimas, ecuaciones diferenciales parciales relacionadas con múltiples variables complejas, etc.

Lexell, Anders Johan (1740-1784). Astrónomo y matemático finlandés, nacionalizado ruso. Nació en Abo, Suecia (hoy, Turku, Finlandia). Estudió en Uppsala, donde fue profesor de matemáticas. Emigró a Rusia (1768). Catalina I le llamó a San Petersburgo, donde fue nombrado profesor de astronomía, colaborando con Euler. En relación con la resolución de ecuaciones diferenciales de orden enésimo, encontró, como Lagrange y Condorcet, la ecuación adjunta para el multiplicador. Estudió la geometría de la esfera, especialmente sus círculos menores. Encontró varios teoremas sobre triángulos esféricos, como los que se refieren a los círculos inscrito y circunscrito, y sobre polígonos esféricos (1774-1776). Fue el primero en calcular la órbita de Urano, poco después de su descubrimiento (1781), deduciendo que se trataba de un planeta y no de un cometa.

L'Hôpital, Guillaume François Antoine marqués de. V. Hôpital, Guillaume François Antoine marqués de L'.

Li Chih (1192-1279). Matemático chino. Vivió en Pekín. Kublai-Khan le ofreció (1260) un puesto en el gobierno de China que Li Chih rehusó. Escribió *Espejo marino de las medidas del círculo*, que contiene 170 problemas relativos a círculos inscritos y circunscritos a un triángulo rectángulo y a las relaciones entre los lados y los radios, que en algunos casos llevan a ecuaciones de cuarto y sexto grado, que Li Chih resuelve sin explicar el método que utiliza, aunque todo hace pensar que se trataba de un método similar al de Chu Shih-Chieh, y por tanto al método posterior de Ruffini-Horner.

Liapunov, Alexander Mikhailovich (1857-1918). Matemático ruso. Estudió en la Universidad de San Petersburgo. Discípulo de Chebichev. Entre 1885 y 1902 desarrolló su actividad científica en Jarkov (hoy, Kharkiv, Ucrania), pasando luego a San Petersburgo. En 1882 comenzó el estudio de la posibilidad de existencia de figuras de equilibrio, de una masa de líquido que gira, diferentes de las elipsoidales. Extendió estos estudios al problema de la estabilidad del equilibrio y el movimiento de los sistemas mecánicos definidos por un número finito de parámetros, reduciéndolo a la investigación, mediante métodos cualitativos, del comportamiento de las soluciones de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. En su tesis doctoral *Problema general sobre la estabilidad del movimiento* (1892), definió rigurosamente los conceptos principales de la teoría de la estabilidad, resolviendo muchas cuestiones sobre la existencia y construcción de soluciones periódicas de una clase de ecuaciones diferenciales no lineales y sobre el comportamiento de las curvas integrales de las ecuaciones en las proximidades de la posición de equilibrio, todo ello con muchas aplicaciones a la investigación de las oscilaciones de los sistemas físicos y mecánicos.

Poincaré había comenzado su estudio de la estabilidad del sistema planetario, con ecuaciones diferenciales no lineales de la forma $dy/dx = P(x,y)/Q(x,y)$, donde P y Q son funciones analíticas en x e y . La estabilidad de las soluciones de estas ecuaciones diferenciales se analiza mediante la ecuación característica: $[Q_x(x_0, y_0) - \lambda][P_x(x_0, y_0) - \lambda] - Q_y(x_0, y_0) P_y(x_0, y_0) = 0$, donde (x_0, y_0) es un punto singular

de la ecuación diferencial. El resultado básico, de acuerdo con Liapunov, cuyos análisis en torno a problemas de estabilidad continuó hasta los primeros años del siglo XX, es que las soluciones son estables en la vecindad de un punto singular cuando y sólo cuando las raíces de la ecuación característica en λ tienen partes reales negativas. Liapunov fue uno de los fundadores de la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales. Trabajó en el desarrollo de la teoría del potencial. Investigó en la teoría de probabilidades siguiendo los pasos de Chebichev, desarrollando el método de las funciones características. Estudió la curva que lleva su nombre, que tiene aplicación en la geometría fractal. Llevó a cabo estudios sobre los métodos del dominio temporal y las teorías de control óptimo, con aplicación a la cibernética debido a los nuevos requerimientos planteados por la industria espacial.

Libri Carucci dalla Sommaja, Guglielmo (1803-1869). Matemático e historiador italiano. Nació en Florencia. Estudió en la Universidad de Pisa, donde fue profesor de matemáticas a la edad de veinte años. Viajó a Francia e Inglaterra, estando envuelto en un importante robo de manuscritos. Publicó *Historia de las ciencias matemáticas en Italia* (1797-1799). Escribió sobre la teoría de las ecuaciones diferenciales (1836).

Lie, Marius Sophus (1842-1899). Matemático noruego. Nació en Nordfjordeide. Estudió en la Universidad de Cristianía (actual Oslo). Discípulo de Jordan. Dio clases particulares para ganarse la vida. En 1872, se creó para él una cátedra de matemáticas en Cristianía y en 1886 sucedió a Klein en Leipzig. Volvió a la Universidad de Cristianía en 1898. Colaboró con Klein en los estudios sobre grupos, adoptando el concepto de grupo continuo de transformaciones, pero para otro objetivo que el de clasificar las geometrías, que era el objetivo buscado por Klein. Había observado que la mayor parte de las ecuaciones diferenciales ordinarias que se habían integrado por métodos anteriores, eran invariantes bajo clases de transformaciones continuas, y pensó que esto podría arrojar luz sobre la resolución de ecuaciones diferenciales y clasificarlas. Expuso la llamada “transformación de Lie” (1870) que transforma rectas del espacio ordinario en esferas. Publicó *Teoría de los grupos continuos de transformaciones* (1872) donde trata en especial las transformaciones de contacto, abordando su clasificación y aplicación a la integración de ecuaciones diferenciales con derivadas parciales (en su forma más general, las transformaciones de contacto son transformaciones analíticas que transforman superficies tangentes en superficies tangentes). Lie fue el primero en estudiar los grupos cuyos elementos dependen continuamente de un número finito de parámetros y cuya ley de multiplicación se puede expresar por medio de funciones Φ_1, \dots, Φ_r dos veces diferenciables, llamados “grupos de Lie” y que han merecido muchos estudios a lo largo del siglo XX. Lie clasificó todos los grupos posibles de transformaciones en el plano y compuso una tabla de los tipos normales de ecuaciones diferenciales con indicación de si se resuelven o no en cuadraturas. Demostró la significación geométrica de las ecuaciones diferenciales totales que no satisfacen las condiciones de integrabilidad. En un artículo de 1883 sobre grupos continuos, Lie introdujo los grupos continuos de transformaciones infinitos. Éstos no vienen definidos por un sistema de ecuaciones con funciones analíticas, sino por medio de ecuaciones diferenciales. Las transformaciones resultantes no dependen de un número finito de parámetros continuos, sino de funciones arbitrarias. No hay un concepto abstracto de grupo correspondiente a estos grupos continuos infinitos. Entonces se conocían cuatro tipos principales de grupos: los grupos discontinuos de orden finito, como los grupos de sustituciones; los grupos discontinuos (o discretos) infinitos, tales como los que aparecen en la teoría de funciones automorfas; los grupos continuos finitos de Lie, como los grupos de transformaciones de Klein y las transformaciones analíticas más generales de Lie; y los grupos continuos infinitos de Lie definidos por ecuaciones diferenciales. Una generalización de la teoría de anillos, incluye las álgebras no asociativas, en las que la operación producto no es conmutativa ni asociativa, mientras que las restantes propiedades de las álgebras lineales asociativas siguen siendo válidas. Entre las álgebras no asociativas las más importantes son las álgebras de Lie, en las que la operación de multiplicar satisface las siguientes propiedades: $ab = -ba$, $a(bc) + b(ca) + c(ab) = 0$.

Estas álgebras están íntimamente relacionadas con los grupos de Lie, de forma que el paso del álgebra de Lie al grupo correspondiente se efectúa mediante una operación similar a la exponenciación, y el paso inverso por una operación similar a la logaritmicación. Las álgebras de Lie surgieron de los esfuerzos de Lie por estudiar la estructura de sus grupos continuos de transformaciones. Para ello introdujo la idea de la transformación infinitesimal, que es la que mueve los puntos una distancia

infinitesimal. El número de las transformaciones infinitesimales independientes, o bien, el número de los operadores independientes correspondientes, es el número de parámetros del grupo original de transformaciones, que determinan de hecho el grupo de Lie de transformaciones. Lie comenzó el trabajo de determinar la estructura de sus grupos (continuos) simples finitos con r parámetros y descubrió cuatro clases principales de álgebras. Cartan y Killing encontraron todas las álgebras de Lie simples sobre los cuerpos de los números reales y complejos. Killing demostró que las cuatro clases principales de álgebras descubiertas por Lie, eran correctas para todas las álgebras simples, pero que además había cinco casos excepcionales con 14, 52, 78, 133 y 248 parámetros. El trabajo de Killing no era totalmente riguroso, por lo que Elie Cartan intentó cubrir sus huecos, confirmando los resultados de Killing. Además, Lie trabajó en geometría proyectiva, en geometrías no euclídeas y topología. También escribió *Teoría de los grupos de transformación* (tres volúmenes, 1893), *Teoría de las transformaciones de contacto* (1896), *Ecuaciones diferenciales* (1891), *Lecciones sobre grupos continuos* (1893). Lie editó (1881) junto con Sylow, las obras de Abel.

Liebmann, Karl Otto Heinrich (1874-1939). Matemático alemán. Nació en Estrasburgo. Estudió en las Universidades de Leipzig, Jena y Gotinga. Fue profesor en Gotinga, Leipzig y Munich. Trabajó en Geometría diferencial y geometría no euclídea. Demostró (1899) que la esfera es la única superficie analítica cerrada (sin singularidades) de curvatura constante positiva, y por tanto es la única que puede utilizarse como un modelo para la geometría elíptica doble. Publicó *Geometría no euclídea* (1905), donde desarrolló sistemáticamente por primera vez, la representación del espacio hiperbólico.

Lindelöf, Ernst Leonard (1870-1946). Matemático finlandés. Estudió y fue profesor en la Universidad de Helsinki, donde tuvo como alumno a Ahlfors. Trabajó sobre ecuaciones diferenciales y sobre la función gamma. El teorema de Phragmén-Lindelöf se aplica al estudio geométrico de las funciones. Publicó *Lecciones de cálculo diferencial e integral*, *Cálculo de los residuos y sus aplicaciones a la teoría de funciones* (1905).

Lindemann, Carl Louis Ferdinand von (1852-1939). Matemático alemán. Nació en Hannover. Discípulo de Weierstrass. Profesor en la Universidad de Königsberg (hoy, Kaliningrado, Rusia) en 1883, donde dirigió la tesis doctoral de Hilbert, y en la de Munich en 1893. Estudió la inconmensurabilidad de la circunferencia y su diámetro, demostrando en un artículo titulado *Sobre el número π* (1882), que este número no puede ser raíz de una ecuación algebraica. Probó que si x_1, x_2, \dots, x_n son números algebraicos distintos, reales o complejos, y p_1, p_2, \dots, p_n son números algebraicos no todos nulos, la suma $p_1 e^{x_1} + p_2 e^{x_2} + \dots + p_n e^{x_n}$, no puede ser 0. Tomando $n = 2$, $p_1 = 1$, $x_2 = 0$, se tiene que e^{x_1} no puede ser algebraico para un x_1 que sea algebraico y no nulo. Como x_1 puede ser i , se deduce que e es trascendente. Ahora bien, dado que $e^{\pi i} + 1 = 0$, el número πi no puede ser algebraico, y tampoco π , puesto que i lo es, y el producto de dos números algebraicos es algebraico.

Lindenstrauss, Elon (n. 1970). Matemático israelí. Estudió en la Universidad Hebrea de Jerusalén, graduándose en matemáticas y física. Se doctoró con la tesis *Propiedades entrópicas en los sistemas dinámicos*. Profesor en Princeton (2004). Investiga en teoría ergódica y sistemas dinámicos con sus aplicaciones en teoría de números. Galardonado con la medalla Fields 2010.

Lindsay, J. H. Jr. (h. 1959). Publicó *Tratamiento elemental de un grafo sobre una superficie* (1959), *Descomposición de las variables aleatorias* (junto con Ostrovski, 1977).

Linés Escardó, Enrique (1914-1988). Matemático español. Nació en Logroño. Doctor en ciencias exactas. Catedrático de ciencias matemáticas en las Universidades de Jena, Zaragoza, Barcelona y Complutense, y en la de Educación a Distancia. Fue presidente de la Real Sociedad Matemática Española. Su trabajo *Aplicaciones de la teoría de las redes regulares al estudio de las funciones cuasiperiódicas* (1942) fue premiado por el CSIC. Dictó cursos sobre Teoría de la aproximación y Desarrollos asintóticos y sus aplicaciones. Publicó *Análisis matemático: Cálculo diferencial en espacios normados y teoría de la medida e integración* (1975), *Álgebra lineal y geometría analítica*, *Ejercicios de análisis matemático*, *Análisis complejo* (1979), *La función zeta de Riemann* (1981).

Ling Sing (s. I). Matemático chino. En sus obras utiliza $\pi = 3,1547$.

Linnik, Yuri Vladimirovich (1915-1972). Matemático soviético. Nació en Tserkov Belaya (hoy, Bila Tserkva, provincia de Kiev, Ucrania). Estudió en la Universidad de Leningrado, primero física (1932) y luego matemáticas y mecánica (1935), graduándose en 1938. Estudió matemáticas en el Instituto Steklov de Matemáticas en Leningrado (1940), y luego en su sucursal de Kazán. Profesor en la Universidad de Leningrado (1944). Investigó en teoría de números, teoría de la probabilidad y estadística matemática. Demostró la existencia de una constante absoluta C con la propiedad de que en la progresión $kt+l$, siendo k y l primos entre sí, existe necesariamente al menos un número primo menor que k^C . Esta demostración proporciona una solución completa al problema del menor primo en una progresión aritmética, pues los investigadores posteriores sólo podrán disminuir el valor de la constante C . También investigó sobre los ceros de la función ζ y sobre los cuaternios.

Liñán y Zofio, Fernando de (n. 1930). Político y economista español. Nació en Madrid. Licenciado en ciencias exactas y economía por la Universidad de Madrid. Estudió estadística en esta Universidad y en la de París. Ingresó (1955) en el Instituto Geográfico y Catastral de España. Intervino en la formulación del Plan de Desarrollo de España (1962). Fue ministro de Información y Turismo (1973-1974).

Lions, Jacques-Louis (1928-2001). Matemático francés. Profesor de la Universidad de Nancy. Trabajó en ecuaciones diferenciales parciales y en procesos estocásticos. Escribió *El Planeta Tierra: el papel de las matemáticas y de los superordenadores* (1990), *Análisis matemático y métodos numéricos para la ciencia y la tecnología* (en colaboración con Robert Dautray, obra de 4000 páginas).

Lions, Pierre-Louis (n. 1956). Matemático francés. Hijo de Jacques Louis Lions. Se doctoró en las Universidades de Edimburgo y de Hong-Kong. Profesor en la Universidad Paris, Dauphine. Galardonado con la medalla Fields 1994, por sus trabajos sobre ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales. Fue el primero en encontrar una solución completa a la ecuación de Boltzmann, con una prueba.

Liouville, Joseph (1809-1882). Matemático e ingeniero francés. Nació en St-Omer (Pas-de-Calais), en el seno de una familia de Lorena. Estudió en la École Polytechnique y en la École des Ponts et Chaussées. Dio clases en la École Polytechnique (1831-1851), en el Collège de France (1851-1879) y en la Facultad de Ciencias de París (1857-1874). Miembro de la Académie des Sciences desde 1839 y de la Oficina de Longitudes desde 1840. Amigo de Sturm. Estudió todos los aspectos de la teoría de números, demostrando que ni e , ni e^2 , pueden ser cantidades irracionales cuadráticas, y evidenció por primera vez la existencia de cantidades trascendentes irracionales, creando un método para la construcción de números trascendentes (1844), introduciendo el concepto de “números trascendentes” por oposición a “números algebraicos”. Por ejemplo, son números trascendentes: $0,1001000100001\dots$ y $\sum_{n=1,\infty} 1/10^{n!}$. Waring había enunciado que todo entero es suma de 4 cuadrados, 9 cubos, 19 bicuadrados, y sugirió que una propiedad similar debería ser cierta para potencias superiores. Llamando $g(k)$ al número mínimo de sumandos necesarios para expresar todo entero como suma de potencias k -ésimas, Liouville obtuvo en 1859 que $g(4) \leq 53$.

Liouville extendió el procedimiento de Poisson para la eliminación de la resultante de dos ecuaciones con dos incógnitas, al caso de más de dos incógnitas. Estudió la resolución de ciertas integrales múltiples por medio de las funciones gamma. Estudió la ecuación general de Riccati: $y' + ay^2 = x^2$, con $a > 0$, demostrando que no puede expresarse como combinación finita de integrales de las funciones elementales, de donde se deduce la importancia de los métodos de aproximación para la resolución de ecuaciones diferenciales. Expuso con Sturm un capítulo importante de las ecuaciones diferenciales de segundo orden con dos valores iniciales dados (en vez de las condiciones de Cauchy en un solo punto). Publicó por primera vez un tercer método (los dos anteriores se debían a Cauchy) para establecer la existencia, para una ecuación de segundo orden, de soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias (método de aproximaciones sucesivas). Introdujo una aplicación de las series divergentes para la resolución de ecuaciones diferenciales. Desarrolló la teoría de las funciones de Lamé, introduciendo

las funciones de Lamé de segunda especie. Expuso el desarrollo de una función en producto de funciones de Lamé, deduciéndolo de su desarrollo en funciones armónicas. En relación con la teoría de las funciones elípticas, presentó el paralelogramo de periodos como el punto culminante de la teoría y partió del concepto de función uniforme doblemente periódica. Estudió el teorema de adición de las integrales hiperelípticas. En 1844, en una comunicación a la Académie de France, mostró cómo desarrollar una teoría completa de las funciones elípticas doblemente periódicas a partir del teorema de Jacobi, lo que significó una contribución importante sobre este tema. Liouville descubrió una propiedad esencial de las funciones elípticas y dio un punto de vista que unificaba la teoría, pese a que las funciones doblemente periódicas son una clase más general que las designadas por Jacobi como elípticas, aunque todas las propiedades fundamentales de las funciones elípticas se mantienen para las doblemente periódicas. Inició (1837) la teoría de las ecuaciones integrales con su método de aproximaciones sucesivas. Mostró cómo se puede obtener la solución de ciertas ecuaciones diferenciales resolviendo ecuaciones integrales, utilizando para ello el llamado método de sustituciones sucesivas, más tarde atribuido a Neumann. Estudió los radios de curvatura en los puntos de intersección de una curva algebraica con una recta. Se le debe un teorema para las funciones analíticas que lleva su nombre: Si $f(z)$ es una función analítica entera de la variable compleja z acotada en el plano complejo, entonces $f(z)$ es una constante. Estableció (1847) una teoría analítica completa sobre el método de los rayos vectores recíprocos. Demostró que las transformaciones que conservan los ángulos no son en absoluto frecuentes, y que en el espacio las únicas transformaciones conformes son las inversiones, las semejanzas y las congruencias como caso particular. Demostró que las longitudes de las tangentes trazadas desde un punto P a una cónica C , son proporcionales a las raíces cúbicas de los radios de curvatura de C en los correspondientes puntos de tangencia. Publicó *Sobre la teoría general de superficies*. Estudió todas las superficies de revolución de curvatura constante. Fue el primero que empleó el concepto de curvatura geodésica y que lo estudió con mayor precisión. Estudió la interpolación trigonométrica de funciones de dos argumentos. Demostró importantes teoremas de mecánica estadística.

Se denomina ecuación cuántica de Liouville, de Heisenberg, o de von Neumann-Liouville, la ecuación que determina la densidad de probabilidad electrónica en cualquier sistema, en función del tiempo. En ella intervienen las matrices de densidad electrónica, de energía potencial, de dispersión y de generación de portadores.

Fundó en 1836 el *Journal des Mathématiques Pures et Appliquées*, llamado frecuentemente *Journal de Liouville*, que reemplazó a los *Annales de Gergonne* (1810-1832). Dio a conocer (1846), aunque de forma no completa, los escritos de Galois.

Lipschitz, Rudolf Otto (1832-1903). Matemático alemán. Profesor de matemáticas en la Universidad de Bonn. En 1876 debilitó las hipótesis del teorema de existencia de las soluciones de las ecuaciones diferenciales de Cauchy. Su condición esencial fue que para todas las (x_0, x) e (y_0, y) en el rectángulo: $|x - x_0| \leq a$, $|y - y_0| \leq b$, esto es, para dos puntos cualesquiera con la misma abscisa, existe una constante k tal que: $|f(x, y_1) - f(x, y_2)| < k(y_1 - y_2)$. Esta condición se conoce como la condición de Lipschitz, y el teorema de existencia se llama teorema de Cauchy-Lipschitz. Escribió varios artículos a partir de 1869, sobre la geometría riemanniana. Inició, como Riemann, Beltrami, y Christoffel, el estudio de los invariantes diferenciales.

Lissajous, Jules-Antoine (1822-1880). Matemático francés. Estudió (1850) las curvas que llevan su nombre, que se refieren a la trayectoria de un punto formada por la composición de dos movimientos sinusoidales perpendiculares entre sí. Estas curvas fueron también estudiadas por el matemático y astrónomo estadounidense Nathaniel Bowditch (1815).

Lista, Alberto. V. Rodríguez de Lista y Aragón, Alberto.

Listing, Johann Benedict (1806-1882). Matemático alemán. Alumno de Gauss. Profesor de física en Gotinga. Publicó *Introducción a la topología* (1848), donde exponía que hubiera preferido utilizar el título de geometría de posición, pero que utilizó topología, ya que el otro nombre lo había utilizado el año anterior Von Staudt para denominar a la geometría proyectiva. En 1858 comenzó una nueva serie de investigaciones topológicas que aparecieron publicadas en *Panorama de los complejos espaciales*

(1862), donde buscaba leyes cualitativas para las figuras geométricas (por ejemplo, trató de generalizar la relación de Euler, $V+C=A+2$). Descubrió (1858), independientemente de Möbius, las superficies de una sola cara, de las que la más conocida es la banda de Möbius.

Littlewood, John Edensor (1885-1977). Matemático inglés. Nació en Rochester, condado de Kent. Estudió en el Trinity College de Cambridge a partir de 1903, donde realizó toda su carrera universitaria, menos tres años que pasó en la Universidad de Manchester. Fue profesor en Cambridge desde 1928 hasta su jubilación en 1950. Se ocupó de teoría de los números, mejorando la solución que Hilbert dio al problema de Waring. Éste había enunciado que todo entero es suma de 4 cuadrados, 9 cubos, 19 bicuadrados, y sugirió que una propiedad similar debería ser cierta para potencias superiores. Llamando $g(k)$ al número mínimo de sumandos necesarios para expresar todo entero como suma de potencias k -ésimas, Littlewood y Hardy obtuvieron en 1925 que $g(4) \geq 14$ para enteros suficientemente grandes. Estudió también la conjetura de Goldbach, logrando importantes resultados, aunque sin llegar a demostrarla (sigue sin ser demostrada hoy en día). Colaboró con Hardy (V. esta reseña) en más de 100 artículos que firmaron juntos durante los 35 años que, desde 1912 en el Trinity College, duró su colaboración. Publicó *Desigualdades* (con Hardy y Pólya, 1934), *Miscelánea matemática* (1953).

Littrow, Joseph Johann von (1781-1840). Matemático y astrónomo austriaco. Nació en Týn Horšovský (Bohemia, hoy región de Pilsen, República Checa). Trabajó en la Universidad de Kazan, en el Observatorio de Viena y en el de Buda, y en la Universidad de Viena. En su obra *Atlas de los cielos estrellados* (1839), estudió y dio nombre a la curva astroide. Publicó *Geometría analítica*.

Liu Hui (s. III). Matemático chino. Se le deben unos importantes comentarios al tratado *Nueve capítulos sobre el arte matemático*, que se escribió en el siglo II a.C. (V. Chuan Tsanon). Realmente se trata de una refundición de dicha obra, en la que incluye muchos problemas sobre cálculo de medidas, como la determinación correcta del volumen de un tronco de pirámide de base cuadrada, y utiliza una fórmula análoga para el tronco de cono circular, pero con el valor 3 para π . También incluye la regla que da el volumen del tetraedro con dos aristas perpendiculares como $1/6$ del producto de estas dos aristas por el segmento de la perpendicular común. Para resolver ecuaciones lineales utiliza el método de la falsa posición, pero hay también otros resultados algebraicos más sofisticados como la resolución por medio de un esquema matricial de un problema diofántico en el que aparece un sistema de cuatro ecuaciones con cinco incógnitas. Resuelve ecuaciones de grado superior mediante un sistema similar al de Ruffini-Horner. Liu Hui también escribió *La matemática de la isla del mar*, con carácter de comentario y complemento a los *Nueve capítulos*. En dicha obra, Liu Hui incluye problemas sobre la determinación de las dimensiones de torres inaccesibles y árboles en laderas de montañas, y de las distancias hasta ellos, que se resuelven principalmente por la aplicación del teorema de Pitágoras o por la semejanza de triángulos.

Liustérnik, Lazar Aronovich (1899-1981). Matemático soviético. Nació en Zdunska Wola (Imperio Ruso; hoy, Lodz, Polonia). Se graduó en la Universidad de Moscú (1922), de la que fue profesor (1931). Investigó en topología y geometría diferencial. Aplicó el método de diferencias finitas en la resolución del problema de Dirichlet. Resolvió el problema de Poincaré sobre la existencia de tres líneas geodésicas cerradas sin puntos múltiples sobre toda superficie homeomorfa a la esfera. Investigó en las propiedades topológicas de los espacios funcionales, estando esta investigación íntimamente relacionada con el cálculo de variaciones y con la teoría de ecuaciones en derivadas parciales. Publicó *Elementos de análisis funcional* (1965), *Líneas más cortas*.

Livet, C. (h. 1806). Hizo el cambio de ejes coordenados de un sistema rectangular a uno oblicuo (1806). Demostró varias propiedades métricas de los diámetros conjugados de las cuádricas. Estudió las cuádricas con centro, polares una de otra respecto de una cuádrica cualquiera.

Llave, Rafael de la (n. 1957). Físico y matemático español. Nació en Madrid. Doctor en física por la Universidad Complutense de Madrid y doctor en matemáticas por la Universidad de Princeton. Profesor en esta universidad (1984-1989) y en la de Austin en Texas (desde 1989). Miembro fundador

del Texas Institute of Computational Mathematics. Ha escrito *Inestabilidad y difusión de Arnol'd en sistemas hamiltonianos*.

Llull, Ramón (Raimundo Lulio) (h. 1235-h. 1315). Humanista, teólogo, filósofo escolástico, mallorquín. Nacido en Palma de Mallorca. Hijo de noble familia, fue senescal del futuro Jaime II, pero abandonó la vida mundana en 1264. Tras un periodo contemplativo y una peregrinación a Santiago, se dedicó a los estudios filosóficos y al aprendizaje del árabe. Decidido a convertir a los infieles, fundó en Miramar (Mallorca) la primera escuela de lenguas orientales para misioneros. Posiblemente murió mártir lapidado en Bujía. Autor de más de 240 obras, entre ellas *Ars Magna* (1305-1308), suma de varios libros, entre ellos *Ars inventiva*, *Ars amativa* y *Ars memorativa*, que constituye uno de los ejemplos más notables de la escolástica. En su obra se transmiten gran parte de las matemáticas de la época y se advierte el germen, todo lo remoto que se quiera, tanto de la lógica matemática como de la cartografía. Presentaba un método mecánico para producir nuevas ideas combinando otras ya existentes, que implicaba la idea de una ciencia universal de la lógica que sería aplicable a todo tipo de razonamientos. Otras obras suyas son, *Libro de contemplación* (h. 1270), *Libro del gentil y los tres sabios* (1272), *Libro de la orden de caballería* (1275), *Libro del amigo y del amado*, *Blanquerna* (h. 1284), *Félix* (h. 1288).

Lobachevski, Nicolai Ivanovich (1792-1856). Matemático ruso. Nació en Nizhni-Novgorod. Hijo de un modesto funcionario del gobierno ruso. Huérfano a los siete años. A pesar de los problemas económicos familiares, cursó estudios en la Universidad de Kazán (1807-1812). Fue discípulo del matemático alemán Bartels. A los 21 años fue nombrado profesor de dicha Universidad, de la que fue nombrado rector (1827-1846), y donde permaneció toda su vida. En 1842 fue elegido miembro de la Sociedad de Ciencias de Gotinga. En un resumen de la geometría que preparó en 1823, probablemente para usarlo como notas de clase, escribió sobre el postulado de las paralelas que “no se ha descubierto hasta ahora ninguna demostración rigurosa de su verdad... ninguna de ellas (las demostraciones), sea del tipo que sea, merece llamarse una demostración matemática en el completo sentido de la palabra, y sólo se pueden tomar como aclaraciones”. En 1826 presentó ante el departamento de matemáticas y física de dicha Universidad, muchos de los teoremas característicos de su nueva teoría sobre la geometría, en su ensayo *Exposición breve de los fundamentos de la geometría con una demostración lógica del teorema de las paralelas*. Sin embargo, el ensayo jamás fue publicado, perdiéndose. En 1829 fue el primero en publicar una geometría no euclídea, haciéndolo en el *Heraldo de Kazán*, con el título *Sobre los fundamentos de la geometría*. En 1835-1837 apareció un nuevo ensayo titulado *Nuevos fundamentos de la geometría con una teoría completa de las paralelas*, donde dice: “Es bien sabido que, en geometría, la teoría de las rectas paralelas ha permanecido hasta ahora incompleta. Los inútiles esfuerzos realizados desde los tiempos de Euclides a lo largo de dos mil años me han inducido a sospechar que los conceptos no contienen la verdad que queríamos probar, sino que, al igual que otras leyes básicas, solamente pueden ser verificados mediante experimentos, tales como observaciones astronómicas. Convencido por fin de la verdad de mi conjetura y considerando que este difícil problema está completamente resuelto, expuse mis argumentos en 1826”. Se puede resumir la solución de Lobachevski al problema del quinto postulado de Euclides del siguiente modo: 1) El postulado no se puede probar; 2) Añadiendo a las proposiciones básicas de la geometría el axioma opuesto, se puede desarrollar una geometría extensa y lógicamente perfecta; 3) La verdad de los resultados de cualquier geometría lógicamente concebible, lo que atañe a sus aplicaciones al espacio real, sólo se puede verificar empíricamente; una geometría lógicamente concebible debe ser desarrollada no sólo como un esquema lógico arbitrario, sino como una teoría que abra nuevos caminos y métodos para las teorías físicas.

El sistema de Lobachevski, al que llamó “geometría imaginaria”, era el mismo de Gauss y Taurinus, exponiéndolo en *Geometría imaginaria* (1835) y en *Aplicación de la geometría imaginaria a ciertas integrales* (1836). Lo desarrolló completamente en todos sus aspectos (geometría elemental, trigonometría, sistemas de coordenadas), escribiendo *Investigaciones geométricas sobre la teoría de las paralelas* (1840) y *Pangeometría o compendio de geometría fundada sobre una teoría general y rigurosa de las paralelas* (1855). En esta obra, que dictó pues había perdido completamente la vista, realizó una exposición completamente nueva de su geometría, partiendo del punto, de la circunferencia y de la esfera como entes fundamentales, de los que deduce la recta y el plano,

definiendo seguidamente como “paralela a una recta dada por un punto dado, a la recta límite que entre las situadas en el mismo plano que pasan por el punto y del mismo lado de la perpendicular bajada del punto a la recta, separa las rectas que cortan a la dada de las que no la cortan”. También expone los siguientes resultados: 1) El límite de un círculo cuando el radio crece infinitamente no es una recta, sino una cierta curva llamada “círculo límite”. 2) Por tres puntos no alineados no es siempre posible construir un círculo, pero siempre se puede hacer pasar por ellos o un círculo, o un círculo límite, o bien una equidistante (línea formada por los puntos que equidistan de una cierta recta). 3) La suma de los ángulos de un triángulo es siempre menor que dos rectos; aumentando un triángulo dado, de forma que sus tres lados crezcan indefinidamente, sus tres ángulos tienden a cero; no existen triángulos de área arbitrariamente grande. 4) Dos triángulos son iguales cuando sus ángulos son iguales. 5) La longitud de una circunferencia no es proporcional a su radio, sino que crece más rápidamente que éste, a través de la ley exponencial: $L = \pi k (e^{r/k} - e^{-r/k})$, siendo k una constante que depende de la unidad de longitud; desarrollando esa ley, se puede poner: $L = 2\pi r(1 + r^2/6k^2 + \dots)$; sólo para fracciones r/k pequeñas es verdad, con suficiente aproximación, que $L = 2\pi r$; si a, b, c son la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo, se tiene: $2(e^{a/k} + e^{-a/k}) = (e^{b/k} + e^{-b/k})(e^{c/k} + e^{-c/k})$, que desarrollada en serie da: $a^2 + a^4/12k^2 + \dots = b^2 + c^2 + (b^4 + 6b^2c^2 + c^4)/12k^2 + \dots$, de modo que para k grande se tiene el teorema de Pitágoras; siendo $\pi(a)$ el ángulo de paralelismo (V. Bolyai, János), $\tan \pi(a)/2 = e^{-a/k}$, donde a es la longitud de la perpendicular entre dos paralelas, luego si a/k es pequeño (las paralelas están próximas), entonces se tiene que: $\tan \pi(a)/2 = e^{-a/k} \approx 1$, $\theta = 90^\circ$, luego para distancias pequeñas, las paralelas de Lobachevski difieren poco de las euclidianas; para k muy grande, por ejemplo 10^{12} , la razón de una circunferencia de radio 100 km con relación a su radio, difiere de 2π en menos de 10^{-9} ; para un radio de 1 km, esta relación sería 10^{-12} , y para 1 m, sería del orden de 10^{-15} , completamente despreciables; a escala astronómica, esta relación podría ser no despreciable. Cuando k crece indefinidamente, la geometría de Lobachevski se convierte en la de Euclides, esto es, la geometría de Euclides es únicamente un caso límite de la de Lobachevski. A continuación, en forma puramente analítica (en la *Pangeometría* no hay figuras), Lobachevski desarrolla toda la trigonometría de esta “geometría imaginaria”. La identidad de los resultados logrados a este respecto, por Lobachevski, Bolyai, Schweikart, Taurinus y Gauss, puede comprobarse si se considera que en todos ellos el núcleo central de los desarrollos analíticos es la expresión: $ch(a/k) \cdot \text{sen } \pi(a) = 1$, es decir, $\tan \pi(a)/2 = e^{-x/k}$, donde k es la constante de Gauss, que en sus desarrollos Lobachevski tomó igual a la unidad. Para $\pi(a) = 45^\circ$, a es la constante de Schweikart, que Taurinus calculó, y cuyo valor es 0,88137. Para $k = \infty$ y $\pi(a) = 90^\circ$, se tiene el caso de la geometría euclidiana de paralela única y de ángulo de paralelismo independiente de a . Si k pasa de real a imaginario, las fórmulas de la geometría no euclidiana que vinculan los ángulos de paralelismo con los lados, se convierten en las fórmulas de la trigonometría esférica. Para $a=1$, se tiene que $\pi(a) = 40^\circ 24'$, es decir que la unidad de longitud es aquella longitud cuyo ángulo de paralelismo es $40^\circ 24'$. Esta unidad de longitud no tiene un significado físico directo, pudiendo ser, por ejemplo, tanto 1 cm como 1 km.

Las ideas de Lobachevski como las de Bolyai, tuvieron una difusión muy lenta, en parte por ser nuevas y no concordar con las concepciones filosóficas vigentes y en parte por la escasa difusión (y la difícil lectura en el caso de Lobachevski) de las obras de ambos fundadores, hasta entonces desconocidos. Un grupo de jóvenes matemáticos (entre ellos: Baltzer, Höüel, Battaglini, Clifford, García de Galdeano) se esforzaron en darlas a conocer, pudiéndose decir que estas nuevas ideas fueron aceptadas hacia 1870.

Lobachevski intentó comprobar su teoría mediante la medición de triángulos cósmicos, formados por dos posiciones T_1 y T_2 de la Tierra que fueran opuestas en su órbita, y una determinada estrella E de forma que el ángulo T_2T_1E fuera recto. Entonces, el ángulo $T_1T_2E = 180^\circ - 2\beta$, siendo β el paralaje de la estrella. Todas las medidas tomadas estaban en el límite de la exactitud de la observación, por lo que el experimento no tuvo éxito. En 1931, Schilling demostró que con los recursos técnicos de la época, no se podía ni demostrar ni refutar la teoría de Lobachevski, si el radio de curvatura del espacio era superior a 60 años luz. Según la teoría general de la relatividad el valor del radio de curvatura es $1,8 \cdot 10^9$ años luz, por lo que los citados experimentos están abocados al fracaso.

En relación con la prioridad de los trabajos de Bolyai, Lobachevski y Gauss, sobre la geometría no euclídea, V. la reseña de Bolyai.

Sobre álgebra y análisis matemático, Lobachevski escribió: *El álgebra o el cálculo de finitos* (1834), donde presentó uno de los métodos más utilizados para calcular raíces, especialmente raíces complejas, basado en una idea de Bernoulli, y que también fue descubierto por Dandelin y Graeffe. También escribió *Sobre la convergencia de series infinitas* (1841), *Sobre el valor de ciertas integrales definidas* (1852). En la investigación del problema de la representación de funciones mediante series trigonométricas, en su obra *Sobre la desaparición de las líneas trigonométricas* (1834), Lobachevski dice: “El concepto general exige llamar función de x a un número, el cual se da para cada x y paulatinamente varía junto con x . El valor de la función puede estar dado o por una expresión analítica, o por una condición, la cual ofrece el medio de expresar todos los números y elegir a uno de ellos o, por último, la dependencia puede existir y quedarse desconocida... Una mirada amplia a la teoría advierte la existencia de dependencia sólo en el sentido de que los números relacionados unos con otros sean comprendidos como dados conjuntamente”.

Locke, John (1632-1704). Filósofo inglés. Nació en Wrington (Somerset). Estudió en Westminster School y en Oxford, donde quedó fascinado por las ciencias experimentales. Vivió en Francia (1675), entre Montpellier y París, y en Holanda (1683-1689). Se retiró (1691) a Essex, donde siguió escribiendo en su *Ensayo*. Empirista, padre de la ilustración inglesa y del liberalismo. Pensaba, como Hobbes, Leibniz y otros, que la geometría euclídea era inherente al diseño del universo y que existía una armonía preestablecida entre la razón y la naturaleza. Publicó, entre otros escritos, *Ensayo sobre el entendimiento humano* (1690), *Dos tratados sobre el gobierno* (1690), *Cartas sobre la tolerancia* (1690), *Pensamientos sobre la educación* (1693).

Loewner, Charles (1893-1968). Matemático estadounidense de origen alemán. Nació en Lány (Bohemia, hoy República Checa). Estudió en la Universidad de Praga. Trabajó en las de Berlín, Praga, Louisville, Brown, Syracuse y Stanford. Creó un método sobre funciones inyectivas, de las que fue pionero. Branges utilizó este método (descrito por Ahlfors en 1973 como una hazaña notable) en la demostración del teorema que lleva su nombre. Publicó *Teoría de grupos continuos* (1971).

Lommel, Eugen Cornelius Joseph von (1837-1899). Matemático y físico alemán. Nació en Edenkoben (Palatinado, Reino de Baviera, hoy Alemania). Estudió matemáticas y física en la Universidad de Munich. Enseñó en Zurich, Hohenheim, Erlangen y Munich. En su *Estudio sobre las funciones de Bessel* (1868) llevó a cabo la generalización de la función $J_n(x)$ para valores complejos de n y x .

Lomonosov, Mijail Vasilievich (1711-1765). Científico, poeta y escritor ruso. Nació cerca de Kholmogory. De procedencia campesina, en 1730 se dirigió a Moscú con la idea de unirse a los hombres a los que Pedro I había convocado en la tarea de convertir Rusia en una nación moderna. En 1736 fue admitido en la Academia de San Petersburgo, pasando seguidamente a estudiar en la Universidad de Marburgo en Alemania. Volvió a San Petersburgo (1741), siendo arrestado (1743) por sus ideas innovadoras frente a las que imperaban en la Academia, que eran inmovilistas. A principios de 1744 fue liberado por la emperatriz Isabel. La Academia le nombró profesor en 1745. Sus numerosas ideas notables sobre las matemáticas, su significado y el carácter de sus métodos, no encontraron la debida acogida en Rusia, a pesar de contar con el apoyo de Euler. En 1748 dispuso del laboratorio que había solicitado desde años atrás, y donde hizo importantes trabajos. Fundó la Universidad de Moscú (1755), cuya evolución siguió muy de cerca. Su prestigio aumentó importantemente, pero a la muerte de la emperatriz (1762), sufrió persecuciones que le agotaron psíquicamente. Se le deben las primeras formulaciones de la teoría mecánica del calor y de la teoría cinética de los gases y la ley de la conservación de la materia. Redactó la primera *Gramática rusa* (1755), base del ruso moderno. Escribió también *Sobre las reglas de versificación en ruso* (1739), *275 notas sobre filosofía y física corpuscular* (1745), *Causa del calor y el frío* (1747), *Fuerza elástica del aire* (1748), *Discurso sobre el uso de la química* (1751), *Teoría de la electricidad* (1756), *Origen de la luz y los colores* (1756), *Reflexiones sobre la solidez y la fluidez de los cuerpos* (1760), *Historia resumida de Rusia*, *Discusión sobre la gran exactitud de la ruta marítima* (1759), *Discusión sobre la formación de icebergs en los mares del norte* (1760), *Exposición resumida de diversos viajes a los mares del norte* ((1762-1763), *Sobre los estratos terrestres* (1763).

Longchamps, Gohierre Gaston de (1842-1906). Matemático francés. Profundizó en la geometría del triángulo y en las transformaciones cuadráticas. Escribió *Curso de problemas de geometría analítica* (1899), *Rectificación de las cúbicas circulares unicursales* (1887), *Sobre la rectificación de la trisectriz de Maclaurin* (1887), *Sobre la transformación ortotangencial en el plano y en el espacio* (1887), *Relación entre la trisectriz de Maclaurin y la cardioide* (1887), *Curso de matemáticas especiales* (1883), *Geometría de la regla* (1890), etc. Colaboró con Édouard Lucas en el estudio de curvas algebraicas, teoría de números e integrales eulerianas. Estudió diversas curvas como el folium que lleva su nombre, el trébol equilátero o trisectriz de Longchamps, el trifolium, diversas cuárticas, etc. Por primera vez llamó a las curvas “lugares geométricos”.

Lope y Aguilar, Tadeo (1753-1802). Ingeniero militar y matemático español. Nació en Madrid, donde murió. Estudió matemáticas en el Real Seminario de Nobles de Madrid. La Imprenta Real publicó su traducción de los *Elementos de física teórica y experimental de M. Sigaud de la Fond* (1787), en cuyo prólogo, Lope y Aguilar señaló insuficiencias graves en el curso manuscrito empleado en la Academia de Matemáticas de Barcelona en cuanto al álgebra, la geometría analítica o el cálculo diferencial e integral. Fue nombrado catedrático de matemáticas, del arte militar y delineación, del Real Seminario de Nobles de Madrid, para cuyos alumnos publicó un *Curso de matemáticas para la enseñanza de los caballeros seminaristas* (4 volúmenes, 1794-1798), que cubre la aplicación del álgebra a la geometría y el cálculo de probabilidades. Preparó un texto de *Agrimensura y matemáticas*, cuyo tomo IV se dedicaba a la geometría práctica, que no se llegó a publicar.

López de Arenas, Diego (s. XVII). Tradadista español en artes manuales. Nació en Marchena (Sevilla). Estudió y vivió en Sevilla. Algo conocedor de la obra de Tartaglia, escribió *Breve compendio de la carpintería de lo blanco y tratado de alarifes con la conclusión de la regla de Nicolás Tartaglia y otras cosas tocantes a la ieometría y puntas del compás* (1633), que incluye un capítulo con el *Tratado de relojes*, que se editó en su segunda edición, de forma más completa e independiente (póstuma, 1727).

López de la Rica, Antonio (n. 1939). Matemático español. Licenciado en filosofía por la Universidad Pontificia de Comillas (1960), y en ciencias matemáticas por la Universidad Complutense (1966). Jesuita, ordenado sacerdote (1970). Profesor del ICAI desde 1965, y de la Universidad Complutense (1966-1985). Ha publicado varios libros de diversas asignaturas de matemáticas e informática para estudiantes de escuelas técnicas, como *Geometría diferencial* (junto con Agustín de la Villa Cuenca).

López Soler, Juan (1871-1954). Matemático, hombre de ciencia y militar español. Nació en El Ferrol (Coruña). Siguió la carrera de Marina. Estudió física y astronomía. Miembro de la Sociedad Matemática Española (1912), de la que fue presidente (1935). Escribió, además de varias memorias geográficas, *Las coordenadas geográficas y astrolabio de prisma* (1916), *Escalas gráficas del cálculo* (1917), *Gráficos de cálculo Julius y escalas gráficas de cálculo* (1918), *La hora geosolar decimal* (1923), *Las coordenadas geográficas y el astrolabio de precisión* (1927), *Un eclipse de sol* (1927).

Lorentz, Hendrik Antoon (1853-1928). Físico y matemático holandés. Nació en Arnhem. Profesor de física matemática en la Universidad de Leiden (1878). Premio Nobel de física (1902). Su teoría de las transformaciones (1904) que llevan su nombre, está relacionada con la geometría proyectiva, la teoría de la perspectiva y la geometría no euclídea. Considerando dos sistemas de referencia que se mueven el uno respecto al otro con la velocidad v en el sentido del eje de abscisas, siendo c la velocidad de la luz y $\beta = v/c$, las ecuaciones de su transformación son: $x = (x' + vt')/(1-\beta^2)^{1/2}$, $y = y'$, $z = z'$, $t = (t' + vx':c^2)/(1-\beta^2)^{1/2}$, $x' = (x - vt)/(1 - \beta^2)^{1/2}$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = (t - vx:c^2)/(1 - \beta^2)^{1/2}$. Desde el punto de vista de la teoría especial de la relatividad, el propio espacio-tiempo es un espacio tetradimensional cuya geometría está determinada por el grupo de las transformaciones de Lorentz. Una variedad de Lorentz es un par (M, g) , donde M es una variedad diferenciable de dimensión n , y g es un tensor de signatura $(n-1, 1)$. Así, los espacios-tiempos de la relatividad general son variedades de Lorentz de dimensión 4. El estudio de los problemas físicos que involucran campos gravitacionales se traducen en problemas geométricos sobre una variedad de Lorentz.

Lorenz, Edward Norton (1917-2008). Matemático y meteorólogo estadounidense. Nació en West Haven (Connecticut). Estudió en New Hampshire, Harvard y en el Massachusetts Institute of Technology, donde fue profesor. Durante la Segunda Guerra Mundial sirvió como pronosticador del tiempo para la Fuerza Aérea Estadounidense. Analizando la dependencia continua de las variables climáticas respecto de los datos iniciales, Lorenz popularizó, a partir de sus trabajos de 1960, la teoría del caos determinista de los sistemas dinámicos no lineales, que se presentan también en otras ciencias como la economía, biología, etc. Lorenz llamó *efecto mariposa* a la dependencia sensitiva a las condiciones iniciales, observando que un error imperceptible, como el causado por el batir de las alas de una mariposa, incluido en las ecuaciones de la atmósfera, podía crecer hasta ser del tamaño de un huracán en unas semanas. Este efecto era conocido ya por matemáticos como Liapunov, pero el paso fundamental fue darse cuenta de que este efecto no era sólo una elucubración matemática, sino que ocurría en la naturaleza. En muchos sistemas, si las condiciones iniciales sólo se conocen con una precisión limitada, al cabo de poco tiempo el conocimiento de las trayectorias se pierde por completo. Si las condiciones iniciales se conocen con una precisión completa, también las trayectorias se determinarán con total precisión. Pero si la precisión no es total, las trayectorias parecen impredecibles y caóticas, es decir, los errores crecen exponencialmente.

Lorenzo, Javier de (h. 1971). Matemático, filósofo e historiador español. Licenciado en matemáticas y doctor en filosofía por la Universidad Central (hoy, Complutense) de Madrid. Catedrático de lógica y filosofía de la ciencia en la Universidad de Valladolid. Investiga en la filosofía e historia de las matemáticas. Ha publicado más de sesenta ensayos y diez libros, entre ellos *Introducción al estilo matemático* (1971), *La matemática: de sus fundamentos y crisis* (1998).

Loria, Gino (1862-1954). Matemático e historiador italiano. En sus obras *Curvas planas algebraicas y trascendentes* (1925) y *Curvas alabeadas algebraicas y trascendentes* (1925), estudió y clasificó diversas curvas. En colaboración con Vassura, editó las obras de Torricelli (1919-1944). Otras obras suyas: *Pasado y presente de las principales teorías geométricas* (1887), *La ciencia en la antigua Grecia* (1914), *Historia de la geometría descriptiva desde el origen hasta nuestros días* (1921), *Historia de las ciencias matemáticas en la antigüedad helénica* (1929), *Historia de las matemáticas* (1929-1933).

Lotka, Alfred James (1880-1949). Químico, demógrafo y matemático estadounidense. Escribió *Elementos de biología física* (1925) donde planteó un modelo matemático para la evolución biológica.

Lovelace, Augusta Ada King, condesa de. V. Byron, Augusta Ada King.

Loyd, Sam (Samuel) (1841-1911). Ingeniero estadounidense. Nació en Filadelfia. Con 14 años comenzó a publicar problemas de ajedrez. Escribió *Estrategia del ajedrez* (1878). Posteriormente publicó también varios juegos de matemáticas recreativas en periódicos y revistas. Su hijo (1874-1934), también Sam Loyd, que había continuado en la misma línea de su padre, publicó en total unos 10.000 problemas recreativos.

Luang, Chen. V. Chen Luang.

Luca di Borgo. V. Pacioli, Luca.

Lucas, François Édouard Anatole (1842-1891). Matemático francés. Nació en Amiens. Trabajó en el Observatorio de París y fue profesor de matemáticas en París. Acuñó el nombre de “serie de Fibonacci”. Colaboró con Longchamps en el estudio de curvas algebraicas, teoría de números e integrales eulerianas. Escribió *Entretenimientos matemáticos* (4 volúmenes, 1882-1894). Resolvió el problema de los “Aros chinos”, descrito por Cardano, e inventó el problema de las “Torres de Hanoi”.

Luchterhandt, A. R. (h.1844). Matemático alemán. Profesor en el gimnasio de Marienwerder (hoy, Olsztyn, Polonia). Aplicó la teoría de los determinantes a la geometría.

Lucuce, Pedro de (1692-1779). Ingeniero militar y matemático español. Nació en Avilés (Asturias). Ingresó en el Cuerpo de Ingenieros (1732). Profesor y director de la Academia de Matemáticas de Barcelona. Intervino en la elaboración de las *Ordenanzas e instrucción para la enseñanza de las matemáticas en la Real y Militar Academia que se ha establecido en Barcelona*, así como en la de su curso de matemáticas. Formó parte de la Sociedad Militar de Matemáticas (1756-1760). En 1774 fue nombrado director comandante del ramo de Academias Militares de Barcelona, Orán, Ceuta y las restantes que se crearan, permaneciendo en Barcelona donde murió.

Lukasiewicz, Jan (1878-1956). Filósofo, matemático y lógico polaco. Nació en Lwów (hoy, Lviv, Ucrania; en español, Leópolis), en cuya Universidad estudió. Enseñó en Lwów y en Varsovia. Emigrado, fue profesor en la Universidad de Dublín. Escribió *Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes del cálculo proposicional* (1930), *Elementos de lógica matemática*.

Lulio, Raimundo. V. Llull, Ramón.

Luqa, Qusta ben. V. Qusta ben Luqa.

Lüroth, Jacob (1844-1910). Matemático alemán. Nació en Mannheim. Director del Observatorio de Mannheim. Estudió en las Universidades de Heidelberg, Berlín y Giessen. Fue profesor en Munich y Friburgo. Trabajó en diversos campos de la geometría. Utilizó la noción de género para establecer teoremas significativos acerca de las curvas. Por ejemplo, en 1876 demostró que una curva de género cero puede transformarse birracionalmente en una línea recta. Problemas como el de Lüroth-Steinitz, condujeron al estudio de los campos de funciones racionales generales.

Luzin, Nikolai Nikolaevich (1883-1950). Matemático soviético. Nació en Irkutsk. Estudió en la Universidad de Moscú y en Gotinga. Fue elegido miembro de la Academia de Ciencias de la URSS, de donde fue expulsado y juzgado como enemigo del pueblo bajo la máscara de ciudadano soviético. Nunca fue rehabilitado. Trabajó en teoría descriptiva de conjuntos y análisis matemático. Escribió *Sobre la convergencia de las series trigonométricas* (1913) e *Integral y serie trigonométrica* (1915), donde establece una relación entre las propiedades estructurales de las funciones medibles con una función medible, finita casi en todo lugar en cierto segmento, puede modificarse en un conjunto de medida tan pequeña como se quiera, de modo que se convierta en una función continua en todo el segmento. Dedujo las condiciones necesarias y suficientes para la convergencia casi en todo lugar de la serie de Fourier para una función con cuadrado integrable, es decir, que existe la integral de Lebesgue de su cuadrado en el segmento de 0 a 2π . Enunció su conjetura sobre la convergencia puntual de las series trigonométricas en el espacio que Carleson demostró en 1965.

Lyapunov, Alexander Mikhailovich. V. Liapunov, Alexander Mikhailovich.

Lyúbich, I. Yu (h. 1978). Matemático soviético. Publicó junto con L. A. Shor, *Método cinemático en problemas geométricos* (1978), *Matriz de normas y sus aplicaciones*, *Enciclopedia de las ciencias matemáticas: Análisis funcional* (1992).

Lyúbich, Mikhail Yu (n. 1959). Matemático estadounidense de origen ruso. Nació en Járkov (hoy, Járkiv, Ucrania). Hijo de I. Yu Lyúbich. Estudió en Tashkent y Járkov. Profesor de matemáticas en la Universidad de Nueva York. Director del Instituto para las Ciencias Matemáticas en Stony Brook. Ha trabajado en sistemas dinámicos. Ha publicado, junto con V. Q. Phong, *Estabilidad asintótica de ecuaciones diferenciales lineales en espacios Banach* (1988).

Lyustérnik, Lazar Aronovich. V. Liustérnik, Lazar Aronovich.

M

Mac-Cullagh, James (1809-1847). Matemático británico. Nació en Landahaussy (Tyrone, Irlanda del Norte). Estudió en Dublín. Estudió las relaciones entre elementos de las cónicas, y las superficies de orden superior. Estudió los arcos semejantes en una misma cónica (1841). Publicó *Superficies de segundo orden* (1843). Escribió también sobre óptica, siendo su libro más conocido *Ensayo sobre una teoría dinámica de la reflexión y la refracción* (1839).

MacGough, Nancy. V. McGough, Nancy.

Machin, John (1680-1751). Matemático inglés. Calculó en 1706 el número π con 100 cifras decimales a partir del desarrollo en serie de la expresión: $\pi/4 = 4\arctg(1/5) - \arctg(1/239)$.

MacLane, Saunders (1909-2005). Matemático estadounidense. Nació en Taftville (Connecticut). Estudió en las Universidades de Yale, Chicago, Gotinga. Fue profesor en Harvard, Cornell, Columbia y Chicago. Trabajó en geometría proyectiva, geometría diferencial de curvas, notación tensorial, transformaciones naturales, etc. Eilenberg, Steenrod y MacLane situaron la axiomatización de la topología algebraica en un contexto muy amplio, cuyo resultado se materializó en que la mayor cantidad de tipos de estructuras matemáticas podían considerarse como si surgieran naturalmente en familias llamadas categorías. Eilenberg y MacLane estudiaron las transformaciones naturales, desarrollando su lenguaje y sus categorías, buscando precisar el concepto intuitivo de naturalidad. Ambos desarrollaron en Estados Unidos los trabajos sobre álgebra topológica iniciados por Heinz Hopf. Publicó junto con Garret Birkhoff, *Examen del álgebra moderna* (1941) y *Álgebra* (1967). Otras publicaciones son: *Grupos, categorías y dualidad* (1948), *Categorías en el trabajo matemático* (1972), *Matemáticas, forma y función* (1986).

Maclaurin, Colin (1698-1746). Matemático escocés. Nació en Kilmodan (Argyll and Bute, Strathclyde). Educado en Glasgow, entró en su Universidad a la edad de 11 años. A los 19 años era profesor de matemáticas en Aberdeen, pasando seis años más tarde a la Universidad de Edimburgo, donde sustituyó a James Gregory. Miembro de la Royal Society (1719). Tomó parte muy activa en la oposición al “Bonnie Prince Charlie”, cuando este pretendiente marchó sobre Edimburgo en 1745, al frente de un ejército de highlanders, tomando la ciudad. Maclaurin pudo escapar huyendo a York, pero las penalidades sufridas pudieron con él. Se ocupó de geometría, álgebra, cálculo infinitesimal, así como de física y astronomía. Para escapar de las críticas de Berkeley (V. esta reseña), volvió a los clásicos métodos de los geómetras antiguos logrando hacer demostraciones rigurosas, aunque con ello contribuyó al aislamiento de los matemáticos ingleses frente a los continentales.

En su *Geometría orgánica* (1719), así como en *Sobre las propiedades de las líneas geométricas* (1720) y en varias memorias más, estudió las propiedades generales de las curvas algebraicas, generalizando teoremas conocidos y exponiendo nuevas propiedades, en especial para las curvas de segundo, tercero y cuarto grado. Demostró por primera vez que dos curvas de orden m y n respectivamente, se cortan en mn puntos. Probó que el número máximo de puntos dobles de una curva irreducible de n -ésimo grado es $(n-1)(n-2)/2$. Para este propósito contó un punto de k -pliegue como $k(k-1)/2$ puntos dobles, y proporcionó también cotas superiores para el número de puntos de mayor multiplicidad de cada clase. Más adelante introdujo la noción de deficiencia (luego llamada género) de una curva algebraica como el máximo número posible de puntos dobles menos el número verdadero. Dio a conocer métodos cinemáticos para engendrar cónicas y curvas de tercer orden. Conocía, como también Euler, la paradoja que lleva el nombre de Cramer, consistente en que en ciertos casos no queda completamente determinada una curva de orden n por n^2 puntos, siendo así que para $n > 2$ hacen

falta, cuando más, n^2 puntos para determinarla. Extiende las propiedades del hexágono de Pascal a curvas de tercer grado, demostrando que si un cuadrilátero está inscrito en una cúbica y si los puntos de intersección de los lados opuestos también están sobre la curva, entonces las tangentes a la cúbica en dos vértices opuestos cualesquiera se cortan en un punto de la curva. En 1724 compartió con Euler y Daniel (I) Bernoulli, un premio de la Académie des Sciences de París por un trabajo sobre las mareas. Su libro *Tratado sobre álgebra* (póstumo, 1748), es ante todo un comentario a la *Aritmética universal* de Newton en donde no se incluían demostraciones. En él, Maclaurin incluyó la solución de ecuaciones simultáneas de dos, tres y cuatro incógnitas por el método de determinantes, creado por él en 1729, que es el método que se utiliza hoy en día y que fue publicado por Cramer en su *Introducción al análisis de líneas curvas algebraicas* de 1750. Utilizó indistintamente números positivos y negativos, y trató de justificar la regla de los signos. El *Álgebra* se utilizó como libro de texto, alcanzando media docena de ediciones hasta 1796. Maclaurin, para responder a Berkeley, intentó con su *Tratado de las fluxiones* (1737-1742), dotar de rigor al cálculo infinitesimal; fue un esfuerzo encomiable pero fallido. Lo mismo que Newton, Maclaurin amaba la geometría, y por ello trató de fundamentar la doctrina de las fluxiones en la geometría de los griegos, y por tanto en el método de exhaustión, tal como lo utilizó Arquímedes, con lo que esperaba evitar el concepto de límite. Utilizó tan hábilmente la geometría que persuadió a otros a hacer lo mismo y abandonar el análisis. El libro es un tratado sistemático del cálculo de las fluxiones con sus aplicaciones geométricas y mecánicas, del que Lagrange dijo que era “una obra maestra de geometría que puede compararse a todo lo que Arquímedes hizo de más hermoso e ingenioso”. En ese tratado se deduce la serie binómica de Newton, por un método de coeficientes indeterminados que, aplicado a funciones cualesquiera, dio lugar a la llamada “serie de Maclaurin”, que el mismo autor reconoció no ser sino un caso especial de la serie de Taylor, limitándose a exponer sus aplicaciones, sin preocuparse de los problemas de convergencia. Utilizó las series como un método sistemático de integración, afirmando que: “Cuando un fluente no puede representarse exactamente en términos algebraicos, ha de expresarse entonces mediante una serie convergente”. También admitió que los términos de una serie convergente han de decrecer continuamente y hacerse más pequeños que cualquier cantidad prescrita por pequeña que sea. “En ese caso, unos pocos términos del comienzo de la serie serán casi iguales al valor de la totalidad de aquéllos”. También incluye en esta obra el criterio de la integral para la convergencia de series, que había sido formulado por Euler en 1732, pero que había pasado desapercibido en general, dándolo Maclaurin en forma geométrica. También aparece en dicho tratado el método de integración aproximada, llamado hoy de Maclaurin, en el que cada trapezoide es sustituido por el rectángulo de altura la ordenada en el punto medio, así como la fórmula descubierta independientemente por él y por Euler, que expresa la sumatoria de una función mediante la integral y las derivadas.

Estudió las integrales elípticas y su transformación. Descubrió la curva séxtica que posteriormente se llamó de Cayley. Estudió la trisectriz que lleva su nombre y las espirales sinusoidales. En su *Tratado de las fluxiones*, Maclaurin demostró que, para un fluido de densidad uniforme y bajo rotación angular constante, el esferoide achatado es una figura de equilibrio. A continuación demostró sintéticamente que dados dos elipsoides homogéneos de revolución homofocales, las atracciones que ambos cuerpos ejercen sobre una misma partícula exterior a ambos, supuesto que la partícula esté en la prolongación del eje de rotación o en el plano del ecuador, serán proporcionales a los volúmenes.

MacMullen, Curtis Tracy. V. McMullen, Curtis Tracy.

Magini, Giovanni Antonio (1555-1617). Astrónomo y matemático italiano. Cartógrafo amigo de Kepler. Fue rival de Galileo para una cátedra en Bolonia. En su obra *De planis triangulis* (1592) utilizó la coma para separar la parte entera de un número de su parte fraccionaria. Publicó unas tablas trigonométricas (1609) acompañadas de instrucciones para su empleo.

Magister Gernardus. V. Gernardus.

Magnus, Ludwig Imanuel (1790-1861). Matemático alemán. Contribuyó a consolidar y difundir los métodos de la nueva geometría proyectiva. Extendió la fórmula de la superficie de un polígono cualquiera en función de las coordenadas de sus vértices, a coordenadas oblicuas. La forma normal de la ecuación del plano, que lleva el nombre de Hesse, se encuentra con anterioridad en un escrito de

Magnus. Estudió el determinante de los coeficientes de las cónicas, agotando en el análisis todos los casos posibles de degeneración. Estudió las cónicas esféricas, a las que dio este nombre, la geometría de la esfera y las cuádricas, en especial el cono equilátero, y las redes de cuádricas. Demostró, como también Plücker, que la esfera lugar de los vértices de los conos ortópticos circunscritos a una cuádrica (teorema enunciado por Lamé y Monge), degenera en un plano en el caso de los paraboloides. Obtuvo la ecuación de la cuádrica referida al tetraedro formado por cuatro rectas generatrices, dándole la forma $Ar_1r_4 + Br_2r_3 = 0$.

Estudió la polaridad recíproca respecto de una cuádrica, en el caso de que fuera un cono, extendiendo el estudio a los conos isótropos. Estudió la transformación por radios vectores recíprocos, las transformaciones cuadráticas y, analíticamente, la transformación de Steiner. Inventó la inversión, que fue la primera de las transformaciones birracionales que aparecieron. Estudió las curvas inversas de las cónicas con centro, entre ellas las cuárticas bicirculares.

Magnus, Wilhelm (1907-1990). Matemático alemán. Nació en Berlín. Estudió en Frankfurt, donde enseñó hasta 1938. Al no afiliarse al partido nazi, fue apartado de la enseñanza. En 1947 fue profesor en Gotinga. Emigró a Estados Unidos en 1948, enseñando en el Instituto Courant en Nueva York. Investigó en la teoría de grupos, álgebra de Lie, funciones elípticas, etc. Demostró (1932) para una determinada relación, que se podía resolver el problema de decidir si un grupo dado por generadores y relaciones es trivial. Pero el problema general no lo es, como demostró P. S. Novikov (1955).

Mahalanobis, Prasanta Chandra (1893-1972). Científico indio. Nació en Bangla (hoy, Bangladesh). Estudió en Calcuta y en Cambridge. Fundó el Instituto Indio de Estadística. Realizó importantes trabajos en estadística, destacando sus encuestas a gran escala. Introdujo el concepto de encuestas piloto y defendió la utilidad de los métodos de muestreo. Definió una medida de distancia estadística, hoy llamada de Mahalanobis. En publicaciones de 1931 y 1934 fue quizá el primero en reconocer que los errores debidos a sesgos, registros, respuestas, comparación entre investigadores y sus métodos, eran inevitables y que podían ser más serios que simples errores de muestreo, por lo que para subsanarlos era necesario desarrollar adecuados programas de examen que detectaran los datos atípicos y los valores inconsistentes en los datos recolectados.

Mahani, Al. V. Al-Mahani.

Mahavira (s. IX). Matemático hindú. Añadió algún nuevo concepto al capítulo matemático de la obra sobre astronomía de Brahmagupta, como por ejemplo, que la multiplicación de un número por cero da cero y que la sustracción de cero no disminuye el valor del número. Sin embargo, afirma también que si se divide un número por cero, su valor permanece invariable. Para dividir por una fracción, dice, invierte y multiplica (que es nuestra regla actual).

Mainardi, Gaspare (1800-1879). Matemático italiano. Gauss había observado que las propiedades de curvatura de una superficie dependen únicamente de las magnitudes que denominó E , F y G . Sin embargo, muchas otras propiedades conciernen a las magnitudes L , M , N . Mainardi, como también lo hizo Codazzi de forma independiente, proporcionó (1856) dos relaciones adicionales en la forma de ecuaciones diferenciales que, junto con la ecuación característica de Gauss, determinan L , M y N , en términos de los valores de las magnitudes E , F , G (V. Gauss).

Mairan, Jean-Jacques Dortous de. V. Dortous de Mairan, Jean-Jacques.

Malba-Tahan (Julio César de Mello y Souza) (1895-1974). Profesor y escritor brasileño. Nació en Queluz. Se dedicó a las matemáticas recreativas, publicando problemas de entretenimiento en periódicos y revistas. Uno de sus biógrafos escribió de él que “es el único profesor de matemáticas que ha llegado a ser tan famoso como un jugador de fútbol”. Escribió 69 libros de cuentos y 51 de matemáticas y otros temas. Uno de sus libros más famosos es *El hombre que calculaba*, que alcanzó su 54ª edición en 2001.

Malfatti, Gianfrancesco (1731-1807). Matemático italiano. Nació en Ala (Trentino). Estudió en Bolonia. En unión de Giordano, resolvió el problema, que lleva el nombre de Giordano, de inscribir en un círculo un polígono cuyos lados pasan por puntos dados. Propuso el problema que lleva su nombre, consistente en encontrar tres círculos tales que cada uno de ellos toque a los otros dos y, al mismo tiempo, a dos lados de un triángulo dado. Dio una solución algebraica a su problema, sin demostrarla. Estudió diversas curvas como los óvalos.

Malgrange, Bernard (n. 1928). Matemático francés. Nació en París. Estudió en la Universidad de Nancy. Trabajó sobre ecuaciones diferenciales, teoría de la singularidad y teoría de catástrofes (teorema de Thom) (V. esta reseña).

Mallat, Stephane G. (h. 1986). Matemático francés. Ha sido profesor en las Universidades de Nueva York, Massachusetts Institute of Technology, Tel Aviv y en la École Polytechnique de París. Especialista en el tratamiento de imágenes. Relacionó la teoría matemática de las ondículas de Meyer con las técnicas más novedosas en el tratamiento de imágenes (1986). Su idea central se llama análisis multiresolución, que es la estructura básica para la construcción de ondículas. Además generó una serie de algoritmos en ordenador que han sido base para muchas aplicaciones de esta teoría a otras disciplinas.

Malthus, Thomas Robert (1766-1834). Economista inglés. Nació en Rookery (Surrey). Estudió en el Jesús College de Cambridge, graduándose en 1788, y donde fue profesor (1793). Tomó las órdenes religiosas en 1797. Miembro de la Royal Society (1819). Publicó *Un ensayo sobre la población* (1800), donde elabora un primer modelo matemático de evolución poblacional y lo compara con otro para los recursos naturales. Con independencia de lo acertado o no de sus predicciones, se puede situar en dicho trabajo el comienzo de la biología matemática clásica. También escribió, entre otras obras, *Principios de economía política* (1820).

Malus, Étienne Louis (1755-1812). Físico y matemático francés. Nació en París. Miembro del cuerpo de ingenieros, acompañó a Napoleón en su campaña de Egipto (1798), permaneciendo en el Oriente Cercano hasta 1801. A su vuelta trabajó en Amberes, Estrasburgo y París. Realizó investigaciones sobre la polarización de la luz. Investigó las propiedades de las cíclidas de Dupin, que dependen, con relación muy íntima, de las propiedades de los sistemas de rayos. Malus probó (1808) que una congruencia normal de líneas que emanan de un punto (conjunto homocéntrico) permanece igual después de la reflexión o refracción (de acuerdo con las leyes de la óptica) sobre una superficie (denomina congruencia normal de líneas –familia biparamétrica– a la que es cortada ortogonalmente por una familia de superficies, como en el caso de la óptica donde las líneas son rayos de luz y las superficies frentes de ondas).

Mamerco (s. VI a.C.). Matemático griego. Proclo dice que, después de Tales se menciona a Mamerco, hermano del poeta Estesicoro, que se interesó por la geometría, a la que debió su fama, según cuenta Hippias de Elis.

Mandart, H. (h. 1893). Profundizó en la geometría del triángulo. Publicó *Sobre la hipérbola de Feuerbach* (1893), *Sobre una elipse asociada al triángulo* (1894) (la elipse de Mandart es tangente a los lados del triángulo en los puntos de tangencia de las circunferencias exinscritas), *Curso de geometría analítica en dos dimensiones: secciones cónicas* (1904).

Mandelbrot, Benoît B. (1924-2010). Matemático polaco. Nació en Varsovia. Estudió en la Universidad de Lyon, en la École Polytechnique en París, en el California Institute of Technology y en la Universidad de Princeton. Se estableció definitivamente en Estados Unidos en 1958. Trabajó en IBM, en el Massachusetts Institute of Technology y en Princeton. Fue profesor en Yale, París y Ginebra. Definió el conjunto que lleva su nombre como el formado por los puntos tales que el conjunto de Julia (V. Julia), asociado a una transformación, está formado por una sola pieza. La representación del conjunto de Mandelbrot, obtenida con ordenador, es un ente muy complicado de naturaleza fractal, que se ha demostrado, también mediante ordenador, que es conexo. Expuso sus

primeras ideas sobre esta materia en *¿Cuánto mide la costa de Gran Bretaña?* (1967). Generalizó el concepto de dimensión (1975) de forma que la dimensión fractal de un objeto (curva, superficie, etc.) puede no ser un número entero. Mandelbrot realizó muchas observaciones de sistemas de las ciencias naturales, cuyas trayectorias están relacionadas con la física del caos (V. Couillet). Escribió *Objetos fractales. Forma, azar y dimensión*, y *Geometría fractal de la naturaleza* (1983).

Mannheim, Victor Mayer Amédée (1831-1906). Ingeniero, matemático y militar francés. Nació en París. Siendo oficial de artillería, estudió en la École Polytechnique en París, donde fue profesor de geometría descriptiva. Es el inventor de la moderna regla de cálculo (1850). Estudió las superficies de orden superior. Escribió un *Curso de Geometría descriptiva* (1886).

Manscopulo, Manuel (s. XIV). Matemático bizantino. Discípulo de Planudes. Introdujo probablemente por primera vez en griego, las reglas para la construcción de cuadrados mágicos.

Mantion (s. XIX). Llevó a cabo diversas demostraciones geométricas, como la del método de Simpson para el cálculo de áreas.

Margulis, Gregori Aleksandrovich (n. 1946). Matemático soviético. Nació en Moscú, en cuya Universidad Estatal se doctoró y en la que fue profesor. Trabajó en la teoría de grupos, en la teoría de números, en las álgebras de Lie, en la teoría ergódica y en la de la medida. Galardonado con la medalla Fields 1978, el gobierno soviético no le permitió viajar a Helsinki para aceptar personalmente el premio. Trasladado a Estados Unidos, trabajó en la Universidad de Yale.

Marino de Neápolis (h. 500). Matemático griego. Fue, tras Proclo, jefe de la Escuela de Atenas, y a quien siguió Isidoro de Mileto. Escribió una prolija biografía de Proclo y un comentario a los *Elementos* de Euclides con un extenso prefacio.

Mariotte, Edme (1620-1684). Físico y matemático francés. Nació en Dijon. Sacerdote católico, prior de Saint-Martin-sous-Beaune (Borgoña). Miembro fundador de la Académie des Sciences (1666). En su discurso *Sobre la naturaleza del aire* (1676), acuñó la palabra barómetro y formuló la ley que lleva el nombre de Boyle-Mariotte. Abordó problemas sobre los perfiles que adoptan las vigas, verticales y horizontales, cuando se les aplican cargas, problemas que fueron tratados empíricamente por los constructores de las grandes catedrales. Al morir dejó escritas varias páginas con trabajos sobre el movimiento de los fluidos, la naturaleza del color, las notas musicales, el barómetro, la caída de los cuerpos, la congelación del agua, etc.

Markov, Andréi Andréievich (1856-1922). Matemático y lógico ruso. Nació en Ryazan. Discípulo de Chebichev. Profesor en la Universidad de San Petersburgo (1886). Miembro de la Academia de Ciencias rusa (1896). Habiendo rechazado ser agente del gobierno durante los disturbios estudiantiles de 1908, fue excluido de sus labores docentes, pudiendo reanudarlas a partir de 1917. En 1912, tras la excomuniación de Tolstoi por parte de la Iglesia Ortodoxa de Rusia, Markov protestó y pidió que también él fuera excomulgado, lo que así sucedió. Investigó, entre otras muchas cuestiones, en la teoría de procesos estocásticos, en la ampliación de las condiciones para la validez de la ley de los grandes números. Estudió un proceso o cadena probabilística que lleva su nombre, en el que el tránsito de un sistema desde un estado inicial a uno final no depende de los estados intermedios. Desarrolló el método llamado de los momentos.

Markov, Andréi Andréievich (1903-1980). Matemático, físico y químico soviético. Hijo de Andréi Andréievich Markov. Nació en San Petersburgo, en cuya Universidad estudió. Tras trabajar en química, lo hizo en los campos de la física teórica (problema de los tres cuerpos, sistemas dinámicos, mecánica cuántica, teoría de la relatividad general) y en matemáticas, especialmente en topología, teoría de conjuntos, lógica matemática y fundamentos de las matemáticas. Trabajó en las teorías de la computabilidad efectiva y de los algoritmos.

Markushévich, A. I. (n. 1908). Matemático soviético. Publicó *Teoría de funciones analíticas* (1950), donde expuso las profundas conexiones entre la teoría de funciones, la topología de superficies cerradas, las geometrías no euclidianas y la teoría del grupo de movimientos en un plano de Lobachevski. También publicó *Ensayo sobre teoría de las funciones* (1951), *Teoría de funciones de variable compleja* (1965), *Sucesiones recurrentes, Series: conceptos fundamentales con su exposición histórica* (1967), *Áreas y logaritmos* y *Curvas maravillosas*.

Marolois, Samuel (h. 1572-1627). Ingeniero militar y matemático holandés. Nació en las Provincias Unidas. Publicó obras sobre geometría (1627). En su tratado sobre perspectiva (publicado en 1630) recoge un método de anamorfismo aplicado al dibujo de un perro. Primero cuadrícula el dibujo original, y después el mismo dibujo alargado en sentido horizontal en una proporción de 3 a 1.

Marrero González, Juan Carlos (n. 1965). Matemático español. Nació en Arico (Tenerife). Doctor en matemáticas (1990) por la Universidad de La Laguna y catedrático de geometría y topología en esta universidad. Investiga en geometría hermitica y de contacto, y mecánica geométrica. Ha publicado *Geometría simpléctica, ¿sólo una teoría geométrica más?* (2000), *Grupoides de Jacobi y bialgebroides de Lie generalizados* (2003).

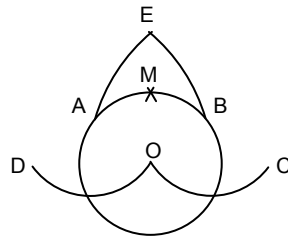
Marshall, Alfred (1842-1924). Economista inglés. Nació en Londres. Estudió en Cambridge. Fue profesor de economía política en Oxford (1883-1885) y en Cambridge (1885-1908). Sus *Principios de economía* (1890) están considerados una de las bases de la moderna economía política, incluso en sentido matemático. También escribió *Industria y comercio* (1919), *Dinero, crédito y comercio* (1923).

Martínez Siliceo (Guijarro), Juan (1477-1557). Matemático, lógico y cardenal español. Nació en Villagarcía de la Torre (Badajoz). Estudió en Valencia y París. Fue profesor en la Universidad de París y en la de Salamanca, donde se ordenó sacerdote. Fue preceptor del futuro rey Felipe II. Obispo de Cartagena y arzobispo de Toledo, siendo elegido cardenal. Escribió *Libro de aritmética práctica* (1513), *Lógica breve* (1524). Su obra más famosa es *Ars arithmetica in theoreticam et praxim scissa omni hominum conditioni superque utilis et necessaria* (París, 1514; reimpresión en París en 1518, 1519 y 1526, y en Valencia en 1544). En esta obra se funden las dos tradiciones de la aritmética, la especulativa y la comercial; la mayor parte de las cuestiones expuestas están tomadas de obras anteriores, yendo cada cuestión acompañada de su solución. Hay ausencia total de la notación algebraica, que se debe al bajo nivel que entonces poseían los estudios de matemáticas en París, muy lejanos a los avances de la matemática italiana: en expresión de Rey Pastor, Martínez Siliceo forma parte del grupo “aritmético” de los matemáticos españoles de aquella época, más cercano a la matemática francesa del s. XV, ya en declive, que a la renovadora matemática italiana.

Masaccio (Tommaso di ser Giovanni Cassai) (1401-1428). Pintor italiano. Nació en Castel San Giovanni di Altura (Ducado de Milán, hoy San Giovanni Valdarno, Arezzo). Trabajó en Florencia, Reggello, Roma, Pisa. Desarrolló un sistema de perspectiva realista, utilizando principios matemáticos. Sus principales obras son *Virgen en el trono* (1424), *Crucifixión* (1426), frescos (con la colaboración de Masolino) de la capilla Brancacci en el Carmen de Florencia (1424-1428).

Mascheroni, Lorenzo (1750-1800). Matemático y poeta italiano. Nació cerca de Bérgamo (Lombardía). Fue profesor de matemáticas en Pavia. Publicó *Geometría del compás* (1797), donde presenta construcciones geométricas realizadas exclusivamente con el compás, exponiendo que todas las construcciones con regla y compás pueden realizarse con compás únicamente, sosteniendo que las así construidas son más exactas que las hechas con regla y compás (V. Mohr). En general supone dado el centro de la circunferencia, aunque expone una construcción con compás únicamente para determinar el centro de una circunferencia dada. Por ejemplo, para bisecar, únicamente con compás, el arco AB de una circunferencia de centro O , Mascheroni procede de la siguiente forma (V. dibujo): Con centros en A y B se trazan los arcos OC y OD , tomando sobre ellos respectivamente los puntos C y D tales que $OC = OD = AB$. Con centros en C y D y radio $AC = DB$ se trazan los arcos AE y BE que determinan el punto E . Nuevamente con centros en C y D , pero ahora con radio OE , se trazan dos

arcos que determinan sobre la circunferencia el punto M , punto medio del arco AB . En efecto, sean $2c$ y f la cuerda AB y su distancia al centro O . El segmento AC es la hipotenusa de un triángulo de catetos f y $3c$ ($OC + \frac{1}{2}OD$), por tanto: $AC^2 = 9c^2 + f^2 = CE^2 = 4c^2 + OE^2$; $OE^2 = 5c^2 + f^2 = CM^2 = 4c^2 + OM^2$; $OM^2 = c^2 + f^2 = r^2$, siendo r el radio, por tanto el punto M está sobre la circunferencia y por la simetría de la figura será el punto medio de AB .



La llamada constante de Euler o de Mascheroni apareció en los estudios de la serie logarítmica, en conexión con las series armónicas, llegando a que la diferencia $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{m} - \log(m+1)$ tiende, para $m = \infty$, a una constante, la “constante de Euler o de Mascheroni”, que se designa normalmente con C y que se conoce con numerosos decimales, los primeros de los cuales son $0.57721566\dots$ (Mascheroni la calculó con 32 cifras decimales). Euler dio también una expresión de esta constante en la que intervienen los números de Bernoulli.

Maschke, Heinrich (1853-1908). Matemático alemán. Nació en Breslau (hoy, Wroclaw, Polonia). Estudió en Heidelberg y Berlín. Fue alumno de Félix Klein. Emigrado a Estados Unidos, fue profesor en la Universidad de Chicago. Trabajó en la teoría de los invariantes sobre grupos finitos de sustituciones lineales, funciones hiperelípticas, ecuaciones diferenciales y geometría diferencial. Demostró por primera vez (1899) el hecho de que cualquier grupo finito de transformaciones lineales es completamente reducible.

Maseres, Francis, barón (1731-1824). Matemático inglés. Miembro del Clare College en Cambridge, y miembro también de la Royal Society. Escribió varios ensayos de matemáticas y un tratado sobre la teoría de seguros de vida. En 1759 publicó *Disertación sobre el uso del signo negativo en álgebra*, donde muestra cómo evitar los números negativos (excepto para indicar la sustracción de una cantidad mayor de una menor), y en particular las raíces negativas, mediante la cuidadosa segregación de tipos de ecuaciones cuadráticas de tal forma que aquéllas con raíces negativas son consideradas separadamente; y, por supuesto, las raíces negativas deben ser rechazadas. Dice al respecto: “... Sirven únicamente, en lo que yo puedo juzgar, para confundir toda la doctrina de ecuaciones y para volver en cosas oscuras y misteriosas las que son en su propia naturaleza excesivamente simples y ordinarias ... Se debería desear, por lo tanto, que las raíces negativas nunca hubieran sido admitidas dentro del álgebra o que fueran, de nuevo, descartadas de ella; ya que, si esto fuera hecho, hay razones de sobra para imaginar que las objeciones que muchos hombres cultos e ingeniosos ahora hacen de los cálculos algebraicos, como ser oscurecidos y confundidos con nociones casi ininteligibles, serían por consiguiente suprimidas; siendo inevitable que el álgebra o la aritmética universal es, por su propia naturaleza, una ciencia no menos simple, clara y capaz de demostración que la geometría”.

Maskelyne, Nevil (1732-1811). Astrónomo y matemático inglés. Nació en Londres. Fue ordenado ministro de la iglesia anglicana (1755). Miembro de la Royal Society de Londres (1758), fue enviado en la expedición a la isla Santa Elena (1761) para observar el tránsito de Venus. Durante el viaje realizó diversas observaciones que publicó en la *Guía de la marina británica* (1763). Fue nombrado astrónomo real (1765). Publicó el primer volumen (1766) del *Almanaque náutico*, continuando su supervisión hasta su muerte. Llevó a cabo un experimento para medir la densidad de la Tierra. Realizó medidas de tiempo con una aproximación de décimas de segundo. Obtuvo unas fórmulas de aproximación que publicó en las tablas de logaritmos de Michael Taylor (1792).

Maslama al-Mayriti (Maslama el Madrileño) (950-1008). Matemático, químico y astrónomo hispanoárabe, llamado “el madrileño”. Nació en Madrid. Formó una escuela científica en Córdoba. Fue nombrado astrólogo en la corte cordobesa. Estudió la conjunción de Saturno y Júpiter (1006).

Determinó la longitud celeste de la estrella hoy llamada Régulo. Corrigió una geometría y unas tablas astronómicas debidas a Al-Khuwarizmi, en las que aparece por primera vez la función seno. Es posible que las restantes funciones circulares que en ellas aparecen fueran introducidas por Maslama. También escribió una aritmética comercial, un tratado sobre el astrolabio, una adaptación de las tablas astronómicas de Al-Battani al tiempo y al espacio cordobés, unas notas al teorema de Menelao, una traducción del *Planisferio* de Ptolomeo y una obra de astronomía.

Mason, John (h. 1989). Pólya había propuesto, para una enseñanza adecuada de las matemáticas, entre otras cosas, un diálogo profesor-alumno por medio de listas de preguntas para problemas concretos y para cada una de las fases de la enseñanza, que han de plantearse por escrito a los alumnos. Cuando están bien planteadas, las buenas preguntas deben iluminar el camino sin llegar a definirlo del todo, cerrando otras vías. Éste es el caso de la obra de Mason, *Pensar matemáticamente* (junto con Burton y Stacey, 1989).

Massey, William Schumacher (n. 1920). Matemático estadounidense. Nació en Illinois. Estudió en la Universidad de Chicago, doctorándose por la de Princeton. Enseñó en las Universidades de Brown y Yale. Trabajó en topología algebraica. Escribió *Algunas operaciones de cohomología de orden mayor* (1958), *Introducción a la topología algebraica* (1972).

Mästlin (Möstlin, Maestlin), Michael (1550-1631). Matemático y astrónomo alemán. Nació en Goppingen. Estudió teología, matemáticas y astronomía en Tubinga, donde fue profesor de matemáticas y astronomía. Enseñó privadamente a Kepler la teoría heliocéntrica de Copérnico. Publicó un popular tratado de astronomía (1582). El primer cálculo conocido de la proporción áurea en forma decimal está incluido en una carta de Mästlin a Kepler, en la Universidad de Tubinga: 0,6180340 (el valor correcto es 0,6180339887...).

Mataix Aracil, Carlos (1880-1961). Ingeniero y matemático español. Nació en Alcoy (Alicante). Estudió en la Escuela de Ingeniería Industrial de Barcelona. Fue profesor de cálculo y mecánica racional, durante 42 años, en la Escuela de Ingenieros Industriales de Madrid. Autor de varios textos que han sido utilizados en la formación de ingenieros en España durante decenios: *Tratado de geometría analítica* (1919), *Tratado de mecánica racional* (1923), *Primeras nociones de mecánica relativista* (1923), *Análisis algebraico e infinitesimal* (1927), *Elementos de nomografía* (1928), *Fundamentos de mecánica estadística* (1930), *Álgebra práctica* (1931), *Sobre relaciones homológicas entre secciones cualesquiera de una cuádrica* (1933), *Aritmética general y mercantil* (1934), *Introducción al cálculo tensorial* (1934), *Las funciones en el análisis vectorial* (1935), *Iniciación matemática* (1939), *Cálculo vectorial intrínseco* (1941), *Cálculo integral* (1942), *Geometría intuitiva* (1944).

Mataix, Mariano (h. 1950). Matemático español. Se ha dedicado a la matemática recreativa. Ha publicado *Cajón de sastre matemático* (1978), *Divertimentos lógicos y matemáticos* (1979), *El discreto encanto de las matemáticas* (1981), *Historias de matemáticos y algunos problemas* (1986), *En busca de la solución* (1989).

Mather, John Cromwell (h. 1968). Obtuvo una primera demostración, a finales de la década de 1960, del teorema de Thom sobre la teoría matemática de catástrofes.

Mathieu, Claude-Louis (1783-1875). Astrónomo, ingeniero y matemático francés. Nació en Macon (Saône-et-Loire). Tras trabajar como ingeniero, se incorporó al Observatorio de París y a la Oficina de Longitudes (1817). Profesor de astronomía en el Collège de Francia y de análisis en la École Polytechnique (1829). Publicó durante varios años el *Anuario de la Oficina de Longitudes*. Escribió *Historia de la astronomía en el siglo XVIII* (1827).

Mathieu, Émile-Léonard (1835-1890). Matemático francés. Nació en Metz. Trabajó en teoría de grupos y en física matemática, y profundizó en las transformaciones cuadráticas. En un ensayo de 1868, trató las vibraciones de una membrana elíptica, lo que involucra la ecuación de ondas, e introdujo coordenadas cilíndricas elípticas y funciones apropiadas para estas coordenadas, ahora

llamadas funciones de Mathieu. Estas coordenadas elípticas están relacionadas con las rectangulares por las ecuaciones $x = h \cosh \zeta \cos \eta$, $y = h \sinh \zeta \sin \eta$, donde los puntos $(\pm h, 0)$ son los focos de las elipses e hipérbolas homofocales de la familia de elipses e hipérbolas en el nuevo sistema de coordenadas elípticas. Tanto Mathieu como Heine fueron los primeros en obtener expresiones en series para las soluciones de las ecuaciones diferenciales planteadas en el citado ensayo, y buscaron que una de las soluciones fuera periódica y de periodo 2π . En su *Curso de física matemática* (1873), estudió nuevos problemas usando elipsoides e introdujo funciones nuevas. También publicó *Dinámica analítica* (1878).

Matijasevich, Yuri Vladimirovich (n. 1947). Matemático soviético. Nació en Leningrado. Estudió matemáticas y mecánica en la Universidad de Leningrado (1964-1969). Se doctoró (1970) en el Instituto Steklov de Matemáticas. Investigó en el LOMI (Laboratorio de Lógica Matemática), siendo su jefe a partir de 1980. Profesor de ingeniería de software (1995), y luego de álgebra y teoría de números, en la Universidad de San Petersburgo. En relación con el problema décimo de Hilbert (1900), Matijasevich, haciendo uso de los trabajos de Martin Davis, Hilary Putman y Julia Robinson sobre el tema, dio con una relación del tipo de las hipótesis planteadas por Julia Robinson utilizando los términos de la sucesión de Fibonacci, demostrando (1970) que no puede existir un algoritmo general que pueda decidir sobre la solubilidad de las ecuaciones diofánticas.

Maupertuis, Pierre-Louis Moreau de (1698-1759). Matemático y filósofo francés. Nació en Saint-Malo. Miembro de la Académie des Sciences (1731), al año siguiente introdujo en Francia la doctrina gravitacional de Newton. Viajó junto con Clairaut, al círculo polar ártico (1736) para medir la longitud de un arco de meridiano (V. Cassini, Jacques). Miembro de la Academia de Ciencias de Berlín (1741) y su presidente (1745-1753). Estudió las singularidades de orden superior de las curvas de cuarto orden (1729). Enunció por primera vez (1744) el primer principio variacional, llamado principio de la acción mínima. Mientras trabajaba en la teoría de la luz en 1744, escribió *Acuerdo de las diferentes leyes de la naturaleza que hasta ahora parecían incompatibles*, donde expuso dicho principio. Había empezado por el estudio del principio de tiempo mínimo de Fermat, pero pensó que no siempre era correcto tal principio, pasando al concepto de acción, que según definió es la integral del producto de la masa, velocidad y distancia recorrida. Cualesquiera cambios en la naturaleza son tales que hacen la acción mínima. Maupertuis fue algo vago, ya que fracasó en especificar el intervalo de tiempo sobre el que dicho producto debía ser tomado y porque asignaba un significado distinto a la acción en cada una de las aplicaciones que hacía a la óptica y en algunos problemas de mecánica. Maupertuis tenía algunos ejemplos en los que basar su principio, pero también lo defendió por razones teológicas. Las leyes del comportamiento de la materia tenían que poseer la perfección que merecía la creación de Dios; y el principio de acción mínima parecía satisfacer este criterio porque mostraba que la naturaleza era económica. Maupertuis proclamó que su principio, incuestionable, era una ley universal de la naturaleza y la primera prueba científica de la existencia de Dios. Maupertuis contó con el apoyo de Euler en esta cuestión. Escribió *Ensayo de cosmología* (1750), *Examen filosófico de la prueba de la existencia de Dios* (1756).

Maurolico, Francesco (conocido por Francesco da Messina) (1494-1575). Matemático y erudito italiano de origen griego. Clérigo, vivió en Sicilia, trabajando como ingeniero para la ciudad de Mesina. Se ocupó también de óptica y de mecánica. Su vasta producción en parte se ha perdido y en parte es póstuma, por lo que en su tiempo no ejerció mayor influencia. En su *Aritmética* aparecida en 1573, aunque compuesta en 1557, expuso, aunque de forma rudimentaria, el “principio de inducción completa”, aplicándolo en la demostración de ciertas propiedades de los números poligonales y poliédricos. En el siguiente caso puede comprobarse el razonamiento de Maurolico. Sea demostrar que la suma de los primeros n números impares es el cuadrado del enésimo término. Empieza por demostrar esta propiedad general: Si a un cuadrado de orden n se le suma el impar de orden $n+1$ (es decir, el número $2n+1$), se obtiene el cuadrado de orden $n+1$. En virtud de ello, Maurolico dice que si a la unidad, que es primer cuadrado y a la vez el primer impar, se agrega el segundo impar, se obtiene el segundo cuadrado; si a este segundo cuadrado se agrega el tercer impar se obtiene el tercer cuadrado; si a este cuadrado se le suma el cuarto impar se obtiene el cuarto cuadrado y aplicando indefinidamente esa propiedad queda demostrada la proposición general. En realidad, para Maurolico,

la inducción completa no es un principio sino un método de demostración por aplicación reiterada de un mismo silogismo que, sin fundamento lógico, extiende indefinidamente.

Comentarista y traductor de obras griegas, sus comentarios a las *Cónicas* de Apolonio, lo llevaron a considerar el estudio de esas curvas deduciendo directamente sus propiedades del cono del que eran secciones, y no a la manera de Apolonio como figuras planas. Utilizó estos estudios para la construcción de relojes de sol. Estudió la determinación del centro de gravedad de los cuerpos sólidos, utilizando el método de exhaución. En un trabajo sobre trigonometría esférica aparece con toda generalidad el concepto de tangente.

Como otros matemáticos italianos de la época (Baldi, Benedetti, del Monte), aunque no aportaron contribuciones importantes en matemáticas o física, recibieron el recuerdo agradecido de Galileo cuando les llamó generosamente sus maestros.

Maxwell, James Clerk (1831-1879). Físico escocés. Nació en Edimburgo. Estudió en la Universidad de Edimburgo y en el Trinity College de Cambridge, graduándose en 1854. Profesor de filosofía natural en Aberdeen (1856) y en el King's College de Londres (1860). En 1871 fue el primer profesor Cavendish de física en Cambridge. En su *Tratado de electricidad y magnetismo* (1873), utilizó el análisis vectorial con una concepción propia, usando los cuaternios como la entidad matemática básica, o al menos, haciendo frecuentes referencias a los mismos. Conocía el trabajo de Hamilton sobre los cuaternios, y aunque supo del trabajo de Grassmann, no lo había visto. Maxwell decía que un vector requiere tres cantidades para su especificación que se interpretan como longitudes sobre los tres ejes coordenados. Este concepto de vector es la parte vectorial de los cuaternios de Hamilton. Maxwell separó la parte vectorial y la escalar del operador de Hamilton, llamando a la parte escalar, convergencia (Clifford, más tarde, llamó divergencia a la convergencia cambiada de signo), y a la parte vectorial, rotacional, tratándolas como entidades separadas. Señaló que el operador nabla repetido proporciona lo que llama operador de Laplace (hoy se indica con el símbolo Δ): $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$.

Maxwell indicó que el rotacional de un gradiente de una función escalar y la divergencia del rotacional de una función vectorial son siempre cero.

También estableció que el rotacional del rotacional de una función vectorial, es el gradiente de la divergencia de dicha función menos su laplaciano, lo que sólo es cierto en coordenadas rectangulares. Su trabajo aclaró que los vectores eran la verdadera herramienta para el pensamiento físico y no sólo un esquema abreviado de escritura, como algún matemático sostenía. De esta forma se construyó una gran parte del análisis vectorial al tratar las partes escalares y las vectoriales de los cuaternios por separado.

Elaboró la teoría del electromagnetismo (1865), que representó el triunfo más espectacular del siglo XIX, con un enorme impacto sobre la ciencia y la tecnología, y que se resume en las ecuaciones que llevan su nombre, que enunciadas en la forma vectorial adoptada posteriormente por Oliver Heaviside, son las siguientes: $\text{rot } \mathbf{H} = 1/c \partial(\epsilon\mathbf{E})/\partial t$, $\text{rot } \mathbf{E} = -1/c \partial(\mu\mathbf{H})/\partial t$, $\text{div } \epsilon\mathbf{E} = \rho$, $\text{div } \mu\mathbf{H} = 0$, en donde intervienen el campo eléctrico de intensidad \mathbf{E} , el campo magnético de intensidad \mathbf{H} , la constante dieléctrica ϵ del medio, la permeabilidad magnética μ del medio y la densidad de carga ρ . Las dos primeras ecuaciones son las principales y suman seis ecuaciones diferenciales parciales escalares. La corriente de desplazamiento es el término $\partial(\epsilon\mathbf{E})/\partial t$.

Trabajando con estas ecuaciones, Maxwell predijo que las ondas electromagnéticas viajaban a través del espacio a la velocidad de la luz, asegurando que ésta es un fenómeno electromagnético. No se conocen métodos generales para resolver ninguno de los sistemas de ecuaciones diferenciales anteriores. Sin embargo, los científicos se dieron cuenta de que en el caso de las ecuaciones diferenciales parciales, ya fueran simples ecuaciones o sistemas, las soluciones generales no son tan claramente útiles como las soluciones para problemas específicos donde las condiciones iniciales y de frontera están dadas, y el trabajo experimental también puede ayudar haciendo suposiciones simplificadas útiles.

Maxwell, al aplicar el cálculo de probabilidades a la teoría cinética de los gases, obtuvo (1859) la ley de distribución de las velocidades moleculares. Escribió *Teoría del calor* (1870).

Estudió la geometría del espacio del color, que es una geometría no euclidiana que describe en lenguaje geométrico las propiedades del conjunto de todos los colores posibles, es decir, las propiedades de las reacciones del ojo a los estímulos luminosos.

May, Kenneth O. (1915-1977). Matemático e historiador estadounidense. Se doctoró en la Universidad de California con la tesis *Sobre la teoría matemática del empleo*. En relación con las reglas de decisión para procesos de votación para la elección entre dos candidatos, las únicas que cumplen las condiciones de objetividad, anonimato y monotonía, son las basadas en la regla de la mayoría establecida por un teorema de May en su *Conjunto de condiciones independientes, necesarias y suficientes para decisión por simple mayoría* (1952). Escribió *Imposibilidad de la división en el álgebra de vectores en un espacio tridimensional* (1966). Publicó *Bibliografía y manual de investigación de la historia de las matemáticas* (1973). Fue presidente de la Comisión Internacional de Historia de las Matemáticas, creada al amparo de resoluciones adoptadas en el XIII Congreso Internacional de Historia de la Ciencia (Moscú, 1971), editora de la revista *Historia mathematica*, cuyo primer número apareció en 1974.

May, Robert McCredie (n. 1936). Científico australiano. Nació en Sydney, en cuya Universidad estudió. Ha sido profesor en las Universidades de Sydney, Harvard, Princeton, Oxford y Londres. Realizó importantes trabajos sobre la dinámica de la población de los animales, y la relación entre estabilidad y complejidad de sus comunidades. Proporcionó, en relación con el estudio dinámico de poblaciones, un modelo para estudiar la evolución de ciertas poblaciones de insectos basado en la ecuación logística $P_{n+1} = kP_n(L - P_n)$, donde P_n es la población en la generación n , L es la población máxima estimada y k es una constante que depende únicamente de la especie de los insectos estudiados. Feigenbaum analizó los resultados obtenidos con la citada ecuación, para $L=1$, $0 < x_0 < 1$, $k = 2$, obteniendo una serie que converge rápidamente a $0,5$. Para $2 < L < 3$, $k = 2$, la serie tiende también a una constante, pero tarda más en alcanzarla. Para $L > 3$, las secuencias obtenidas son inesperadas. Hasta el valor $3,42$ se alcanza una alternancia de dos números. Pero con pequeños incrementos de L , la secuencia cambia a ciclos de 4 , de 8 , 16 etc. Para $L = 3,57$ la secuencia crece sin periodicidad. Todo ello proporciona un sencillo ejemplo de la teoría del caos.

Mayer, Frédéric-Christian (1719-1789). Astrónomo y matemático austriaco. Nació en Mederitz (Moravia). Fue uno de los primeros miembros de la Academia de Ciencias de San Petersburgo. Empleó metódicamente el cálculo algebraico. Obtuvo las fórmulas usuales de la trigonometría derivándolas de las fórmulas de la suma y la diferencia de dos ángulos.

Mayer, Johann Tobias (1723-1762). Astrónomo y matemático alemán. Nació en Marbach (Württemberg). Profesor de matemáticas y economía en la Universidad de Gotinga (1751). Fue superintendente (1754) del observatorio de esta Universidad. Preparó unas tablas lunares de gran ayuda para la navegación. Publicó una obra sobre geometría práctica, en donde trata los problemas de división y equivalencia de figuras (póstuma, 1777-1783).

McGough, Nancy (h. 1990). Matemática estadounidense. Estudió matemáticas en la Universidad Evergreen en Olympia, Washington (1980) y en la Universidad de Texas en Austin (1986). Presentó la tesis *El axioma de elección*. Mantiene una página web “oficial” de la hipótesis del continuo en la que incluye cuanta información de interés se genera al respecto.

McMullen, Curtis Tracy (n. 1958). Matemático estadounidense. Estudió en Harvard. Ha enseñado en el Massachusetts Institute of Technology, y en las Universidades de Princeton, California, Berkeley y en Harvard. Galardonado con la medalla Fields 1998. Ha investigado sobre dinámica compleja y geometría hiperbólica.

Médicis, Cósimo I de (1519-1574). Gobernador de Florencia. Obtuvo el título de Gran Duque de Toscana en 1569. Creó en 1563 la Academia Florentina, que se convirtió en un centro de estudios matemáticos.

Médicis, Cósimo II de (1590-1621). Gran Duque de Toscana. Invitó a Galileo (1610) a residir en Florencia, nombrándole *Matemático principal* de su corte, le dio casa y un salario considerable, y le protegió de los jesuitas, quienes dominaban el papado y ya le habían amenazado por defender la teoría heliocéntrica de Copérnico. Agradecido por su mecenazgo, Galileo llamó a los satélites de Júpiter, que

había descubierto durante su primer año en Florencia, las estrellas Mediceas. En Florencia, Galileo tuvo la tranquilidad suficiente para proseguir sus estudios y para escribir.

Meister, Albert Ludwig Friedrich (1724-1788). Literato y matemático alemán. Nació en Weichersheim (Baden-Württemberg). Profesor de filosofía en Gotinga. Mantuvo correspondencia con Euler (1764). Extendió el concepto de área a las figuras cuyo contorno se corta a sí mismo. Publicó *De catapulta polybola commentatio* (1768), *De veterum hydraulo* (1771).

Melanchthon (nombre helenizado de Philipp Schwarzzerd) (1497-1560). Humanista y reformador alemán. Nació en Bretten (Palatinado). Estudió humanidades en la Universidad de Heidelberg (1509-1511) y en la de Tubinga (1512-1514). Profesor de griego en la Universidad de Wittenberg (1518). Fue discípulo y colaborador de Lutero, a quien tras su muerte, sustituyó como jefe del protestantismo. Fue el principal compilador de las *Confesiones* augustinas. Representó a la Reforma en la Dieta de Augsburgo (1530). Tras la batalla de Mühlberg (1547), Melanchthon rechazó aceptar los acuerdos provisionales del Interim, aunque luego transigió con algunos de ellos que no violaban la justificación por la fe, lo que le supuso graves críticas internas. Sus últimos años supusieron para él importantes controversias tanto con los evangelistas como con los católicos. Escribió (1544) el prólogo a la *Aritmética íntegra* de Stifel, indicando la utilidad de los estudios matemáticos. Publicó tres cartas (1540) en las que exponía la misma idea. Procuró que en algunas universidades como en la de Wittenberg, hubiera dos catedráticos especializados en matemáticas, siguiendo el ejemplo de Viena, aun cuando en realidad no enseñaban más que el *quadrivium* (aritmética, música, geometría y astrología o astronomía). Fundó el primer instituto (gymnasio) en Núremberg (1526), al que siguieron los de Ausbach, Hamburgo, Burghausen, Augsburgo y muchos otros. En todos ellos ocupaba un lugar muy importante el *quadrivium*, y de este modo, aunque muy lentamente, las matemáticas fueron encontrando su puesto en la educación general.

Meleagro de Gádara (h. 140/120-60 a. C.). Escritor y matemático griego. Fue el compilador de la primera *Antología Palatina* (V. esta voz) escrita en griego.

Mendelsohn, Nathan Saul (1917-2006). Matemático estadounidense. Nació en Nueva York. Vivió y trabajó en Canadá. Estudió en la Universidad de Toronto. Fue profesor en las Universidades de Ontario y Manitoba en Winnipeg. Trabajó en matemáticas discretas, incluyendo teoría de grupos y combinatoria, así como en máximos y mínimos geométricos, y en transformaciones conformes (1944).

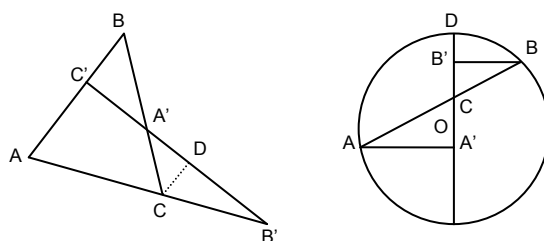
Méndez Pérez, José Manuel (n. 1949). Matemático español. Nació en Tijarafe (La Palma). Catedrático de análisis matemático en la Universidad de La Laguna. Investiga en las transformaciones integrales y los espacios de funciones generalizadas. Ha publicado *Espacios de Besov asociados a la transformación de Hankel* (2001), *Una extensión de la transformación integral de Hankel* (1990).

Mendoza y Ríos, Josef de (1761-1816). Astrónomo y matemático español. Nació en Sevilla. Fue famoso por sus obras sobre navegación y astronomía náutica, como: *Tratado de navegación* (1787), *Memoria sobre algunos métodos nuevos de calcular la longitud por las distancias lunares* (1795), *Colección de tablas para varios usos de la navegación* (1800), *Tabla de latitudes crecientes* (1793), *Memoria sobre el método de encontrar la latitud por medio de dos alturas del sol* (1791), *Memoria sobre el cálculo de la longitud en el mar por las distancias de la luna al sol y a las estrellas* (1796), *Investigaciones sobre los principales problemas de la astronomía náutica* (1797), *Tablas para corregir las alturas observadas del sol, la luna y las estrellas* (1801), *Tablas para facilitar el cálculo de la astronomía náutica* (1812).

Menecmo (h. 375-h. 325 a.C.). Matemático y astrónomo griego. Hermano de Dinostrato. Miembro de la escuela platónica. Discípulo de Eudoxo. Maestro de Alejandro el Magno. La leyenda atribuye a Menecmo la respuesta a la pregunta de su real discípulo acerca de si existía algún atajo para acceder a la geometría: “¡Oh, rey! Para viajar por el país hay caminos reales y caminos para los ciudadanos comunes, pero en la geometría hay un único camino para todos” (esta anécdota recuerda otra similar entre Euclides y Ptolomeo). Proclo dice que Anticlas de Heraclea, discípulo de Platón, y Menecmo,

discípulo de Eudoxo como miembro del círculo de Platón, y su hermano Dinostrato, perfeccionaron aún más la geometría en su conjunto. Se le ha atribuido el descubrimiento de las cónicas, abreviatura de “secciones cónicas”. Se ha conjeturado (Neugebauer) que este descubrimiento se debió al empleo de los relojes de sol, ya que la sombra del extremo de la barra vertical que servía de reloj (el *gnomon*) dibuja arcos de cónicas en el suelo durante la marcha del sol. El nombre de secciones cónicas alude a su origen, pues se obtienen como intersecciones de las generatrices de un cono circular recto con un plano que no pasa por el vértice. En un principio la distinción entre las tres clases de cónicas se dedujo de la naturaleza del ángulo formado en el vértice del cono, por dos generatrices coplanares con el eje del cono, manteniendo siempre el plano secante normal a una generatriz. Según que este ángulo fuera agudo, recto u obtuso, se obtenían tres curvas distintas que se llamaron “triada de Menecmo”. Los primeros nombres de estas curvas fueron: sección del cono acutángulo, sección del cono rectángulo, sección del cono obtusángulo (respectivamente, nuestras elipse, parábola e hipérbola). Desde el comienzo se pusieron de manifiesto sus elementos de simetría (centro, ejes, vértices) y sus propiedades más elementales, así la parábola permitía transformar en cuadrado equivalente los rectángulos de un lado fijo, la hipérbola equilátera permitía obtener todos los rectángulos equivalentes, propiedades que según referencias posteriores, habrían permitido a Menecmo dar dos soluciones distintas del problema del mesolabio con esas curvas. En efecto, de la proporcionalidad $a:x::x:y::y:b$, se obtiene: $x^2 = ay$, $y^2 = bx$, $xy = ab$, de ahí que los dos medios proporcionales x e y podían obtenerse bien mediante la intersección de dos parábolas de vértice común y ejes perpendiculares entre sí: $x^2 = ay$, $y^2 = bx$, o bien mediante la intersección de una de esas parábolas con la hipérbola equilátera de centro aquel vértice y de asíntotas aquellos ejes ($xy = ab$). En el primer caso, construyendo las dos parábolas, una de “latus rectum” a , y la otra de “latus rectum” $2a$ (es decir, $b=2a$), su segundo punto de intersección (el primero corresponde a los vértices) tiene por coordenadas $x=a \cdot 2^{1/3}$, $y=a \cdot 4^{1/3}$, luego la abscisa x es la arista del cubo buscado, cuyo volumen duplica al del cubo de arista a . En el segundo caso, parábola e hipérbola, las coordenadas de su segundo punto de intersección son $x= a \cdot 2^{1/3}$, $y=a \cdot 2^{1/3}$, luego la abscisa x es la arista del cubo buscado.

Menelao de Alejandría (h. 70-140). Astrónomo y matemático griego. Nació en Alejandría. Llevó a cabo observaciones astronómicas en Roma en el año 98. Escribió un *Tratado de las esféricas* en tres libros. En el primero expone una teoría del triángulo esférico (es la primera vez que aparece esta figura) siguiendo los trabajos de Euclides sobre triángulos planos, mostrando tanto las analogías como las diferencias entre ambas clases de triángulos. Uno de sus teoremas consiste en que dos triángulos esféricos son congruentes si tienen sus ángulos iguales dos a dos (Menelao no distingue entre triángulos esféricos congruentes y simétricos), y demuestra también que la suma de los tres ángulos de todo triángulo esférico es mayor que dos rectos. El libro segundo está dedicado a astronomía. En el tercero estudió la intersección de un triángulo esférico por un círculo máximo, utilizando las propiedades de la intersección de una transversal en un triángulo plano, que se conocen hoy como teorema de Menelao (este teorema no lo demuestra Menelao; se puede concluir que ya era conocido o tal vez que Menelao lo había probado en un escrito anterior). En realidad Menelao no considera, como actualmente, un triángulo ABC cuyos lados son cortados por una transversal $A'B'C'$, sino los segmentos AB y AB' , por cuyos extremos traza las transversales BC y $B'C'$ que se cortan en A' , y demuestra la igualdad entre la razón de un par de segmentos y el producto de las razones de otros dos pares.



Por ejemplo, trazando CD paralela a AB se tiene (figura de la izquierda): $AB':CB' = AC':CD$; $CD:C'B = A'C:A'B$, llegando a la relación: $AB'/CB' = AC'/C'B \cdot A'B/A'C$. Un teorema muy simple le permite pasar a la esfera. En un círculo de centro O (figura de la derecha) considera una cuerda AB , y en ella un punto interior C (igual resultado se obtiene si el punto es exterior), que unido con O divide

el arco AB en dos segmentos de arco AD y DB ; las perpendiculares AA' y BB' , respectivamente semicuerdas de los arcos dobles (hoy, senos), son proporcionales a los segmentos AC y CB . De ahí que si en las relaciones anteriores en lugar de segmentos se consideran arcos de círculos máximos de una esfera, se llega a la expresión: $\text{sen } AB'/\text{sen } CB' = \text{sen } AC'/\text{sen } C'B \cdot \text{sen } A'B/\text{sen } A'C$, con nuestro simbolismo. Apoyándose sobre esta “regla de las seis longitudes”, deduce algunos teoremas sobre las cuerdas de los lados de los triángulos esféricos, que se pueden considerar como fundamento de la trigonometría esférica de griegos y árabes. También en dicha obra aparece la proyectividad de las razones dobles, tal como se conoce hoy, pero sin demostración. Se deben a Menelao muchos más teoremas sobre trigonometría esférica. Escribió otros libros, como *Cuerdas en un círculo* (obra en seis libros), un tratado sobre la situación (o levantamiento) de arcos del Zodiaco y *Elementos de geometría*, hoy perdidos.

Menger, Karl (1902-1985). Matemático austriaco. Nació en Viena. Estudió en la Universidad de Viena. Enseñó en las Universidades de Amsterdam y Viena. Habiendo viajado a Estados Unidos, enseñó en la Universidad de Notre Dame (1937-1946) y en el Instituto de Tecnología de Illinois en Chicago (1946 a 1971). Dirigió las sesiones del Coloquio Matemático en la Universidad de Viena, en las que participaba Gödel. Se atribuye a Menger y a Urysohn la definición (1923) de dimensión, generalmente aceptada hoy, y cuya formulación es: El conjunto vacío tendría por definición dimensión -1 ; un conjunto M se llama n -dimensional en un punto P si n es el mínimo número para el que existen entornos de P arbitrariamente pequeños cuyas fronteras en M tengan dimensión menor que n ; el conjunto M se llama n -dimensional si su dimensión es menor o igual que n en cada uno de sus puntos, pero igual a n en un punto al menos. Se debe a Menger y a Nöbeling el teorema que afirma que todo espacio métrico compacto n -dimensional es homeomorfo a un subconjunto del espacio euclídeo $(2n + 1)$ -dimensional. Menger y Urysohn definieron una curva como un continuo unidimensional, entendiendo por continuo un conjunto de puntos cerrado y conexo (esta definición requiere que una curva abierta, como una parábola, se cierre mediante un punto en el infinito). Esta definición excluye las curvas que llenan un espacio y hace de la propiedad de ser una curva un invariante bajo homeomorfismos. Escribió *Teoría de la dimensión* (1928).

Mengoli, Pietro (1626/1627-1686). Matemático italiano. Nació en Bolonia, donde estudió. Clérigo formado bajo la influencia de Cavalieri (a quien llegó a suceder en Bolonia), de Torricelli y de Saint Vincent. Escribió *El problema de la cuadratura del círculo* (1672). Demostró la divergencia de la serie armónica (1650), calculó la suma de la serie infinita de los recíprocos de los números triangulares, y de otras series deducidas de ella. También planteó en algún modo (1659) verdaderas series logarítmicas, realizando la suma de series deducidas de la serie logarítmica. Por ejemplo, encontró que $\ln 2 = 1/1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + \dots + (-1)^{n+1}/n + \dots$. Incluía en el libro el producto infinito para π , hallado por Wallis.

Ménier, J. (1754-1799). Matemático francés. Estableció las fórmulas de la transformación de las coordenadas en el espacio. Obtuvo importantes resultados en geometría diferencial.

Menshov, Dmitri Evgenevich (1892-1988). Matemático soviético. Nació en Moscú. Estudió las series ortogonales y los desarrollos en series trigonométricas de Fourier.

Méray, Hugues Charles Robert (1835-1911). Matemático francés. Nació en Chalon-sur-Saône. Estudió en Borgoña y luego en la École Normale Supérieure. Fue profesor del liceo de Saint-Quentin (1857-1859). Se retiró durante siete años a un pequeño pueblo cerca de Chalon-sur-Saône. Luego fue profesor en la Universidad de Lyon (1866) y a partir de 1867 en la Universidad de Dijon. Se ocupó de la aritmetización de las matemáticas. En un artículo publicado en (1869), indicaba que hasta esas fechas, los matemáticos definían el límite de una sucesión como un número real y después, a su vez, definían un número real como el límite de una sucesión de números racionales. Tanto Bolzano como Cauchy habían intentado demostrar que una sucesión que “converge en sí misma”, es decir, una S_n tal que S_{m+p} difiere de S_m (para m suficientemente grande y p cualquier número natural) en menos que cualquier magnitud ε dada de antemano, también converge en el sentido de su relación “externa” con un número real S , el límite de la sucesión. Méray, en su obra *Nuevo compendio de análisis infinitesimal* (1872), donde se ocupaba de la teoría de los números reales, renunció a utilizar la

condición externa de convergencia, es decir, el número real S . Utilizando solamente el criterio de Bolzano-Cauchy, en el que m y p son números naturales y ε un número racional positivo, describió la convergencia sin referirse a los números irracionales. En un sentido general, Méray consideraba que una sucesión convergente determinaba o bien un número racional como límite o un “número ficticio” como su “límite ficticio”. Estos “números ficticios” pueden ordenarse, como demostró Méray, y son lo que se conoce como los números irracionales. Es decir, dio una definición de los irracionales mediante series convergentes de números racionales.

Mercator, Gerard (nombre por el que era conocido Gerhard Kremer) (1512-1594). Geógrafo flamenco. Nació en Rupelmonde (Flandes, hoy Bélgica). Estudió en Hertogenbosch (Holanda). En 1530 entró en la Universidad de Lovaina donde estudió humanidades y filosofía, graduándose en 1532. Estudió después matemáticas, geografía y astronomía en Lovaina, con Gemma Frisius. Ambos, junto con el grabador Gaspar Myrica, hicieron de Lovaina un importante centro de construcción de globos terrestres y celestes, mapas e instrumentos astronómicos. Durante algún tiempo estuvo en la corte de Bruselas de Carlos I de España y V de Alemania. Durante la primera mitad de su vida estuvo fuertemente influido por Ptolomeo, pero hacia 1554 abandonó sus estimaciones de la longitud del mar Mediterráneo, pasando de 62° a 53° (en realidad, es de unos 40°). Publicó (1569) un mapamundi en 18 hojas, la *Nova et aucta orbis terrae descriptio*, utilizando la proyección que hoy lleva su nombre, y que por su índole lo convierte en un precursor del cálculo infinitesimal. En ella, las líneas de latitud y de longitud son rectas. Éstas están igualmente espaciadas, mientras que el espaciado entre aquéllas se incrementa. Mercator descubrió que era posible conseguir por medio de una modificación de estas distancias determinada empíricamente (V. Wright), que se conservaran tanto las direcciones como las formas, aunque no los tamaños o dimensiones (de hecho, el mapa distorsiona mucho en los polos), de forma que el cociente entre el largo de un minuto de longitud y el de un minuto de latitud, se mantuviera correcto. Por ello en este mapa, la loxodroma se convierte en una línea recta. Como se conserva el ángulo de dos direcciones en un punto, el mapa es conforme. Mercator publicó otros muchos mapas y tablas cronológicas.

Mercator, Nicolaus Kaufmann (h. 1620-1687). Matemático danés. Nació en Holstein. Vivió durante largo tiempo en Londres, siendo uno de los primeros miembros de la Royal Society. En 1683 se trasladó a Francia, donde proyectó las fuentes de Versalles, muriendo en París. En la primera parte de su *Logarithmotechnia* (1668) trata del cálculo de los logaritmos por métodos que se derivan de los utilizados por Napier y Briggs. La segunda parte contiene varias fórmulas de aproximación para dicho cálculo, una de las cuales es la que se conoce hoy como “serie de Mercator”. Demuestra la relación entre el sector de hipérbola y los logaritmos, al dar la ecuación de la hipérbola equilátera en la forma $y=1/(1+x)$, que podía desarrollarse en serie de potencias y aplicarle la regla de Wallis. Combinada esta circunstancia con la observación de Saint Vicent, de que a abscisas en progresión geométrica corresponden sectores de hipérbola equilátera cuyas áreas están en progresión aritmética, se obtiene la expresión de la serie logarítmica: $\ln(1+x) = x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + \dots$ Mercator tomó de Mengoli el nombre de “logaritmos naturales” para los valores que se obtienen por medio de esta serie, que parece que era conocida con anterioridad por Hudde y por Newton, que no la publicaron.

Méré, Antoine Gombaud, caballero de (1610-1685). Escritor francés. Propuso a Pascal, quien a su vez los propuso a Fermat, los primeros problemas de probabilidades, que nacieron en las mesas de juego: problema de los dados y problema de las partidas. El primero consiste en demostrar que en 4 tiradas con un solo dado es más probable que salga un 6 que el caso contrario, mientras que en 24 tiradas con dos dados, es menos probable que salga un doble 6. El segundo problema consiste en averiguar cómo debía distribuirse la bolsa entre dos jugadores de igual habilidad si se suspendía el juego antes de terminarlo, conociéndose los puntos logrados por cada jugador hasta el momento de la suspensión. (V. al respecto las reseñas de Fermat y Pascal). Los problemas y sus soluciones tienen poca importancia, pero el trabajo subsiguiente de Pascal y Fermat marca el comienzo de la teoría de la probabilidad.

Merino y Melchor, Miguel (1831-1905). Matemático, astrónomo y político español. Nació en Villafranca de Montes de Oca (Burgos). Se doctoró en ciencias exactas con la tesis *Exposición*

razonada de los movimientos aparentes de las estrellas (1863). Director del Observatorio Astronómico de Madrid. Publicó varias obras científicas.

Mersenne, Marin (1588-1648). Teólogo, matemático y científico francés. Nació en Oizé (Maine). Estudió con los jesuitas en La Flèche. Fue padre franciscano, entrando en la Orden de los Mínimos (1611). Enseñó teología en el convento de los mínimos en Nevers (1614-1619). Desde 1619 vivió en París, en un convento de los mínimos. En su celda, llamada Académie Mersenne, se reunían semanalmente, desde 1630 en adelante, con Mersenne matemáticos como Etienne Pascal y su hijo Blas, Desargues, Gassendi, Roberval, Mydorge, Bachet y Fermat (Descartes se reunió con ellos en su viaje a París). Dicha Académie se convirtió en la Académie libre, y en 1666, Luis XIV distinguió a este grupo de matemáticos fundando con él la Académie Royale des Sciences. Mersenne circulaba por correspondencia entre los matemáticos, gracias a sus amplios contactos, los descubrimientos que se comentaban en las citadas reuniones o que se le informaban por carta. Se ocupó de la teoría de números (1634). Se denominan “primos de Mersenne”, los números primos de la forma $2^p - 1$, donde p es primo. Estudió la curva cicloide. Publicó *La verdad en las ciencias* (1625), *Armonía universal* (1636-1637).

Mertens, Franz (1840-1927). Matemático alemán. Nació en Sroda (Poznam, Prusia; hoy, Polonia). Trabajó en geometría algebraica en la teoría de los invariantes algebraicos. En 1887 demostró el teorema de Gordan para los sistemas binarios por un método inductivo (a cada forma binaria le corresponde un sistema completo finito de invariantes y covariantes enteros racionales). Supuso que el teorema era cierto para cualquier conjunto dado de formas binarias y después demostró que debería seguir siendo cierto cuando se aumentaba en uno el grado de una de las formas. No mostró explícitamente el conjunto finito de invariantes y covariantes independientes pero sí demostró que existía. El caso más sencillo, una forma lineal, fue el punto de partida de la inducción y tal forma tiene como covariantes solamente potencias de sí misma.

Merton, Robert King (1910-2003). Sociólogo estadounidense. Nació en Filadelfia. Se doctoró en la Universidad de Harvard (1936). Fue profesor en la Universidad de Tulane, en Nueva Orleans (1939-1941) y en la de Columbia (1941-1976). Junto con Paul Lazarsfeld investigaron en los métodos de las ciencias sociales. En 1973, Myron Scholes y Fischer Black enunciaron la teoría que lleva su nombre, que también fue desarrollada simultáneamente por Robert Merton, en relación con el comportamiento de cobertura en el mercado de capitales (V. Scholes, Myron). Merton escribió, entre otros trabajos, *Teoría y estructura social* (1949), *Teoría social y análisis funcional* (1969), *Sociología de la ciencia* (1973).

Messina, Francesco da. V. Maurolico, Francesco.

Métius, Adrien (1571-1635). Matemático, geómetra y astrónomo holandés. Nació en Alkmaar. Estudió en Leiden. Trabajó por poco tiempo con Tycho Brahe, y luego en Rostock y Jena, donde impartió algunas conferencias (1595). Fue profesor de matemáticas en la Universidad de Franeker. Se le debe el valor por exceso del número $\pi = 355/113$, cuyo error es menor que media millonésima. Este valor lo recibió de su padre Adrián Anthonisz. El hecho de que este valor fuera conocido por un chino en el siglo V, hace suponer que su origen es más antiguo, procediendo quizá de Arquímedes.

Metrodoro (finales del s. V o comienzos del siglo VI). Gramático, matemático y escritor griego. Se le atribuye la compilación de la *Antología griega* o *Antología palatina* (V. esta voz), colección de 48 epigramas con problemas de índole muy variada que hoy se incluirían en la matemática recreativa.

Metsaenkylae, T. (h. 1991). Matemático finlandés. Estudió en la Universidad de Turku, donde fue profesor, como también en la Universidad Clark. Investigó en teoría de números. Dio soluciones (2003) a determinadas ecuaciones diofánticas de Mordell. Resolvió la conjetura de Catalan. Publicó *Invariantes ciclotómicos para los primos entre 125.000 y 150.000* (1991), *Computación de los ceros en funciones p -adic L* (1992), *Primos irregulares e invariantes ciclotómicos hasta cuatro millones* (1993), *Otro antiguo problema diofántico resuelto* (2003).

Metzler, William Henry (1863-1943). Matemático canadiense. Nació en Odessa (Ontario). Estudió en la Universidad de Toronto, graduándose en 1888. Se doctoró por la Universidad Clark en Worcester, Massachusetts (1892). Enseñó en la Universidad Syracuse de Nueva York hasta 1923, y en la de Albany (Nueva York) hasta 1933. En 1891 demostró las afirmaciones de Taber, que había enunciado (1890) como evidente que, si $x^n - m_1x^{n-1} + m_2x^{n-2} - \dots \pm mn = 0$ es la ecuación característica de cualquier matriz cuadrada M , entonces el determinante M es mn , y si se entiende por menor principal de una matriz el determinante de un menor cuya diagonal es parte de la diagonal principal de M , entonces m_i es la suma de los i menores principales. En particular, entonces, m_1 , que es también la suma de las raíces características, es la suma de los elementos de la diagonal principal. Esta suma se llama traza de la matriz. Publicó varios trabajos sobre matrices y determinantes.

Meurs, Juan de. V. Juan de Meurs.

Meusnier de la Place, Jean Baptiste Marie Charles (1754-1793). Matemático y general francés. Alumno de Monge. Estudió la curvatura de secciones de superficies, deduciendo el teorema que lleva su nombre, que dice que el centro de curvatura en un punto de una curva situada en una superficie, es la proyección ortogonal sobre el plano osculador, del centro de curvatura de la correspondiente sección normal. Sigue en este teorema el resultado que si se considera la familia de planos a lo largo de la misma tangente a una superficie, los centros de curvatura de las secciones determinadas por esos planos están en un círculo situado en un plano perpendicular a la tangente y cuyo diámetro es el radio de curvatura de la sección normal. A continuación, prueba que las únicas superficies para las que las dos curvaturas principales son iguales en todo punto son los planos y las esferas. Estableciendo condiciones que debían cumplir los dos radios de curvatura principal de un punto de una superficie, dedujo las ecuaciones en derivadas parciales de las superficies mínimas y de las desarrollables. Refiriéndose a la ecuación diferencial de Lagrange $(1 + q^2)r - 2pqs + (1 + p^2)t = 0$ (aunque Lagrange no la dio precisamente en esta forma), Meusnier señaló en un ensayo de 1785, que dicha ecuación diferencial parcial expresa el hecho que sobre cualquier punto de la superficie minimizante los radios principales de curvatura son iguales y opuestos, o que la curvatura media, esto es, el promedio de las curvaturas principales, es cero. Trabajó en hidrostática y en química con Lavoisier. Diseñó un gasómetro y presentó un proyecto incompleto de dirigible (1784) poco después de que los hermanos Montgolfier presentaran su globo aerostático.

Meyer, Yves (n. 1939). Matemático francés. Profesor en la École Normale Supérieure de Cachan. Formalizó la teoría de ondículas. Construyó una familia de ondículas regulares. Al estar definidas en todo recinto, el ideal de su localización quedó incompleto. (V. Mallat).

Mieli, Aldo (1879-1950). Historiador y científico italiano. Publicó *La ciencia árabe y su papel en la evolución científica mundial* (1939).

Mihailescu, Preda V. (n. 1955). Matemático rumano. Nació en Bucarest. Estudió en Zurich, donde se doctoró (1997) con la tesis *Ciclotomía de los anillos y las pruebas de primalidad*. Trabajó en la Universidad de Paderborn (Alemania) y es profesor en la Universidad de Gotinga (2005). Resolvió la conjetura de Catalan (2002).

Mikami, Yoshio (1875-1950). Historiador y matemático japonés. Publicó *El desarrollo de las matemáticas en China y Japón* (1913), y junto con David Eugene Smith, *Historia de la matemática japonesa* (1914).

Milankovitch, Milutin (1879-1958). Astrónomo yugoslavo. Fue el primero en completar una teoría climática de las glaciaciones del Pleistoceno, calculando los elementos orbitales y los subsiguientes cambios en la insolación y el clima.

Milin, Isaak Moiseevich (1919-1992). Matemático soviético. Profesor en la Universidad de Leningrado. Con relación a la conjetura de Bieberbach o teorema de Branges (V. esta reseña), Milin,

empleando una idea de M. S. Robertson, dio un paso importante (1971) hacia su demostración. Publicó *Funciones univalentes y sistemas ortonormales* (1971).

Millás Vallicrosa, José María (1897-1970). Historiador y científico español. Publicó *Estudios sobre historia de la ciencia española* (1949) y *Nuevos estudios sobre historia de la ciencia española* (1960).

Miller, George Abram (1863-1951). Matemático estadounidense. Nació en Lynnville (Lehigh, Pensilvania). Fue uno de los primeros investigadores en la teoría de grupos; hoy en día prácticamente estos trabajos sólo tienen interés histórico. Dedekind y Miller estudiaron (1897-1898) los grupos no abelianos en que todo subgrupo es normal (o invariante). Introdujeron el concepto de conmutador y subgrupo conmutador: Si s y t son elementos de un grupo G , al elemento $s^{-1}t^{-1}st$ se le llama conmutador de s y t . Ambos utilizaron este concepto en sus teoremas, como por ejemplo, el conjunto de todos los conmutadores de los pares ordenados de elementos de un grupo G generan un subgrupo invariante de G .

Milnor, John Willard (n. 1931). Matemático estadounidense. Profesor en la Universidad de Princeton. Galardonado con la medalla Fields 1962. Trabajó en topología diferencial y sistemas dinámicos. Demostró en 1958, simultáneamente con Kervaire, utilizando un resultado de Raoul Bott (1923), que las únicas álgebras posibles con división con coeficientes reales, si no se suponen las propiedades asociativa y conmutativa de la multiplicación, son los números reales, los complejos, los cuaternios y los números de Cayley. La *conjetura principal* de Poincaré afirma que si T_1 y T_2 son subdivisiones simpliciales de una misma 3-variedad, entonces T_1 y T_2 tienen subdivisiones isomorfas. Milnor la demostró (1961) para complejos simpliciales finitos (que son más generales que las variedades) de dimensión menor que 3, que es falsa para los de dimensión mayor que 5, y es correcta para variedades de dimensión menor o igual que 3 y está abierta para variedades de dimensión igual o mayor que 4.

Minding, Ernst Ferdinand Adolf (1806-1885). Matemático ruso. Aplicó los desarrollos en serie de Newton para la obtención de una regla para determinar el grado de una resultante de un sistema de ecuaciones en todos los casos en que son dos las variables. En 1841 dio el método de Bezout de eliminación para dos ecuaciones, sin mencionar a Bezout (pudo suceder que el trabajo de Bezout no le fuera conocido). Estudió la curvatura de las superficies, su deformación y proyección sobre otras superficies. Demostró que las curvas de longitud mínima en una superficie deben tener curvatura geodésica constante, valiéndose para ello del cálculo de variaciones. Demostró también todos los teoremas de Steiner. Encontró por primera vez (1839) superficies de revolución de curvatura negativa constante (sin llegar a relacionarlas con la geometría hiperbólica), como es el caso de la superficie de revolución generada por la tratriz (a esta superficie se le llama pseudoesfera), de la que estudió su geometría intrínseca. Demostró también (1839) que dos superficies cualesquiera con la misma curvatura constante, son aplicables isométricamente la una sobre la otra. Dio la forma de la ecuación de las superficies de revolución de curvatura no constante, aplicables una sobre otra.

Minkowski, Hermann (1864-1909). Matemático alemán. Nació en Alexotas (Rusia, hoy Kaunas, Lituania). Sus padres, alemanes, regresaron a Alemania en 1872, donde vivieron en Königsberg (Prusia, hoy, Kaliningrado, Rusia). Estudió en la Universidad de Königsberg, donde coincidió con Hilbert, doctorándose en 1885. Fue profesor en la Universidad de Bonn (1885-1894), en la de Königsberg (1894-1896) y en la Escuela Politécnica de Zúrich (1896-1902), hasta que se creó una cátedra para él en la Universidad de Gotinga (1902-1909). Investigó en la teoría de los cuerpos convexos. Estudió el problema de los retículos regulares que está estrechamente conectado con la cristalografía geométrica y con la teoría de números, en particular con la teoría aritmética de formas cuadráticas, es decir, la teoría de formas cuadráticas con coeficientes enteros y variables enteras. Publicó *Geometría de los números* (1896), obra que inició una nueva dirección en los estudios de teoría de números, llamada teoría geométrica de números. Escribió *Espacio y tiempo* (1907). Su geometría del espacio y el tiempo fue utilizada por Einstein en su teoría restringida de la relatividad.

Minorsky, Nicholas (1885-1970). Marino y matemático soviético. Fue oficial de la marina zarista. Llevó a cabo estudios sobre los métodos del dominio temporal y las teorías de control óptimo, con aplicación primero a la navegación y al manejo automático de los buques (1922), y posteriormente a la cibernética con los nuevos requerimientos planteados por la industria espacial.

Mirimanoff, Dmitry Semionovitch (1861-1945). Matemático suizo, de origen ruso. Profesor de la Universidad de Ginebra. Perfeccionó los métodos de Kummer (1905), llegando a demostrar el gran teorema de Fermat para todo n hasta 256, si x , y , z son primos. En relación con los axiomas de Zermelo y las paradojas de Russell, el axioma de fundación elaboraba una idea de Mirimanov, quien en 1917, señalaba cómo en los “conjuntos normales” no existen cadenas de pertenencia descendentes infinitas: si se postula que todos los conjuntos son “normales”, ninguno puede pertenecer a sí mismo. A la luz del axioma de fundación, la antinomia de Russell se contrae hasta reducirse a una simple banalidad.

Mittag-Leffler, Magnus Gösta (1846-1927). Matemático sueco. Nació en Estocolmo. Profesor de matemáticas en las Universidades de Uppsala (1872), Helsinki (1877) y Estocolmo (1881). Discípulo de Weierstrass. Trabajó sobre la teoría analítica de las funciones de variable compleja. En un ensayo de 1877 extendió el teorema de Weierstrass sobre funciones meromorfas: Una función meromorfa en una región arbitraria puede expresarse como cociente de dos funciones, ambas analíticas en la región (el numerador y el denominador no se anulan en el mismo lugar en la región). Fundó el periódico *Acta mathematica* (1882), que dirigió hasta su muerte, y el Instituto Matemático de Estocolmo (1916).

Mlodzeievski, B. K. (1858-1923). Matemático ruso. Investigó sobre la teoría de superficies y sus flexiones, deduciendo la ecuación general de flexión, ecuación en derivadas parciales de segundo orden que expresa las coordenadas de los puntos de la superficie. Publicó *Determinación de las órbitas de estrellas dobles* (1890), *Condiciones de la existencia de movimientos asintóticos periódicos en el problema de Hess* (con Nekrassoff, 1893).

Möbius, August Ferdinand (1790-1868). Matemático y astrónomo alemán. Nació en Schulpforta (Sajonia). Fue profesor de astronomía en la Universidad de Leipzig (1815) y, más tarde, director de su observatorio astronómico, que se construyó (1818-1821) bajo la supervisión de Möbius. Fue ayudante de Gauss. Estudió la geometría vinculada con la mecánica y con las coordenadas. Introdujo una serie de conceptos vitales para la geometría proyectiva. En su obra *Cálculo baricéntrico* (1827) desarrolló nuevos métodos para la geometría proyectiva, aplicándolos para estudiar por primera vez la naturaleza de las cónicas de un haz. Fue el primero en introducir en la geometría analítica el concepto de elementos del infinito, mediante el empleo de sus coordenadas baricéntricas, precursoras de las coordenadas homogéneas. En esta obra introdujo los signos para los segmentos, triángulos y tetraedros. Enunció el principio de dualidad polo-polar. Mostró cómo se podían establecer correspondencias biunívocas entre los puntos de dos planos o de dos espacios homónimos, correspondencia a la que llamó “colineación” por el hecho que en esa correspondencia a puntos alineados correspondían también puntos alineados, mientras que llamó correlaciones a otras correspondencias de carácter recíproco, en las que a puntos correspondían rectas y recíprocamente. Dichas colineaciones y correlaciones integraron más tarde las transformaciones proyectivas. Dedujo teoremas que permitían clasificar las figuras según sus correspondencias geométricas (colineación, correlación, semejanza). Distinguió los tipos de transformaciones de un plano o espacio en otro: si las figuras correspondientes son iguales, la transformación es una congruencia, y si son semejantes, la transformación es una semejanza. La transformación que preserva el paralelismo, pero no la longitud o la forma, se llama afin (nombre dado por Euler). Demostró que cada colineación es una transformación proyectiva, esto es, que resulta de una sucesión de perspectivas. Estudió las actuales transformaciones por radios recíprocos, que denominó “afinidades circulares”. También, como Plücker, dio al principio de dualidad su forma más general. Representó la colineación entre dos planos en forma de transformación lineal en coordenadas baricéntricas. Estudió la representación paramétrica de las rectas en coordenadas baricéntricas en el plano. Demostró mediante su cálculo baricéntrico, que dadas tres generatrices de un sistema de una cuádriga, se obtienen todas las

generatrices del segundo sistema. Consideró, como Steiner y Plücker, a la polaridad recíproca respecto de una cuádriga como caso particular de la correlación definida por cinco elementos en el espacio. En sus trabajos aparece por primera vez de un modo completo, la interpretación fundamental de la razón doble, demostrando su invariancia en las transformaciones proyectivas, es decir, demostró que la razón doble de cuatro rectas de un haz es posible expresarla en términos de los senos de los ángulos en el vértice, de ahí que la razón doble quede inalterada por proyección o sección. Se le debe la llamada “red de Möbius”, más tarde extendida al plano y al espacio, la cual, sobre la recta y a partir de tres puntos, construía ordenadamente otros puntos mediante sucesivas determinaciones de cuartos armónicos, obteniendo no todos los puntos de la recta como creyó Möbius, pero sí un conjunto denso numerable. Aplicó el principio de dualidad al sistema nulo, en el que a cada punto del espacio le corresponde un plano que pasa por él y recíprocamente. Investigó algunos casos particulares de determinantes en los que se da el producto de sus elementos (1832). Trabajó en los números complejos tridimensionales. En el problema de inscripción de Castillon, sustituyó el círculo por una cónica cualquiera. Desarrolló sistemáticamente la extensión del concepto superficie a las figuras cuyo contorno se corta a sí mismo, iniciado por Meister. Estudió las cúbicas alabeadas, clasificándolas desde el punto de vista proyectivo, representándolas en coordenadas tetraédricas por medio de una función entera y homogénea de un parámetro, y engendrándolas como parte de la intersección de dos conos de segundo orden con una generatriz común. Los tetraedros de Möbius están al mismo tiempo inscritos y circunscritos unos respecto de otros y están formados por cuatro puntos de una cúbica alabeada y los cuatro planos osculadores correspondientes. Señaló que las figuras geométricas que no podían superponerse en tres dimensiones al ser cada una de ellas imagen especular de la otra, sí podrían superponerse en cuatro dimensiones, añadiendo: “Sin embargo, como tal espacio no puede ser pensado, la superposición es imposible”.

Möbius fue el primero que formuló correctamente el carácter de las investigaciones topológicas. Tras haber clasificado diversos tipos de propiedades geométricas, proyectivas, afines, semejanzas y congruencias, se propuso en su obra *Teoría de las relaciones elementales* (1863), estudiar la relación existente entre dos figuras cuyos puntos están en una correspondencia biunívoca tal que puntos próximos corresponden a puntos próximos. Comenzó estudiando la geometría afin de los poliedros, indicando que pueden considerarse como un conjunto de polígonos bidimensionales que, triangulados, convertirían al poliedro en un conjunto de triángulos. De ahí pasó a demostrar que algunas superficies podían cortarse y desarrollarse como polígonos, identificando adecuadamente ciertos lados. Introdujo (1840) el problema de los cuatro colores que consiste en demostrar que cualquier mapa plano, compuesto de un número finito de regiones de forma cualquiera, se puede colorear con sólo cuatro colores distintos, de tal manera que no existan dos regiones con frontera común pintadas con el mismo color (V. Appel). En 1858 Möbius y Listing descubrieron independientemente las superficies de una sola cara, de las que el “anillo o cinta de Möbius”, es la más conocida. Se construye de la siguiente manera: Sea un rectángulo de vértices opuestos A y C , B y D , y de lado AD suficientemente largo respecto de AB . Si se hacen coincidir los lados opuestos AB y CD de manera que cada vértice coincida con el opuesto, se obtiene una superficie “de una sola cara” en la que mediante una línea, se puede pasar sobre esta nueva superficie y sin atravesar el contorno, de un punto M a un punto N situados inicialmente en caras opuestas del rectángulo. El hecho de tener una sola cara puede caracterizarse utilizando un vector perpendicular a la superficie: si al desplazarse arbitrariamente sobre ésta, manteniéndose siempre perpendicular a ella, conserva el mismo sentido cuando vuelve a su posición inicial, entonces se dice que la superficie tiene dos caras, y si el sentido se invierte, que tiene una sola cara, que es el caso de la banda de Möbius. Möbius escribió también, *Sobre el cálculo de las ocultaciones de los planetas* (1815), *Principios de astronomía* (1836), *Elementos de mecánica celeste* (1843), *Manual de estática* (1837).

Moerbecke, Guillermo de. V. Guillermo de Moerbecke.

Mohr, Georg (1640-1697). Matemático danés. Nació en Copenhague. Publicó *Euclides danicus* (1672) donde demostró que las construcciones geométricas que podían hacerse con una regla y un compás podían realizarse con sólo un compás (se considera como dada una recta si se conocen dos puntos de ella, que por supuesto no se puede dibujar sin una regla, pero se pueden construir los puntos de intersección de la recta con una circunferencia; y dados dos pares de puntos se puede construir el

punto de intersección de las dos rectas determinadas por los dos pares de puntos), pero esta obra no se difundió hasta 1928 (un matemático que curioseaba en una librería de viejo en Copenhague, encontró accidentalmente una copia de este libro que estaba completamente perdido). En su *Compendium Euclidis curiosi* (1673) resolvió todas las construcciones euclídeas con una regla y un compás de apertura fija. Mohr se adelantó en 125 años a Mascheroni, quien redescubrió estos resultados.

Moivre, Abraham de (1667-1754). Matemático inglés, de origen francés. Nació en Vitry-le-François (Marne, Francia). Estudió matemáticas en Saumur y París. Era hugonote, así que poco después de la revocación del Edicto de Nantes por Luis XIV (1685), su familia se trasladó a Londres, donde hizo amistad con Newton y con Halley, dedicándose a dar clases particulares de matemáticas para cubrir sus necesidades. En 1697 fue elegido miembro de la Royal Society, debido en gran medida a un artículo suyo publicado en las *Actas filosóficas* (1697-1798) sobre el “infinitonómico” (polinomio infinito o serie de potencias) incluyendo el proceso de cálculo de sus raíces. Poco después fue elegido miembro de las Academias de París y Berlín. A pesar de las largas horas de clase para ganarse la vida, llevó a cabo una considerable labor de investigación. Se ocupó en especial de probabilidades y, por tanto, de los temas vinculados con los números combinatorios, suma de las potencias de los números naturales, etc. Publicó en *Actas filosóficas* (1711) una extensa memoria sobre las leyes del azar, que amplió en su libro *Doctrina de las probabilidades* (1718). Ambas obras contenían numerosas cuestiones sobre dados, el problema de los puntos, extracción de bolas de distintos colores de una bolsa y otros juegos, en total más de cincuenta problemas sobre probabilidades, así como cuestiones relativas a anualidades de vida. El problema de los puntos es una generalización de un problema formulado por Huygens, y que se suele conocer con toda justicia como problema de Moivre, consistente en hallar la probabilidad de obtener un número de puntos dado al lanzar n dados que tienen cada uno m caras. Se suele atribuir a Moivre el principio recogido en *Doctrina de las probabilidades*, de que la probabilidad de un suceso compuesto es el producto de las probabilidades de los sucesos componentes (este principio aparece en obras anteriores). En *Miscelánea analítica* (1730) se incluyen otros resultados sobre probabilidades, así como la aproximación $n! \approx n^n e^{-n} (2\pi n)^{1/2}$, que suele conocerse como fórmula de Stirling, aunque Moivre la conocía con anterioridad. También se incluye una serie llamada de Stirling, que relaciona el $\ln n!$ con los números de Bernoulli. En esta obra aparece la fórmula que lleva su nombre para la potenciación de los números complejos, consistente en que: $(\cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi)^n = \cos n\varphi + i \operatorname{sen} n\varphi$, que fue escrita en esta forma por primera vez por Euler. Moivre dio esta fórmula con la siguiente expresión: $q = \frac{1}{2} [p + (p^2 - 1)^{1/2}]^{1/n} + \frac{1}{2} [p + (p^2 - 1)^{1/2}]^{-1/n}$, donde $p = \cos A$, $q = \cos B$, $A = nB$, aunque Moivre no la demostró. También expuso en esta obra que por medio del paso de cantidades reales a imaginarias, se podían reducir los problemas de la hipérbola equilátera a los correspondientes del círculo. Con anterioridad, Moivre en una nota de 1722, que utiliza un resultado ya publicado en 1707, afirma que se puede obtener una relación entre x y t , que representan los senoversos de dos arcos ($\operatorname{senver} \alpha = 1 - \cos \alpha$) que están en una razón de 1 a n , eliminando z de las dos ecuaciones: $1 - 2z^n + z^{2n} = -2z^n t$, $1 - 2z + z^2 = -2zx$. En este resultado está implícita la fórmula de Moivre, ya que si se hace el cambio $x = 1 - \cos \Phi$, $t = 1 - \cos n\Phi$, se obtiene: $(\cos \Phi \pm (-1)^{1/2} \operatorname{sen} \Phi)^n = \cos n\Phi \pm (-1)^{1/2} \operatorname{sen} n\Phi$. Para Moivre, n era un entero positivo; en realidad él nunca escribió este último resultado explícitamente; fue Euler quien, como se ha dicho antes, dio la formulación final y quien la generalizó para todo número real n . Con relación al problema de hallar la solución de la ecuación de grado n -ésimo, y en el caso especial $x^n - 1 = 0$, llamado ecuación binomial, tanto Cotes como Moivre mostraron, usando números complejos, que la solución de este problema se reduce a la división de la circunferencia en n partes iguales. En *Aproximación a la suma de los términos del binomio desarrollado* (1733) aparece por primera vez la fórmula de las probabilidades: $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \pi^{1/2}/2$, y expuso la curva de distribución de errores, luego llamada curva de la campana o de Gauss. En *Anualidades vitalicias* incluyó diversos problemas actuariales, y en donde adopta la llamada “hipótesis de Moivre de los decrementos iguales”, que afirma que las anualidades se pueden calcular suponiendo que el número de personas de un grupo dado que mueren es el mismo cada año. Sus investigaciones en estos campos le llevaron a descubrir las series recurrentes, en las que los coeficientes se determinan mediante una ley lineal fija de los coeficientes anteriores.

Molien, Theodor (Fedor Eduardovich Molin) (1861-1941). Matemático alemán. Nació en Riga (Rusia; hoy, Letonia). Estudió en la Universidad de Tartu y Leipzig. Fue profesor de la Universidad de

Tartu y en Tomsk (Siberia), donde vivió 41 años. Como Frobenius, Burnside y Schur, generalizó el estudio de representaciones de todos los grupos finitos, estudio iniciado por Jordan para la representación de grupos de sustituciones por transformaciones lineales de la forma $x_i' = \sum_j a_{ij}x_j$, para $i = 1, 2, \dots, n$. Demostró que toda álgebra asociativa simple (es decir, que no contiene más ideales biláteros que el ideal cero y el álgebra completa) de rango 2 o más de 2 sobre el cuerpo de los números complejos es isomorfa al álgebra de todas las matrices de un orden conveniente sobre este cuerpo. Para sus resultados sobre la estructura de las álgebras sobre un cuerpo arbitrario, V. Wedderburn.

Molin, Fedor Eduardovich. V. Molien, Theodor.

Molina Cano, Juan Alfonso (s.XVI). Militar y matemático autodidacto español. Nació en Extremadura. Al amparo de la Academia de Matemáticas de Madrid y de la Casa de Contratación de Sevilla, ambas creadas por Felipe II, surgieron en medio del apogeo algebraico, algunos geómetras que siguieron la corriente geométrica europea, como es el caso de Molina. La duplicación del cubo, la cuadratura del círculo, la rectitud del ángulo del semicírculo, el ser línea recta y curva entre sí iguales... y desde dónde comienza a convertirse la curva en recta, son según Molina, el objeto de los *Descubrimientos geométricos de Juan Alfonso Molina Cano*. Estos descubrimientos son de dos clases (son comentarios de Rey Pastor), unos, como construir terceras o medias proporcionales, dividir un segmento en partes iguales, etc., son problemas resueltos desde la más remota antigüedad. Menos mala sería la obra si no contuviera más que esto, pero desgraciadamente tiene muchos otros, a cual más desatinados... Imaginemos una circunferencia y que la dividimos en 100 partes iguales. Cada una de estas partes, según Molina, es rectilínea... Y nos anuncia que ha averiguado dónde comienza a convertirse la curva en recta... Y no contento con destrozarse de tal modo la Geometría, todavía se siente con bríos para acometer a Euclides, al cual no deja hueso sano... (y así continúa Rey Pastor glosando la obra de Molina).

Möllinger, Otto (1814-1886). Matemático y astrónomo alemán. Nació en Speyer (Renania-Palatinado). Fue profesor de matemáticas y astronomía en la Academia de Solothurn (Suiza) Extendió la axonometría ortogonal a la proyección isométrica en dos de sus ejes (1844). Publicó un atlas del cielo (1805).

Mollweide, Karl Brandan (1774-1825). Matemático y astrónomo alemán. Nació en Wolfenbüttel (Baja Sajonia). Estudió en la Universidad de Helmstedt. Enseñó matemáticas y astronomía en la Universidad de Halle. Publicó procedimientos para el análisis de distintos casos particulares de ecuaciones de segundo grado (1810). Descubrió de forma independiente, las analogías que llevan el nombre de Delambre. Publicó las fórmulas de trigonometría plana que llevan su nombre, aunque una de ellas se debe a Newton (1808).

Moneo, Rafael (n. 1937). Arquitecto español. Nació en Tudela (Navarra). Estudió arquitectura en Madrid. Enseñó en Madrid, Nueva York, Princeton, Harvard y Lausana. Entre sus obras destaca la construcción de auditorios en los que es básica la audición. Para su estudio, así como para el diseño de la calefacción, el aire acondicionado, la visibilidad, etc., se utilizan grafos, fórmulas, programas de cálculo, etc.

Monge, Gaspard, conde de Péluse (1746-1818). Matemático francés. Nació en Beaume (Côte-d'Or, Borgoña). Hijo de un tendero pobre. Por medio de las influencias de un teniente coronel que había quedado impresionado por la inteligencia del muchacho, Monge pudo seguir algunos cursos en la Ecole Militaire de Mézières, donde fue discípulo de Bézout, pasando pronto a formar parte del equipo de profesores (1766-1784). Fue un gran maestro, de forma que un numeroso grupo de discípulos continuó su obra (Meusnier, Lacroix, Dupin, Brianchon, Carnot, Poncelet, Gergonne, Servois, Biot, etc.). Monge tuvo dos hermanos que también fueron profesores de matemáticas. Miembro de la Académie des Sciences (1780). Monge había contribuido con numerosos artículos matemáticos a las *Mémoires de la Académie des Sciences* y, al suceder a Bézout como examinador de la Escuela de la Marina (1783), la dirección de ésta le insistió para que escribiera un curso de matemáticas para uso de los candidatos a ingresar en dicha escuela, como había hecho Bézout. Monge estaba más interesado en la enseñanza y en la investigación que en escribir libros de texto, por lo que sólo llegó a completar un

volumen de su *Tratado elemental de estática* (1788). Participó junto con Lavoisier en experimentos, en especial los relativos a la composición del agua, que condujeron a la llamada revolución química de 1789. De hecho su fama como físico y como químico era probablemente mayor que como matemático, pues su obra más importante, la *Geometría descriptiva*, no había sido publicada porque sus superiores consideraron que era necesario mantenerla reservada confidencialmente en interés de la defensa nacional. Formó parte del *Comité de Pesos y Medidas*, que definió el sistema métrico decimal. Durante la Revolución francesa, fue miembro importante del Club Jacobino, formó parte del Comité de Salud Pública, llegando a ser nombrado ministro de Marina (1792-1793), recayendo sobre él la tarea de firmar el documento oficial relativo al juicio y ejecución del rey Luis XVI. No habiendo podido mejorar la flota francesa, al cabo de un año pidió ser sustituido, aunque siguió en tareas gubernamentales, como conseguir cubrir las necesidades de pólvora del arsenal revolucionario. A instancias del Comité de Salud Pública publicó una *Descripción del arte de fabricar cañones*. Fue esencial su papel en la creación de la *École Polytechnique* (1795), de la que fue administrador y profesor. Para dar una idea del nivel de las lecciones que impartía sobre geometría descriptiva (inicialmente llamada “estereotomía”), valgan los enunciados de dos de los problemas planteados a sus alumnos: 1) Determinar la curva intersección de dos superficies, estando cada una de ellas engendrada por una recta que se mueve apoyándose en tres rectas que se cruzan en el espacio. 2) Determinar un punto en el espacio equidistante de cuatro rectas. También en dicha escuela dio un curso de aplicaciones del análisis a la geometría, viéndose obligado Monge a escribir y publicar sus *Hojas de análisis* para uso de sus alumnos. Fue también profesor de la *École Normale*, donde las lecciones que impartió fueron reunidas en su *Geometría descriptiva*.

Monge quedó tan fascinado ante la personalidad de Napoleón que lo siguió en lo bueno y en lo malo, siendo tal su devoción que caía literalmente enfermo cada vez que Napoleón perdía una batalla. Acompañó a Napoleón en las campañas de Italia y de Egipto, siendo encargado de la delicada tarea de seleccionar qué obras de arte se llevarían a París como botín de guerra. Napoleón le nombró conde del imperio. Tras la restauración de la monarquía, Monge fue desterrado y despojado de todos los honores, incluidos sus cargos en la *École Polytechnique* y en el *Institut National*, lo que quebró la resistencia espiritual de Monge, que moría poco después. Sus trabajos en matemáticas se extienden a la geometría descriptiva (que sirve principalmente a la arquitectura), geometría analítica, geometría diferencial y ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales. Contribuyó importantemente además de a la física y la química, como se ha visto más arriba, a la metalurgia (problemas de forja) y a la maquinaria (por ejemplo, diseño de aspas de molino). Monge vio la necesidad de la ciencia en el desarrollo de la industria y abogó por la industrialización como una vía para la mejora de la vida. Estaba inspirado por una activa preocupación social, tal vez porque conoció el infortunio de orígenes humildes, por lo que apoyó a la Revolución Francesa. Publicó *Memoria sobre la teoría de excavaciones y rellenos* (1776, publicada en 1784), *Tratado de geometría descriptiva* (1794), *Hojas de análisis aplicado a la geometría* (1795), *Aplicación del análisis a la geometría* (1807), *Aplicación del álgebra a la geometría* (escrito junto con Hachette en 1802), *Geometría analítica tridimensional*, *Memoria sobre las desarrolladas, los radios de curvatura y los diferentes géneros de inflexión de las curvas de doble curvatura* (1771, publicada en 1785), *Sobre las propiedades de muchos tipos de superficies curvas* (1775, publicado en 1780). Sus trabajos se extendieron a la geometría, geometría descriptiva, geometría proyectiva, geometría analítica, geometría diferencial, y a otros muchos campos de la ciencia. Lagrange, después de escuchar una conferencia de Monge, le dijo: “Usted acaba de presentar, mi querido colega, muchas cosas elegantes. Yo desearía haberlas hecho”. Fundó la geometría descriptiva como rama especial de la geometría, naciendo con tal nombre en su obra *Tratado de geometría descriptiva*, en la que utiliza el método que lleva su nombre para representar en un plano las curvas, las superficies y sus relaciones mutuas, mediante dos proyecciones ortogonales de aquéllas sobre dos planos perpendiculares entre sí, método que tiene un lejano precursor en Dürero. Inventó la idea de girar los planos de proyección alrededor de su traza, hasta obtener un plano único. En el citado tratado estudió los principales problemas gráficos concernientes a los puntos, rectas, planos, superficies cónicas, cilíndricas, de rotación y regladas. Este *Tratado* consta de cinco capítulos. En el primero se define el objeto y método de la geometría descriptiva y se incluyen problemas elementales relativos a rectas y planos. En el segundo capítulo se presentan las construcciones de planos tangentes y normales a superficies curvas. En el tercer capítulo se trata la intersección de superficies curvas, cuyos correspondientes problemas forman el cuarto capítulo. El quinto capítulo está dedicado a la

investigación, con métodos de la geometría descriptiva, de la curvatura de líneas y superficies. Pero no se limitó a representar las curvas y superficies, sino que utilizó los recursos del análisis para estudiar nuevas propiedades de las figuras geométricas. Estos estudios inauguraron la llamada “geometría diferencial”, que aparecieron en sus *Hojas*, junto con estudios sobre curvas alabeadas y superficies desarrollables. Estudió mediante consideraciones geométricas, la curvatura de las superficies. Se le debe, así como a Lagrange, la forma y disposición actuales de la geometría analítica, tanto en el plano como en el espacio. Utilizó por primera vez la ecuación del plano, para la resolución de problemas fundamentales sobre puntos y rectas en el espacio. Determinó la fórmula general del área de un triángulo en función de las coordenadas de sus vértices. Definió los cosenos directores de una recta, así como la expresión del seno de un triedro. Se denomina “punto de Monge” al punto en que se cortan los cuatro planos que pasando cada uno de ellos por el punto medio de cada arista de un tetraedro son perpendiculares a la arista opuesta (además este punto es el punto medio del segmento que une el baricentro y el circuncentro del tetraedro). Junto con Hachette llevó a cabo un completo estudio de las cuádricas, acompañándolo con dibujos. Demostró que la curva de contacto de un cono circunscrito a una cuádrica es plana. Enunció, junto con Lamé, varios teoremas sobre los lugares de los vértices de conos circunscritos a las cuádricas, entre ellos que el lugar de los vértices de los conos ortópticos es una esfera (llamada esfera de Monge), que degenera en un plano en el caso de los paraboloides (el lugar geométrico análogo en el plano, se denomina círculo de Monge, aunque lo había obtenido La Hire en forma sintética un siglo antes).

Dio también varias demostraciones distintas de que el baricentro de un tetraedro es el punto de intersección de las rectas que unen los puntos medios de aristas opuestas. También dio lo análogo para el espacio de la recta de Euler en el plano, demostrando que para el tetraedro ortocéntrico el baricentro está dos veces más lejos del ortocentro que del circuncentro. Ante tal cúmulo de demostraciones, Lagrange quedó impresionado por la obra de Monge, que según se dice, exclamó: “Con sus aplicaciones del análisis a la geometría este demonio de hombre conseguirá hacerse inmortal”. Analizó la generación rectilínea de las cuádricas, demostrando las propiedades fundamentales de los dos sistemas de generatrices. Demostró que dadas tres generatrices de un sistema se obtienen fácilmente todas las del otro, sin más que hacer deslizar una recta sobre las tres dadas. Demostró, junto con Hachette, que las secciones de una cuádrica por planos paralelos, son semejantes y están colocadas en posición semejante. También descubrieron las series de sus secciones cíclicas. Descubrió las líneas de curvatura, es decir, las de intersección de las cuádricas homofocales, que reconoció como cuárticas alabeadas. Estudió el caso en que dos cuádricas se tocan en todos los puntos de una cónica.

En *Memoria sobre las desarrolladas, los radios de curvatura y los diferentes géneros de inflexión de las curvas de doble curvatura*, donde Monge estudia las curvas en el espacio, demuestra que éstas pueden tener un número ilimitado de evolutas, que todas ellas yacen sobre la superficie desarrollable (se tiene en cuenta el desarrollo de las normales) y que son líneas geodésicas de esa superficie. Introdujo también la superficie rectificable desarrollable y mostró que la curva inicial es su geodésica. También introduce los dos tipos de puntos de inflexión (puntos de inflexión plana en los que la torsión es nula, y puntos de inflexión lineal en los que la curvatura es nula) y otros conceptos como arista de retroceso, superficie desarrollable, lugar geométrico de los centros de curvatura, etc. Su obra *Sobre las propiedades de muchos tipos de superficies curvas*, está dedicada en lo fundamental, al desarrollo de la teoría de las superficies desarrollables. Se exponen las diferencias entre superficies regladas y desarrollables. Se deduce la ecuación diferencial $rt-s^2=0$. Se establece que las superficies desarrollables pueden considerarse como el lugar geométrico de las tangentes a curvas en el espacio y, además, que en esencia son las envolventes de cierta familia de planos biparamétricos. Clasificó las curvas y las superficies según la forma y los grados de sus ecuaciones algebraicas, clasificación que mejoró posteriormente, primero en sus *Hojas de análisis* y luego en forma de libro (1801), basándola en sus ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. En la familia de superficies cuyas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales son de primer grado, incluye las superficies cilíndricas, cónicas, de revolución y canales (generadas por una circunferencia de diámetro constante, siendo el plano de su círculo perpendicular a una curva dada, moviéndose por ésta el centro de la circunferencia). También pertenecen a esta clase las superficies de las vertientes de los terraplenes (superficies cuyas líneas de máxima pendiente son rectas de pendiente constante) y las superficies helicoidales. Para todas ellas, Monge obtiene la ecuación diferencial y su integral, así como la interpretación geométrica de las características como líneas de intersección de dos superficies infinitamente próximas.

En la familia de superficies cuyas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales son de segundo orden, incluye las superficies desarrollables y también las regladas que se generan por una recta que se mueve apoyada en dos curvas y que se mantiene paralela a un plano dado. También incluye en esta familia, superficies cuyas curvaturas satisfacen ciertas condiciones (truncadas, tubulares, minimales). A las superficies regladas generales les corresponden ecuaciones diferenciales de tercer orden, como también a las superficies más complejas del tipo de las que envuelven a una esfera de radio variable y cuyo centro se mueve según una curva dada. En particular, Monge dio un tratamiento geométrico a la teoría general de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de primer orden. La integral total de estas ecuaciones se interpreta geoméricamente como una familia de superficies biparamétricas, en las que al eliminar uno de los parámetros entre la ecuación dada y su derivada, se obtiene una familia de superficies monoparamétricas que Monge denominó envolventes. Para valores fijos del parámetro residual se obtienen las ecuaciones de las características (generadas por las superficies envolventes que son imagen geométrica de la integral general). Todas las características se envuelven por una curva a la que Monge denominó arista de retroceso. La determinación de funciones arbitrarias en las ecuaciones en derivadas parciales le condujo en algunos casos a ecuaciones en diferencias finitas. Encontró que la ecuación diferencial que hoy se escribe $\sum a_i(x_1, x_2, \dots, x_m) dx_i = 0$, podía resolverse en el caso general por un número de ecuaciones en x igual o menor que m . Redujo algunas ecuaciones funcionales a ecuaciones diferenciales. Inventó el concepto de superficie desarrollable, que había sido establecido por Euler. Estableció, así como Tinseau, la distinción entre las dos especies de curvatura en las curvas alabeadas. Demostró la existencia de un número infinito de evolutas de una curva alabeada, que forman la *superficie desarrollable polar* de la cual son líneas geodésicas dichas evolutas, y definió la superficie rectificante, determinando las ecuaciones en derivadas parciales de las superficies desarrollables y de las regladas en general. Inició el estudio de la teoría de las superficies de rectas mínimas desde el punto de vista de la igualdad de los dos radios de curvatura principales. En *Memoria sobre la teoría de excavaciones y rellenos* (1776), Monge plantea el siguiente problema: Se dan dos volúmenes iguales de tierra limitadas por superficies cerradas diferentes, siendo necesario trasladar los elementos de uno de ellos al otro, observando el principio del menor trabajo, es decir, del menor costo. Las trayectorias de los elementos trasladados forman una familia de rectas biparamétricas, demostrando Monge que entre todas las superficies regladas que así se generan, existen sólo dos familias de superficies desarrollables, que cuando son normales entre sí dan la solución del problema.

Monte, Guidubaldo del (1545-1607). Matemático italiano. En una teoría sobre el planisferio, utilizó diversas construcciones geométricas de la elipse, y una construcción de la hipérbola mediante un hilo. En 1579 definió la elipse como el lugar de los puntos cuya suma de distancias a los focos es constante. Escribió *Perspectiva libri sex* (1600), primer tratado orgánico sobre perspectiva, en la que presenta especialmente la teoría del punto de fuga. También publicó un trabajo sobre la hélice. Como otros matemáticos italianos de la época (Baldí, Benedetti, Maurolico), aunque no aportaron contribuciones importantes en matemáticas o física, recibieron el recuerdo agradecido de Galileo cuando les llamó generosamente sus maestros.

Montel, Paul Antoine Aristide (1876-1975). Matemático francés. Nació en Niza. Estudió en la École Normale Supérieure, presentando su tesis doctoral en 1907. Fue profesor en la École Polytechnique y en la Facultad de Ciencias de París (1911-1946). Además fue profesor en la École Supérieure des Beaux-Arts, director de la École Pratique des Hautes Études, presidente del Palais de la Découverte y miembro de la Académie des Sciences (1937). Sus trabajos tratan de diversos aspectos del análisis.

Montesinos Sirera, José Luis (n. 1945). Matemático español. Nació en Arrecife (Lanzarote). Licenciado en matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid. Ha realizado estudios de postgrado en las Universidades de Grenoble y Roma. Profesor de álgebra en la Universidad de La Laguna (1970-1976). Master en ciencias por la Universidad de Chicago. Investiga en historia moderna de las matemáticas. Ha publicado *Historia de matemáticas en la enseñanza secundaria* (2001), *Fluxiones, infinitesimales y fuerzas vivas. Un panorama leibniziano* (2009).

Montferrier, Alexandre André Victor Sarrasin de (1792-1863). Matemático y publicista francés. Nació en París. Estudió el magnetismo animal, publicando *Elementos del magnetismo animal* (1818). Propagó las teorías de Mesmer. Publicó *Diccionario de las ciencias matemáticas, puras y aplicadas* (1834-1840), donde, entre otras curvas, estudió la lemniscata que lleva su nombre, *Curso de matemáticas puras* (1838), *Compendio de física y química* (1839). Empezó la publicación de una *Enciclopedia matemática*, de la que sólo vio la luz su primer volumen.

Montmort, Pierre Rémond de (1678-1719). Matemático francés. Nació en París. Publicó una obra sobre juegos de azar (1713), en la que criticaba ciertos aspectos de un artículo de Moivre sobre la materia.

Montejo, Saturnino (1796-1856). Marino militar, astrónomo y matemático español. Nació en El Ferrol (Coruña). Ingresó en la Academia de Guardias Marinas de El Ferrol (1812), ampliando estudios en la Academia del Palacio Real de Madrid (1816). Ocupó la cátedra de física del Ateneo de Madrid (1820). Tras varias campañas navales, fue nombrado astrónomo en el Observatorio de San Fernando, del que fue director (1847). Redactó el plan de estudios del Colegio Naval de San Fernando (1848). Publicó *Aritmética* (1849), *Álgebra* (1850), *Tratado elemental de trigonometría* (póstuma, 1865).

Montucci, Enrico (1808-1877). Matemático italiano. Fue profesor en la Universidad de Siena. Publicó su obra *Sobre la propiedad de la estrofoide, curva algebraica de tercer grado* (1837), donde propuso este nombre para dicha curva.

Montucla, Jean-Étienne (1725-1799). Matemático e historiador francés. Publicó *Historia de las matemáticas* (1758-1802), donde se ocupa también de las aplicaciones de la matemática a la astronomía, a la mecánica y a la física. Dividió las matemáticas en dos partes, una, “comprendiendo aquellas cosas que son puras y abstractas, y la otra, aquéllas que uno llama compuestas o más ordinariamente, físico-matemáticas”. Su segunda parte comprendía campos que pueden ser enfocados y tratados matemáticamente, tales como mecánica, óptica, astronomía, arquitectura militar y civil, acústica, música, así como los seguros. En la óptica incluyó la dióptrica, la optometría, la catóptrica y la perspectiva. La mecánica incluía la dinámica y la estática, hidrodinámica e hidrostática. La astronomía cubría geografía, astronomía teórica, astronomía esférica, gnómica (por ejemplo, cuadrantes de sol), cronología y navegación. También incluyó la astrología, la construcción de observatorios y el diseño de barcos.

Moore, Eliakim Hastings (1862-1932). Matemático estadounidense. Nació en Marietta (Ohio). Estudió en Yale y en la Universidad de Berlín. Enseñó en Yale, en la Universidad Northwestern y en la de Chicago. Llevó a cabo la primera tentativa de elaborar una teoría abstracta de funcionales y operadores lineales. A partir de 1906, Moore comprobó que había ciertas características comunes entre la teoría de ecuaciones lineales con un número finito de incógnitas, la teoría de sistemas infinitos de ecuaciones con un número infinito de incógnitas y la teoría de ecuaciones integrales lineales. Basándose en estas analogías, emprendió la tarea de construir una teoría abstracta, a la que llamó “análisis general”, que incluiría a las teorías concretas anteriores como casos particulares, y adoptó para ello un planteamiento axiomático. Su influencia no fue muy extensa ni consiguió una metodología realmente eficaz, siendo además su lenguaje complicado y difícil de seguir. Profundizó en geometría proyectiva. Interpretó geoméricamente (1900) la curva de Peano. Demostró (1893) que cualquier grupo finito es isomorfo a un cuerpo de Galois de orden p^n , con p primo (existe tal cuerpo para todo primo p y todo entero positivo n y su característica es p). Estudió (1895) de manera abstracta los automorfismos de un grupo, es decir, las transformaciones biunívocas de un grupo en sí mismo bajo las cuales si $ab=c$ entonces $a'b'=c'$. En 1902 proporcionó un conjunto de postulados independientes para el concepto de grupo abstracto. Perfeccionó los axiomas de congruencia. Escribió que “la ciencia toda, incluida la lógica y la matemática, es función de la época; la totalidad de la ciencia, tanto en sus ideales como en sus logros”.

Morawetz, Cathleen Synge (n. 1923). Matemática canadiense, nacionalizada estadounidense. Nació en Toronto. Estudió en la Universidad de Toronto y en el Massachusetts Institute of Technology,

doctorándose en la Universidad de Nueva York, con una tesis sobre la estabilidad de una implosión esférica. Trabajó en el Instituto Courant en Nueva York, siendo la primera mujer que alcanzó la dirección de un centro matemático, el Instituto Courant (1984).

Mordell, Louis-Joel (1888-1972). Matemático inglés. Planteó (1923) la llamada conjetura de Mordell o teorema de Mordell, sobre determinadas ecuaciones diofánticas: casi todas las ecuaciones polinómicas que definen curvas tienen al menos muchas finitas soluciones racionales. Este teorema, que tiene importantes repercusiones en la demostración del gran teorema de Fermat, fue resuelto por el matemático alemán Gerd Faltings (1983). En su obra *Ecuaciones diofánticas* (1969), Mordell estudió las curvas llamadas de Lamé y las curvas cúbicas elípticas que llevan su nombre. Publicó *Reflexiones de un matemático* (1958).

Moreland, Samuel (1625-1695). Académico, matemático, inventor, diplomático inglés. Nació en Berkshire. Estudió matemáticas en la Universidad de Cambridge. Estando en Suecia asistiendo al embajador inglés, tuvo la ocasión de conocer una de las máquinas de calcular construida por Pascal, que estaba en poder de la reina Cristina. Tras abandonar sus trabajos diplomáticos, Moreland se dedicó a mediados de los años 60, a construir dispositivos mecánicos, algunos de ellos fueron máquinas de calcular. En 1673 publicó *Descripción y uso de dos instrumentos aritméticos*, en donde describía dos de sus máquinas: una servía para sumar y restar, y la otra para la multiplicación y división. También construyó una tercera máquina para ayudar en la realización de cálculos trigonométricos.

Moreno, P. (h. 1912). Matemático español. Formó parte de la comisión, junto con Octavio de Toledo y Jiménez Rueda, que representó la matemática española en el V Congreso Internacional de Matemáticas celebrado en Cambridge (1912).

Moreno Pérez, José Andrés (n. 1958). Matemático español. Nació en La Laguna. Doctor en matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid (1986). Catedrático de ciencias de la computación e inteligencia artificial en la Universidad de La Laguna (desde 1996). Investiga en el campo de las decisiones colectivas. Es coautor de *Introducción a la computación evolutiva* (2009), *Algoritmos genéticos. Una visión práctica* (2009).

Moreno Ruiz, Lorenzo (h. 1980). Físico español. Doctor en física por la Universidad Complutense de Madrid (1977). Profesor en las Universidades Autónoma de Madrid, del País Vasco, Autónoma de Barcelona y La Laguna. Catedrático de física aplicada en la Universidad de La Laguna. Autor de más de un centenar de publicaciones. Investiga en aplicaciones de la inteligencia artificial. Es coautor de *Verificación y validación de un sistema tutorial inteligente* (2008), *Hacia un soporte para procesos autónomos de aprendizaje* (2009).

Morgan, Augustus de (1806-1871). Matemático inglés. Nació en Madurai (Tamil Nadu, India), donde su padre era funcionario de la East India Company. Estudió en el Trinity College, donde se graduó como cuarto “wrangler”. No consiguió un puesto en Cambridge ni en Oxford porque se negó dignamente a someterse al indispensable examen religioso, a pesar de que se había educado en la Iglesia anglicana. A los 22 años fue nombrado profesor de la recién creada University College de Londres, donde enseñó de manera continua, excepto durante breves periodos a consecuencia de sucesivas dimisiones provocadas por casos de reducción de la libertad académica, pues fue siempre defensor de la tolerancia intelectual y religiosa. Era ciego de un ojo de nacimiento, odiaba la vida rural, siempre se negó a ir a votar en las elecciones y renunció a solicitar su ingreso en la Royal Society. Le gustaban los acertijos, los rompecabezas y los problemas ingeniosos. Colaboró en la fundación de la Association for the Advancement of Science (1831). En su obra *Sobre el estudio y dificultades de las matemáticas*, escribió: “La expresión imaginaria $(-a)^{1/2}$ y la expresión negativa $-b$ tienen este parecido: que cualquiera de ellas, cuando aparece como solución de un problema, indica alguna inconsistencia o absurdo. En cuanto se refiere al significado real, ambas son igualmente imaginarias, ya que $0 - a$ es tan inconcebible como $(-a)^{1/2}$ ”. Ilustró su aserto con el siguiente problema. Un padre tiene 56 años, su hijo 29. ¿Cuándo será el padre el doble de viejo que su hijo? Plantea la ecuación $56+x = 2(29+x)$, obteniendo $x = -2$, por lo que dice que el resultado es absurdo.

Continúa diciendo que si se cambia x por $-x$, y se soluciona la ecuación $56 - x = 2(29 - x)$, se obtiene $x = 2$, concluyendo que el problema original está mal expresado, lo que conduce a una respuesta inaceptable negativa, insistiendo en que es absurdo considerar números menores que cero. También dice en dicha obra: "...Hemos mostrado que el símbolo $(-a)^{1/2}$ carece de significado, o mejor, es contradictorio y absurdo. Sin embargo, por medio de tales símbolos, se establece una parte del álgebra que es de gran utilidad. Ello depende del hecho, que debe ser verificado por la experiencia, de que las reglas comunes del álgebra pueden ser aplicadas a estas expresiones sin llevarnos a resultados falsos. Una llamada a la experiencia de esta naturaleza parece ser contraria a los primeros principios establecidos al comienzo del presente trabajo. Nosotros no podemos negar que así sea en la realidad, pero debe ser recordado que ésta no es más que una parte pequeña y aislada de una materia inmensa, en todas las demás ramas de la cual se aplican sus principios en toda su extensión".

Los "principios" a los que se refiere consisten en que las verdades matemáticas deben deducirse a partir de axiomas por medio del método deductivo. Más adelante, al comparar las raíces negativas con las raíces hoy llamadas complejas, dice: "Existe, entonces, esta diferencia distintiva entre los resultados negativos y los imaginarios. Cuando la respuesta a un problema es negativa, cambiando el signo de x en la ecuación que produjo el resultado, podemos o descubrir un error en el método de formación de la ecuación o mostrar que la cuestión del problema es demasiado limitada, y que puede ser extendida hasta admitir una respuesta satisfactoria. Cuando la respuesta a un problema es imaginaria, éste no es el caso... Nosotros debemos abocarnos a detener el progreso del estudiante entrando en todos los argumentos en pro y en contra de tales cuestiones, como el uso de cantidades negativas, etc., las cuales no podía él entender, y que son inconclusas en ambos sentidos; pero se le puede advertir que existe una dificultad, cuya naturaleza se le debe señalar, y entonces tal vez pueda, tomando en cuenta un número suficiente de ejemplos, tratados por separado, adquirir confianza en los resultados a los que llevan las reglas". Es de advertir que cuando Morgan escribió estas líneas, los conceptos de número complejo y función compleja estaban en el camino correcto de su clarificación, aunque la difusión de su conocimiento era lenta.

Morgan escribió varios artículos sobre la estructura del álgebra (1841, 1842, 1844 y 1847) y en 1849 su *Trigonometría y álgebra doble* (las palabras "álgebra doble" se referían al álgebra de los números complejos, mientras que "álgebra simple" significaba el álgebra de los números negativos, siendo anterior a ésta la "aritmética universal" que cubre el álgebra de los números reales positivos). En esta obra, Morgan insistía en que, "con una sola excepción, ninguna palabra o símbolo de la aritmética o del álgebra tienen un ápice de significado a lo largo de este capítulo, cuyo objeto son los símbolos mismos y sus leyes de combinación, lo que da lugar a un álgebra simbólica que puede convertirse en adelante en la gramática de cien álgebras concretas distintas". La excepción es el símbolo de igualdad, ya que se suponía que en $A = B$ los símbolos A y B "deben tener el mismo significado final, cualquiera que sea el camino por el que se hayan obtenido". En esta obra expuso que las reglas del "álgebra simple" del sistema de los números reales, se aplicaba al "álgebra doble" de los números complejos, creyendo que estas dos formas agotaban los posibles tipos de álgebras posibles, y que no se podía desarrollar un álgebra triple o cuádruple. Morgan introdujo en 1838 la expresión "inducción matemática", con el sentido que tiene hoy, en un artículo con dicho nombre.

En su obra *Lógica formal* (1847), expuso que los dos ojos de las ciencias exactas son la lógica y la matemática, diciendo: "Sabemos que los matemáticos no se preocupan más por la lógica que los lógicos por las matemáticas. Los dos ojos de que dispone la ciencia exacta son la matemática y la lógica; la secta matemática extrae el ojo lógico, la secta lógica extrae el ojo matemático, pensando cada uno que puede ver mejor con un ojo que con dos". En esta obra como en muchos artículos, Morgan trató de corregir defectos de la lógica aristotélica, mejorándola. Por ejemplo, la conclusión "Algunos A son B ", que en lógica aristotélica se sigue de la premisa "Todos los A son B ", implicaría la existencia de los A , que no tienen por qué existir. Morgan inició también el estudio de la lógica de relaciones. La lógica aristotélica está dedicada básicamente a la relación "ser", y se limita a afirmar o negar esta relación. Morgan observó que esta lógica no podría demostrar que si un caballo es un animal, entonces una cola de caballo es una cola de un animal, y ciertamente no podría manejar una relación tal como la " x ama a y ". Morgan definió la ley de dualidad que lleva su nombre: Para toda proposición en la que intervengan la suma y la multiplicación lógicas, hay otra proposición correspondiente a ella en la que están intercambiadas suma y multiplicación.

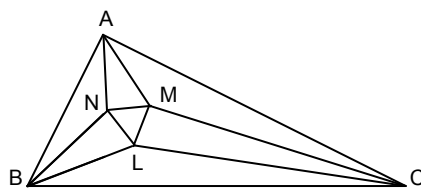
En el campo de la lógica simbólica, se llama fórmula de Morgan para conjuntos, la siguiente: Si x e y son subconjuntos de un conjunto S , entonces el complemento de la unión de x e y es la intersección de los complementos de x y de y , y el complemento de la intersección de x e y es la unión de los complementos de x y de y .

En 1844, Morgan escribió un artículo sobre *Series divergentes* que comenzaba con estas palabras: “Creo que será generalmente admitido que el encabezamiento de este artículo describe el único asunto que aún queda, de carácter elemental, sobre el que existe un serio cisma entre los matemáticos en cuanto a la exactitud o inexactitud absolutas de los resultados”. Su posición respecto a esta cuestión ya la había expuesto en su obra *Cálculo diferencial e integral* (1842), escribiendo: “La historia del álgebra nos muestra que nada es más erróneo que el rechazo de cualquier método que surja naturalmente, a causa de uno o más casos aparentemente válidos en los que tal método conduzca a resultados equivocados. Tales casos ciertamente debieran enseñar cautela, pero no rechazo; si se hubiera preferido lo último a lo primero, las cantidades negativas, y aun más sus raíces cuadradas, habrían sido un obstáculo eficaz para el progreso del álgebra ... y esos campos inmensos del análisis en los que incluso los que rechazaban las series divergentes ahora se incluyen sin temor, no habrían sido descubiertos, ni mucho menos cultivados y establecidos ... La consigna que yo adoptaría contra un desarrollo que me parece calculado para detener el progreso del descubrimiento estaría contenido en una palabra y un símbolo: —, recuérdese $(-1)^{1/2}$ ”. Morgan distingue entre el significado aritmético y algebraico de una serie. El algebraico se cumple en todos los casos. Para dar cuenta de algunas de las conclusiones falsas obtenidas con las series divergentes dice en su artículo de 1844 que la integración es una operación aritmética y no algebraica, y por tanto no se podría aplicar sin razonamiento adicional con las series divergentes. Pero la obtención de la igualdad $1/(1-r) = 1 + r + r^2 + \dots$, comenzando con $y = 1 + ry$, reemplazando y en la derecha por $1 + ry$, y continuando así, lo acepta porque es algebraico. Análogamente, de $z = 1 + 2z$, obtiene $z = 1 + 2 + 4 + \dots$. Por tanto, $-1 = 1 + 2 + 4 + \dots$, y esto, dice, es correcto. Acepta la teoría completa (como estaba en aquella época) de las series trigonométricas, pero estaría dispuesto a rechazarla si se pudiera dar un ejemplo donde la suma de la serie $1 - 1 + 1 - 1 + 1 \dots$ no fuera igual a $1/2$. En fin, en dicho artículo, Morgan escribía: “Tenemos que admitir que muchas series son tales que no podemos utilizarlas de momento con seguridad, excepto como método de descubrimiento, cuyos resultados tendrán que ser comprobados posteriormente, y sin duda incluso el enemigo más acérrimo de las series divergentes hace este uso de ellas en privado”. Entre los símbolos que utilizaba, Morgan introdujo la barra inclinada para las fracciones (1845). Investigó los fundamentos de la regla de Bayes (1845). Publicó una escala de criterios logarítmicos para el estudio de la convergencia de series. Publicó (1854) el olvidado teorema de Cournot que indica que la ecuación discriminante de una ecuación diferencial puede representar también el lugar de los puntos de retroceso, y que éste es el caso más general. En 1872 aparece publicada póstuma por su viuda, su ingeniosa y ya clásica *Colección de paradojas*, deliciosa sátira sobre los cuadradores del círculo, donde se incluyen también muchos de los problemas ingeniosos que gustaba plantear y resolver.

Morgenstern, Oskar (1902-1977). Economista estadounidense de origen alemán. Nació en Görlitz (Sajonia, Alemania). Profesor en la Universidad de Viena (1929-1938), en la de Princeton (1938-1970) y en la de Nueva York (1970-1977). Publicó junto con Neumann, *Teoría de juegos y comportamiento económico* (1944), donde se aplicaba la teoría de Neumann (1928) de juegos de estrategia para negocios competitivos. Esta obra dio paso a que la llamada matemática finita jugara un papel cada vez más importante en las ciencias sociales. También escribió *Sobre la exactitud de las observaciones económicas* (1950), *Prolegómenos a la teoría de la organización* (1951), *Predicción de los precios de la bolsa* (1970).

Mori, Shigefumi (n. 1951). Matemático japonés. Profesor en la Universidad de Kioto. Galardonado con la medalla Fields 1990. Ha investigado en el campo de la geometría algebraica.

Morley, Frank (1838-1923). Matemático anglo-estadounidense. Profesor de matemáticas en la Universidad Johns Hopkins. Demostró (1899) uno de los más sorprendentes teoremas de la geometría del triángulo: Si se trazan las trisectrices de los tres ángulos de un triángulo ABC , las trisectrices adyacentes se cortan en los vértices de un triángulo equilátero LMN .



Morley, Michael Darwin (n. 1930). Matemático estadounidense. Profesor en la Universidad de Cornell. Trabajó en lógica matemática y teoría de modelos. Enunció (1963) el siguiente teorema (teorema de categorización de Morley): Si una teoría es categórica en una cardinalidad incontable (por ejemplo, una cardinalidad más alta que la contable), entonces es categórica en cualquier cardinalidad incontable.

Morse, Marston (Harold Calvin Marston Morse) (1892-1977). Matemático estadounidense. Nació en Waterville (Maine). Estudió en la Universidad de Harvard. Enseñó en esta Universidad y en las de Brown y Cornell, como también en el Instituto de Estudios Avanzados en Princeton. Trabajó en topología diferencial. Demostró el teorema según el cual cualquier par de puntos sobre una superficie cerrada puede ser unido por una infinidad de geodésicas. Sus investigaciones sobre propiedades topológicas de los espacios funcionales están íntimamente relacionadas con el cálculo de variaciones y con la teoría de ecuaciones en derivadas parciales.

Moser, William O. J. (1927-2009). Matemático canadiense. Nació en Winnipeg (Manitoba). Se graduó en la Universidad de Manitoba (1949) y se doctoró en la de Minnesota (1951). Enseñó en las Universidades de Saskatchewan, Manitoba y McGill, donde fue profesor emérito (1997). Junto con Arnold y Kolmogórov estableció el llamado teorema KAM (Kolmogórov-Arnold-Moser) sobre la estabilidad de los sistemas hamiltonianos integrables. Publicó junto con H. S. M. Coxeter, *Generadores y relaciones de grupos discretos* (1965), y con L. M. Kelly, *Sobre el número de líneas ordinarias determinadas por n puntos* (1958).

Mossbrugger, Leopold (1796-1864). Matemático y abogado alemán. Nació en Constanza (Baden-Württemberg). Fue profesor de Napoleón III. Publicó una geometría descriptiva (1845) y también la construcción de los ejes de una elipse, según una idea de Rytz.

Mosteller, Charles Frederick (1916-2006). Estadístico estadounidense. Nació en Clarksburg (Virginia Occidental). Estudió en la Universidad de Princeton y trabajó en la de Harvard. Escribió más de 50 libros y más de 350 artículos, con más de 200 coautores. Mosteller (1962-1977) y Tukey (1968) desarrollaron dentro de la técnica del análisis de datos, lo que es conocido como el análisis exploratorio de datos, cuyo objetivo es entender los especiales rasgos de los datos y utilizar procedimientos adecuados para acomodar una amplia clase de posibles modelos estocásticos para los datos.

Moth, Franz Xavier (h. 1828). Dedujo las fórmulas fundamentales de la trigonometría esférica partiendo de teoremas algebraicos sobre determinantes (1828).

Mourraille, Jean-Raymond (1721-1808). Matemático, astrónomo y académico francés. Nació en Marsella, de donde fue alcalde (1791). Completó (1768) el método de aproximación de Newton-Raphson para el cálculo de las raíces de una ecuación, que determina una raíz por medio de una sucesión de valores convergentes (V. Newton). En este método, que consiste en partir de un valor aproximado a , sustituir $y = a + p$, y suprimir en la ecuación transformada las potencias superiores a la primera, se efectúa una aproximación lineal que geoméricamente significa sustituir la gráfica de la ecuación por la recta tangente en el punto de abscisa a . Mourraille mostró en 1768 que se debe escoger a de manera que la curva $y = f(x)$ sea convexa hacia el eje de abscisas en el intervalo entre a y la raíz. Posteriormente, Fourier (1818) descubrió este hecho independientemente. Mourraille publicó *Tratado sobre la resolución de ecuaciones en general* (1768).

Moutard, Théodore-Florentin (1827-1901). Ingeniero de minas y matemático francés. Nació en Soultz (Haut-Rhin). Estudió en la École Polytechnique (1844-1846). Se graduó en la École des Mines (1849) y entró en el cuerpo de ingenieros. Siendo republicano, se negó a jurar lealtad tras el golpe de estado de Napoleón III, por lo que fue dado de baja del cuerpo, siendo restablecido en 1870. Profesor de mecánica en la École des Mines (1875). Fue ingeniero jefe del cuerpo de minas (1878) e inspector general en 1886. Se retiró del cuerpo en 1897, aunque mantuvo su puesto en la École des Mines. Colaboró en la redacción de la Enciclopedia. Investigó en la teoría de superficies algebraicas y en las funciones elípticas. Escribió *Estudios analíticos sobre los polígonos inscritos y circunscritos simultáneamente a dos cónicas* (1862).

Muad, Ibn. V. Ibn Muad.

Müller, Anton Malloth (h. 1836). Publicó (1836) una obra sobre poligonometría, en la que empleaba un algoritmo no usual, lo que la hizo inaccesible.

Müller, Johannes (Regiomontano) (1436-1476). Astrónomo y matemático alemán. Fue llamado Regiomontano por su ciudad de origen Königsberg (hoy Kaliningrado, Rusia). Estudió en las universidades de Leipzig (1447) y de Viena (1450), desarrollando gran afición por la matemática y la astronomía. En Viena fue discípulo y colaborador del astrónomo Georg Peurbach. Acompañó al cardenal Besarión, arzobispo de Nicea, en su viaje a Roma, donde aprendió griego, se familiarizó con las corrientes científicas y filosóficas en boga, y reunió los manuscritos griegos de los eruditos griegos que habían huido de los turcos. A su regreso a Alemania, instaló (1471), bajo el patronazgo de Bernard Walther, una imprenta y un observatorio astronómico en Núremberg, que fue el primero de Europa. Tradujo el *Tratado de las cónicas* de Apolonio y partes de las obras de Arquímedes y Herón. En 1475 viajó a Roma invitado por el papa Sixto IV, para participar en la reforma del calendario, y donde murió. Completó la versión directa del *Almagesto* iniciada por Peurbach, sustituyendo la tabla de cuerdas por tablas de senos tomando el radio de 600.000 partes y los arcos de $10'$ en $10'$. Regiomontano mejoró estas tablas tomando los arcos de minuto en minuto y el radio de 10^8 partes y agregó una tabla de tangentes, que llamó “números” para arcos de grado en grado con un radio de 100.000 partes. Regiomontano publicó sus tablas en obras como *Tabulae directionum* (escrita entre 1464 y 1467, publicada póstuma en 1490) o *Tabula fecunda*. Como resultado de sus estudios sobre el *Almagesto*, y sobre los astrónomos árabes, en especial Gabir ibn Aflah y Al-Battani, e inspirándose también en el trabajo de Levi ben Gerson, Regiomontano escribió varios libros como su *Epítome del Almagesto de Ptolomeo*, notable por el énfasis que pone en la parte matemática de la obra, y sobre todo su *De triangulis omnimodis* (escrito hacia 1464 e impreso póstumo en 1533), primer tratado de trigonometría de influencia duradera, donde reunió el conocimiento disponible en trigonometría plana, geometría esférica y trigonometría esférica, obteniendo las fórmulas de senos y cosenos, presentando en especial el teorema del coseno de trigonometría esférica: $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$. Esta obra fue el fundamento de la trigonometría europea, a causa de su exposición sistemática. Consta de cinco libros y en él aparece una nueva demostración del teorema del seno de la trigonometría plana, fórmulas para el área de los triángulos planos, el teorema del coseno para los triángulos esféricos, una tabla como apéndice junto con la tabla de tangentes de “doble entrada” para el cálculo de los valores de una fórmula de triángulos esféricos rectángulos, y una serie de problemas relativos a triángulos planos con la innovación de resolverse mediante el álgebra retórica, incluso en los casos en los que la solución geométrica hubiera sido más simple (uno de los problemas es el siguiente: Si se conocen la base de un triángulo y el ángulo opuesto, y si además se conoce o bien la altura correspondiente a la base o bien el área, entonces pueden calcularse los otros lados). También introduce la innovación de dar métodos generales, prescindiendo de los valores numéricos que no elige previamente como sus antecesores. Escribió un apéndice a los *Elementos*, donde considera los polígonos estrellados con el estudio relativo a los ángulos exteriores. En su correspondencia aparecen problemas de análisis indeterminado, semejantes a los de Leonardo Pisano, un problema de máximo (el primero después de Apolonio), y un problema geométrico que lleva a una ecuación cúbica que no resuelve, aunque reconoce en ella un problema de trisección.

Müller, Johann Helfrich von (1746-1830). Ingeniero e inventor alemán. Ideó una máquina de calcular, que describió en 1786.

Muller, J. H. T. (1797-1862). Matemático alemán. Escribió (1855) *Tratado de aritmética general*. Cantor en 1883 dijo que no era necesario extenderse sobre los números racionales, puesto que ya lo habían hecho Muller en su *Tratado de aritmética general*, y Grassmann en su *Tratado de aritmética*.

Mumford, David B. (n. 1937). Matemático estadounidense, nacido en Inglaterra. Profesor en las Universidades de Harvard y Brown. Galardonado con la medalla Fields 1974. Sus investigaciones se han extendido al campo de la geometría algebraica y al reconocimiento de las formas. A la vista de los procesos matemáticos por ordenador y de la capacidad de éste en inteligencia artificial, Mumford preconizó una revisión radical de la estructura axiomática de todas las matemáticas.

Münster, Fritz (h. 1894). Matemático alemán. Escribió *Curvas ovaladas* (1894), donde estudia las curvas campilas, el doble óvalo, etc.

Murdoch, Patrick (m. 1774). Matemático, autor y editor británico. Dedicó un libro (1746) al estudio de las cinco formas fundamentales de las cúbicas, según el teorema de Newton.

Muris, Juan de. V. Juan de Meurs.

Murphy, Robert (1806-1843). Matemático británico. Miembro de la universidad de Cambridge. Escribió *Principios elementales de las teorías de electricidad, calor y acciones moleculares* (1833), donde reunió algunos viejos resultados de los polinomios de Legendre y obtuvo algunos nuevos, presentándolos de forma sistemática, y demostró que cualquier función puede desarrollarse en términos de dichos polinomios aplicando la integración término a término y la propiedad de la ortogonalidad (teorema integral). Ordenó y amplió (1837) las ideas de Servois sobre la conservación de ciertas leyes formales en el cálculo diferencial con distintos símbolos operatorios.

Musa, Banu. V. Banu Musa.

Musa, Muhamad ibn. V. Al-Khuwarizmi.

Muschel, Joseph (h. 1697). Matemático y médico alemán. Investigó (1697) sobre los logaritmos de sumas, haciendo uso para ello de las funciones trigonométricas.

Mutaman, Al. V. Al-Mutaman.

Mutis Bosio, José Celestino (1732-1808). Sacerdote, botánico y matemático español. Nació en Cádiz. Estudió medicina y cirugía en el Colegio de Cirugía de Cádiz y en la Universidad de Sevilla. Trabajó en el Hospital de Cádiz y en el Hospital General de Madrid. Trasladado al Nuevo Reino de Granada, fundó la cátedra de matemáticas (1762) en la Universidad del Rosario en Santa Fe de Bogotá y un observatorio astronómico. Se dedicó al sacerdocio, a la minería y a su cátedra. Tras una propuesta suya, se llevó a cabo una expedición científica por la actual Colombia, iniciada en 1783 y que se prolongó durante cerca de treinta años.

Mydorge, Claude (1585-1647). Matemático francés. Era uno de los asiduos a las reuniones semanales con Mersenne, como Etienne Pascal y su hijo Blas, Desargues, Gassendi, Roberval y Fermat. Descartes pasó un año estudiando matemáticas con Mydorge y Mersenne. Mydorge publicó una extensa teoría de las cónicas.

N

Nabu-Rimanni (h. 490 a.C.). Astrónomo y matemático babilonio. Llegó a ser conocido por los griegos. Calculó la duración de un mes sinódico (dio como su duración, de Luna nueva a Luna nueva, 29,530614 días; el valor actual es de 29,530596 días). Diseñó el llamado sistema A, grupo de efemérides o tablas, con las posiciones de la Luna, el Sol y los planetas, correspondientes a un momento dado. Este sistema A fue sobrepasado por el sistema B de Kidinu (V. esta voz).

Nagel, Christian Heinrich von (1803-1882). Matemático y clérigo alemán. Estudió teología en Tubinga (1821-1825), simultaneando sus estudios con la asistencia a las conferencias sobre matemáticas que se impartían en su Universidad. Fue profesor de matemáticas y ciencias naturales en el Liceo y en la Real Escuela de Tubinga, mientras seguía estudiando matemáticas en su Universidad. Se doctoró en 1830 con la tesis *De triangulis rectangulis ex algebraica construendis aequatione*, nombrándosele seguidamente profesor de dicha Universidad. Fue profesor de matemáticas y ciencias naturales en el gimnasio de Ulm, llegando a ser rector de la Real Escuela de Ulm (1844), donde estuvo hasta 1875. Publicó desde 1836 diversos trabajos sobre la geometría del triángulo, entre ellos los referentes a los pares de puntos que llevan su nombre, siendo su obra más importante *Desarrollo de la moderna geometría del triángulo* (1840).

Nagel, Ernest (1901-1985). Filósofo y lógico estadounidense, de origen austrohúngaro. Nació en Novè Mesto (Bohemia, Austria-Hungría, hoy República Checa). Llegó a Estados Unidos en 1911, y recibió la nacionalidad estadounidense en 1919. Fue profesor de la Universidad de Columbia (1931-1970). Escribió con James Newman, *El teorema de Gödel* (1958), donde se establece una adecuada aproximación a la demostración del teorema de incompletitud de Gödel. También escribió *Introducción a la lógica y al método científico* (1934), *Lógica sin metafísica* (1957), *Estructura de la ciencia* (1961), *Razón soberana* (1954), *Teleología revisada y otros ensayos* (1979).

Naimark, Mark Aronovich (1909-1978). Matemático soviético. Nació en Odesa (hoy, Ucrania). Se doctoró en el Instituto Steklov de Matemáticas. Desarrolló junto con Gelfand, las representaciones continuas de los grupos simples de Lie mediante transformaciones unitarias de un espacio de Hilbert, con aplicación en el análisis y en física.

Napier (Neper o Nepero), John (1550-1617). Matemático escocés. Nació en Merchiston Castle (cerca de Edimburgo). Estudió en la Universidad de St. Andrews (1563), abandonándola sin haberse graduado. Barón de Merchiston, dedicado a la administración de sus vastas propiedades, aprovechaba el tiempo escribiendo sobre temas variados. Mayor que la fama que alcanzó Napier con sus trabajos matemáticos, fue la que logró a causa de una falsa interpretación del Apocalipsis de San Juan, según la cual anunció el fin del mundo para una fecha determinada (esta predicción también la realizó Stifel). En un comentario sobre dicho texto sostenía Napier que el papa de Roma era el Anticristo. A parte de esta cuestión, Napier sólo estaba interesado por algunos aspectos de las matemáticas, relacionados principalmente con el cálculo numérico y la trigonometría. Esta preocupación se manifestó en la invención de unos dispositivos elementales, llamados “bastoncillos de Napier”, en los que aparecían impresas tablas de multiplicar que se podían aplicar con facilidad, y en las “analogías de Napier” y la “regla de Napier de las partes circulares”, reglas mnemotécnicas para ayudar a recordar fórmulas de trigonometría esférica. Los logaritmos nacieron por obra de dos autores distintos y en forma independiente, Napier y el suizo Bürgi, que publicaron sus tablas con pocos años de diferencia (1614 los de Napier, 1620 los de Bürgi). Napier dice que había trabajado durante veinte años en su invención antes de publicar sus resultados, lo que sitúa hacia 1594 el origen de sus ideas al respecto. En este

espacio de tiempo, Napier recibió la visita de John Craig, médico del rey Jaime VI de Escocia, quien le habló del método de prostaféresis utilizado por Tycho Brahe en Dinamarca (quizá Craig acompañó al rey en su expedición a Dinamarca en 1590, donde fue a encontrarse con su futura esposa, la princesa Ana, y que a causa de las tormentas tuvieron que refugiarse cerca del observatorio de Brahe, donde fueron recibidos por éste, quien posiblemente hizo referencia al citado método que le facilitaba mucho los cálculos astronómicos), lo que debió animar a Napier a redoblar los esfuerzos en su invención, que culminaron en 1614 con la publicación de sus tablas. Napier acuñó el término logaritmo (de *logos*, razón, y *arithmo*, número), como número de razones, pues en el caso de ser el logaritmo un número entero, es el número de factores que se toman de la razón dada (base) para obtener el antilogaritmo (también llamó a los logaritmos, “números artificiales”). Sus tablas fueron de logaritmos de senos, y no de números, publicándose en 1614 con el título *Descripción* (título original, *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*), sin explicar su construcción. Publicó los logaritmos de los senos, los de los senos del complemento (coseno) y las diferencias, es decir, los logaritmos de las tangentes. La definición de logaritmo utilizada por Napier está relacionada con los conceptos de magnitud variable e infinitésimo, y se expresaba diciendo que el logaritmo de x es una función $y = f(x)$ cuyo ritmo de crecimiento es inversamente proporcional a x , es decir, en términos actuales, $y' = c/x$. Esto corresponde a una concepción cinematográfica, pues Napier supone dos móviles M y M' que se mueven, respectivamente, sobre un segmento $AB = a$ y una semirrecta de origen A' ; ambos parten simultáneamente de A y A' con igual velocidad inicial v , pero que mientras que el movimiento de M' es uniforme, el de M es tal que su velocidad es variable y proporcional a MB ; en estas condiciones Napier dice que $A'M'$ es el logaritmo de MB . Con las notaciones actuales se tendrían las expresiones: $x = MB$, $y = A'M'$, v la velocidad inicial, $v/a = [d(a - x):dt]/x = - dx/xdt$, y como $dy/dt = v$, se tiene: $a dx = - x dy$. Integrada esta ecuación, teniendo en cuenta la condición inicial, se tiene: $y = - aL(x/a) = aL_1(x/a)$, indicando con L el símbolo de los logaritmos de base e y con L_1 el símbolo de los logaritmos de base $1/e$. Considerando que: $y \cdot a = a \operatorname{sen} x$, se tendrían los logaritmos de Napier, que con su concepción cinematográfica serían proporcionales a los logaritmos naturales de los senos, con signo contrario, o los logaritmos de base $1/e$ de los senos de los ángulos (hoy se llaman logaritmos neperianos los que tienen el número e como base). Evidentemente éstos no son los logaritmos de Napier, pues no disponiendo de los recursos del cálculo infinitesimal, no pudo mantener su concepción cinematográfica de los logaritmos como función continua. Para construir la tabla tuvo que recurrir a la correspondencia entre las dos progresiones, geométrica y aritmética, y transformar su movimiento en una sucesión discontinua de etapas, demostrando que los correspondientes valores de x respondían a los términos de una progresión geométrica decreciente de razón menor que la unidad aunque muy próxima a ésta, pues toma esa razón igual a $(1 - a^{-1})$, con $a = 10^7$, con lo que los términos de la progresión se encuentran muy próximos entre sí. Mediante tablas auxiliares construye con esa razón una progresión geométrica de 3.600 términos que va desde $10^7 = a \operatorname{sen} 90^\circ$, hasta $\frac{1}{2} \cdot 10^7 = a \operatorname{sen} 30^\circ$, que hace corresponder a los logaritmos de los senos de los ángulos entre 90° y 30° , de minuto en minuto. Para valores de α inferiores a 30° utiliza los valores calculados para $\operatorname{sen} 2\alpha$ y $\operatorname{sen} (90^\circ - \alpha)$ para obtener el logaritmo de $\operatorname{sen} \alpha$ mediante la expresión: $2\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} (90^\circ - \alpha) = \operatorname{sen} 2\alpha$, con lo que puede ofrecer la tabla de sus logaritmos de las tres funciones circulares, seno, coseno y tangente que publica en 1614.

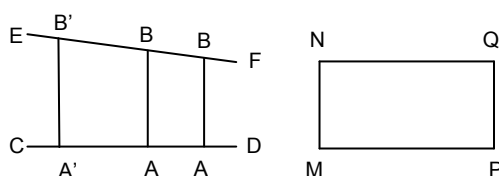
Se le deben también contribuciones a la trigonometría esférica donde con su nombre se conoce una “regla” mnemotécnica para recordar las relaciones entre los elementos de los triángulos esféricos rectángulos y unas *analogías* (proporciones) para los triángulos esféricos oblicuángulos. De las analogías Napier dio dos; las otras dos las dio Briggs, un profesor londinense a quien se debe en buena parte la difusión y el perfeccionamiento de los logaritmos inventados por Napier. Las *analogías* de Napier se publicaron en su obra *Construcción* (título original, *Mirifici logarithmorum canonis constructio*; se publicó póstuma en 1619), obra en la que aparece la explicación de la construcción de sus logaritmos. En esta obra aparece el punto para separar la parte entera de un número de su parte fraccionaria. Completó y mejoró la figura de Torporley para los triángulos esféricos rectángulos, dándoles la forma del pentágono que hoy lleva su nombre. Expuso los teoremas trigonométricos por medio de las ecuaciones logarítmicas correspondientes. Para el teorema del coseno en trigonometría plana, empleó la relación $(b + c)(b - c) = (p + q)(p - q)$, donde p y q son los dos segmentos en que la altura divide al lado correspondiente: $a = p + q$. El teorema del coseno en trigonometría esférica quedaba transformado mediante la fórmula: $\tan((b + c)/2) \cdot \tan((b - c)/2) = \tan(a/2) \cdot \tan((p - q)/2)$. Estableció las fórmulas de $\operatorname{sen}(a/2)$ y $\operatorname{cos}(a/2)$ para los tres lados de un triángulo esférico.

En una entrevista entre Napier y Briggs, al insinuar éste la conveniencia de adaptar los logaritmos al sistema decimal de numeración y tomar por ello la base $1/10$, Napier le replicó que ya había pensado en tal conveniencia, pero que le aconsejaba tomar la base 10 . Escribió *Arte logística*, obra que no fue publicada hasta 1839 y que probablemente influyó sobre el simbolismo algebraico de Harriot y Oughtred.

Naraniengar Avergal, M. T. (h. 1909). Matemático indio. Fue profesor de matemáticas en el Colegio Central de Bangalore (Karnataka, India). Aportó en geometría del triángulo. Dio la primera prueba geométrica (1909) del teorema de Morley (V. esta voz). Editó la Revista de la Sociedad Matemática India, siendo presidente de dicha sociedad en 1930-1932.

Nash, John Forbes (n. 1928). Matemático estadounidense. Nació en Bluefield (Virginia Occidental). Premio Nobel de economía (1994), por sus aportaciones a la teoría de juegos y los procesos de negociación. Estudió en la Universidad de Princeton. Sobre su vida se rodó la película *Una mente maravillosa*, centrada especialmente en la esquizofrenia que sufría. Nash y Kuiper han demostrado que si se conserva solamente la lisura de una superficie y se permite la aparición de saltos bruscos en su curvatura (es decir, se eliminan algunas exigencias de continuidad, acotación o incluso la existencia de derivadas segundas de las funciones que definen la superficie), entonces es posible deformar la superficie como un todo con un alto grado de arbitrariedad. En particular, una esfera se puede deformar en una bola arbitrariamente pequeña formada por pliegues ondulados muy poco pronunciados. Un ejemplo de ello lo proporciona la posibilidad de arrugar casi de cualquier forma una funda esférica hecha de tela muy blanda. De manera independiente de E. de Giorgi, Nash demostró el teorema que lleva el nombre de ambos, que abrió las puertas del análisis no lineal, y cuyo resultado atañe a los operadores elípticos en forma de divergencia, con lo que se logra entender la regularidad de las superficies mínimas o de las soluciones de los problemas variacionales propuestos por Hilbert. Escribió *Continuidad de las soluciones de las ecuaciones parabólicas y elípticas* (1958).

Nasir Al-Din (1201-1274). Científico, matemático y filósofo persa. Nació en Tus (hoy, Mashhad, Jurasan). Vivió y estudió en el castillo de Alamut, centro de la secta de los asesinos. En 1256, Nasir reveló a los invasores mongoles cuáles eran las defensas del castillo, uniéndose a su ejército. El jefe mongol Hülegü Khan, le nombró su consejero personal cuando atacó y destruyó Bagdad (1258). Nasir aprovechó su posición para construir un observatorio en Maragheh. Fue un escritor fecundo y enciclopédico. Se le atribuyen más de 60 obras en árabe y en persa, entre las que se cuentan traducciones y elaboraciones de autores griegos. Publicó una traducción comentada de Euclides, en donde intenta una demostración del postulado de las paralelas, consistente en admitir como evidente una hipótesis distinta pero equivalente.



En efecto, da como evidente que si se tiene el segmento AB , por A una recta CD perpendicular y por B otra recta EF oblicua, los segmentos $A'B'$, $A''B''$,... perpendiculares a CD y comprendidos entre CD y EF son menores que AB si están en el semiplano en el que EF forma con AB un ángulo agudo, y mayores que AB en el otro semiplano. Con esta proposición deduce que dos segmentos MN y PQ iguales y perpendiculares a MP , situados en el mismo semiplano respecto de esa recta formarán un rectángulo $MNPQ$, de donde deduce fácilmente el teorema de la suma de los ángulos de un triángulo y de ahí el postulado de Euclides. Sistematizó la trigonometría plana y esférica en *Tratado del cuadrilátero*, estudio original sobre el “cuadrilátero completo”, independizándolas de la astronomía, apoyándose en el teorema de Menelao, analizando todos los casos posibles que se distinguen tanto desde el punto de vista gráfico como métrico, desarrollando las funciones circulares con sus aplicaciones a la trigonometría plana y esférica. Estudia los seis casos posibles de resolución de triángulos rectángulos esféricos, y resuelve también los seis casos de los triángulos oblicuángulos, sin emplear las fórmulas que hoy se conocen. Para la resolución del caso en que se conocen los tres

ángulos, emplea por primera vez el triángulo polar. Un teorema de Nasir Al-Din es el siguiente: Si un círculo rueda sin deslizar sobre la circunferencia de otro círculo de diámetro doble y por el interior, el lugar geométrico que describe un punto de la circunferencia del círculo menor es un diámetro del círculo mayor (este teorema fue redescubierto independientemente por Copérnico y Cardano). Afirmó que toda razón de magnitudes, tanto conmensurables como inconmensurables, puede ser considerada como un número.

Nasr, Abu. V. Abu Nasr.

Naucrates (s. III a.C.). Matemático griego. Apolonio, en la introducción a su libro primero de *Cónicas*, dice: "... Empecé la investigación de este tema a requerimiento de Naucrates, el geómetra, quien así me lo pidió cuando vino a Alejandría y se detuvo conmigo. Compuse la obra en ocho libros y se los entregué en seguida y con toda premura pues estaba a punto de embarcarse, por tanto, no los había revisado bien, y en verdad había puesto por escrito todo cuanto se me ocurría, dejando para más adelante su revisión".

Naumann, Karl Friedrich (1797-1873). Geólogo y mineralogista alemán. Nació en Dresde. Estudió en Freiberg, Leipzig y Jena. Fue profesor en Leipzig (1824 y 1842) y en Freiberg (1826). Empleó la axonometría oblicua en cristalografía (1826). Publicó *Sistema de las formas de los cristales exagonales* (1825), *Mineralogía* (1826), *Cristalografía* (1830), *Elementos de mineralogía* (1846), *Lecciones de geognosia* (1850-1853), *Elementos de teoría de la cristalografía* (1850) y mapas geognósticos de diversas regiones alemanas.

Navarro Borrás, Francisco (h. 1938). Matemático español. Catedrático de mecánica racional en la Universidad de Madrid. Secretario del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (1939). Escribió *Estudio de algunos tipos de ecuaciones integrales singulares* (1938), y junto con Sixto Ríos, *Análisis matemático*.

Navarro de Zuñiga, Javier (h. 1995). Matemático español. Publicó *Imágenes de la perspectiva* (1995), *Mirando a través: la perspectiva en las artes* (2000), *Forma y representación. Un análisis geométrico* (2009).

Navier, Claude Louis Marie Henry (1785-1836). Ingeniero, matemático y físico francés. Profesor de mecánica de la École Polytechnique y de la École des Ponts et Chaussées. Llevado por una analogía formal con la teoría de la elasticidad y por la hipótesis de moléculas animadas por fuerzas repulsivas, Navier obtuvo (1821) la ecuación diferencial básica del movimiento de fluidos con viscosidad. Hoy se llaman a las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que definen ese movimiento, ecuaciones de Navier-Stokes. Navier fue el primero (1821) en investigar las ecuaciones generales del equilibrio y las vibraciones de los cuerpos elásticos. Publicó en 1826, su teoría sobre la elasticidad de las vigas.

Nayrizi, Al. V. Al-Nayrizi.

Nebrija, Antonio de (1441-1522). Humanista y gramático español. Nacido en Lebrija (Sevilla). Como científico fue autor de algunos textos de astronomía y responsable de la medida del grado de meridiano terrestre entre Mérida y Salamanca.

Needham, Joseph Terence Montgomery (1900-1995). Bioquímico e historiador británico. Nació en Londres en el seno de una familia escocesa. Estudió en Cambridge. Trabajó en el laboratorio de F. G. Hopkins en el Caius College, especializándose en embriología. Tras la llegada de tres científicos chinos para trabajar con él en el laboratorio, se interesó por el pasado científico chino, convirtiéndose en un historiador de la ciencia y tecnología en China. Publicó *La ciencia en China* (1946), y junto con colaboradores, *Ciencia y civilización en China*, una obra monumental en 15 volúmenes (1954-1959).

Neile, William (1637-1670). Matemático inglés. Discípulo de Wallis. Estudió diversas curvas, entre ellas la parábola semicúbica que lleva su nombre ($ay^2 = x^3$), consiguiendo su rectificación por métodos

euclídeos en 1657 (también consiguieron esta rectificación de manera independiente y prácticamente simultánea Heuraet y Fermat). La rectificación obtenida por Neile fue publicada en 1659 por Wallis en su libro *Dos tratados, el primero sobre la cicloide, el segundo sobre la cisoide*. Neile obtuvo también la longitud de un arco de cicloide (1659).

Nelson, Ernesto (1873-1959). Pedagogo argentino. Nació en Buenos Aires. Estudió en la Universidad de Columbia (Estados Unidos). Fue profesor de pedagogía en la Universidad de La Plata. Renovó la pedagogía, especialmente en la enseñanza secundaria. Publicó *Plan de reforma de la enseñanza secundaria* (1912), *Nuestros males universitarios* (1919). Nelson decía en 1906: “En obediencia a los preceptos pedagógicos del día... uno de los artículos de fe más capitales en la pedagogía moderna, es la necesidad de estimular el ejercicio de la actividad del niño. Hacer es aprender. Al cortar papeles, doblar tirillas, cuadrar rectángulos... el niño se enseña a sí mismo una infinidad de conceptos”.

Nemhauser, George L. (h. 1970). Matemático estadounidense. Se doctoró en investigación de operaciones en la Universidad Northwestern (1961). Profesor en la Universidad Johns Hopkins hasta 1969, y de investigación de operaciones e ingeniería industrial en la Universidad Cornell (1970), de la que fue director (1977-1983). Trabajó en la optimización combinatoria. Escribió *Programación integral* (con Garfinkel, 1972), *Optimización total y combinatoria* (con Wolsey, 1988).

Nemorarius, Jordanus. V. Jordanus Nemorarius.

Nemyski, V. V. (h. 1926). Matemático soviético. Profesor en la Universidad de Moscú. Trabajó en topología, en la teoría de los sistemas dinámicos, y desarrolló un teorema muy general sobre puntos fijos de aplicaciones continuas en espacios métricos (1926), junto con Paul S. Alexandrov.

Neoclides (s. IV a.C.). Matemático griego. Proclo dice: “Al mismo periodo (de Platón) pertenecen Leodamas de Taso, Arquitas de Tarento y Teeteto de Atenas, que aumentaron el número de teoremas de geometría, mientras le daban una forma más científica. A Leodamas sigue Neoclides y el discípulo de éste, León, que acrecieron el saber geométrico”.

Neper (o Nepero), John. V. Napier (Neper o Nepero), John.

Nesetril, Jarik (h. 1980). Matemático checo. Doctor en matemáticas por la Universidad carolingia de Praga, donde es catedrático de matemática aplicada. Ha profundizado en los campos de la combinatoria y la teoría de números. Director del Centro para las matemáticas discretas e informática teórica de Praga.

Nesselmann, Georg Heinrich Ferdinand (1811-1881). Historiador, filólogo, orientalista alemán. Historiador de la matemática alemana. En 1843 se ocupó de publicar los trabajos de matemáticos árabes.

Nettesheim, Heinrich Cornelius Agrippa von (1486-1535). Teólogo, astrólogo, alquimista, escritor alemán. Expuso en 1527 que a los métodos griegos de demostración les faltaba generalidad, haciendo falta crear un método especial casi para cada teorema.

Netto, Eugen Otto Erwin (1848-1919). Matemático alemán. Nació en Halle. Estudió en Berlín. Fue profesor en las Universidades de Estrasburgo, Berlín y Giessen. Trabajó en la teoría abstracta de grupos. En su libro *Teoría de las sustituciones y su aplicación al álgebra* (1882), Netto se limitaba a tratar grupos de sustituciones, pero los enunciados de sus conceptos y teoremas permitían reconocer el carácter abstracto de dichos conceptos. Además de reunir resultados de sus predecesores, Netto trata de los conceptos de isomorfismo y homomorfismo. Isomorfismo significa una correspondencia biunívoca entre dos grupos, tal que si $ab = c$, donde a, b, c son elementos del primer grupo, entonces $a'b' = c'$, siendo a', b', c' los elementos correspondientes del segundo grupo. Un homomorfismo es una correspondencia en general, tal que $ab = c$ implica $a'b' = c'$. Netto estudió las condiciones de continuidad de la curva de Jordan, cuyas coordenadas están dadas por las ecuaciones $x = f(t)$, $y = g(t)$,

unívocas y continuas para $0 \leq t \leq 1$, y tales que x e y toman los valores correspondientes a cada punto del cuadrado unidad. Sin embargo, la correspondencia de (x,y) con t no es unívoca, ni es continua. Netto probó (1879) que la correspondencia biunívoca continua de los valores de t con los valores de (x,y) es imposible; es decir, que $f(t)$ y $g(t)$ no pueden ser simultáneamente continuas.

Neuberg, Joseph Jean Baptiste (1840-1926). Matemático belga. Profundizó en la geometría del triángulo, en las transformaciones cuadráticas, en la inversión triangular, en las proyecciones y contraproyecciones, en los sistemas de tres figuras semejantes. Escribió *Memoria sobre el tetraedro* (1884).

Neugebauer, Otto Eduard (1899-1990). Matemático austriaco-estadounidense e historiador de la matemática. Nació en Innsbruck. Estudió en las Universidades de Graz, Munich, Gotinga y Copenhague. Formó parte de la plantilla inicial del Instituto de Matemáticas en Gotinga, que se inauguró en 1929, y que estaba formada por Courant, Neugebauer, Landau, Herglotz, Weyl y Noether. En 1938, bajo el gobierno nazi, dimitió como editor del *Zentralblatt* (que había fundado en 1931) al pedirle que prescindiera de Levi-Civita. Emigrado a Estados Unidos, se nacionalizó estadounidense y fue profesor en la Universidad de Brown. Trabajó, como también Thureau-Dangin, en el descifrado del sistema sumerio de numeración, dando a conocer (1935) su matemática sexagesimal. Tras sus estudios, escribió que “lo que se llama pitagórico en la tradición griega debería probablemente ser llamado babilonio”. En relación al descubrimiento de las cónicas por Menecmo (s. IV a.C.), indicó que este descubrimiento se debió al empleo de los relojes de sol, ya que la sombra del extremo de la barra vertical que servía de reloj (el gnomon) dibuja arcos de cónicas en el suelo durante la marcha del sol. Publicó *Fundamentos del cálculo con fracciones en Egipto* (1926), *Arquímedes y Aristarco* (1942), *Textos matemáticos cuneiformes* (1945), *Las ciencias exactas en la antigüedad* (1951), *Movimiento excéntrico y epicíclico en relación con Apolonio* (1959).

Neumann, Carl Gottfried (1832-1925). Matemático alemán. Nació en Königsberg (Prusia; hoy, Kaliningrado, Rusia), en cuya Universidad estudió, así como en la de Halle-Wittenberg. Fue profesor en la Universidades de Halle, Basilea, Tubinga y Leipzig. Trabajó en la teoría de las ecuaciones integrales. Demostró (1884) los teoremas de Riemann de existencia. Con el problema de Dirichlet sobre la búsqueda de los valores de una función armónica en un dominio, se relaciona el problema de Neumann en el que la función armónica deber buscarse por la magnitud de la derivada normal sobre el límite del dominio (por ejemplo, búsqueda de la temperatura dentro de un cuerpo, dado el gradiente de temperatura en su superficie). Para la resolución de este tipo de problemas, Neumann ideó junto con Hermann Amandus Schwarz el método denominado alternante (1870). Neumann y Schwarz demostraron (1870) que era posible aplicar una región plana simplemente conexa sobre un círculo. Sin embargo, no pudieron manejar dominios simplemente conexos con varias hojas. En 1870, Neumann proporcionó una demostración de la existencia de una solución al problema de Dirichlet (existencia de una solución para $\Delta V = 0$) en tres dimensiones, usando el método de medias aritméticas, a pesar de que no usó el principio de Dirichlet (minimizar la integral de Dirichlet). La principal exposición de sus ideas está en su libro *Lecciones sobre la teoría de Riemann de las integrales abelianas*. Neumann proporcionó la siguiente expansión de una función analítica: $f(z) = \alpha_0 J_0(z) + \alpha_1 J_1(z) + \alpha_2 J_2(z) + \dots$, donde las α_i son constantes y se pueden determinar, y las J_i son las funciones de Bessel de primera clase.

En homenaje a Neumann, se denomina problema de Neumann, o segundo problema fundamental de la teoría del potencial, al que consiste en encontrar una función V que satisface $\Delta V = 0$ en una región cuando la derivada normal de V está especificada sobre la frontera.

Neumann, Franz Ernst (1798-1895). Matemático alemán. Profesor en Königsberg. Dio un método sencillo (1838) para la determinación de las constantes en el desarrollo de una función, resultado de la observación, en funciones armónicas. Extendió el problema de contacto de Apolonio a circunferencias que se cortan bajo ángulo dado.

Neumann, Johann Ludwig von (1903-1957). Matemático húngaro, nacionalizado estadounidense. Nació en Budapest en el seno de una familia alemana de banqueros. Adquirió su formación

matemática con profesores privados. Niño prodigio, a la edad de 18 años publicó su primer artículo matemático. Estudió ingeniería química en la Universidad de Berlín (1921-1923) y en la de Zúrich (1923-1925). Simultáneamente estudiaba matemáticas en la Universidad de Budapest, asistiendo solamente a los exámenes semestrales, doctorándose en 1926 con una tesis sobre la teoría de conjuntos. En 1927 se trasladó a Gotinga, donde fue discípulo de Hilbert. Ese mismo año publicó su formalización de la teoría cuántica en una serie de tres artículos. Fue nombrado “privatdozent” de la Universidad de Berlín (1927-1929). Fue profesor de la Universidad de Hamburgo (1929-1930). Una nueva serie de artículos completa la presentación, demostrando resultados importantes de la teoría de operadores. Su planteamiento matemático de la teoría cuántica incluye el uso de operadores y una teoría abstracta del espacio de Hilbert (nombre dado por Neumann hacia 1929 en honor de su profesor), utilizando a la vez el espacio de las sucesiones del cuadrado sumable y el espacio L^2 de funciones definidas en un intervalo común. En dos largos artículos de 1929-1930, Neumann presentó, por primera vez, un tratamiento axiomático del espacio de Hilbert y de los operadores sobre estos espacios, siendo su objetivo principal formular una teoría general de autovalores para una amplia gama de operadores llamados hermíticos, dando a dicha teoría la forma completamente abstracta que tiene hoy. En el segundo de dichos artículos, Neumann introduce dos topologías sobre un espacio vectorial. La topología fuerte es simplemente la topología métrica definida a partir de la norma. La topología débil da el sistema de entornos asociados a la convergencia débil.

Estableció también una importante relación entre los operadores hermíticos y los unitarios, generalizando más tarde su teoría a los operadores no acotados. En 1930, Neumann fue invitado por un periodo de seis meses a la Universidad de Princeton, volviendo el año siguiente en un puesto de profesor permanente. A comienzos de los años 30 se comenzó a configurar en Princeton el Institute of Advanced Study, del que Neumann fue su miembro más joven, permaneciendo en él hasta el final de sus días. Publicó *Fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica* (1932), cuya primera mitad está dedicada a la primera exposición de la teoría general de espacios de Hilbert. Esta obra se convirtió en la formulación canónica de la mecánica cuántica. A partir de 1943, Neumann estuvo completamente implicado en el proyecto Manhattan, dirigido por Oppenheimer, dedicado al diseño y construcción de la bomba atómica, siendo su asesor matemático. Se interesó por los computadores, impulsando la llamada arquitectura que lleva su nombre, consistente en que la misma memoria que almacena datos, almacena también las instrucciones que permiten que la máquina sea programada para desarrollar cualquier tarea. Fue miembro (1955) de la Atomic Energy Commission. En 1956 formuló una conjetura sobre la posibilidad de modificar el clima mediante posibles acciones humanas sobre el albedo terrestre, conjetura que no ha sido probada. No dando la debida importancia al peligro radiactivo, se expuso a él reiteradamente, muriendo de cáncer a los 53 años de edad. Durante su hospitalización escribió *El ordenador y el cerebro*, que se publicó tras su muerte. Neumann introdujo cambios de cierta importancia en la fundamentación de la teoría de conjuntos de Zermelo, estableciendo una distinción entre conjuntos y clases propias. Las clases propias eran colecciones tan grandes que no estaban contenidas como elementos en ninguna otra clase o conjunto, mientras que los conjuntos eran colecciones más restringidas, que podían ser elementos de otras clases. Es decir, los conjuntos eran exactamente las clases seguras, y no era la admisión de las clases propias lo que conducía a contradicciones, sino el tratarlas como elementos de otras clases. Así modificada, la teoría de conjuntos formal de Zermelo resulta adecuada para desarrollar la teoría de conjuntos que se necesita para todo el análisis clásico prácticamente y evitar las paradojas en el sentido de que, hasta hoy, nadie ha descubierto ninguna dentro de la teoría.

Neumann aportó numerosas contribuciones a las teorías de la probabilidad y de los juegos y al comportamiento económico. En 1928 publicó su primer artículo sobre estas materias, con el título *Sobre la teoría de los juegos de sociedad*. Escribió junto con Kasner, *Matemáticas e imaginación* (1940), y junto con Morgenstern, *Teoría de juegos y comportamiento económico* (1944). Esta obra dio paso a que la llamada matemática finita jugara un papel cada vez más importante en las ciencias sociales.

Nevanlinna, Rolf Herman (1895-1980). Matemático finlandés. Nació en Joensuu. Trabajó en teoría de funciones. Fue maestro de Ahlfors, a quien ayudó a resolver la conjetura de Denjoy. Creó la teoría que hoy lleva su nombre, que al incorporar métodos de teoría del potencial y de geometría diferencial,

permite obtener cotas explícitas del número medio de veces con que las funciones toman los distintos valores en términos de ciertas tasas de crecimiento (V. Picard).

Neville, Eric Harold (1889-1961). Matemático inglés. Nació en Londres. Estudió en Cambridge, donde trabajó. En una estancia en la India, en respuesta a una petición de Hardy, conoció a Ramanujan y le convenció para acompañarle a Inglaterra. Publicó *La cuarta dimensión* (1921), *Prolegómenos a la geometría analítica euclidiana* (1922), *Funciones elípticas jacobianas* (1944), *La serie de Farey* (1950), *Tablas de conversión de coordenadas polares-rectangulares* (1956).

Newell, Allen (1927-1992). Matemático estadounidense. Estudió en Princeton. Investigó en informática y en psicología cognitiva. Intentó con Simon diseñar (1956) un programa informático que pretendía, manipulando heurísticas, producir alguna demostración original de teoremas y, aun más, algún teorema original.

Newman, James Roy (1907-1966). Matemático y abogado estadounidense. Escribió con Ernest Nagel, *El teorema de Gödel* (1958), donde se establece una adecuada aproximación a la demostración del teorema de incompletitud de Gödel. Bautizó, junto con E. Kasner, como “googol” al número formado por un uno seguido de cien ceros (el nombre “google” en internet es un error ortográfico de “googol”). Escribió junto con E. Kasner, *Matemáticas e imaginación* (1940).

Newman, Maxwell Herman Alexander (1897-1984). Matemático británico. Nació en Chelsea (Londres) en el seno de una familia de emigrantes alemanes. Estudió en Cambridge, donde enseñó. En 1935, Newman impartía un seminario en el que abordaba tres cuestiones: ¿Las matemáticas son completas? ¿Son consistentes? ¿Son computables? La primera pregunta se refería a si cualquier sentencia del lenguaje de las matemáticas podía ser demostrada o rebatida. La segunda se refería a si podía presentarse la desgracia de que las matemáticas demostraran una sentencia y su contraria, y si se podía demostrar que tal posibilidad no podía existir en matemáticas. La tercera se refería a la posibilidad de la existencia de un procedimiento mecánico que pudiera determinar la veracidad o falsedad de un determinado aserto matemático. Newman demostró (1966) la conjetura de Poincaré, para toda dimensión superior a 4, consistente en que toda variedad de dimensión superior a 4, cerrada, orientable y simplemente conexa es homeomorfa a la esfera de la misma dimensión (V. Freedman, Hamilton, Zeeman, Perelmán, Huaidong, Xiping y Yau).

Newton, Isaac (1642-1727). Físico y matemático inglés. Nació en Woolsthorpe, cerca de Cambridge. Su padre había muerto antes del nacimiento del enfermizo Isaac, y su madre, que trabajaba la granja que le había dejado su marido, se volvió a casar cuando su hijo tenía tres años. Isaac fue criado por su abuela mientras asistía a la escuela del lugar, donde no demostró ninguna inclinación especial, excepto su interés por los aparatos mecánicos. Un tío suyo, graduado por Cambridge, convenció a la madre para que lo matriculase en Cambridge, entrando Newton en el Trinity College en 1661, tras superar los exámenes de entrada en los que mostró deficiencias en geometría. Estudió su carrera de filosofía natural (ciencias) con tranquilidad, sin obstáculos, estando a punto en algún momento de cambiar su carrera por la de derecho. Su primera inclinación por la química no la abandonó a lo largo de su vida. Según parece, recibía muy pocos estímulos por parte de sus profesores, excepto por parte de Barrow. Durante el primer curso leyó a Euclides, Oughtred, Schooten, Kepler, Viète, Wallis, Galileo, Fermat, Huygens, Copérnico y otros. Añadiendo a esto las clases que recibió de Barrow (profesor lucasiano a partir de 1663), no es de extrañar que Newton escribiera más tarde: “Si he conseguido ver más lejos que Descartes ha sido porque me he incorporado sobre los hombros de gigantes”. Sus primeros descubrimientos matemáticos datan de principio de 1665, cuando comenzó a expresar funciones en términos de series infinitas y a pensar en la velocidad del cambio, o fluxión, de magnitudes que varían de manera continua, o fluentes, tales como longitudes, áreas, volúmenes, distancias, temperaturas, etc. Posteriormente, Newton asociaría estas dos cuestiones bajo el nombre común de “mi método”. Conseguida su graduación como *bachelor of arts*, el Trinity College estuvo cerrado la mayor parte de los años 1665 y 1666 por causa de la peste, por lo que Newton regresó a su casa a vivir y a pensar. El resultado fue el periodo de descubrimientos matemáticos más fecundo jamás registrado, puesto que fue durante estos meses cuando hizo cuatro de sus principales descubrimientos: el teorema binomial,

el cálculo, la ley de la gravitación y la naturaleza de los colores. Más adelante diría Newton: “Todo esto fue en los años de la peste de 1665, ya que en aquellos días yo estaba en lo mejor de mi edad para la invención, y me interesaban las matemáticas y la filosofía (ciencia) más que en cualquier otra época desde entonces”. Volvió a Cambridge en 1667 para obtener un grado de maestro y fue elegido miembro del Trinity College. Entre Barrow y Newton se produjeron frecuentes discusiones científicas, así como una mutua colaboración plasmada, por ejemplo, en la revisión y corrección por parte de Newton de una de las ediciones de una de las obras de Barrow. En 1669, Barrow cedió su cátedra de Cambridge a Newton, para dedicarse a la teología. Según parece, Newton no fue un buen profesor, porque pocos estudiantes asistían a sus clases; tampoco sus colegas se dieron cuenta de la originalidad del material que presentaba. Sólo Barrow y, algo más tarde, el astrónomo Halley valoraron su grandeza y le estimularon. Al principio Newton no publicó sus descubrimientos. Se dice que tenía un miedo a la crítica anormal. Morgan dice que “un miedo mórbido a la oposición de los demás gobernó toda su vida”. Newton fue elegido miembro de la Royal Society en 1672, cuatro años después de haber construido su telescopio reflector. Ese año publicó su trabajo sobre la luz, acompañado de su filosofía de la ciencia, trabajo que fue criticado severamente por la mayor parte de sus contemporáneos, incluyendo a Hooke y a Huygens, quienes tenían ideas diferentes sobre la naturaleza de la luz. Newton quedó tan desconcertado que resolvió no publicar nunca más. Sin embargo, en 1675 publicó otro trabajo sobre la luz que contenía su idea de que la luz era una corriente de partículas (la teoría corpuscular de la luz). Otra vez se vio envuelto en una tormenta de críticas e incluso de pretensiones por parte de otros de haber descubierto ya esas ideas. Esta vez Newton decidió que sus resultados fueran publicados tras su muerte. No obstante, publicó en vida varios trabajos y libros famosos: *Principios matemáticos de la filosofía natural* (1687), *Aritmética universal* (lecciones dictadas entre 1673 y 1683, publicadas en 1707), *Óptica* (1704). *Tratado sobre la cuadratura de las curvas* (1676, publicado como uno de los apéndices de *Óptica* en 1704), *Enumeración de líneas de tercer grado* (1695, publicado como uno de los apéndices de *Óptica* en 1704), *Análisis por ecuaciones* (terminada en 1669, publicada en 1711), *Método diferencial* (1712). Otras obras se publicaron póstumamente: *Geometría analítica* (póstuma en 1736, la mayor parte escrita en 1671), *Método de las fluxiones y de las series infinitas* (1671, publicado en 1736). Su labor matemática estuvo íntimamente vinculada con sus investigaciones de filosofía natural, abarcando no sólo las cuestiones infinitesimales, sino también amplias zonas del álgebra y de la geometría. Desde 1665 en adelante aplicó la ley de la gravitación al movimiento planetario, influyéndole en este campo los trabajos de Hooke y Huygens. En 1684, su amigo Halley le instó a publicar sus resultados, pero, además de su renuncia a publicar, Newton no disponía de una demostración de que la atracción gravitatoria ejercida por una esfera sólida actúa como si la masa de la esfera estuviera concentrada en su centro, hasta tal punto que, como escribe a Halley en 1686, llegó a sospechar hasta 1685 que esto era falso. En este año demostró que una esfera cuya densidad varía sólo con la distancia al centro atrae, de hecho, a una partícula externa como si la masa de la esfera estuviera concentrada en su centro, mostrándose entonces de acuerdo en publicar su trabajo. Halley le apoyó editorialmente y pagó la publicación. En 1687 apareció la primera edición de los *Principios*, que fue seguida por dos ediciones más (1713 y 1726). El libro le reportó a Newton una gran fama, aunque era muy difícil de entender. Confesó a un amigo que lo había hecho difícil a propósito “para evitar ser atacado por pequeños charlatanes en matemáticas”. Sin duda esperaba así evitar las críticas que habían recibido sus trabajos anteriores sobre la luz. Es tan importante cuanto representa esta obra que puede decirse que, desde el punto de vista de la ciencia exacta, el siglo XVIII fue en verdad un siglo newtoniano, pudiéndose considerar que este siglo nace en 1687, fecha de la aparición de los *Principios* de Newton, libro promotor del auge de la mecánica, de la astronomía y del cálculo infinitesimal característico de dicho siglo. Newton era también un químico importante, aunque no haya grandes descubrimientos asociados a su nombre en este campo (ha de tenerse en cuenta que la química estaba entonces en su infancia). Tuvo la idea correcta de intentar explicar los fenómenos químicos en términos de partículas últimas. Tenía un conocimiento profundo de la química experimental, escribiendo el artículo *Sobre la naturaleza de los ácidos* (1692, publicado en 1710). En 1701 publicó un artículo sobre el calor, que contiene su ley sobre el enfriamiento. Creía que las propiedades químicas y físicas de los cuerpos podrían explicarse en términos del tamaño, forma y movimiento de las partículas últimas, y rechazaba las fuerzas ocultas de los alquimistas, como simpatía, antipatía, armonía y atracción. También trabajó en hidrostática e hidrodinámica, experimentando con el rozamiento en el movimiento del péndulo en distintos medios, sobre la caída de

esferas en aire y agua, y sobre el flujo de agua en los surtidores. Se construyó dos telescopios reflectantes, produciendo la aleación para sus armazones y fabricando las monturas y puliendo las lentes. En 1692, Newton fue elegido para representar a Cambridge en el Parlamento Británico, pero a pesar del generoso reconocimiento que se le tributaba, sufrió en 1692 una depresión y una seria crisis nerviosa. Decidió abandonar la investigación y aceptó en 1696 el nombramiento de *warden of the mint*, convirtiéndose tres años después en *master of the mint* (director de la Casa de la Moneda de Londres), cargo en el que se encontraba a gusto y lo consideraba un éxito, quizá porque a lo largo de su vida había dedicado buena parte de su tiempo a la investigación química, con un interés especial por la alquimia. Durante sus veintisiete años en este puesto no hizo investigación, salvo para trabajar ocasionalmente en algún problema. Como su antecesor Barrow, Newton se orientó hacia los estudios religiosos relativamente tarde. En su obra *Cronología corregida de los antiguos reinos*, intentó atribuir fecha precisa a sucesos descritos en la Biblia y en otros documentos religiosos, relacionándolos con sucesos astronómicos. Su principal trabajo religioso fue *Observaciones sobre las profecías de Daniel y el Apocalipsis de San Juan*, obra que como la *Cronología*, se publicó póstuma. Los honores se prodigaron sobre Newton durante los últimos años de su vida: en 1699 fue elegido miembro asociado extranjero de la Académie des Sciences de París, en 1703 fue elegido presidente de la Royal Society, cargo que ocupó hasta su muerte, y en 1705 fue elevado a la nobleza por la reina Ana. Enterrado en la Abadía de Westminster, su epitafio reza: “Aquí yace Isaac Newton, Caballero, que, con fuerza de espíritu casi divina, los movimientos de los planetas, las figuras, las sendas de los planetas, las mareas del océano con sus matemáticas como antorcha fue el primero en demostrar. Las diferencias de los rayos de luz, y las propiedades de los colores de ellos nacientes que antes nadie ni hubiese sospechado, investigó con rigor. De la naturaleza, de la antigüedad, de la Sagrada Escritura asiduo, sutil y fiel intérprete, afirmó con la filosofía la majestad de Dios, expresó con sus costumbres la simplicidad del Evangelio. Congratúlense los mortales de que existiese tal y tan grande *ornamento del género humano*”.

Los *Principios matemáticos de la filosofía natural* (1687) es el tratado científico más admirado de todos los tiempos. Presenta los fundamentos de la física y de la astronomía formulados en el lenguaje de la geometría pura. En dicha obra, cuyos gastos de impresión fueron sufragados por Halley, Newton dedica un par de secciones del primer libro (la obra consta de tres libros) a estudiar propiedades de las cónicas, en forma geométrica. Aparece la construcción geométrica del “problema de las cuatro rectas”, a la que agrega la construcción de las tangentes del lugar y del foco de la cónica, así como diversos teoremas de construcción de cónicas cuando se dan cinco elementos entre puntos y tangentes u otras condiciones, diciendo que esos problemas “no los ha resuelto mediante un cálculo analítico, con evidente alusión a la tendencia cartesiana, sino por una construcción geométrica tal como lo requerían los antiguos”. Estudió el centro de curvatura de una cónica en un punto cualquiera. Dedujo que los centros de todas las cónicas de una serie están en línea recta. También en esta obra resolvió el primer problema de cálculo de variaciones, en el que se requería hallar una curva que pasara por dos puntos dados y tal que al girar en torno a un eje dado generara un cuerpo de revolución de resistencia mínima en un fluido, que Newton resolvió por medio de una ecuación equivalente a una ecuación diferencial en forma de proporción geométrica. Además, es la primera publicación de Newton que incluye su desarrollo del cálculo, es decir, la teoría de las fluxiones.

Newton realizó tres ediciones de los *Principios*, la primera en Londres (1687), la segunda en Cambridge (1713) y la tercera en Londres (1726), editadas respectivamente por Halley, Cotes y Pemberton (los comentarios que se realizan a continuación, corresponden a la tercera edición). La obra comienza con la dedicatoria de Halley en forma de poema (V. más abajo), los prefacios del autor y del editor, y el prólogo del autor. En su prefacio, Newton dice: “Puesto que los científicos (como nos dice Pappus) valoraban la ciencia de la mecánica como de la mayor importancia en la investigación de las cosas naturales, y los modernos, rechazando las formas sustanciales y las cualidades ocultas, se han esforzado por someter los fenómenos de la naturaleza a las leyes de las matemáticas, en este tratado he cultivado las matemáticas hasta donde se relacionan con la filosofía (ciencia)... y, en consecuencia, presento este trabajo como los principios matemáticos de la filosofía, porque la auténtica carga de la filosofía parece consistir en esto – a partir de los fenómenos del movimiento, investigar las fuerzas de la naturaleza y entonces, mediante esas fuerzas, mostrar los otros fenómenos...”. Los principios matemáticos eran para Newton, como para Galileo, principios cuantitativos. Por eso dice que su propósito es descubrir y establecer la forma exacta en la que “todas las cosas han sido ordenadas en

medida, número y peso”. Newton tenía una buena razón para hacer hincapié en las leyes matemáticas cuantitativas como contrapuestas a la explicación física, porque el concepto físico central en su mecánica celeste es la fuerza de la gravitación, cuya acción no podía explicarse en absoluto en términos físicos. En lugar de una explicación, Newton tenía una formulación cuantitativa de cómo actuaba la gravedad, que era significativa y utilizable. Y por ello dice: “Porque aquí pretendo sólo dar una noción matemática de estas fuerzas, sin considerar sus causas físicas y sedes”. Hacia el final del libro repite estas ideas: “Pero nuestro propósito es sólo descubrir la cantidad y propiedades de esta fuerza a partir de los fenómenos, y aplicar lo que descubrimos en algunos casos sencillos, como principios, mediante los cuales, de forma matemática, podemos estimar los efectos de ellos en casos más complicados... Decimos, de *forma matemática*, para evitar todas las cuestiones sobre la naturaleza y cualidades de esta fuerza, que no pretenderíamos determinar mediante ninguna hipótesis”. El abandono del procedimiento físico a favor de la descripción matemática escandalizó incluso a grandes científicos. Huygens consideró la idea de la gravitación como absurda, porque su acción a través del espacio vacío imposibilitaba cualquier acción mecánica y mostró su sorpresa porque Newton se hubiera tomado el trabajo de realizar esa cantidad de cálculos laboriosos con el único fundamento del principio matemático de la gravitación. Leibniz atacó la gravitación como una potencia incorpórea e inexplicable. Johann (I) Bernoulli la denunció como “repugnante a las mentes acostumbradas a no aceptar ningún principio en física que no fuera incontestable y evidente”. Pero esta confianza en la descripción matemática, aun donde la comprensión física faltaba completamente, permitió a Newton sorprendentes contribuciones, por no mencionar los desarrollos subsiguientes.

Tras los prefacios, los *Principios* comienzan con una sección preliminar que incluye ocho definiciones, un escolio y tres axiomas o leyes del movimiento con seis corolarios y un escolio. Las definiciones corresponden a cantidad de materia, cantidad de movimiento, fuerza insita (es proporcional al cuerpo y no se diferencia en nada de la inercia de la masa), fuerza impresa (consiste en la sola acción y no permanece en el cuerpo después de ella), fuerza centrípeta y sus magnitudes absoluta, acelerativa y motriz. En el escolio, Newton expone algo de su trasfondo metafísico: sus ideas de espacio absoluto, tiempo absoluto, movimiento absoluto. “El tiempo absoluto, verdadero y matemático en sí y por su naturaleza... se llama duración; el (tiempo) relativo aparente y vulgar es una medida sensible y externa de cualquier duración... El espacio absoluto... siempre permanece igual e inmóvil; el (espacio) relativo es cualquier cantidad o dimensión variable de este espacio... Lugar es la parte del espacio que un cuerpo ocupa y es, en tanto que espacio, absoluto o relativo... Movimiento absoluto es el paso de un cuerpo de un lugar absoluto a otro lugar absoluto; el (movimiento) relativo, de un lugar relativo a otro lugar relativo...”. Las tres leyes del movimiento, son: 1) Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo a no ser en tanto que sea obligado por fuerzas impresas a cambiar de estado. 2) El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime. 3) Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria: o sea, las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones opuestas. Estas leyes están seguidas de seis corolarios y un escolio, donde precisa los distintos casos de composición, descomposición, suma, resta, etc., en que se producen los cambios y las acciones de las fuerzas impresas, y en el escolio Newton hace repaso y homenaje de los predecesores en el uso de las citadas leyes (Galileo, Wren, Wallis, Huygens, Mariotte). A continuación, la obra está dividida en tres libros, el primero y el segundo sobre el movimiento de los cuerpos, y el tercero sobre el sistema del mundo. El primer libro consta de catorce secciones, en las que se presenta una teoría general del movimiento de los cuerpos en condiciones ideales, es decir, en medios sin resistencia, con masa pero sin forma ni volumen, sin problemas de elasticidad ni de viscosidad, etc. En este libro, en su primera sección, con once lemas, diecinueve corolarios y dos escolios, aparecen las primeras noticias publicadas por Newton sobre el cálculo fluxional. Por lo que se refiere a la noción básica del cálculo, la fluxión o, como se dice hoy, la derivada, Newton hace varias afirmaciones. Rechaza los infinitesimales o las cantidades indivisibles últimas a favor de las “cantidades divisibles evanescentes”, cantidades que se pueden hacer disminuir tanto como se quiera, diciendo: “Cocientes últimos en los que las cantidades se anulan no son, estrictamente hablando, razones de cantidades últimas sino límites a los que se acercan las razones de esas cantidades, al decrecer sin límite, las cuales, aunque pueden hacerse más próximas (a sus límites) que cualquier diferencia dada, no pueden ni sobrepasarlos ni alcanzarlos antes que las cantidades hayan decrecido indefinidamente” (esta es la afirmación más clara de todas las que hizo con respecto a

su cociente último). También dijo: “Por velocidad última se entiende aquélla con la que se mueve el cuerpo, ni antes de que llegue a su posición final, cuando cesa el movimiento, ni después, sino en el mismo instante en el que llega... Y, de la misma manera, por razón última de cantidades evanescentes debe entenderse la razón de cantidades, no antes de que se anulen, ni después, sino aquélla con la que se anulan”. En la sección segunda, que contiene diez proposiciones (cinco teoremas y cinco problemas), treinta y un corolarios, cinco escolios y un lema, trata el movimiento bajo fuerzas centrales que atraen al móvil hacia un punto (fijo, que resulta ser el Sol en la práctica), y demuestra en la primera proposición que áreas iguales son barridas en tiempos iguales (segunda ley de Kepler: El radio vector que une el Sol con un planeta, describe áreas iguales en tiempos iguales). En la sección tercera, con siete proposiciones (tres teoremas y cuatro problemas), veinte corolarios, un escolio y dos lemas, Newton considera el movimiento de un cuerpo a lo largo de una sección cónica y muestra que la fuerza debe variar como el inverso del cuadrado de la distancia a un punto fijo, probando el recíproco, que contiene la primera ley de Kepler (los planetas se mueven describiendo elipses, en uno de cuyos focos está el Sol). Después de algún tratamiento de la fuerza centrípeta, deduce la tercera ley de Kepler (los cuadrados de los tiempos de revolución de los planetas están en la misma relación que los cubos de los semiejes mayores de sus órbitas). Siguen dos secciones, cuarta y quinta, aquélla con cuatro proposiciones (cuatro problemas), un escolio y dos lemas, y ésta con ocho proposiciones (ocho problemas), doce corolarios, seis escolios y once lemas, ambas secciones dedicadas a las propiedades de las secciones cónicas. El problema principal en la quinta sección, es la construcción de cónicas que satisfagan cinco condiciones dadas; en la práctica, estas condiciones son datos de observación. La sección sexta consta de dos proposiciones (dos problemas), cuatro corolarios, un escolio y un lema, y en ella se determina la velocidad y posición de un objeto, dado el tiempo que ha estado en movimiento a lo largo de una sección cónica. En la sección séptima, que consta de ocho proposiciones (cuatro teoremas y cuatro problemas) y siete corolarios, se analiza el ascenso y descenso rectilíneo de los cuerpos. La sección octava presenta tres proposiciones (un teorema y dos problemas) y cinco corolarios, estudiando cómo hallar órbitas en las que giran cuerpos sujetos a cualesquiera fuerzas centrípetas. La sección novena, con tres proposiciones (un teorema y dos problemas) con tres ejemplos y ocho corolarios, estudia el movimiento de las líneas apsidales, es decir, las líneas que unen el centro de atracción (el foco) a la distancia máxima o mínima de un cuerpo que se mueve a lo largo de una cónica (vértices del eje mayor o del menor, ápsides), que gira, a su vez, a cierta velocidad alrededor del foco. La sección décima contiene once proposiciones (cinco teoremas y seis problemas) con nueve corolarios y un escolio, y estudia el movimiento de cuerpos sobre superficies, con referencia especial al movimiento del péndulo, reconoce debidamente el trabajo de Huygens, y en conexión con el efecto acelerador de la gravedad sobre los movimientos, investiga las propiedades geométricas de las cicloides, epicicloides e hipocicloides, y proporciona la longitud de la epicicloide. La sección undécima consta de trece proposiciones (diez teoremas y tres problemas) con treinta y dos corolarios y un escolio, y está dedicada al movimiento de cuerpos que tienden unos a otros con fuerzas centrípetas, deduciendo geoméricamente, a partir de las leyes del movimiento y la ley de la gravitación, el movimiento de dos cuerpos que se atraen mutuamente con la fuerza debida a la gravitación. Su movimiento se reduce al movimiento de uno de ellos alrededor del segundo cuerpo que se toma fijo. El cuerpo que se mueve recorre una elipse. La sección duodécima que consta de quince proposiciones (doce teoremas y tres problemas) con tres ejemplos, veintitrés corolarios, tres escolios y un lema, estudia la fuerza atractiva de los cuerpos esféricos. Considera la atracción ejercida por esferas y esferoides, de densidad uniforme y variable, sobre una partícula. Da una demostración geométrica de que una fina capa esférica homogénea no ejerce ninguna fuerza sobre una partícula en su interior. Como su resultado se verifica para una capa delgada, también lo hace para una suma de tales capas, esto es, para una capa de espesor finito. Muestra que la atracción de una fina capa esférica y homogénea sobre una partícula externa es equivalente a la atracción que se ejercería si la masa de la capa estuviera concentrada en el centro, de modo que la capa atrae a la partícula hacia el centro y con una fuerza que varía con el inverso del cuadrado de la distancia al centro. Muestra también que una esfera sólida homogénea atrae a una partícula interior con una fuerza proporcional a la distancia de la partícula al centro. Por lo que se refiere a la atracción que ejerce una esfera sólida y homogénea sobre un punto externo, muestra que es la misma que si la masa de la esfera estuviera concentrada en el centro. Por lo tanto, si dos esferas se atraen mutuamente, la primera atrae a todas las partículas de la segunda como si la masa de la primera estuviera concentrada en su centro. Entonces la primera esfera

se convierte en una partícula atraída por la masa distribuida de la segunda, por lo que la segunda esfera también puede tratarse como una partícula cuya masa está concentrada en su centro. Así ambas esferas pueden tratarse como partículas cuyas masas están concentradas en sus centros respectivos. La sección decimotercera consta de nueve proposiciones (seis teoremas y tres problemas) con trece corolarios y un escolio, y estudia las fuerzas atractivas de cuerpos no esféricos. Por ejemplo, considera situaciones de la sección anterior aplicadas a elipsoides en vez de a esferas. La sección decimocuarta, con cinco proposiciones (tres teoremas y dos problemas) con dos corolarios y dos escolios, estudia el movimiento de cuerpos menores sometidos a fuerzas centrípetas tendentes hacia gran parte de otro cuerpo muy grande. Considera el movimiento de tres cuerpos, cada uno de los cuales atrae a los otros dos, y obtiene algunos resultados aproximados. Esta sección está relacionada con su teoría corpuscular de la luz, y no está exenta de reivindicación de esa teoría frente a los argumentos utilizados en su contra en la polémica que al respecto se suscitó en los años setenta. Conviene reseñar aquí, que en este primer libro se encuentran algunos de los problemas cuya solución merece ser recordada por su novedad: el llamado problema de Kepler (cálculo de las áreas para sectores focales de la elipse), cálculo de la corrección que es preciso introducir en la tercera ley de Kepler en función de las masas de los cuerpos en giro, el problema de los tres cuerpos, etc. El esfuerzo matemático acumulado a lo largo de este libro puede parecer desproporcionado con respecto a los problemas que trata, pero nada tiene de trivial si se considera en su conjunto. Sean lo que fueren las fuerzas centrípetas, en torno a ellas se constituye por primera vez un sistema capaz de calcular espacios, velocidades, tiempos, masas, trayectorias, etc. con aproximaciones jamás conocidas. Añadiendo a esto la generalidad alcanzada en esta teoría del movimiento (ideal o matemático si se quiere) y pese a las restricciones que el mismo Newton concede de buena gana, se tiene una primera mecánica, “la más perfecta de todas”, como dice en el prólogo, con que se tropieza la historia, un tratado sobre el movimiento de los cuerpos de alcance teórico general. El libro segundo, que consta de 9 secciones, es de naturaleza mucho más concreta, con aplicaciones a problemas más específicos en los que Newton introduce las complejidades de la resistencia, la viscosidad, la densidad, la elasticidad, etc. Es el comienzo de la hidrodinámica. Estudia los movimientos circulares, pendulares, ondulatorios, organizando la dinámica de los cuerpos en cualesquiera clase de medios, resistentes o no resistentes, en torno a una ley profunda de la naturaleza, la ley de la gravedad, de forma que el lector se ve irremediamente en el dilema de elegir entre un universo gravitacional y otro universo lleno de materias vorticiales (los vórtices eran una hipótesis imaginaria de Descartes) cuyo comportamiento dinámico sería completamente incompatible con los fenómenos. La sección primera de este segundo libro, presenta cuatro proposiciones (dos teoremas y dos problemas) con doce corolarios, un escolio y un lema, y estudia el movimiento de cuerpos que encuentran una resistencia a su velocidad. La sección segunda contiene seis proposiciones (cinco teoremas y un problema) con cuatro ejemplos, veinticinco corolarios, dos escolios y un lema, y estudia el movimiento de los cuerpos cuando la resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad. El lema dice que el momento de una cantidad generada es igual a los momentos de cada lado generador multiplicados por los índices de las potencias de dichos lados y sus coeficientes continuamente. Este lema siempre fue aducido por Newton como argumento central de su prioridad y de su utilización del método infinitesimal tanto en los *Principios* como en trabajos anteriores, pues en él presenta el principio fundamental del cálculo. En la primera edición de los *Principios*, al final de este lema venía un escolio donde Newton decía: “En cartas que hace diez años mediaron entre el sabio geómetra G. G. Leibniz y yo mismo, como manifestare que yo era poseedor de un método para determinar máximos y mínimos, para tratar tangentes y para hacer cosas semejantes, método que servía con términos irracionales, tanto como con términos racionales, y mediante trasposiciones literales que implicaban la siguiente proposición (“dada una ecuación cualquiera que contenga cantidades fluentes, hallar las fluxiones, y viceversa”) la ocultare; me contestó el muy preclaro varón que también él había llegado a un método semejante, y comunicó un método apenas diferente al mío más que en las formas verbales y de notación. El fundamento de ambos métodos se halla en este lema”. Este escolio se eliminó en la tercera edición de los *Principios*, quizá porque Leibniz ya había muerto en 1716 y ya habían circulado más que de sobra las razones de uno y de otro. La sección tercera, con cuatro proposiciones (cuatro teoremas), siete corolarios y dos escolios, analiza el movimiento cuando la resistencia es de los dos tipos anteriores. Como indica en el escolio final de esta sección tercera, incluye evidencias empíricas de su propia experiencia de laboratorio, en las que ha tratado de medir viscosidades, elasticidades, etc. La sección cuarta con cuatro proposiciones (dos teoremas y dos problemas), doce corolarios, un

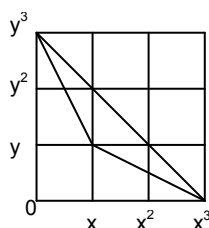
escolio y un lema, estudia el movimiento circular en medios resistentes. La sección quinta comienza con la definición de fluido, tiene cinco proposiciones (cinco teoremas), once corolarios y dos escolios, y estudia la densidad y compresión de los fluidos y la hidrostática. En los corolarios de estas dos anteriores secciones, van apareciendo aplicaciones en las que Newton tiene presentes los problemas debatidos en el momento en que escribe, por otros filósofos naturales, como es el caso del magnetismo. La sección sexta, con ocho proposiciones (siete teoremas y un problema), diecinueve corolarios y un escolio general, analiza el movimiento y la resistencia de los cuerpos pendulares. La sección séptima, con nueve proposiciones (seis teoremas y tres problemas), catorce experimentos, treinta y un corolarios, seis escolios y cinco lemas, estudia el movimiento de los fluidos y la resistencia de proyectiles. Considera el contorno que debe tener una superficie de revolución moviéndose a velocidad constante en la dirección de su eje, si presenta la mínima resistencia al movimiento. Newton supuso que la resistencia del fluido en cualquier punto sobre la superficie del cuerpo es proporcional a la componente de la velocidad normal a la superficie, y dio una caracterización geométrica del contorno deseado (en una carta a Gregory en 1694, Newton dio una solución). La sección octava consta de diez proposiciones (siete teoremas y tres problemas), diez corolarios y un escolio, y estudia el movimiento que se propaga por los fluidos. Estudia la teoría de ondas en el aire, por ejemplo, las ondas de sonido, y obtiene una fórmula para la velocidad del sonido en el aire. También trata el movimiento de ondas en el agua. La sección novena comienza con una hipótesis sobre la proporcionalidad de la resistencia de un fluido con su velocidad, y consta de tres proposiciones (tres teoremas), diecinueve corolarios, dos escolios, y analiza el movimiento circular de los fluidos. Describe los experimentos que realizó para determinar la resistencia que los fluidos ofrecen a los cuerpos que se mueven en su seno. Estudia los vórtices, desmonta la teoría de Descartes al respecto, y concluye que los planetas se mueven en un vacío. Alcanzada la perspectiva unificadora presentada en los dos libros anteriores, sólo falta mostrar el grado de aplicación de estos principios al universo, de ahí el título del tercer libro: *Sobre el sistema del mundo*. Este libro comienza con la exposición de cuatro reglas para filosofar: 1) No deben admitirse más causas de las cosas naturales que aquéllas que son verdaderas y suficientes para explicar sus fenómenos. 2) Por ello, en tanto que sea posible, hay que asignar las mismas causas a los efectos naturales del mismo género. 3) Han de considerarse cualidades de todos los cuerpos aquéllas que no pueden aumentar ni disminuir y que afectan a todos los cuerpos sobre los cuales es posible hacer experimentos. 4) Las proposiciones obtenidas por inducción a partir de los fenómenos, pese a las hipótesis contrarias, han de ser tenidas, en filosofía experimental, por verdaderas exacta o muy aproximadamente, hasta que aparezcan otros fenómenos que las hagan o más exactas o expuestas a excepciones. Luego presenta seis fenómenos relativos a los planetas y satélites. Seguidamente plantea treinta y tres proposiciones (diecinueve teoremas y catorce problemas), veinte corolarios, cuatro escolios y una hipótesis que dice que el centro del universo está en reposo. Entre varias cuestiones tratadas, destacan las siguientes. Muestra cómo se puede calcular la masa del Sol en términos de la de la Tierra, y que la masa de cualquier planeta que tenga un satélite se puede calcular de la misma manera. Calcula la densidad media de la Tierra y obtiene que está entre cinco y seis veces la del agua (la cifra actual está alrededor de 5,5). Muestra que la Tierra no es una esfera verdadera sino un esferoide achatado y calcula su achatamiento: $1/230$ (la cifra actual es de $1/297$). De la observación de esta forma en cualquier planeta, se puede calcular la duración de su día. Utilizando el grado de achatamiento y la noción de fuerza centrípeta, calcula la variación de la atracción gravitatoria de la Tierra sobre la superficie y, por tanto, la variación en el peso de un objeto. Demuestra que la fuerza atractiva de un esferoide no es la misma que si la masa del esferoide estuviera concentrada en su centro. Se ocupa a continuación de la precesión de los equinoccios, obteniendo que el periodo de su cambio es de 26.000 años, valor ya obtenido por Hiparco. Explica que la causa mayor de las mareas es la Luna, y el Sol la segunda. Utilizando la masa solar calcula la altura de las mareas solares. De las alturas observadas de las mareas más altas y más bajas (Sol y Luna en plena conjunción o en plena oposición) determina la marea lunar, estimando la masa lunar. Determina el movimiento de la Luna en latitud y longitud, y el movimiento de los ápsides. Newton utiliza el método matemático de variación de los parámetros, en el cálculo de los efectos del Sol sobre la órbita de la Luna considerando variaciones sobre dicha órbita. Continúa con un conjunto de dos proposiciones no ligadas a teoremas o problemas, nueve proposiciones (un teorema y ocho problemas), veinticuatro corolarios, un ejemplo, tres operaciones, una hipótesis, once lemas y tres escolios, todo ello bajo el siguiente título: *Sobre el movimiento de los nodos de la Luna*. En este

conjunto trata problemas complejos, algunos relacionados con el problema de los tres cuerpos. Calcula la inclinación de la órbita lunar con el plano de la eclíptica. Calcula las fuerzas del Sol y de la Luna para mover el mar. Determina la figura de la Luna. Había siete irregularidades conocidas en el movimiento de la Luna, y Newton descubrió dos más: las desigualdades del apogeo y la de los nodos. Estudia el movimiento de los cometas a los que Newton había prestado atención desde sus días de estudiante y que, pese a su frecuencia y a las múltiples observaciones y conjeturas de que habían sido objeto, todavía en los años 1682 y 1683 eran ampliamente desconocidos por Newton, como refleja su correspondencia con el astrónomo Flamsteed. No obstante, gracias a la nueva teoría y a las observaciones recopiladas del cometa de 1680 (incluye también las observaciones disponibles de otros cometas, en particular los de los años 1664 y 1665, y 1682 y 1683, de los que Newton había sido testigo) construye una representación a escala de su trayectoria, de su luminosidad aparente y de las velocidades y tiempos de su paso por las inmediaciones de la Tierra, logrando dar una ley para sus movimientos, demostrando que los cometas deben moverse bajo la atracción gravitatoria del Sol porque sus trayectorias son secciones cónicas. Con todo ello, en este tercer libro, Newton reconstruye el sistema copernicano de acuerdo con las leyes de Kepler y las correcciones computacionales, posibles gracias al nuevo método de cálculo, incorporando como centro de la reconstrucción la ley de la gravedad, que permite explicar también las mareas, predecir irregularidades en el movimiento de la Luna y los planetas y explicar la trayectoria de los cometas. Conviene indicar aquí el amplio aparato observacional reunido por Newton para ser incorporado como datos observables de cada uno de los problemas planteados. Los *Principios* terminan con un escolio general, en el que Newton se adentra en una consideración sobre el papel de Dios en el sistema del universo, y sobre su acción y presencia en su funcionamiento. Newton es consciente de que el valor importante de sus esfuerzos científicos es el estudio del trabajo de Dios y el apoyo a la religión revelada. En otros trabajos, Newton definió las acciones de Dios para mantener al mundo funcionando de acuerdo a su plan, usando la figura de un relojero vigilando un reloj en reparación. En los dos últimos párrafos del escolio, Newton se confiesa desconocedor de la naturaleza de la gravedad y se niega a hacer hipótesis imaginarias, diciendo que sea lo que sea, existe de hecho. Y termina mencionando un “cierto espíritu sutilísimo” que atraviesa todos los cuerpos y gracias al cual, fenómenos como la cohesión, la interacción química o eléctrica, la emisión de luz y calor y hasta la sensación y movimientos musculares humanos, podrían ser explicados.

Edmund Halley escribió la siguiente oda, dirigida “A esta obra físico-matemática del muy ilustre varón Isaac Newton, honra insigne de nuestro siglo y de nuestro pueblo”, que se incorporó al libro tras su cabecera: “He aquí la Ley del Universo, las divinas medidas de la masa, - He aquí el cálculo del Cielo; leyes que, mientras establecía - Los principios de las cosas, el Creador de todo no quiso violar, - Y así establecer los fundamentos de las obras. - Se abren del cielo vencido los últimos arcanos, - Y no se oculta ya qué fuerza mueve los últimos círculos. - Sentado el Sol en su trono ordena a todas las cosas - Dirigirse hacia Él con rápido descenso, y ya no deja a los carros - Celestes moverse en línea recta por los inmensos espacios vacíos; - Sino que, siendo Él el centro, atrae a cada cosa en giros inmutables. - Ya está claro cuál sea el tortuoso camino de los horribles cometas; - Ni ya nos causa asombro la aparición del astro con cabellera. - Al fin aquí sabemos por qué avanza la plateada Luna - Con pasos desiguales; por qué, hasta ahora rebelde a los astrónomos, - Rechaza el freno de los números, - Por qué regresan los nodos, por qué los auges se adelantan. - Y también podemos saber cuán grande es la fuerza - Con la que la errante Luna empuja el flujo del mar - Cuando con quebradas olas abandona las Ovas - Y desnuda las arenas, peligro de los navegantes, - Lanzándolas una y otra vez a la cima de las costas. - Cosas que tantas veces han torturado a los sabios antiguos - Y que en vano torturan a las Escuelas con ronca contienda - Las vemos claras ahora matemáticamente desveladas. - Ya el error con su niebla no aplasta a quienes - La sublime agudeza del genio concedió - Entrar en la morada de los dioses y escalar las alturas del Cielo. - Levantaos mortales, desechad los terrenos cuidados - Y distinguid desde ahora las fuerzas de la mente divina - Tan amplia y largamente distante de la vida de las bestias.- Quien ordenó en tablas escritas castigar las muertes, - Robos, adulterios y crímenes de perjurio y fraude, - Quien había aconsejado a los pueblos errantes - Rodear las ciudades de altas murallas era un sabio; - O quien alegró a las gentes con el don de Ceres, - O sacó de las uvas consuelo en las penas, - O enseñó a juntar diferentes sonidos - Pintados en una caña del Nilo, - Y a transformar en signos visibles las voces distintas, - Explicó menos la suerte de los hombres; de modo que - Sólo consideró unas pocas necesidades de la vida. - Pero ya somos admitidos en

convite a la mesa de los dioses, - Ya podemos manejar las leyes superiores del Universo - Y ya se abren los ocultos misterios de la oscura Tierra, - El orden inmóvil de las cosas y los secretos - Que ocultaron los siglos pasados. - Vosotros, los que gozáis del néctar celeste, - Celebrad conmigo a quien tales cosas nos muestra. - A Newton que abre el cerrado cofre de la verdad, - A Newton, amado de las musas, en cuyo limpio pecho - Habita Febo, de cuya mente se apoderó con todo su Numen; - Pues no está permitido a un mortal tocar más de cerca a los dioses”.

En *Enumeración de líneas de tercer grado* (1695, publicado como uno de los apéndices de *Óptica* en 1704), Newton inicia la teoría de las curvas algebraicas, ocupándose en particular de las cúbicas. Aplicó sistemáticamente a estas curvas el método de las coordenadas, aceptando que las coordenadas pudieran ser negativas, dibujándolas y clasificándolas por el número posible de puntos de intersección con una recta (grado de la ecuación de la curva). Extendió a estas curvas los teoremas sobre diámetros, centros, ejes, etc., y estableció que, del mismo modo que proyectando un círculo podían obtenerse todas las cónicas, existen en las curvas de tercer orden cinco formas fundamentales, que pueden dar por proyección y ulterior sección plana del cono, todas las demás, reconociendo 72 especies de curvas de tercer orden, considerando las ramas finitas, la existencia o no de diámetros, las ramas infinitas y sus propiedades, los lazos, los puntos cuspidales, etc. A esta clasificación proyectiva, Newton la denominó “descripción orgánica”. Llamó diámetro de una curva de orden n -ésimo correspondiente a una dirección dada, a la recta definida por los sucesivos centros de gravedad de los n puntos en los que cada secante paralela a dicha dirección corta a la curva. Estudió las curvas epicicloides, epitrocoides, hipérbolas cúbicas (semitridentes), hipocicloides, óvalos de Descartes, las parábolas divergentes que llevan su nombre, la serpentina que también lleva su nombre, las tautócronas, la braquistócrona, la tractriz, el tridente que lleva su nombre, las trocoides.



Encontró un método para el dibujo de la cisoide. Estableció el llamado diagrama de Newton (o de Newton-Cramer) para determinar representaciones de las distintas ramas de una curva. Para ello se asocia a la ecuación polinómica dada una cuadrícula rectangular cuyos nudos corresponden a los términos que forman aquélla. Uniendo los nudos se forma una región poligonal, cuyos lados representan aproximaciones a las ramas de la curva dada. En el dibujo se representa el caso del folium de Descartes de ecuación $x^3 + y^3 - 3axy = 0$.

En *Aritmética universal* (lecciones dictadas entre 1673 y 1683, publicadas en 1707), a pesar de su título, escribió un tratado de álgebra que generaliza y mejora la teoría general de ecuaciones, la eliminación algebraica y la resolución por el álgebra de problemas geométricos. Esta obra no contiene demostraciones, y no constituye una colección de todos los logros algebraicos de Newton, pues no incluye, por ejemplo, la generalización de la fórmula del desarrollo del binomio para el caso de exponentes racionales fraccionarios (V. más abajo). En esta obra, Newton dice refiriéndose al concepto número: “Por número entendemos, no tanto el conjunto de unidades como la relación abstracta de cualquier magnitud hacia otra magnitud del mismo género, tomada por nosotros como unidad. Los números los hay de tres tipos: entero, fraccionario e irracional. El número entero es aquello que se mide con unidades; el fraccionario con partes múltiples de la unidad; los números irracionales no son conmensurables con la unidad”. Añade: “Todas las operaciones de la aritmética son tan necesarias en el álgebra que ellas solas forman una ciencia completa de cálculos y por esto expondré ambas conjuntamente”. Habla de raíces “afirmativas” (positivas), “negativas” e “imposibles” (imaginarias): “Es de razón que las raíces de las ecuaciones sean imposibles (complejas), no vaya a ser que presenten casos de problemas que son imposibles como si fuesen posibles” (es decir, los problemas que no tienen solución física o geoméricamente real deberían tener raíces complejas). Se ocupa de raíces múltiples y extiende, sin demostración, la regla de los signos de Descartes a las raíces imaginarias. Enuncia una regla para encontrar factores lineales en las ecuaciones. Su método de eliminación, que coincide en esencia con los de Fermat y Hudde, hoy lleva el nombre de Euler. Deduce, de las relaciones entre los coeficientes

y la suma de las potencias de igual exponente de las raíces, reglas para obtener límites de las raíces reales. Expuso fórmulas recurrentes para las sumas de potencias de las raíces de una ecuación. Introduce nuevos métodos para resolver gráficamente las ecuaciones mediante la intersección de curvas de fácil trazado, por ejemplo, la conchoide. Describió un método para determinar el número máximo de raíces positivas y negativas y, con ello, el mínimo número de raíces complejas. Estableció un teorema sobre la cota superior de las raíces reales de ecuaciones polinómicas. Hoy se conoce como “método de Newton”, un método numérico de aproximación de las raíces, que apareció por primera vez (1685) en el *Álgebra* de Wallis (también apareció en esta obra de Wallis el primer informe impreso de la teoría de las fluxiones de Newton), aunque figura en obras de Newton anteriores, como *Análisis por ecuaciones* (terminada en 1669, publicada en 1711) y *Tratado sobre la cuadratura de las curvas* (1676, publicado como uno de los apéndices de *Óptica* en 1704).

Este método se apoya en el desarrollo en serie, y su aplicación se facilitó con su invención de la regla denominada del “paralelogramo de Newton”: Dada una ecuación polinómica $f(x,y) = 0$, se le asocia una cuadrícula rectangular cuyos nudos corresponden a los términos de todos los grados que aparezcan en la ecuación dada que seguidamente se conectan entre sí por medio de segmentos, formándose una región poligonal convexa hacia el punto que representa el término de grado cero. Otros métodos que utilizó Newton para obtener los desarrollos en serie, son: desarrollo del binomio con exponentes fraccionarios y negativos, división del numerador por el denominador en el caso de funciones racionales fraccionarias, método de los coeficientes indeterminados, cambio de variables, inversión de series, etc. Newton expuso el método con un solo ejemplo, de la forma siguiente, algo abreviada: Sea resolver la ecuación $y^3 - 2y - 5 = 0$, y sea 2 un valor que difiere de la raíz en menos de $0,1$. Si se hace $y = 2 + p$, se llega a $p^3 + 6p^2 + 10p - 1 = 0$. Si se eliminan los dos primeros términos, por ser pequeños, se llega a $10p - 1 = 0$, de donde se obtiene $p = 0,1$. Si entonces, nuevamente, se hace $p = 0,1 + q$, se llega a la ecuación $q^3 + 6,3q^2 + 11,23q + 0,061 = 0$, y como antes, eliminando los dos primeros términos, resulta $q = -0,0054$. Si ahora $q = -0,0054 + r$, y se sustituye, despreciándonos del término en q^3 , se obtiene $6,3r^2 + 11,16196r + 0,000541708 = 0$, y despreciando el sumando $6,3r^2$, resulta $r = -0,00004853$, y en definitiva, $y = 2,09455147$, valor exacto hasta la séptima decimal. En este método, que consiste en partir de un valor aproximado a , sustituir $y = a + p$, y suprimir en la ecuación transformada las potencias superiores a la primera, se efectúa una aproximación lineal que geoméricamente significa sustituir la gráfica de la ecuación por la recta tangente en el punto de abscisa a . Con esta interpretación geométrica, el método se extiende a ecuaciones algebraicas o trascendentes. Posteriormente, Raphson en 1690, Mourraille en 1768 y Fourier en 1818, introdujeron mejoras en el método.

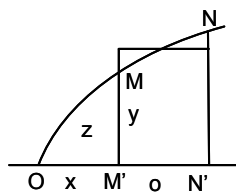
Perfeccionó el cálculo de triángulos, publicando por primera vez una de las fórmulas que hoy llevan el nombre de Mollweide, así como la fórmula de $\operatorname{sen} a$ en función de los tres lados. Dio en una carta dirigida a Leibniz (1676) la primera fórmula de $\operatorname{sen} na$ y $\operatorname{cos} na$.

En *Análisis por ecuaciones con un infinito número de términos* (terminada en 1669, publicada en 1711) aparece el teorema general del binomio, al que llega partiendo de los resultados de Wallis, generalizando su desarrollo en serie incluso para exponentes racionales. En los casos de la raíz cuadrada, realiza la comprobación directa elevándolo al cuadrado o por extracción aritmética de la raíz. Obtiene otras series por división, y aplica por primera vez el método de inversión para obtener nuevas series de funciones partiendo de otras definidas a su vez por una serie, como la serie exponencial partiendo de la logarítmica, y la de las funciones circulares seno y coseno a partir de las ciclométricas. También desarrolla en serie funciones dadas implícitamente, utilizando la regla del “paralelogramo de Newton”, obteniendo los coeficientes de la serie por el método de coeficientes indeterminados. Un caso interesante es la cuadratura de las diferenciales binomias de hoy, que expresa mediante una serie cuyos coeficientes, como en el caso de la fórmula del binomio, están dados de manera recurrente. No estudia el algoritmo de la convergencia de las series, aunque en algún caso realiza alguna alusión al respecto, afirmando, por ejemplo, que las series de potencias convergen para valores pequeños de la variable al menos tan bien como las serie geométrica; también señaló que algunas series pueden ser infinitas para algunos valores de x y por ello no tener utilidad, como la serie de $y = (ax - x^2)^{1/2}$ en $x = a$.

La generalización para exponentes cualesquiera de la fórmula del desarrollo de la potencia de un binomio para exponentes naturales, fue expuesta por Newton en una carta de 1676 dirigida a Henry Oldenburg, secretario de la Royal Society, pero cuyo destinatario final era Leibniz. Esta carta, con el

reconocimiento de Newton, fue publicada por Wallis en su *Álgebra* (1685). El desarrollo es de la siguiente forma: $(P + PQ)^{m/n} = P^{m/n} + m/n \cdot AQ + (m - n)/2n \cdot BQ + (m - 2n)/3n \cdot CQ + \dots$, donde los coeficientes A, B, C, \dots se dan en forma recurrente, pues cada uno representa el término anterior en la suma del segundo miembro. Un ejemplo de Newton, donde da dos desarrollos distintos de la misma expresión, es el siguiente: $(c^5 + c^4x - x^5)^{1/5} = c + (c^4x - x^5)/5c^4 - (2c^8x^2 - 4c^4x^6 - x^{10})/25c^8 + \dots$, donde $m = 1$, $n = 5$, $Q = (c^4x - x^5)/c^5$, $A = c$, $B = (c^4x - x^3)/5c^4 \dots$; mientras que, si se toma $P = -x^5$ y $Q = (c^4x + c^5)/(-x^5)$, se obtiene: $(c^5 + c^4x - x^5)^{1/5} = -x + (c^4x + c^5)/5x^4 + (2c^8x^2 + 4c^9x + 2c^{10})/15x^8 + \dots$, agregando Newton que el primer desarrollo ha de elegirse si x es pequeño, mientras que ha de elegirse el segundo para x grande (se trata de una cuestión de convergencia). Como ejemplo de una integración de una diferencial binomia, trata el caso del integrando $x^\theta(a+bx^n)^\rho$, que con las adecuadas transformaciones, similares a las actuales, Newton llega al siguiente desarrollo, donde los coeficientes A, B, C, \dots tienen igual significado que la fórmula del binomio, siendo por tanto su expresión: $Q[x^\varphi/s - (a(r-1)A/b(s-1)x^n) + (a(r-2)B)/(b(s-2)x^n) - (a(r-3)C)/(b(s-3)x^n) + \dots]$, siendo $Q = (a + bx^n)^{\rho+1}/nb$, $\varphi = \theta + 1 - n$, $nr = \theta + 1$, $\rho + r = s$.

La cuadratura de las potencias la realiza de acuerdo con la regla general del exponente, según Wallis, pero al partir del resultado y , al aplicarle el método de Barrow para la determinación de la tangente, vuelve a aparecer la potencia, con lo que se demuestra el carácter inverso de los problemas de la tangente y de la cuadratura. Newton procede de la siguiente forma, partiendo de la curva OMN , siendo O el origen, y siendo M' y N' las proyecciones de M y N sobre el eje de abscisas (V. dibujo). El área del recinto OMM' es $z = anx^{(n+m)/n}/(n+m)$, que Newton escribe en la forma $z = cx^{p/n}$, de donde $z^n = c^n x^p$, ecuación a la que aplica el método de Barrow para la determinación de la tangente, considerando como incremento de x el segmento $M'N' = o$, y por tanto, como incremento de z el valor oy , siendo y la ordenada de la curva. Luego: $(z+oy)^n = c^n(x+o)^p$, $z^n + nz^{n-1}oy + \dots = c^n(x^p + px^{p-1}o + \dots)$, $nz^{n-1}y + \dots = c^n px^{p-1} + \dots$, de donde $y = c^n px^{p-1}/nz^{n-1} = c^n x^p/z^n \cdot pz/nx = pz/nx = (m+n)anx^{(n+m)n}/(n+m)nx = ax^{m/n}$, que es la ordenada de la curva cuya área resulta el valor de z . Cuando en el desarrollo en serie aparece la potencia de exponente -1 , para el que no era válida la regla del exponente, Newton separa el término, indicando que se trata de un sector hiperbólico.

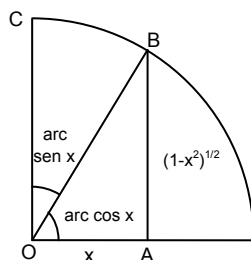


Newton, al darse cuenta de que en esta obra había extendido la integración término a término a las series, escribe: “Y cualquier cosa que realice el análisis común mediante ecuaciones de un número de términos finito (con tal que se pueda hacer) se puede hacer siempre mediante ecuaciones infinitas, de modo que no he tenido ningún reparo en llamar a esto análisis igualmente. Porque los razonamientos en este campo no son menos ciertos que en el otro; tampoco las ecuaciones menos exactas; aunque nosotros mortales, cuyos poderes de razonamiento están confinados dentro de límites estrechos, no podemos ni expresar ni tampoco concebir todos los términos de estas ecuaciones, como para conocer exactamente de ellos las cantidades que queremos”.

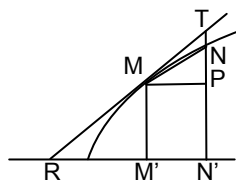
En *Método diferencial* (1712) obtuvo, por la formación de las diferencias sucesivas, la llamada hoy “fórmula de interpolación de Newton”, o fórmula de Gregory-Newton, que le permitió determinar la ecuación de una parábola de orden superior que pasa por n puntos prefijados de abscisas en progresión aritmética, lo que constituye el punto de partida de la teoría de las diferencias finitas. Suponiendo que $f(x)$ es una función cuyos valores se conocen en $x = a, a+c, a+2c, \dots, a+nc$, la fórmula de interpolación es: $f(a+h) = f(a) + h/c \Delta f(a) + h(h-c)/1 \cdot 2c^2 \Delta^2 f(a) + \dots$. Esta fórmula se aplicó también en integración aproximada.

En *Método de las fluxiones y de las series infinitas* (1671, publicado en 1736) expone su método para tratar los problemas del actual cálculo infinitesimal (como se ha dicho más arriba, el primer informe impreso de la teoría de las fluxiones apareció en 1685 en el *Álgebra* de Wallis). Del carácter general del método ya da cuenta Newton en una carta de 1672 al decir que puede aplicarse “no sólo al trazado de tangentes a cualquier curva, sea geométrica o mecánica... sino también para cualquier clase de problemas sobre curvaturas, áreas, longitudes, centros de gravedad, etc.” y agrega que ha “entrelazado

ese método con aquel otro método que consiste con trabajar con las ecuaciones reduciéndolas a series infinitas”. En efecto, el método de las fluxiones, con su esencia y notación propias, no es sino una forma de tratar los problemas del actual análisis infinitesimal. El método es de naturaleza geométrico-mecánica pues supone que todas las magnitudes geométricas son engendradas por movimientos de velocidades diferentes, mientras el tiempo fluye constante y uniformemente, de ahí que el tiempo no aparezca explícita sino implícitamente en las velocidades, en las velocidades de las velocidades, etc. Las magnitudes engendradas son las “fuentes”, sus velocidades son las “fluxiones”, el producto del incremento del tiempo por la respectiva fluxión (Newton lo denomina “momento”) es nuestra diferencial. La notación de las sucesivas fluxiones consiste en indicarlas mediante puntos superpuestos al símbolo de la correspondiente fuente, notación que se mantiene hoy en día en la mecánica (en los ejemplos de más abajo se utiliza la notación actual). Para determinar la relación entre las fluxiones conociendo la relación entre las fuentes, si ésta es entera, se sustituye cada fuente por la fuente más el momento, se simplifica y en el resultado se anula el incremento, obteniéndose la relación buscada. Cuando la relación de las fuentes no es entera, se introducen variables auxiliares para convertirla en entera. Seguidamente se presenta como ejemplo, la determinación entre las fluxiones (es decir, la ecuación diferencial), cuando las fuentes (es decir, las variables) están vinculadas por la relación $x^3 - ay^2 + by^3/(a + y) - x^2(ay + x^2)^{1/2} = 0$. Tratándose de expresiones no enteras, Newton transforma la ecuación en un sistema de ecuaciones enteras mediante las sustituciones: $z = by^3/(a + y)$, $u = x^2(ay + x^2)^{1/2}$, y el sistema es: $x^3 - ay^2 + z - u = 0$, $by^3 - az - yz = 0$, $ax^4y + x^6 - u^2 = 0$. Para determinar, por ejemplo, las fluxiones en la segunda ecuación, sustituyendo en ella las fuentes más sus momentos, se tiene: $b(y + y'o)^3 - a(z + z'o) - (y + y'o)(z + z'o) = 0$. Nota: Newton utilizaba un punto sobre la letra, en vez del acento del símbolo actual que es el que aquí se utiliza; o es el incremento del tiempo. Efectuando las operaciones, teniendo en cuenta la citada segunda ecuación, dividiendo por o , y luego anulando los momentos, se llega a la relación $3by^2y' - az' - yz' - zy' = 0$, así como: $3x^2x' - 2ayy' + z' - u' = 0$, $4ax^3yx' + ax^4y' + 6x^5x' - 2uu' = 0$. Eliminando z , u , z' , u' entre estas tres ecuaciones y la segunda y tercera anteriores se llega a la relación buscada. En esta obra, Newton incluyó aplicaciones de las fluxiones a la diferenciación de las funciones implícitas y a la obtención de tangentes a las curvas, máximos y mínimos de las funciones, curvatura y puntos de inflexión de las curvas. También obtuvo áreas y longitudes de algunas curvas, radios de curvatura (también en coordenadas polares), e incluyó una breve tabla de integrales. Incluyó también la relación existente entre el área encerrada bajo la hipérbola y los logaritmos. Desarrolló $1/(1 + x)$ por el teorema del binomio e integró término a término obteniendo $\ln(1 + x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \dots$. Newton se dio cuenta de que en este trabajo había presentado un método general. En una carta a John Collins, de diciembre de 1672, en la que proporciona los elementos de su método y un ejemplo, dice: “Éste es un caso particular, o más bien un corolario, de un método general, que puede aplicarse, sin ningún cálculo complicado, no sólo al dibujo de las tangentes de cualquier línea curva, tanto geométrica como mecánica... sino también para resolver otros tipos más abstrusos de problemas sobre curvaturas, áreas, longitudes, centros de gravedad de curvas, etc.; tampoco está... limitado a las ecuaciones que no contengan cantidades irracionales. He entretrejado este método con el de las ecuaciones, reduciéndolos a las series infinitas”. Newton resaltaba el uso de las series infinitas porque mediante ellas podía tratar funciones como $(1 + x)^{3/2}$, mientras que sus predecesores habían estado limitados, en su conjunto, a las funciones algebraicas racionales. Entre las series que obtuvo tanto para funciones algebraicas como trascendentes, está la serie de $\text{arc sen } x$, para lo que utilizó el hecho de que (ver la figura) el área $OBC = \frac{1}{2} \text{arc sen } x$, donde $\text{arc sen } x = \int_{0,x} (1 - x^2)^{1/2} dx - x(1 - x^2)^{1/2}/2$. Consiguió el resultado desarrollando en serie el segundo miembro, integrando término a término y combinando las dos series. También obtuvo la serie de $\text{arc tan } x$.

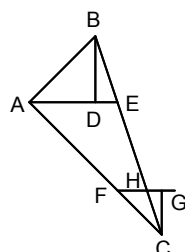


Para hacer frente a las objeciones a su método levantadas por la anulación de los incrementos, introdujo en el *Tratado sobre la cuadratura de las curvas* (1676, publicado como uno de los apéndices de *Óptica* en 1704) la expresión “razón de los incrementos evanescentes”, es decir la razón entre los incrementos correspondientes que, después de “evanescer” la fluxión, aparecía como resultado de la razón en esas condiciones, asomando así, en forma rudimentaria, la noción de límite (Newton utilizó el término *limes*, al que no dio una definición formal, quizá por considerarlo intuitivo). Dice que había abandonado el infinitesimal o cantidad infinitamente pequeña, y critica el despreciar los términos que los incluyen, porque “en matemáticas no se debe despreciar ni los errores más diminutos... Considero las cantidades matemáticas, en este punto, no como consistentes en pequeñas partes, sino como descritas por un movimiento continuo. Las líneas están descritas, y por tanto generadas, no por la yuxtaposición de partes, sino por el movimiento continuo de puntos; las superficies por el movimiento de líneas; los ángulos por la rotación de los lados; las porciones de tiempo por un flujo continuo... Esta génesis tiene lugar realmente en la naturaleza de las cosas, y se ve diariamente en el movimiento de los cuerpos... Las fluxiones son, hasta la aproximación que queramos, como los incrementos de las fluentes generados en tiempos iguales y tan pequeños como sea posible y, para hablar con precisión, están en la razón primera de los incrementos emergentes; aunque pueden expresarse mediante líneas cualesquiera que sean proporcionales a ellos”.



Como ejemplo de esto, es el siguiente razonamiento: Sean los puntos M y N situados en una curva, y sea RMT la tangente a la curva en M , siendo R su intersección con el eje de abscisas, sean M' y N' las proyecciones de M y N sobre dicho eje, estando T situado sobre NN' , la paralela por M al citado eje corta a TNN' en P . Newton considera el “triángulo característico” mixtilíneo formado por los incrementos MP , PN y el arco MN , que compara con los triángulos MPN y MPT , y dice que al coincidir N con M , la cuerda y el arco coinciden con la tangente y el triángulo mixtilíneo evanescente MPN en su última forma es semejante al MPT , y sus lados evanescentes MP , PN y MN son proporcionales a los lados del triángulo MPT , de ahí que las fluxiones de la abscisa, de la ordenada y del arco, que al final son las razones de los incrementos evanescentes, sean proporcionales a los lados del triángulo MPT , o también a los lados del triángulo MRM' . Aplica un razonamiento semejante en los *Principios*, con cuya ayuda puede aplicar los nuevos resultados utilizando los métodos de los antiguos.

Con este método, Newton resuelve los siguientes problemas: trazado de tangentes, mediante la subtangente; máximos y mínimos, anulando la fluxión; determinación de los puntos de inflexión, como máximos o mínimos del coeficiente angular de la tangente; cálculo de áreas y longitudes; determinación del centro y radio de curvatura. Para hallar el radio de curvatura, Newton parte del triángulo característico ADB , siendo A y B puntos de la curva, y D la proyección de B sobre el eje de abscisas. Las normales en A y B se cortan en el centro de curvatura C . Construye el triángulo CGF ,



semejante al ADB y tal que $CG = 1$, siendo FG paralela al eje y estando F sobre AC , siendo G la proyección de C sobre dicha paralela, y H la intersección de BC con FG . Por ser $AD = x'o$, $BD = yo$, será $FG = DB:AD = y':x'$. Llamando z a este cociente será $FH = zo$. Del triángulo rectángulo ABE deduce $DE = BD^2:AD$, y de los triángulos semejantes AEC y FHC , deduce la expresión del radio de curvatura $R = AC = FC:AE:FH = FC(AD+DE):FH = FC(AD^2+DB^2):FH:AD = FC \cdot AD(1+FG^2):FH = AD(1 + FG^2)^{3/2}:FH$. Es decir, $R = x(1 + z^2)^{3/2}:z'$. Si se hace $x = 1$, lo que a veces hace Newton al

suponer que el fluir del tiempo es el fluir de la variable x , y se considera que z y z' son la primera y la segunda derivada de la función, la fórmula anterior es la expresión actual del radio de curvatura.

Para resolver los problemas inversos, distingue tres tipos: a) Determinar la fuente, dadas dos fluxiones y una sola fuente. Corresponde a nuestras cuadraturas, que en general Newton resuelve por el desarrollo en serie. b) Determinar la relación entre las fuentes, dadas dos fluxiones y dos fuentes. Corresponde a un tipo de nuestras ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, que Newton resuelve por desarrollos en serie utilizando, si es necesario, el método de los coeficientes indeterminados. c) Determinar la relación entre las fuentes, cuando se dan varias fluxiones y fuentes. Corresponde a nuestras ecuaciones con derivadas parciales que Newton resuelve considerando integrales particulares, sin desconocer el hecho de la presencia de funciones arbitrarias.

Un ejemplo de ecuación diferencial del tipo actual lineal que, según la nomenclatura newtoniana, corresponde al caso b), es el siguiente: Determinar las fuentes tales que $y': x' = 2 + 3x + x^2 - y(2 - x^2)$. Para resolver la cuestión, Newton desarrolla y en serie con coeficientes indeterminados. Sustituye esa serie y su fluxión en la ecuación y determina los coeficientes mediante igualación. Dando al primer coeficiente un valor determinado (nuestra constante de integración) obtiene una solución particular desarrollada en serie. Se denomina fórmula de Newton y Leibniz a la siguiente igualdad, con la simbología actual: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, donde $F(x)$ es una primitiva cualquiera de $f(x)$.

En su *Geometría analítica* (póstuma en 1736, la mayor parte escrita en 1671), Newton introduce los centros de curvatura como los puntos límites de la intersección de una normal en un punto P de la curva con una normal adyacente. Afirma que el círculo con centro en el de curvatura y radio el de curvatura, es el círculo de contacto más cercano a la curva en P ; es decir, ningún otro círculo tangente a la curva en P puede interponerse entre la curva y el citado círculo (Leibniz lo llamó osculador en 1686). La curvatura de este círculo es el recíproco de su radio y es la curvatura de la curva en P . Newton proporcionó también la fórmula para la curvatura y calculó la de varias curvas, incluyendo la cicloide. Indicó que en el punto de inflexión una curva tiene curvatura cero. En 1715, Leibniz, apuntando ante todo a Newton, desafió a los matemáticos ingleses a descubrir el método general para encontrar las trayectorias ortogonales a una familia dada de curvas. Newton, cansado después de un día en la Casa de la Moneda, resolvió el problema antes de acostarse, publicándose la solución en las *Philosophical Transactions* de 1716. Newton también demostró cómo hallar las curvas que cortan a una familia dada con un ángulo constante o con un ángulo que varía con cada curva de la familia supuesta conforma a una ley dada; el método es similar al actual, aunque Newton utilizó ecuaciones diferenciales de segundo orden.

Newton se interesó siempre por la química. No dejó nunca de practicarla, desde el Trinity College hasta la Ceca de Londres (de la que fue nombrado director en 1697), que le acercó a la metalurgia. Newton se guardó siempre de hacer público su interés por la alquimia. Publicará sólo sus reflexiones más concluyentes y menos esotéricas. En *Óptica* (1704) y principalmente en su célebre cuestión XXXI de la segunda edición inglesa de 1717, Newton expone el fruto de sus “reflexiones químicas”. Describe las reacciones químicas como interacciones entre átomos (término empleado por Newton), moléculas (habla de partículas o corpúsculos), y concibe el enlace químico (que denomina cohesión) en términos de interacciones, a “muy corta distancia”, de origen eléctrico.

En 1699 se hizo patente la polémica entre Newton y Leibniz, con motivo de la prioridad en la invención del cálculo infinitesimal. La polémica estaba latente desde unos lustros antes, cuando se establece, mediante Oldenburg, una correspondencia en la que Leibniz informa a Newton de sus resultados, mientras que Newton da cuenta a Leibniz de su método de las fluxiones mediante un anagrama nada fácil de descifrar. La cuestión pudo haber terminado con honor para ambos en 1687 cuando Newton, en los *Principios* cita al “eminente matemático G. W. Leibniz”, revela su anagrama (que no era sino un enunciado) y agrega que el método de Leibniz “no difiere del mío sino en las palabras y en la notación”. No deja de ser sintomático que en la correspondencia de diez años antes Leibniz, al referirse al trabajo de Newton, había escrito: “Es realmente de admirar la variedad de caminos por los que puede llegarse al mismo resultado”. Pero en 1689 Leibniz, en un trabajo de mecánica, al referirse a cuestiones infinitesimales no cita a Newton, cuyas investigaciones sobre el tema, aunque todavía no había publicado nada al respecto, eran conocidas, sobre todo por Leibniz mismo. Es posible que se deba a esta omisión el que en el *Álgebra* de Wallis de 1695 aparezcan fragmentos de un escrito de Newton, aún inédito, sobre temas infinitesimales. La cuestión se agrava en 1699 cuando el matemático suizo Fatio de Duillier emprende un ataque contra Leibniz, alegando a

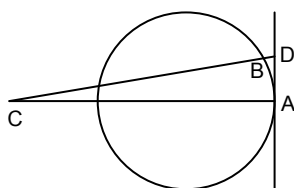
favor de Newton la prioridad en el “invento” del nuevo cálculo, ante el cual Leibniz reacciona y la cuestión parece concluir. Pero, al aparecer en 1704 la *Óptica* de Newton, en cuyo apéndice éste agrega un antiguo escrito matemático con el único objeto de afirmar su prioridad, la polémica enardece y los matemáticos ingleses acusan directamente a Leibniz de plagio. En 1711 la Royal Society presidida entonces por Newton, tomó cartas en el asunto y nombra una Comisión cuyo informe sostenía que Newton había sido el “primer inventor del nuevo cálculo”. Ni este informe, ni la publicación en 1714 de un epistolario con la correspondencia clave del asunto, ni siquiera la muerte de los actores principales dio fin a esta desagradable polémica, de la que ni los dos grandes protagonistas salieron bien parados. La consecuencia más lamentable de la polémica fue el aislamiento de cada bando y la falta de cooperación científica resultante de ese aislamiento, y aunque en definitiva los métodos no diferían sino en la notación, tal diferencia impedía que los progresos de un bando fueran conocidos y asimilados por el bando contrario. Puede verse el final de la polémica en el gesto de un grupo de jóvenes matemáticos ingleses, Herschel, Babbage y Peacock, al crear en 1813 la Analytical Society, que resuelve adoptar la notación de los matemáticos del continente. Actualmente está ya completamente claro que el descubrimiento de Newton precedió al de Leibniz en unos diez años, así como que Leibniz hizo sus descubrimientos independientemente de los de Newton. Por otra parte, a Leibniz le corresponde la prioridad de su publicación, ya que publicó una exposición de su cálculo en 1684, mientras que Newton publicó su cálculo en 1687 en sus *Principios*.

Newton, John (h. 1656). Matemático inglés. En su *Trigonometría británica* (1656) emplea por primera vez en forma definitiva los nombres de coseno y cotangente. Dedujo analíticamente las analogías de Napier.

Neyman, Jerzy (1894-1981). Matemático y estadístico estadounidense de origen ruso. Nació en Bendery (Rusia). Fue profesor en el Instituto de Tecnología de Járkov (1917-1921). Trabajó como estadístico en el Instituto de Agricultura polaco, fue profesor en la Universidad de Varsovia (1928), en la de Londres (1934-1938) y, emigrado a Estados Unidos, en la Universidad de California en Berkeley, donde llegó a ser director de un nuevo departamento de estadística (1955), que convirtió en el centro mundial de la estadística matemática. Sus trabajos encontraron aplicación en genética, diagnóstico médica, astronomía, meteorología y experimentación agrícola. Neyman y E. S. Pearson formularon una teoría general de la decisión (1928), sobre la que Fisher opinaba que dicha teoría tenía relevancia en las aplicaciones tecnológicas, mientras que su propia metodología era más apropiada en la inferencia estadística.

Nicolás de Cusa (Nikolaus Crebs, El Cusano) (1401-1464). Teólogo, matemático y astrónomo alemán. Nació en Cusa (hoy, Bernkastel-Kues, Trier, Renania-Palatinado). Tuvo una actuación relevante en el Concilio de Basilea (1432). Fue ordenado sacerdote en 1440 y nombrado cardenal y obispo de Brixen (hoy, Bressanone, Trentino-Alto Adigio, Italia) en 1450.

En su obra *Sobre la cuadratura del círculo* (1450), partió del supuesto erróneo de ser proporcional en los polígonos isoperimétricos, la diferencia entre el área del círculo y la del polígono con la diferencia entre el radio y la apotema del polígono. Estudió la curva cicloide. Realizó una construcción muy aproximada para la rectificación de una circunferencia, indicando que ésta es igual al perímetro del triángulo equilátero inscrito en un círculo cuyo diámetro es la suma del radio de la circunferencia a rectificar más el lado del cuadrado inscrito, lo que corresponde a un valor de $\pi = \frac{3}{4} \cdot 3^{1/2} (1+2^{1/2}) = 3,136\dots$ Como solución del problema inverso de la rectificación da la siguiente regla. Sea ABC un triángulo equilátero cuyo baricentro es G , y sea un punto M del lado AB tal que $AM = \frac{1}{4} AB$. Un segmento igual a los $\frac{5}{4}$ de GM es el radio de la circunferencia de igual perímetro que el del triángulo. En este caso el valor aproximado de π es $\frac{24}{35} \cdot 21^{1/2} = 3,142\dots$



Para la rectificación de arcos menores de 30° , expuso el siguiente método de rectificación (V. dibujo): si AB es el arco a rectificar de una circunferencia de radio r , siendo D un punto de la tangente en A , alineado con B y con un punto C situado sobre la prolongación del diámetro de A a la distancia $3r$ de éste, el segmento AD es aproximadamente igual al arco AB . Siendo el arco de α° , se tiene que $AD = 3r \operatorname{sen} \alpha / (2 + \cos \alpha)$, lo que para arcos menores de 30° el error relativo es menor de $4,3 \cdot 10^{-4}$.

Consideró seriamente, quizá en respuesta a ideas griegas, que la Tierra pudiera estar girando, y que podría ser posible construir una teoría astronómica basada en el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, pero no desarrolló esta teoría. Escribió *Sobre la concordancia católica* (1433), *Sobre la docta ignorancia* (1440).

Nicolau Pous, Francisco (n. 1930). Sacerdote, matemático, profesor y divulgador científico español. Nació en Molins de Rey (Barcelona). Ingresó en el Seminario Menor de Barcelona (1941), pasando luego a su Seminario Mayor. Se licenció en teología por la Universidad Pontificia Gregoriana (Roma) y en ciencias exactas por la Universidad Central de Barcelona. Domina dieciséis idiomas y se ha especializado en astronomía y evolucionismo. Ha enseñado lógica, griego bíblico, cuestiones de religión y ciencia en la Universidad de Barcelona, matemáticas y filosofía en el Colegio Monserrat de Vallvidrera, y matemáticas, ciencias naturales y filosofía en el Seminario de Barcelona. Ha escrito, entre otros muchos trabajos, *La teoría del indeterminismo en la física actual* (1965), *Viaje por la historia de la astronomía* (con J. M. Madorell, 1977), *El evolucionismo, hoy* (1984), *Origen y estructura del universo* (1985), *La constitución de la materia; de los cuatro elementos a los cuarks* (1986), *La célula y la reproducción de los seres vivos* (1987), *El cerebro y el alma humana* (1990), *La Tierra y su historia* (1997), *La matemática y los matemáticos* (2002), *Cosmologías actuales y fe cristiana* (2008),

Nicole, François (1683-1758). Matemático francés. Nació en París. Concluyó el estudio sobre el caso irreducible de la ecuación de tercer grado. Mejoró y completó la exposición de Taylor sobre el cálculo diferencial. Demostró el teorema de proyección de Newton relativo a las curvas de tercer grado, sin emplear conceptos de infinitesimales (1731). Escribió *Tratado del cálculo de diferencias finitas* (1717).

Nicómaco de Gerasa (60-120). Matemático y filósofo griego. Nació en Gerasa, ciudad griega de Palestina fundada por veteranos de Alejandro Magno (hoy, Jarash, Jordania). Pasó a Alejandría para estudiar en el Museo, que ya estaba en decadencia. Neopitagórico, aceptó las supersticiones de esta secta, pero supo prescindir de ellas para establecer las propiedades de los números, no con demostraciones, pero sí con ejemplos adecuados. De las cuatro materias destacadas por Platón (aritmética, geometría, música y astronomía), Nicómaco afirma que la aritmética es la madre de las demás. Esto es lo que mantiene: “No solamente porque decimos que existía antes que las demás en la mente del Dios creador como algún plan universal y ejemplar, confiando en ella como un diseño y arquetipo, el creador del universo puso en orden sus creaciones materiales y las hizo de acuerdo con sus propios fines; sino también porque es por su naturaleza anterior en su nacimiento...”. Continúa diciendo: “La aritmética es esencial para las demás ciencias ya que éstas no existirían sin ella. Si las demás ciencias fueran abolidas, la aritmética seguiría existiendo”.

Su obra *Isagoge* o *Introducción a la aritmética*, es la primera aritmética propiamente griega, independiente de la geometría y elaborada según las reglas de cálculo numérico de Arquímedes, Herón y sus sucesores, entendiendo por aritmética lo que entendían los griegos, es decir lo que ahora es aproximadamente la teoría de números (no las cuatro operaciones elementales, potencias, raíces, etc. lo que para los griegos era la logística). Es una presentación sistemática, ordenada, clara y amplia de la aritmética de los enteros y las razones de los enteros, liberada de la geometría. No era original en cuanto a las ideas, pero fue una recopilación de gran utilidad. Incorporaba propiedades especulativas, estéticas, místicas y morales de los números, pero ninguna aplicación práctica. Fue el texto habitual de aritmética durante mil años (la Edad Media), gracias a la versión latina que de ella compuso Boecio. En Alejandría, a partir de Nicómaco, la aritmética se convirtió en el tema de estudio favorito, por encima de la geometría. El contenido de esta obra procede, en parte, de los trabajos de Euclides, y el resto, como las consideraciones sobre números piramidales y poligonales, está tomado de Hipsicles y

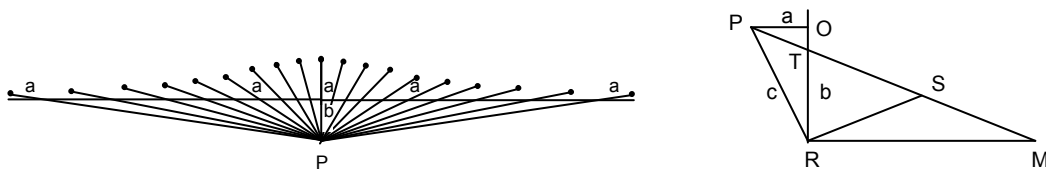
otros autores. Probablemente es original la obtención de los cubos de los números enteros por adición de números impares.

Consta de dos libros, en el primero, y luego de unas divagaciones filosóficas y de algún dato histórico sobre Pitágoras y Platón, define y clasifica los números (pares, impares, parmente pares, parmente impares, imparmente pares, primos, compuestos, superparticulares, superpartientes, heterómecos y otros tan inútiles como éstos últimos, pero que gozaron de gran predicamento en la Edad Media) y expone alguna propiedad sobre las progresiones aritméticas no estudiadas por Euclides. Da la tabla de multiplicar para números comprendidos entre el 1 y el 9, tal como se aprende hoy. Da la criba de Eratóstenes para la obtención de los números primos. Menciona los cuatro primeros números perfectos, 6, 28, 496 y 8.128, agregando la fórmula de Euclides para los mismos y diciendo que deben terminar en 6 o en 8.

El segundo libro trata de los números figurados, con algunas propiedades originales (todo cuadrado es suma de dos triangulares consecutivos), dando una nueva regla para formar los poligonales, que en lenguaje actual, equivale a decir que el número poligonal de n lados que ocupa en la serie el término k es igual al número poligonal de $n-1$ lados que ocupa el mismo lugar k , más el número triangular que ocupa el lugar $k-1$. Habla de números piramidales como suma de poligonales semejantes; de números truncados, suprimiendo los primeros términos a los piramidales; de números heterómecos, producto de dos enteros consecutivos o dobles de los triangulares; de números paralelepípedos, cuadrado de un número por el consecutivo, etc. dando algunas relaciones entre ellos. Lo más notable de este segundo libro, es el teorema que lleva el nombre de Nicómaco, que dice que los números cubos son sumas de números impares consecutivos, es decir, expresando esta afirmación con el simbolismo actual, se tiene que: $[n(n+1) + 1] + [n(n+1) + 3] + \dots + [n(n+1) + 2n + 1] = (n+1)^3$. De esta expresión se deduce la siguiente: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = [n(n+1)/2]^2$, que no figura en la *Isagoge*, pero que era conocida por los griegos, pues figura en el llamado *Código Arceriano* (del nombre de uno de sus propietarios, Joannes Arcerius de Groninga, del siglo XVI), compilación de conocimientos griegos para agrimensores y administradores romanos, del siglo V o VI. Los siete últimos apartados de este segundo libro definen las tres proporciones (aritmética, geométrica y armónica), a las que agrega siete nuevas (V. al respecto, la reseña de Pappus), y termina diciendo que como "introducción" es bastante lo dicho.

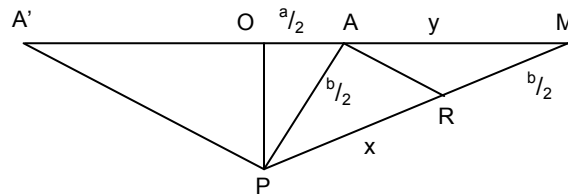
Escribió también *Introducción a la geometría*, *Vida de Pitágoras*, obras de las que sólo se conocen los títulos, *Manual de armonía*, en el que aborda algunos problemas de acústica con criterio pitagórico, y *Teología de los números*, sobre propiedades místicas de los números, de la que sólo se conservan algunos fragmentos.

Nicomedes (280-210 a.C.). Matemático griego. Pappus le atribuye la invención de la concoide y un instrumento para trazarla. Nicomedes la estudió para resolver el problema de la trisección de los ángulos y para la duplicación del cubo, pudiéndose aplicar a la resolución de toda clase de problemas de intercalación. Dado un punto fijo P llamado polo y una recta fija llamada base que no pasa por el polo, situada a una distancia b de éste, la concoide es la curva, en forma de concha (de ahí su nombre), lugar de los puntos de las rectas que pasando por el polo, sus distancias a la intersección con la base es un segmento constante dado de longitud a .



La curva comprende dos ramas situadas en ambos semiplanos separados por la base, aunque Nicomedes no considera sino la rama situada en el semiplano que no contiene al polo, que es la que se representa en el dibujo. Para trisecar el ángulo P del triángulo OPR rectángulo en O , basta construir la concoide de polo P , base OR y distancia constante el doble de PR . En efecto, el punto M de la concoide así construida, situado sobre la perpendicular a la base trazada por R , unido con P , define el ángulo MPO tercio del dado OPR . Para comprobarlo basta tomar $MS = SR = PR$, teniéndose las

siguientes igualdades entre los ángulos: $OPM = PMR = MRS = \frac{1}{2}PSR = \frac{1}{2}SPR$. La solución del problema de la duplicación del cubo mediante la conchoide es la siguiente. Sea el triángulo rectángulo OPA , cuya hipotenusa PA y cateto OA sean, respectivamente, las mitades de los segmentos b y a entre los que deben intercalarse dos medias proporcionales. Si sobre AO se toma $AA' = 2a$ y se traza por A la paralela AR a $A'P$, la conchoide de polo P , base AR y distancia AP resuelve el problema, pues si M es la intersección de esa conchoide con AA' se tendrá que uniendo P con M (estando R sobre PM) y llamando $PR = x$, $AM = y$, los triángulos semejantes $MA'P$ y MAR dan $a:x = y:b$, pues $(x + b/2):(b/2) = (2a + y):y$. Comparando el valor del cateto OP , deducido de los triángulos OPA y OMP , se llega a: $x(x + b) = y(y + a)$, luego, $a:x = y:b = (y + a):(x + b) = x:y$, es decir: $a:x = x:y = y:b$, de donde los segmentos x , y son medias proporcionales entre a y b .



Nielsen, Jacob (h. 1927). Investigó en la teoría del punto fijo, parte integral de la topología. Se interesó, no sólo por la existencia de puntos fijos, sino por el mínimo número de puntos fijos en una determinada clase de homotopía, definiendo (1927) lo que hoy se conoce con el número de Nielsen, que acota inferiormente al mínimo número de puntos fijos.

Nieuwentijt, Bernard (1654-1718). Matemático y médico holandés. Publicó en Amsterdam tres tratados (1694-1696) en los que reconocía la corrección, en general, de los resultados del nuevo cálculo de Newton y Leibniz, sin embargo criticaba la oscuridad de los mismos, señalando que a veces conducían a absurdos.

Criticaba la vaguedad de las cantidades evanescentes de Newton y se quejaba de que no podía entender cómo las cantidades infinitamente pequeñas se diferenciaban de cero y preguntaba cómo una suma de infinitesimales podía ser finita.

También dudaba del significado y de la existencia de diferenciales de orden superior, y criticaba la falta de una definición clara y precisa de estas diferenciales en los trabajos de Leibniz, dudando también de que se pudieran despreciar cantidades infinitamente pequeñas en partes de los razonamientos.

Niggli, Paul (1888-1953). Mineralogista y matemático suizo. Nació en Zofingen. Estudió en la Universidad de Zúrich. Profesor en las universidades de Leipzig (1915), Tubinga (1918) y Zúrich (1920), donde impartió mineralogía y petrología. Junto con G. Pólya redescubrió los grupos de simetría (1924). Escribió *Manual de mineralogía y cristalografía* (1920).

Nikolskii, N. K. (h. 1992). Matemático ruso. Profesor en la Universidad de San Petersburgo. Nikolskii y Vasyunin escribieron *Progreso en la teoría de la aproximación* (1992), en donde exponen la demostración de la conjetura de Bieberbach o teorema de Branges. Nikolskii cree (2000) que en dicha demostración “hay ideas importantes que todavía no han sido agotadas”.

Nisbett, Richard E. (h. 1972). Psicólogo social estadounidense. Estudió psicología en la Universidad de Tufts (1962), doctorándose en la de Columbia (1966). Fue profesor de psicología en las Universidades de Yale (1966-1971) y de Michigan (desde 1971). Tras los trabajos (1975) de Fischbein (V. esta reseña), han tenido gran influencia los trabajos de Nisbett, Kahneman, Slovic, Gigerenzer y Tversky, que inician el análisis de las decisiones e inferencias bajo incertidumbre en los adultos, mostrando el uso de heurísticas y la existencia de sesgos muy extendidos en la percepción de la aleatoriedad, el razonamiento correlacional y la inferencia, posiblemente debidos a una educación estocástica insuficiente en los primeros años de escolaridad. Ha publicado múltiples trabajos, varios de ellos como coautor: *Reconocimiento: la percepción de las causas de la conducta* (1972), *Psicología social: exploraciones en la comprensión* (1974), *Pensamiento y sentimiento: la alteración cognitiva de sensación de los estados* (1974), *Decir más de lo que podemos conocer: informes verbales sobre los procesos mentales* (con T. Wilson, 1977), *Inducción: proceso de inferencia, el aprendizaje y*

descubrimiento (1986), *La geografía del pensamiento. Cómo los asiáticos y los occidentales piensan de forma diferente* (2003), *La cultura y la mente del envejecimiento* (2008), *Inteligencia y cómo conseguirla* (2009).

Niven, William (n. 1850). Mineralogista y matemático inglés. Nació en Bellshill (Larkshire). Estudió en Escocia y en Estados Unidos (1879). Realizó diversas investigaciones en mineralogía y estudió las superficies de orden superior.

Nöbeling, August Georg (1907-2008). Matemático alemán. Nació en Lüdenscheid (Renania del Norte-Westfalia). Estudió en Gotinga y Viena. Enseñó en Erlangen. Trabajó en la teoría de la dimensión, topología y geometría. Se debe a Nöbeling (1930) y a Menger (1928) el teorema que afirma que todo espacio métrico compacto n -dimensional es homeomorfo a un subconjunto del espacio euclídeo $(2n + 1)$ -dimensional.

Noether, Amalie Emmy (1882-1935). Matemática alemana. Hija de Max Noether, nació en Erlangen (Baviera, Alemania) en el seno de una familia intelectual judía. Entre 1900 y 1903 estudió en la Universidad de Erlangen, de la que su padre era profesor. Como era mujer, sólo se le permitía estudiar de manera no oficial y cada profesor tenía que dar autorización para que pudiera asistir a sus clases. Asistió durante un semestre en Gotinga como oyente en las clases de Minkowski, Blumenthal, Klein y Hilbert. Habiendo cambiado las leyes, se pudo matricular oficialmente en Erlangen (1904), donde fue alumna de Gordan, trabajando con él en la teoría de los invariantes algebraicos. En 1907 obtuvo el doctorado, pero no pudo obtener la habilitación para dar clase porque la ley no lo permitía. Hilbert comentó al respecto: “No veo por qué el sexo de la candidata es un argumento contra su nombramiento como docente. Después de todo, no somos un establecimiento de baños”. En 1911, Fisher ocupó el puesto de Gordan, e impulsó a Noether a trabajar en los invariantes pero desde un punto de vista puramente abstracto, lo que marcó de forma definitiva todo su trabajo posterior. En 1915 fue invitada a trabajar en Gotinga donde Hilbert, Klein y otros se interesaban en la teoría general de la relatividad. Los resultados alcanzados por Noether sobre invariantes permitieron formular diversos conceptos de esa teoría, lo que le valió el reconocimiento de Einstein. Terminada la Primera Guerra Mundial, cambiaron las leyes, y Noether pudo recibir su habilitación (1919). Comenzó a dar clase en Gotinga, pero sólo en 1923 pudo recibir un pequeño salario por ello. Weyl, al ocupar la cátedra de Hilbert en Gotinga, intentó obtener del Ministerio un mejor puesto para Noether, pues “tenía vergüenza de ocupar una posición privilegiada frente a Emmy Noether, pues ella era matemáticamente superior a mí en muchos aspectos”, pero no lo consiguió, a pesar de que todos los matemáticos reconocían el alto nivel de los trabajos de Noether. En 1929, formó parte de la plantilla inicial del Instituto de Matemáticas en Gotinga, que estaba formada además por Courant (director), Neugebauer, Landau, Herglotz y Weyl. En 1933, cuando los nazis llegaron al poder, Noether fue expulsada (excedencia obligatoria) de la Universidad de Gotinga, junto a otros colegas, por ser judía. Emigró a Estados Unidos. En 1934 comenzó a dar clase en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Al año siguiente moría. Tenía 53 años. Escribió su tesis doctoral (1907) *Sobre sistemas completos de invariantes para las formas bicuadráticas ternarias*. También dio un sistema completo de formas covariantes para una cuártica ternaria, 331 en total. En 1910 extendió a n variables el resultado de Gordan (cualquier sistema dado de formas binarias tiene un sistema de invariantes y covariantes completo finito). Hilbert había demostrado que todo sistema modular (un ideal en la clase de los polinomios en n variables) tiene una base que consiste en un número finito de polinomios, o que todo ideal en un dominio polinomial de n variables posee una base finita siempre que en el dominio de los coeficientes de los polinomios todo ideal tenga una base finita. De 1911 a 1919, Noether escribió muchos artículos sobre bases finitas para varios casos distintos usando la técnica de Hilbert y la suya propia, y reformuló el teorema de la base de Hilbert de la siguiente forma: Un anillo de polinomios en un número cualquiera de variables indeterminadas sobre un anillo de coeficientes con unidad y una base finita, tiene él mismo una base finita. En esta reformulación, la teoría de invariantes queda integrada en el álgebra abstracta. En 1921 Noether demostró que la teoría de ideales para polinomios podía deducirse del teorema de la base de Hilbert. De esta manera se establecían unos fundamentos comunes para la teoría de ideales de números enteros algebraicos y de funciones algebraicas enteras

(o polinomios). Noether siguió investigando en la teoría abstracta de anillos e ideales, aplicándola a anillos de operadores diferenciales y otras álgebras.

Sus investigaciones, así como las de Artin y Van der Waerden, revelan la gran variedad de estructuras algebraicas o álgebras, así como la fecundidad de la noción abstracta de la ley de composición, culminando así un proceso que desde un álgebra como teoría de las ecuaciones, ha llegado al día de hoy como estudio de las estructuras algebraicas. Otros trabajos suyos son: *Sistemas de números hipercomplejos y su representación* (1929), *Álgebra no conmutativa* (1933).

Noether, Max (1844-1921). Matemático alemán. Padre de Emy Noether. Demostró en 1871 que una transformación plana de Cremona puede construirse a partir de una sucesión de transformaciones cuadráticas y lineales. Junto con Alexander von Brill llevaron a cabo (a partir de 1871) investigaciones algebraicas para desarrollar una nueva teoría puramente algebraica de las funciones algebraicas. Basaron su teoría sobre un famoso teorema residual (*restsatz*) que en sus manos ocupó el lugar del teorema de Abel. También dieron una prueba algebraica del teorema de Riemann-Roch sobre el número de constantes que aparecen en las funciones algebraicas $F(w,z)$ que no se hacen infinitas en lugar alguno a excepción de m puntos predeterminados de una curva C_n . Con el desarrollo de dicha teoría establecieron por primera vez los teoremas sobre puntos de intersección de curvas de manera algebraica. Investigó, como también Halphen, sobre las curvas espaciales algebraicas, demostrando (1882) que cualquier curva espacial C puede ser proyectada birracionalmente en una curva plana C' , teniendo todas las C' que se obtienen a partir de C el mismo género, por lo que el género de C se define como el de cualquiera de las C' , siendo el género de C invariante bajo una transformación birracional del espacio. Noether usó en 1871 una sucesión de transformaciones cuadráticas que son uno-a-uno en todo el plano para demostrar el teorema que afirma que toda curva algebraica plana irreducible puede ser transformada por medio de una transformación de Cremona en una que no tenga más puntos singulares que puntos múltiples con tangentes distintas. Generalmente se le atribuye la prueba, pero realmente sólo indicó una demostración que fue perfeccionada y modificada por muchos autores. En relación con la geometría algebraica de superficies, Noether y Zeuthen demostraron (1870) que el género geométrico p_g de $f = 0$, que es igual a $(m-1)(m-2)(m-3)/6$ si la superficie no tiene rectas múltiples de puntos, es invariante por las transformaciones birracionales de la superficie (no de todo el espacio). También demostraron la invariancia del género numérico (aritmético) p_n de la curva, cuando no es igual a p_g .

Nonius. V. Nunes, Pedro.

Novella, Eduardo (principios del s. XIX-1865). Matemático y astrónomo español. Nació en Frías (Burgos). Catedrático de geodesia en la Universidad Central de Madrid. Primer astrónomo del Observatorio de Madrid. Rector de la Universidad de Zaragoza. Participó en el establecimiento de la red geodésica española de primer orden. Escribió *De la naturaleza y constitución física del Sol inferida de los fenómenos que durante sus eclipses totales se observan* (1861), y para la *Revista de los progresos de las ciencias*, junto con Antonio Aguilar, el artículo *Observaciones del planeta Neptuno...* (1856).

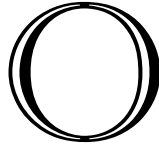
Novikov, Serge Petrovich (n. 1938). Matemático soviético. Nació en Gorki (hoy, Nizhny Novgorod, Rusia). Estudió en la Universidad Estatal de Moscú, de donde ha sido profesor. Galardonado con la medalla Fields 1970. Realizó importantes aportaciones a la teoría descriptiva de conjuntos (estudio de la estructura de los conjuntos de puntos), en topología algebraica, topología diferencial y física matemática. Demostró un teorema que afirma que es imposible indicar un único proceso regular (más exactamente, un algoritmo normal) que permita decidir si dos sistemas de relaciones de definición para un mismo conjunto de elementos generadores definen o no el mismo grupo. Este teorema induce a dudar de la existencia de un método general uniforme para decidir sobre la equivalencia de nudos (curvas cerradas del espacio ordinario tridimensional) dados por sus proyecciones planas.

Nunes, Pedro (Nonius en latín, Núñez en español) (1502-1578). Astrónomo, cosmógrafo y matemático portugués, tenido como el mejor matemático ibérico del siglo XVI. Nació en Alcácer do Sal (Setúbal). Fue profesor de matemáticas en Lisboa y Coimbra, y cosmógrafo real (1529). Trabajó

en España entre 1538 y 1544. En su obra *De crepusculis* (1542), resuelve el problema del crepúsculo mínimo y describe un dispositivo para aumentar la precisión de los instrumentos de medida. Este dispositivo experimentó posteriormente varias modificaciones, hasta mantenerse la introducida por Pierre Vernier en 1631, que dio lugar al hoy llamado “nonio” o “vernier” (una invención similar a la del nonio fue hecha por primera vez para la medida de ángulos, por Clavius). Escribió *Tratado de la esfera* (1537), donde presenta su descubrimiento de la loxodroma esférica, que él llamó “línea de rumbo”. En su obra *De erratis Orontii Finei* (1546), Nunes alude al matemático y astrónomo francés Oronce Finé (1494-1555) que creyó haber encontrado una solución para los tres antiguos problemas de la geometría griega, pretendidas soluciones que Pedro Nunes refuta. También escribió *Álgebra* (1532 en portugués, 1564 en español, siendo esta traducción la obra más completa de matemáticas escrita en castellano en este siglo), donde incluye todos los progresos realizados hasta la fecha, con excepción de la resolución de la ecuación cúbica, pues no le satisfacía “aquella manera de notificar el valor de la cosa”, y en cuyo prólogo dice que “en España hay muy pocos hombres que entiendan de álgebra”.

Núñez, Pedro. V. Nunes, Pedro.

Núñez de Arenas, José (n. h. 1787). Militar y matemático español. Exiliado a Londres, escribió cinco catecismos dedicados al álgebra, trigonometría, geometría elemental y práctica, y geografía, para su uso por los exiliados españoles, en los que no se trataba ni el cálculo infinitesimal, ni la teoría de la probabilidad.



O'Brien, P. C. (h. 1977). En relación con el escaso uso de los ensayos clínicos secuenciales (V. Wald), O'Brien señalaba al final de la década de 1970, que una de las razones radicaba en la incertidumbre que existe muchas veces en la comunidad estadística sobre su eficiencia, pues uno de sus problemas es su invalidez para tamaño muestral fijo, ya que la estimación de una media a través de una media muestral no tiene las mismas propiedades estadísticas cuando el tamaño de la muestra es fijo que cuando el tamaño de la muestra es aleatorio. La finalidad de los trabajos que posteriormente se han ido realizando ha consistido precisamente en resolver estos problemas matemáticos, para conocer del modo más rápido el mejor tratamiento de la enfermedad. Escribió junto con T. H. Fleming, *Procedimiento de muestreo múltiple en ensayos clínicos* (1979).

Ocagne, Maurice d' (1862-1938). Matemático francés. Profundizó en la geometría del triángulo. En relación con los métodos gráficos que resuelven en forma aproximada los problemas que se resuelven por los métodos numéricos, destacan los "nomogramas" de puntos alineados que desde 1891, hizo conocer Ocagne, con los que, mediante una aplicación del principio de dualidad, logró desterrar los complicados y enmarañados ábacos cuadrículados. Aunque Ocagne expuso al comienzo sus nomogramas utilizando coordenadas de recta, se pueden estudiar utilizando coordenadas comunes. Por ejemplo: Sea una función $F_{123} = 0$, de tres variables z_1, z_2, z_3 , que se puede escribir en la forma del siguiente determinante $|f_1 g_1 h_1| = 0$. Como es posible, eventualmente mediante operaciones, lograr que los elementos de una columna sean todos distintos de 0, el determinante anterior, dividiendo por los términos de esa columna, podrá escribirse en la forma $|x_1 y_1 I| = 0$, que es la condición, en coordenadas cartesianas, de que los tres puntos de coordenadas $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ estén alineados. Como cada una de estas parejas no es sino la ecuación paramétrica de curvas de parámetros z_1, z_2, z_3 , respectivamente, resultará que si se dibujan las tres curvas se acotan, es decir, si se marca un número suficiente de puntos y en alguno de ellos el valor correspondiente del parámetro, se tiene el nomograma de puntos alineados de la función $F_{123}=0$, pues las cotas de tres puntos alineados satisfacen la función, de ahí su manejo y uso. Un caso relativamente frecuente es el de la función de la forma $f_1 g_3 + f_2 h_3 + f_3 = 0$, cuyo nomograma está constituido por dos escalas rectilíneas de soportes paralelos y una escala curvilínea, representadas respectivamente por: $x_1 = 0, y_1 = m_1 f_1; x_2 = d, y_2 = m_2 f_2; x_3 = m_1 d h_3 / (m_1 h_3 + m_2 g_3), y_3 = -m_1 m_2 f_3 / (m_1 h_3 + m_2 g_3)$, donde m_1, m_2, d son valores que se eligen para dar a las escalas la extensión y precisión necesarias.

Odhner, Willgodt Theophil (1845-1905). Mecánico sueco. Trabajó en San Petersburgo. Creó una máquina calculadora de mesa (1872), el aritmómetro (También llamado "el molinillo"), que efectuaba las cuatro operaciones (la multiplicación y división se realizaban mediante series repetidas de adiciones y sustracciones).

Oettinger, Ludwig (1797-1869). Matemático alemán. Nació en Edelfingen (Baden-Württemberg). Doctor en filosofía. Vicario de Mundingen (1817), maestro en Lorrach (1818), Durlach (1820) y Heidelberg (1822). Fue profesor en la Universidad de Heidelberg (1831) y de matemáticas en la de Friburgo (1836). Publicó *Análisis combinatorio* (1827), *Cálculo diferencial* (1831), *Geometría* (1832), *Lecciones de aritmética y álgebra* (1837), *Combinatoria* (1837), etc.

Ohm, Martin (1792-1872). Matemático alemán. Nació en Erlangen. Hermano del físico Georg Simon Ohm. Ingresó en la Universidad de Erlangen (1811). Fue profesor en un liceo de Thorn (1817-1821), enseñó matemáticas en la Universidad de Berlín, y paralelamente fue profesor en la Escuela de Arquitectura (1824-1831), en la Escuela de Artillería y de Ingenieros (1833-1852) y en la Escuela de

Guerra a partir de 1826. Publicó una obra sobre la teoría de los logaritmos (1821) y otra sobre los logaritmos de los números complejos. En su obra *Estudio de un sistema completo y consistente de las matemáticas* (1822) intentó reducir todo el análisis a la aritmética. En su obra *Ensayos en el dominio de las matemáticas avanzadas* (1823), escribió: “Una serie infinita (soslayando cualquier cuestión sobre la convergencia o divergencia) está completamente adaptada para representar una expresión dada si se puede estar seguro de tener la ley correcta para desarrollar la serie. Del *valor* de una serie infinita se puede hablar sólo si converge”.

Ökinghaus, E. (h. 1995). Estudió las curvas llamadas sectrices que llevan su nombre, publicándolas en *Avances en la investigación de la audición* (1995).

Okounkov, Andrei Yuryevich (n. 1969). Matemático ruso. Nació en Moscú, en cuya Universidad Estatal se doctoró. Ha sido profesor en las Universidades de Chicago, California en Berkeley y Princeton. Trabajó en la teoría de la representación y sus aplicaciones a la geometría algebraica, física matemática, teoría de la probabilidad y funciones especiales. Galardonado con la medalla Fields 2006.

Olabarrieta, Luciano de (h. 1932). Matemático español. Publicó *Geometría y Trigonometría* (1932), *Ejercicios de geometría moderna* (1936), *Ejercicios y problemas de geometría y trigonometría* (1953).

Oldenburg, Henry (h. 1615-1677). Matemático inglés. Secretario de la Royal Society. Muchas contribuciones científicas de entonces figuraban en la correspondencia de los científicos, que se tramitaba mediante intermediarios científicos, entre los que cabe destacar a Oldenburg, como también a Mersenne. Tal es el caso de dos cartas dirigidas por Newton a Leibniz, vía Oldenburg, en las que exponía el desarrollo binomial (1676). Planteó a Leibniz por carta (1673) el problema de la suma de los inversos de los cuadrados perfectos, que éste no pudo resolver (Euler dio la solución).

Olimpiodoro (h. 495-570). Filósofo neoplatónico griego, llamado Olimpiodoro el Joven. Tras la supresión por el emperador Justiniano de la Escuela de Atenas, Olimpiodoro mantuvo en Alejandría la tradición platónica. En su *Catoptrica* escribió: “La naturaleza no hace algo superfluo ni cualquier trabajo innecesario”.

Olivier, Théodore (1793-1853). Artillero, ingeniero y matemático francés. Nació en Lyon (Rhône). Fue uno de los fundadores de la Escuela de Artes y Oficios de París. Fue profesor de geometría descriptiva en la École Polytechnique. Llevó a la práctica la construcción de cuádricas por medio de hilos, como describió Monge. Estudió completamente el problema de tangencia de Apolonio, en el caso particular en el que la superficie es una esfera (1814). Publicó *Curso de geometría descriptiva* (1843), donde incluyó nuevos métodos para la intersección de superficies, *Complementos de geometría descriptiva* (1845), *Sobre las causas de descarrilamiento en las curvas en los ferrocarriles* (1846).

Omar Khayyam. V. Khayyam, Omar.

Omerique, Antonio Hugo de (1634-1698). Matemático español. Nació en Sanlúcar de Barrameda (Cádiz). Estudió latín y matemáticas. De sus obras sólo se conserva la primera parte de su *Análisis geométrico* (1698) y unas tablas de logaritmos. En su *Análisis* trata de la resolución de problemas geométricos mediante el método analítico. Esta obra fue elogiada por Chasles y Newton. Éste, poco inclinado al elogio, lo hizo con las siguientes palabras: “es una obra juiciosa y de valor, que responde a su título, porque expone en la forma más sencilla el método de restaurar el análisis de los antiguos, que es más sencillo y más a propósito para un geómetra que el álgebra de los modernos. Así, su método le conduce más fácil y directamente a la resolución de problemas. Generalmente llega a resoluciones más sencillas y elegantes que las obtenidas con el álgebra”.

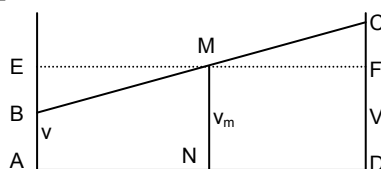
Ondériz, Pedro Ambrosio (mediados del s. XVI-h. 1596). Matemático y geógrafo español. Se le encomendó la docencia de “traducir del latín en romance algunos libros de matemáticas” en la Academia de Matemáticas de Felipe II (1582), en Lisboa. Fue cosmógrafo mayor del rey (1585).

Escribió *La perspectiva y especularia de Euclides, traducidas al castellano* (1584), *Uso de globos* (1592).

Ooge, Martin Luther d' (1839-1915). Matemático inglés. Preparó la versión inglesa de la *Introducción a la aritmética* de Nicómaco de Gerasa, acompañada por un amplio estudio de la aritmética griega realizado por Karpinski y Robbins.

Oppel, Friedrich Wilhelm von (1720-1769). Matemático y minero alemán. Nació en Krebs (Mehren, Renania-Palatinado). Fue director de minería en Freiberg (Sajonia), donde fundó una Universidad de la que fue su primer director. En su obra *Análisis de los triángulos* (1746) estableció analíticamente toda la trigonometría plana y esférica, partiendo de unos pocos teoremas demostrados geoméricamente. En ella aparecen por primera vez en la forma que actualmente tienen, las dos fórmulas de Mollweide y la que da el seno de un triángulo en función de las tres alturas. Deduce la trigonometría esférica a partir del triedro correspondiente, como se hace hoy en día.

Oresme, Nicole (Oresmes, Nicolás de) (h. 1320-1382). Filósofo y científico francés. Nació cerca de Caen. Estudió teología en el Collège de Navarre de la Universidad de París, donde dio clases hasta 1362. Perteneció al capítulo de la catedral de Rouen (1362-1377), y en 1370 fue designado capellán del rey Carlos V de Francia. En 1377 fue nombrado obispo de Lisieux. Se le considera precursor de la geometría de coordenadas y de la representación gráfica de funciones (“intensidades de las cualidades”, según Oresme). En su *Tratado de las latitudes* y en su *Sobre la uniformidad y deformidad de la intensidad* (h. 1350), tomando como abscisa (“longitud”) el tiempo, y como ordenada (“latitud”) una intensidad (velocidad, calor, etc.), representa la cualidad o propiedad de acuerdo con la variación de la intensidad respecto del tiempo, aunque tal variación no se refleja, como en las coordenadas cartesianas, por la curva dibujada por los puntos de coordenadas dadas, sino por la figura total, por el área encerrada entre aquella curva, el eje de los tiempos y las intensidades inicial y final. Si la intensidad es la velocidad, esa área (“mensura”) representa el espacio recorrido. Si el movimiento es uniforme (“latitud uniformis”) la gráfica es una paralela al eje. Si el movimiento es uniformemente variado (“latitud uniformiter difformis”) la gráfica es una recta inclinada de pendiente distinta, según sea el movimiento acelerado o retardado. De igual manera otras gráficas representan movimientos no uniformemente variados (“latitud difformiter difformis”). En el caso del movimiento uniformemente variado, Oresme demuestra geoméricamente, por comparación de figuras equivalentes, la llamada regla de Merton (V. Swineshead) que los maestros de Merton habían encontrado retóricamente.



Si BC es la gráfica de un movimiento uniformemente acelerado, el trapecio $ABCD$ representa el espacio recorrido durante el tiempo $t = AD$. Como ese trapecio equivale al rectángulo de base AD y altura MN , base media del trapecio, aquel espacio será el recorrido por el movimiento uniforme, cuya gráfica es EF , de velocidad $v_m = MN$, media entre las velocidades $v = AB$ inicial, y $V = DC$, final del movimiento uniformemente acelerado. En efecto, el espacio recorrido por ambos movimientos es $e = v_m t = \frac{1}{2}(v + V)t$, pero, por la ley del movimiento variado, $V = v + gt$, siendo g una constante, y en definitiva, $e = vt + \frac{1}{2}gt^2$, que es la ley de ese movimiento respecto del tiempo. Oresme considera, como también Calculator, movimientos aparentemente más complicados que implican el cálculo de sumas de series convergentes como valor de los espacios recorridos. En la referencia a Swineshead (Calculator) se recoge su teoría sobre estos movimientos. En comparación con ellos, el “movimiento” de Oresme es aparentemente más complicado pues las áreas parciales son alternativamente de rectángulos y de trapecios. En efecto, Oresme considera, con igual división del tiempo en intervalos como en el caso de Calculator, una suma de movimientos alternativamente uniformes y uniformemente acelerados, tales que sin discontinuidad en cada movimiento variado la velocidad final es doble de la inicial, de manera que al partir de un movimiento uniforme de velocidad I , los distintos espacios recorridos serán $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{16}, \dots$. Como en definitiva se trata de dos progresiones geométricas

de razón $\frac{1}{2}$ (una es $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$,..., y la otra $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{16}$,...) cuya suma respectiva es el doble del primer término y como el primer término e_2 de la segunda serie es $\frac{3}{4}e_1$, siendo e_1 el primer término de la primera serie ($\frac{3}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$), el espacio total recorrido será $(2 + \frac{6}{4})e_1$ que es el resultado que da Oresme, que es $\frac{7}{2}$ de e_1 .

Oresme esbozó la idea de que en las proximidades de un máximo, la variación de las cantidades se torna imperceptible. En una obra más extensa, *Tratado de la representación de potencias y medidas*, Oresme sugiere una extensión a tres dimensiones de su “latitud de las formas”, en la que se representaba una función de dos variables independientes como un volumen formado por todas las ordenadas levantadas de acuerdo con una regla dada sobre los puntos de una región del plano de referencia. E incluso existe un atisbo de lo que sería una geometría en cuatro dimensiones cuando Oresme habla de representar la intensidad de una forma que depende de cada punto de un cuerpo sólido o volumen de referencia. En su obra *Algoritmo de las proporciones* (h. 1360, no publicado), extendió los conceptos de razones y medias proporcionales, a todos los exponentes fraccionarios (e incluso irracionales) y dio las leyes generales de las operaciones con estas “razones de razones”, es decir, operaciones con exponentes fraccionarios. Entre las contribuciones de Oresme al estudio de las series infinitas, se encuentra la resolución del siguiente problema: Si, a lo largo de la primera mitad de un intervalo de tiempo dado, una forma se mantiene con una cierta intensidad; a lo largo del siguiente cuarto de intervalo al doble de dicha intensidad; a lo largo del siguiente octavo al triple de esa intensidad, y así *ad infinitum*, entonces la intensidad media durante todo el intervalo será la intensidad de la forma durante el segundo intervalo. Oresme lo resolvió utilizando su método gráfico (se trata de la suma $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots = 2$). También resolvió Oresme por el mismo método, la suma: $\frac{1 \cdot 3}{4} + \frac{2 \cdot 3}{16} + \frac{3 \cdot 3}{64} + \dots + \frac{n \cdot 3}{4^n} + \dots = \frac{4}{3}$. Demostró, por primera vez en la historia, que la serie armónica es divergente, para lo cual agrupó sus términos de la siguiente forma: en el primer grupo el término $\frac{1}{2}$; en el segundo los dos siguientes términos, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$; en el tercer grupo los tres siguientes, y así sucesivamente, obteniéndose infinitos grupos de términos, siendo la suma de cada grupo igual o superior a $\frac{1}{2}$, con lo que sumando el adecuado número de grupos se puede superar cualquier número dado. Escribió también *Tratado de la esfera, Libro del cielo y del mundo, Libro de las adivinaciones, Sobre el cielo, Sobre la moneda* (h. 1360).

Oroncio Fineo (Oronteus Finaeus) (1494-1555). Matemático y cartógrafo francés. Nació en Briançon (Hautes-Alpes). Estudió en el Colegio de Navarra, donde se licenció en medicina (1522). Fue profesor en el Collège Royal de París, donde ejerció la docencia hasta su fallecimiento. Escribió *La esfera del mundo* (1549), *Geometría práctica, De rebus mathematicis* (póstuma, 1556).

Ortega, Juan de. V. Juan de Ortega.

Ortega y Sala, Miguel (n. 1848). Matemático y militar español. Nació en Barcelona. Estudió en la Academia de ingenieros militares, de donde fue profesor. Escribió, con Pedro Pedraza, *Lecciones de geometría descriptiva* (1879), *Trigonometría* (de texto en las Academias Militares, 1881), *Geometría* (1887).

Orts y Aracil, José María (n. 1891). Matemático español. Nació en Valencia. Estudió ciencias matemáticas en la Universidad de Barcelona. Se doctoró en Madrid con la tesis *Resolución del problema de Seinchlef en algunos escritos elementales*. Enseñó análisis matemático en las Universidades de Barcelona y Santiago. Publicó *Notas para un primer estudio de la teoría del riesgo, Contribución al estudio de las series trigonométricas, Nota sobre el criterio de Stolz, Nota sobre una clase particular de polinomios*.

Osgood, William Fogg (1864-1943). Matemático estadounidense. Nació en Boston. Estudió en la Universidad de Harvard y en la de Gotinga. Fue profesor en la Universidad de Harvard y en la de Cambridge (Massachusetts). Investigó en series exponenciales y cálculo integral. El teorema que lleva su nombre trata de la solución de una serie funcional a través de una resolución sucesiva de integraciones. Riemann, en su tesis de 1851 en Gotinga, *Fundamentos de una teoría general de funciones de una variable compleja*, afirmó que si D y G son dominios simplemente conexos propios del plano, entonces existe una aplicación conforme de D sobre G , pero su demostración no era

rigurosa. En la década de 1910, varios matemáticos obtuvieron demostraciones rigurosas, entre ellos Osgood. Publicó *Introducción a las series infinitas* (1906), *Lecciones de teoría de funciones* (1905-1907), *Primer curso de cálculo diferencial e integral* (1907), *Tratado de funciones* (tres volúmenes, 1923-1932), *Geometría analítica* (1925), *Cálculo avanzado* (1925). Fue director de *Annals of Mathematics* y de *Transactions Am. Math.*

Ossian Bonnet, Pierre. V. Bonnet, Pierre Ossian.

Ostrogradski, Mijail Vasilievich (1801-1861). Matemático ruso (ucraniano). De familia aristocrática y rica. Estudió en la Universidad de Jarkov (hoy, Kharkiv, Ucrania). Estudió durante largo tiempo en París (1822-1828). Enseñó en la Universidad de San Petersburgo, así como en varios centros de enseñanza superior técnicos y militares. Cooperó en la fundación de la Escuela Matemática de San Petersburgo. Hizo importantes aportaciones en la integración de fracciones racionales. Al resolver las ecuaciones diferenciales parciales del calor, Ostrogradski utilizó (1831) la siguiente igualdad: $\iiint_V (\delta P/\delta x + \delta Q/\delta y + \delta R/\delta z) dx dy dz = \iint_S (P \cos \lambda + Q \cos \mu + R \cos \nu) dS$, que convierte la integral de volumen en integral de superficie, y donde P , Q y R son funciones de x , y , z , componentes de un vector, y λ , μ , ν son los cosenos directores de la normal a la superficie S que limita el volumen V . Este teorema se conoce como el teorema de divergencia y lleva el nombre de Gauss, o de Green-Gauss, mientras que en Rusia lleva el nombre de Ostrogradski, que lo demostró de forma independiente. En 1828, presentó a la Academia de Ciencias de San Petersburgo, el teorema, demostrado por Green, $\iiint U \Delta V dv + \iint U \partial V/\partial n d\sigma = \iiint V \Delta U dv + \iint V \partial U/\partial n d\sigma$, donde U y V son dos funciones continuas de x , y , z cuyas derivadas no son infinitas en ningún punto de un cuerpo arbitrario, n es la normal a la superficie del cuerpo dirigida hacia adentro y $d\sigma$ es un elemento de superficie. Realizó diversas investigaciones en física matemática y aplicaciones prácticas de la teoría de probabilidades.

Ostrowski, Alexander Markowich (1893-1986). Matemático ruso. Nació en Kiev (hoy, Ucrania). Estudió en la escuela de Comercio de Kiev, y luego, matemáticas en las Universidades de Marburg y Gotinga, donde se doctoró. Trabajó en Hamburgo (1920). Varios teoremas matemáticos llevan su nombre. Escribió *Sobre las evolutas de los óvalos* (1957).

Otho, Valentin (Otto, Valentin) (h. 1550-1605). Matemático y médico alemán. Discípulo de Rheticus. Dio (1573) el valor aproximado de $\pi = 355/113$, que hoy se atribuye a Metius, obtenido restando los numeradores y los denominadores de los valores ptolomeico y arquimediano, respectivamente $^{377}/_{120}$ y $^{22}/_7$ (de manera independiente, también llegó a este valor Anthonisz). Publicó algunos trabajos de trigonometría, entre los que está la fórmula de recurrencia para los senos y cosenos de los múltiplos de los arcos. Construyó tablas trigonométricas muy precisas. Completó y publicó el *Opus palatinum* (1596) de Rheticus.

Oughtred, William (1574-1660). Matemático inglés. Nació en Eton (Berkshire). Ministro episcopal, vicario de Shalford (Surrey) y subsecuentemente rector de Albury (Surrey). Dio lecciones gratuitas de matemáticas. Maestro de John Wallis. En su obra *Clave de matemáticas* (1631), aparecen muchos progresos en el cálculo algebraico. Introdujo, entre propios y ajenos, 150 símbolos nuevos, entre ellos el signo \times de la multiplicación y los signos $:$ y $::$ para la razón y la proporción, así como la abreviación *log* para logaritmo. Inventó la regla de cálculo rectilínea y circular (1632), aunque Delamain se atribuyó la invención de ésta última. Planteó algebraicamente problemas geométricos, construyendo los resultados obtenidos de forma geométrica. En un apéndice a su *Clave*, realizó la primera exposición de las fórmulas hoy usadas para el interés compuesto, incluyendo el cálculo de rentas. Escribió también *Trigonometría* (1657).

Outerelo Domínguez, Enrique (n. 1939). Matemático español. Nació en Moscoso (Pontevedra). Doctor en matemáticas por la Universidad Central de Madrid (1966). Catedrático en esta Universidad (hoy, Complutense) desde 1983. Investiga en topología general y diferencial. Publicó *Teoría de catástrofes* (2000), *Topología general* (2000), *Topología diferencial: variedades con borde, transversalidad, aproximación* (1998), *Un teorema sobre inmersiones que conservan el borde* (1990), *Un teorema de extensión de Whithney en dimensión infinita y clase p* (1982).

Ozanam, Jacques (1640-1717). Matemático francés. En su obra *Diccionario matemático o idea general de las matemáticas* (1690), estudió la representación gráfica de curvas, analizando entre otras la curva cardioide y la curva que lleva su nombre. En esta obra, dice que los geómetras modernos efectuaban sus análisis por medio del álgebra. Publicó *Matemáticas y física recreativas*, donde puso de moda el problema del salto del caballo.

P

Pablo de Alejandría. V. Paulus de Alejandría.

Pacheco Castelao, José Miguel (n. 1947). Matemático español. Nació en Salamanca. Catedrático de matemática aplicada en la Universidad de Las Palmas. Investiga en las aplicaciones matemáticas a problemas biológicos y ecológicos y a los modelos climatológicos y meteorológicos. Ha publicado *Algunas reflexiones acerca del papel de la ingeniería en matemáticas* (2009), *¿Qué es la biología matemática?* (2000), *Aplicaciones del primer tiempo de paso a problemas de contaminación marina* (1989).

Pachymeres, Georgios (1242-1316). Matemático bizantino. Nació en Nicea (Bitinia, hoy Iznik, Turquía). Fue ordenado ministro cristiano ortodoxo (1262). Se opuso a la unión de las iglesias católica y ortodoxa. Enseñó artes liberales (matemáticas, música, geometría, astronomía) en la academia patriarcal de la Basílica de Hagia Sophia (Santa Sofía) de Constantinopla (hoy, Estambul), para lo que realizó un compendio del quadrivium matemático con el título *Compendio de cuatro matemáticas*, que con el empleo de las cifras arábigas, constituyó un texto académico en la enseñanza bizantina. También escribió, entre otros trabajos, *Historia romana* y un tratado teológico que buscaba un compromiso entre las posiciones de las dos iglesias.

Pacioli, Luca (Luca di Borgo) (1445-1514). Matemático italiano. Fraile franciscano. Discípulo de Piero della Francesca y vinculado con el mundo de artistas y técnicos del Renacimiento italiano. Amigo y profesor de Leonardo da Vinci. Tutor de los hijos de un rico comerciante veneciano. Su obra *Summa de arithmetica, geometría, proporzione et proporzionalita* (1494, manuscrito de 1487), de carácter enciclopédico y resumen de todo el saber matemático de la época, estaba destinada a las necesidades prácticas de comerciantes, técnicos y artistas, por lo que la escribió en lengua vulgar, aunque con más precisión habría que decir en una mezcla de latín, italiano y todos los dialectos de las numerosas regiones que Pacioli visitó o en las que enseñó. Sin contar el entusiasmo que Pacioli muestra por la matemática en todos sus escritos, su mérito principal consiste en haber ofrecido en especial en su *Summa* un arqueo del saber matemático de su tiempo (aritmética comercial y teórica, contabilidad por partida doble, álgebra, geometría y algo de trigonometría, todo ello basado en obras preexistentes), que sirve muy bien de jalón para apreciar los progresos realizados desde Leonardo de Pisa y para medir también los avances que se harán a partir de él. La *Summa* consta de cinco partes, la primera se ocupa de aritmética y álgebra, las tres siguientes de aplicaciones al comercio, y la última de geometría.

La parte aritmética contiene las operaciones con números “sanos” (enteros), dando para la multiplicación ocho procedimientos y dos para la división, agregando en cada caso las pruebas del 9 y del 7, pues la del 9 “no es muy segura”. Trata seguidamente de las progresiones aritméticas y geométricas, de la suma de los números naturales, sus cuadrados y cubos, y extracción aproximada de la raíz cuadrada. Incidentalmente trata del sistema de base dos. Tras ocuparse de una serie de problemas de ajedrez y de matemática recreativa, pasa a los números “rotos” (fracciones), que escribe en la forma actual, separando con una raya el “numerator” del “denominator”, enseñando a descomponerlas según fracciones continuas ascendentes. Siguen una serie de problemas de aritmética comercial, entre los que destacan algunos de los llamados hoy trascendentes, de los que Pacioli da soluciones bastante aproximadas. Por ejemplo, en un problema concreto que llevaría hoy a nuestra ecuación $x \cdot 2^x = 30$, Pacioli encuentra por tanteos que $3 < x < 4$, haciendo por tanto $x = 3 + y$, y en el resultado de la aproximación tomando aproximadamente, por ser y pequeño, $2^y = y + 1$, llega a una ecuación de segundo grado que da para x el valor 3,179... (el valor exacto es 3,22...). Otra ecuación

trascendente, de reminiscencia babilónica, tiene por incógnita el tiempo en que se duplica un capital a interés compuesto con la tasa t , siendo la solución de Pacioli $^{72}/_t$ (actualmente el primer término del desarrollo en serie de la incógnita es $69,3.../t$). Después de una serie de consideraciones sobre las proporciones, tema al que Pacioli dedicó en sus estudios atención preferente (llama a la proporción “madre” y “reina”), pasa a considerar problemas resueltos por el método de falsa posición, con lo que estima haber llegado al objeto de su libro que es el álgebra, que inicia con la siguiente frase: “Hemos llegado con ayuda de Dios a la meta deseada, vale decir, a la madre de todos los casos que el vulgo llama regla de la cosa o Arte mayor o Parte especulativa, pero también llamada Álgebra y Almucabala, en lengua árabe o caldea, según otros y que en nuestra lengua equivale a restauración y oposición. *Algebra id est restaurationis. Almucabala id est oppositionis*”. En esta parte algebraica es interesante la terminología y las abreviaturas utilizadas que caracterizan esta etapa del “álgebra sincopada” intermedia entre el álgebra retórica y el álgebra simbólica. Por ejemplo abrevia las palabras *plus* y *minus* con p y m , letras que funcionan entonces como nuestros signos $+$ y $-$; indica las raíces cuadradas y úbricas con una R cruzada por una raya oblicua y seguida del número 2 ó 3, respectivamente. A la incógnita la llama *cosa*, abreviada en *co* (cuando hay una segunda incógnita la denomina cantidad), y a sus potencias las llama con palabras y abreviaturas especiales: así x^2 es *censo*, abreviado *ce*, x^3 es *cubo*, abreviado *cu*, x^5 es *primo relato*, abreviado $p^o r^o$, x^7 es *segundo relato*, abreviado $2^o r^o$, etc. Utiliza la abreviatura *ae* por la palabra *aequalis* (igual). En sus ecuaciones no admite números negativos pues “son menos que nada” (dice que “ $m4$ es menos que nada”), y considera imposible la ecuación de tercer grado, y al resolver las ecuaciones se deja llevar a veces por el algoritmo algebraico dando soluciones no enteras para problemas que no admiten más que raíces enteras.

Las tres partes siguientes de la *Summa* se refieren a la contabilidad y teneduría de libros, especialmente a la llamada “partida doble” (innovación técnica medieval probablemente italiana - genovesa del siglo XIII). Estos tres capítulos se hicieron tan populares que se suele considerar a Pacioli como el padre de la contabilidad por “partida doble”. Un problema que figura en estas partes, no resuelto satisfactoriamente por Pacioli, se refiere al reparto de la puesta entre dos jugadores antes de terminar el juego, que será estudiado un par de siglos después tras el advenimiento del cálculo de probabilidades.

La quinta parte de la *Summa* se dedica a la geometría. En ella se exponen, sin demostraciones, las propiedades de figuras planas y del espacio con sus áreas y volúmenes. El final del libro comprende 100 problemas geométricos, gráficos y geométricos, resolviendo éstos últimos algebraicamente y en algunos casos complicándolos innecesariamente, como en el caso de determinar los lados de un triángulo conociendo el radio del círculo inscrito y los segmentos en que el punto de tangencia del círculo divide a uno de los lados, pues en lugar de aplicar la fórmula de Herón, que conoce, y que resolvería el problema mediante una ecuación de primer grado, da un gran rodeo que le obliga a calcular diez segmentos intermediarios y resolver una ecuación de segundo grado. Publicó su obra *Divina proportione* (1509) sobre las reglas para la división en media y extrema razón (lo que hoy se llama división áurea, y que es necesaria para la construcción del decágono regular) y que consta de tres partes. La primera es un estudio más místico que geométrico, de la “divina proporción”, con algunas propiedades sin demostrar; la segunda se ocupa de arquitectura y la tercera es la traducción en vulgar de la obra de Piero della Francesca *Libellus in tres partiales tractatus divisio quinque corporum regularum*, que es la parte más matemática de la obra, donde se tratan problemas geométricos de triángulos, polígonos y poliedros, cuyo objeto es determinar con ejemplos numéricos, longitudes, áreas y volúmenes de figuras planas y sólidas. Escribió una tercera obra, inédita, donde recoge una colección de problemas aritméticos y geométricos del tipo de la matemática recreativa, agregando refranes y anécdotas. En general son problemas ya conocidos, pudiendo citarse como novedad los cuadrados mágicos, de los que da ejemplos de cuadrados de 9, 16, 25,...81 casillas, que vincula con los siete cuerpos celestes de la antigüedad.

Padilla y Arcos, Pedro (1724-h. 1807). Ingeniero militar y matemático español. De origen andaluz, estudió matemáticas en la Academia de Orán (1740). Fue profesor en la Academia Militar y de Matemáticas de Barcelona (1750-1753), y director de La Academia de Guardias de Corps de Alcalá de Henares (1753). Escribió *Curso militar de matemáticas sobre las partes de esta ciencia para el uso de la Real Academia establecida en el cuartel de Guardias de Corps* (cuatro volúmenes, 1753-1756), cuyo cuarto volumen se titula *De la geometría superior o de las curvas y los cálculos diferencial o*

integral y método de fluxiones, tratándose del primer texto español hoy conocido, donde se pudo estudiar la geometría algebraica de las cónicas y los principios del cálculo diferencial e integral. Este texto se utilizó en la Academia Militar de Barcelona.

Painlevé, Paul (1863-1933). Científico y político francés. Nació en París. Estudió en la École Normale Supérieure y en la Universidad de París, donde se doctoró en matemáticas en 1887. Fue profesor en las universidades de Lille y París y en la École Polytechnique. Tuvo gran interés en la incipiente ciencia de la aviación. Fue elegido miembro de la Cámara de los Diputados (1906), y fue ministro de educación y de la guerra, primer ministro (1925) y ministro del aire hasta 1932. Desarrolló la teoría de las ecuaciones diferenciales algebraicas y estudió las funciones abelianas. En el caso de ecuaciones no lineales los puntos singulares pueden variar con las condiciones iniciales y son llamados puntos singulares móviles (este fenómeno lo descubrió Fuchs en 1884). Así, la ecuación $y' + y^2 = 0$, tiene la solución general $y = 1/(x - c)$, donde c es arbitraria. La localización de la singularidad en la solución depende del valor de c . El estudio de los puntos singulares móviles, así como de las ecuaciones de segundo orden no lineales, fue abordado por muchos matemáticos, en especial por Painlevé. Una característica interesante es que muchos de los tipos de ecuaciones de segundo orden de la forma $y'' = f(x, y, y')$ requieren para su solución nuevos tipos de funciones trascendentes, ahora llamadas trascendentes de Painlevé (1906).

Palacios Martínez, Julio (1891-1970). Físico y matemático español. Nació en Zaragoza. Estudió en Tamarite de Litera (Huesca), Huesca y en la Universidad de Barcelona. Se doctoró en ciencias físicas en la Universidad de Madrid. Fue profesor en el Instituto nacional de física y química y catedrático de termología en la Universidad de Madrid. Publicó *Isotermales del neón*, *Volúmenes de los meniscos de mercurio*, *Tensiones de vapor del hidrógeno*, *Teoría del paramagnetismo en los cristales*, *Sobre la estructura cristalina de la tetraedrita y de otros minerales*, *Física para médicos*, *Física teórica*, *Calor*, *Física nuclear*, *Mecánica física*, *Análisis dimensional*, *Mecánica estadística*, *Teoría de la relatividad* (en contra de las tesis de Einstein), *Termodinámica*, etc.

Palermo, Juan de. V. Juan de Palermo.

Paolis, Riccardo de (1854-1892). Matemático italiano. Nació en Roma. Fue profesor de geometría superior en la Universidad de Pisa. Investigó en geometría analítica y proyectiva. Publicó varias memorias sobre transformaciones geométricas en el plano (1879), *Investigaciones sobre superficies de tercer orden* (1881), *Fundamentos de la geometría proyectiva* (1882), *Elementos de geometría* (1884), *Sobre las curvas polares* (1886), *Correspondencia proyectiva en las formas geométricas* (1892).

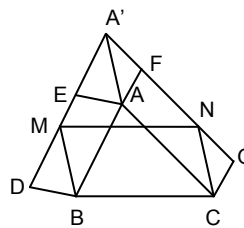
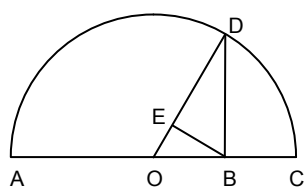
Papelier, Guillaume (h. 1920). Matemático francés. Profesor en el Liceo de Orleáns. Publicó junto con P. Aubert, *Ejercicios de cálculo numérico* (1920), *Ejercicios de mecánica* (1923), *Ejercicios de álgebra, análisis y trigonometría* (1932), *Ejercicios de geometría analítica* (1933).

Papiro Rhind. V. las voces Ahmes. Eisenlohr y Rhind.

Pappus de Alejandría (Pappo o Papo) (m. h. 320). Matemático griego. Se ignora cuándo y dónde nació. Una nota marginal de un códice del siglo X asegura que Pappus escribió bajo Diocleciano, emperador entre 284 y 305, y como en su comentario al *Almagesto* calcula el eclipse del año 320, la crítica moderna admite que vivió a finales del siglo III y principios del IV. Es el último nombre ilustre vinculado a la escuela de Alejandría. Su labor es de gran importancia histórica, pues nos ha transmitido inapreciables noticias bibliográficas, glosas y comentarios de obras perdidas, recogiendo fragmentos de muchas de ellas que serían hoy absolutamente ignoradas. Como investigador tiene en su haber, entre otras ideas menos importantes, el teorema que lleva indebidamente el nombre del matemático suizo Guldin que lo redescubrió, también la propiedad fundamental de las razones dobles, el concepto de centro de gravedad que no definió Arquímedes, y el problema sobre lugares geométricos que tanta influencia tuvo en la creación de la geometría analítica.

Su obra capital es *Colecciones matemáticas* (Synagoge), que es una información sistemáticamente ordenada de los más importantes resultados de las ciencias exactas hasta entonces. De los ocho libros que la componen, el primero y parte del segundo se han perdido, pero de lo que queda se desprende que dichos dos libros se ocupaban de aritmética. Entre las cuestiones que trata el fragmento conservado, se encuentran: un sistema de numeración, atribuido a Apolonio, semejante al que Arquímedes expone en el *Arenario*, pero tomando como base la miriada, es decir 10^4 , en vez de 10^6 , o sea considerando la sucesión de los números por tétradas o grupos de cuatro cifras, representando la primera de la derecha las unidades, la segunda las miríadas simples, la tercera miríadas dobles o de segundo orden, y así sucesivamente; y algunos procedimientos, que también atribuye a Apolonio, para facilitar las operaciones aritméticas con números grandes.

El libro III empieza con un preámbulo dirigido al geómetra Pandrosio, que no debía ser un buen maestro, pues le llama la atención sobre la ignorancia de sus discípulos respecto de la manera de resolver ciertos problemas. Figura en este libro la clasificación de los problemas en planos, sólidos y lineales, resolubles los primeros con rectas y circunferencias, los segundos exigen la utilización de secciones cónicas, y los últimos otras curvas (líneas) distintas de las rectas, circunferencias y cónicas; figuran también varias soluciones del problema de Delos, entre ellas una solución aproximada para el problema del mesolabio de Eratóstenes, que Pappus reconoce que no es exacta, y a raíz de esta cuestión recuerda la definición de lugares geométricos; también figuran en este libro las diez medias o proporciones que se pueden formar con tres números en progresión geométrica; seguidamente figura el resumen de una obra del geómetra Ericinio, de quien no se tiene ninguna noticia, terminando este libro con el análisis de los cinco poliedros regulares. Entre las cuestiones relacionadas con las proporciones, aparece un problema de interés histórico: Se trata de determinar mediante tres números en progresión geométrica los elementos de las diez proporciones o medias en uso en aquella época, y cuyas definiciones son las siguientes, en el lenguaje actual, supuestos dados tres números cualesquiera a, b, c : proporción aritmética: $(a - b):(b - c) = a:a$; proporción geométrica: $(a - b):(b - c) = a:b$; proporción armónica: $(a - b):(b - c) = a:c$; proporción contra-armónica: $(a - b):(b - c) = c:a$; proporción quinta: $(a - b):(b - c) = c:b$; proporción sexta: $(a - b):(b - c) = b:a$; proporción séptima: $(a - c):(a - b) = b:c$; proporción octava: $(a - c):(a - b) = a:b$; proporción novena: $(a - c):(a - b) = a:c$; proporción décima: $(a - c):(b - c) = b:c$. Los ejemplos numéricos que obtiene Pappus son los siguientes, en el mismo orden: (6,4,2), (4,2,1), (6,3,2), (6,5,2), (5,4,2), (6,4,1), (3,2,1), (6,4,3), (4,3,2), (3,2,1). Estas proporciones tenían su probable origen en los pitagóricos, que dados dos números p, q , definían la media aritmética A como $A = (p + q):2$, la media geométrica G como $G^2 = p.q$, la media armónica H como $1:H = 1:(1:p + 1:q):2$, es decir $H = 2pq:(p + q)$, la proporción perfecta como $A:G = G:H$, y la proporción musical como $p:A = H:q$.



También en este libro, Pappus expone una construcción geométrica para obtener las medias aritmética, geométrica y armónica en una única semicircunferencia. Si en la semicircunferencia ADC de centro O , punto medio del diámetro AC , siendo B un punto de este diámetro tal que AB y BC sean los segmentos dados, se levanta la perpendicular BD al diámetro, estando D sobre la semicircunferencia, y trazando desde B la perpendicular BE sobre OD , la media aritmética es $OD = OA = OC$, la media geométrica es BD , y la armónica es DE .

El libro IV, cuyo preámbulo se ha perdido, consta de dos secciones. En la primera sección se demuestra una interesante generalización del teorema de Pitágoras, válida para cualquier clase de triángulo. Si a los lados AB y AC de un triángulo ABC se adosan dos paralelogramos cualesquiera P_1 ($ABDE$) y P_2 ($ACFG$), semejantes o no, y es A' la intersección de DE y FG , el segmento AA' , en magnitud y dirección, forma con el tercer lado BC un paralelogramo P ($BCMN$) que es igual a la suma $P_1 + P_2$ (la demostración por equivalencias es inmediata).

Otra cuestión que trata Pappus en esta primera sección se refiere a una familia de curvas, lo que es poco frecuente en la geometría griega. Considera el "arbelos" de Arquímedes y en la zona

comprendida entre dos de los tres semicírculos inscribe una serie de círculos tangentes entre sí, dando la ley que relaciona la altura del centro de cada círculo con su radio, siendo dicha altura para el primer círculo inscrito, que es tangente a los tres semicírculos, igual a su diámetro, mientras que para los siguientes círculos sus respectivas alturas son el doble, el triple, etc. de sus respectivos diámetros, es decir, las sucesivas alturas son múltiplos de los respectivos diámetros según números consecutivos. La demostración dada por Pappus es larga y engorrosa, mientras que por geometría analítica se resuelve con relativa facilidad, y es de solución inmediata mediante la transformación por inversión.

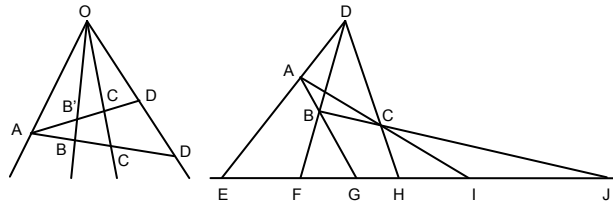
En la segunda sección de este libro IV se estudian tres curvas: espiral de Arquímedes, de la que hace una notable generalización sobre la esfera, conoide de Nicomedes y cuadratriz de Hipias, de la que da nuevas maneras de engendrarla mediante superficies helicoidales que Pappus llama plectoides. Dichas tres curvas están ligadas con la trisección del ángulo, con el mesolabio o con dividir un ángulo en dos partes que estén en una relación dada, es decir tres problemas clásicos. Una de las trisecciones de Pappus es la siguiente: Sea AOB el ángulo dado, cuya bisectriz es OC ; se traza la circunferencia de centro O y radio arbitrario $OA=OB=OC$; se traza la hipérbola de foco A , directriz OC , y excentricidad igual a 2; una rama de la hipérbola corta a la circunferencia en T , tal que el ángulo AOT es un tercio del AOB . Otra de sus trisecciones utiliza una hipérbola equilátera: Sea AOB el ángulo dado; se construye el rectángulo $ABCO$ de diagonal OB ; se traza la hipérbola equilátera cuyas asíntotas son las prolongaciones de CB y CO ; se traza la circunferencia de centro A y radio el doble de OB , que corta a la hipérbola en P ; desde este punto se traza la perpendicular PT a la asíntota CB ; la recta OT es paralela a AP , y el ángulo AOT es un tercio del AOB .

El libro V, que presenta mayor unidad que los anteriores, se dedica a los isoperímetros. En su prefacio, dirigido a Megecio, en el que habla de la forma adoptada por las abejas para construir las celdillas de sus panales, recuerda que sólo hay tres polígonos regulares que pueden llenar el plano (triángulo, cuadrado y hexágono), e indica que es el hexágono el que a igualdad de área tiene el perímetro mayor. Da las demostraciones, resultados y extensiones de los trabajos de Zenodoro relativos a las áreas limitadas por curvas con el mismo perímetro. Establece que el área del círculo es mayor que la de todo polígono regular del mismo perímetro, y que la de éste es mayor que la del irregular. Prueba que la esfera tiene mayor volumen que cualquier cono, cilindro o poliedro regular con la misma área de su superficie. Vuelve a ocuparse de los poliedros regulares, y termina demostrando que no puede haber más de cinco. En este libro se encuentra la única noticia que se tiene sobre los 13 poliedros semirregulares de Arquímedes, o “sólidos arquimedianos” (V. Arquímedes).

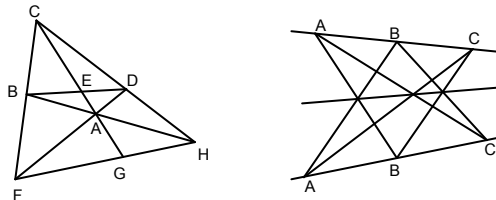
El libro VI se ocupa de astronomía (Pappus hizo observaciones astronómicas en 320). Comenta algunas obras de la astronomía que los alejandrinos llamaron “Astronomía pequeña” para distinguirla de la “Astronomía grande”, que era la *Sintaxis matemática* de Ptolomeo. La “Astronomía pequeña” comprendía los siguientes tratados: *Sobre la esfera móvil* y *Sobre los ortos y ocasos* de Autólico, *Sobre los tamaños y distancias del Sol y de la Luna* de Aristarco, la *Óptica* y los *Fenómenos* atribuidas a Euclides, *Sobre las ascensiones* de Hipsicles, *Sobre las habitaciones* y *Sobre los días y las noches* de Teodosio, y las *Esféricas* de Menelao.

El libro VII, dedicado a su hijo Hermodoro, es el más importante de la obra, pues constituye la única fuente de información que poseemos de muchas obras perdidas, como *Las medias* de Eratóstenes, los *Datos*, los *Porismas* y los *Lugares superficiales*, de Euclides, las *Secciones de razón, del espacio y determinadas*, los *Lugares planos*, los *Contactos*, las *Inclinaciones* y las *Cónicas*, de Apolonio, y los *Lugares sólidos*, de Aristeo el Viejo. Además comprende comentarios y agregados de Pappus que facilitan y completan esas obras, como su comentario al libro décimo de los *Elementos*. Entre los agregados se encuentra la regla que hace intervenir el centro de gravedad de una línea o una superficie, para el cálculo del área o del volumen de revolución correspondiente, que Pappus enuncia como “las figuras engendradas por rotación completa se obtienen como producto de lo que gira por el camino recorrido por el centro de gravedad móvil”, y que posteriormente se ha llamado “teorema de Guldin”, del nombre del matemático suizo que lo redescubrió. También en este libro aparece el llamado “problema de las tres o más rectas” (llamado por Descartes “problema de Pappus”), cuyo enunciado es (V. Descartes): Dadas $2n - 1$ (o $2n$) rectas, determinar el lugar geométrico de los puntos tales que trazando por ellos $2n - 1$ (o $2n$) rectas que forman, respectivamente, con las anteriores ángulos dados, el producto de n segmentos así determinados esté en una razón dada con el producto de los $n - 1$ restantes por un segmento dado (o de los n restantes). También en este libro séptimo, expone una serie de teoremas y proposiciones como el problema de determinar sobre una recta que contiene los puntos

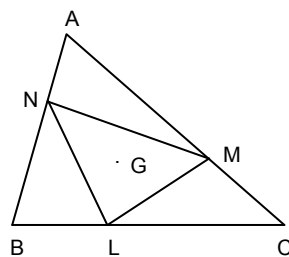
A, B, C, D , un punto X tal que la razón $AX \cdot BX : CX \cdot DX$, sea máxima o mínima. También demuestra casos particulares de la identidad $AD^2 \cdot BC + BD^2 \cdot CA + CD^2 \cdot AB + BC \cdot CA \cdot AB = 0$, así como la constancia de la razón doble de cuatro puntos determinados sobre una transversal por un haz de rayos, es decir, $AB:AD/BC:CD = AB':AD'/B'C':C'D'$ (figura de la izquierda del primer conjunto siguiente de dos figuras; Pappus exige que las dos transversales pasen por A), y que si cinco de los puntos en los que los seis lados de un cuadrilátero completo $ABCD$ (los cuatro lados y las dos diagonales) cortan a una línea recta arbitraria EJ son fijos, el sexto también lo es, es decir (figura de la derecha del citado primer conjunto de dos figuras), $EJ:EH/IJ:IH = EJ:EF/GJ:GF$.



También indica la propiedad que en un cuadrilátero completo cada diagonal es dividida armónicamente por las otras dos diagonales (figura de la izquierda del segundo conjunto de dos figuras), es decir, por ejemplo, que el punto E divide internamente a la recta AC con la misma razón que G la divide externamente, y que dadas dos rectas (figura de la derecha del citado segundo conjunto) y tres puntos en cada una de ellas (A, B, C y A', B', C'), los pares de rectas AB' y BA' , AC' y CA' , BC' y CB' , se cortan en tres puntos alineados.



Respecto a las cónicas, realiza la primera mención del foco de la parábola y de las directrices de las cónicas, así como la definición de éstas mediante la razón constante entre las distancias a un punto fijo y una recta fija, y la propiedad del hexágono inscrito en una cónica. Esboza la teoría de la involución y da una definición precisa de los conceptos análisis y síntesis (“análisis es un método que consiste en considerar como conocido aquello que se busca, y obtener las consecuencias de ello hasta llegar a algo que se admite ya como un resultado de síntesis”). Es decir, Pappus reconoce que el análisis es una “solución a la inversa”, cuyas etapas tienen que recorrerse después en orden opuesto para que constituyan una demostración válida en el sentido usual). Pappus dice que estos métodos son los que utilizaban los autores del *Tesoro del análisis*, que es “un cuerpo de doctrina destinado a aquéllos que, después de recorrer el contenido de los elementos usuales, quieran adiestrarse para resolver los problemas sobre curvas que se les planteen”. Seguidamente Pappus da una lista de los libros que figuraban en dicho *Tesoro*, entre ellos los tratados sobre cónicas de Aristeo, Euclides y Apolonio. De esta lista, se han perdido la mitad, incluyendo *Secciones de razón, del espacio y determinadas* de Apolonio, *Las medias* de Eratóstenes y los *Porismas* de Euclides.



Por último, el libro VIII que también está dedicado a su hijo Hermodoro, trata exclusivamente de mecánica, apareciendo la definición de centro de gravedad, que no figuraba en los escritos de Arquímedes. Plantea el problema consistente en que dado un triángulo ABC y tres puntos L, M, N en sus lados, de forma que sean iguales las relaciones $LB/LC = MC/MA = NA/NB$, entonces el centro de gravedad G del triángulo LMN coincide con el del ABC (este problema lo resolvió Arquímedes en *Sobre el equilibrio de los planos*)

Pappus considera dos clases de mecánicos: los artífices, que inventan y construyen instrumentos para hacer más fácil el trabajo manual, y los ilusionistas que idean máquinas para satisfacer la curiosidad más que la necesidad. Entre las obras que cita y comenta figuran las de Herón, Ptolomeo y Arquímedes. Trata después de los engranajes, y termina explicando el funcionamiento de las cinco máquinas simples, que ya estaban en Herón: torno, palanca, polea, cuña, tornillo, incluyendo un intento fallido de determinar la ley del plano inclinado.

Además Pappus escribió un comentario a los libros V y VI del *Almagesto* y otro a los *Elementos* de Euclides. Se le atribuye un libro sobre la interpretación de los sueños en el que exponía sus ideas filosóficas y religiosas.

Pardies, Ignace-Gaston (1636-1673). Científico francés. Nació en Pau. Entró en la Compañía de Jesús (1652). Entre sus obras científicas, como su *Estática* o su *Tratado de óptica*, escribió *Elementos de geometría* (1671) sin seguir las normas de Euclides, y en el que se encuentra por primera vez en occidente, el teorema de las lúnulas.

Parent, Antoine (1666-1716). Matemático francés, nacido en París. Trabajó sobre geometría analítica en el espacio. Indicó que una superficie se puede representar por una ecuación con tres coordenadas, publicando (1700) la ecuación de la esfera, la de su plano tangente y las ecuaciones de otras superficies.

Parménides de Elea (h. 515-h. 440 a.C). Filósofo griego, que se habría formado en la escuela de Elea (Sur de Italia), aunque una antigua leyenda asegura que fue instruido por un pitagórico. Maestro de Zenón de Elea. Introduce en el pensamiento reflexivo el juego de la razón con el proceso dialéctico de la razón, surgiendo como primer producto de este proceso la distinción entre apariencia y esencia de las cosas. Frente a la realidad sensible que percibimos, cambiante y efímera, existe la realidad eterna, inmutable e inmóvil del ser. La ciencia ha de buscar esa realidad detrás de las apariencias del mundo de los sentidos y distinguir la verdad (el *ser*) de la opinión (el no *ser*). En su poema *Sobre la naturaleza*, escrito en tono profético y alegórico, Parménides no señala el camino para llegar a la verdad, pero con él se inicia la crítica del conocimiento, introduciéndose en la construcción científica un rigor lógico que busca y trata de encontrar, en el poder racional del hombre, el carácter de permanencia que otorga al conocimiento su esencia, su objetividad.

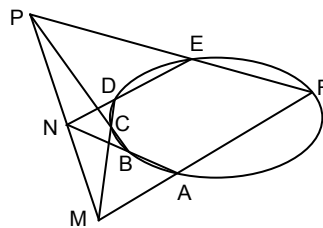
Parry, C. F. (h. 1991). Investigó en la geometría del triángulo, obteniendo, por ejemplo, las propiedades del triángulo automediano (1991). Escribió junto con Cundy, *Algunas curvas cúbicas asociadas con un triángulo* (1995) y *Propiedades geométricas de algunas cúbicas de Euler y circulares* (1999).

Parseval, Marc-Antoine (1755-1836). Matemático francés. Nació en Rosières-aux-Salines (Lorena). Aristócrata, fue encarcelado durante la Revolución Francesa, consiguiendo huir. Trabajó en ecuaciones diferenciales con derivadas parciales y en integrales definidas. Demostró (1799) la llamada igualdad de Parseval. Sea $f(x)$ una función periódica de periodo 2π y sea su serie de Fourier $a_0/2 + \sum_{n=1, \infty} (a_n \cos nx + b_n \sen nx)$. Si, por ejemplo, $f(x)$ es continua se tiene la siguiente identidad, llamada igualdad de Parseval: $1/\pi \int_{0, 2\pi} f^2(x) dx = a_0^2/2 + \sum_{n=1, \infty} (a_n^2 + b_n^2)$. Esta igualdad es válida si, y sólo si, $f(x)$ es medible sobre $[0, 2\pi]$, y $f^2(x)$ es integrable según Lebesgue en el mismo intervalo. Parseval demostró esta igualdad para el conjunto de las funciones trigonométricas.

Partridge, Seth (h. 1658). Dio a la regla de cálculo de Oughtred su forma definitiva, introduciendo la reglilla móvil, fabricando las primeras reglas similares a las actuales (1658).

Pascal, Blaise (1623-1662). Matemático, físico y filósofo francés. Nació en Clermont-Ferrand. Fue un niño enfermizo y tuvo mala salud a lo largo de su corta vida. Cuando Pascal tenía ocho años, la familia se trasladó a París. Su padre, Étienne Pascal (V. esta reseña), trató de mantener a su hijo alejado de las matemáticas hasta que tuviese quince o dieciséis años, por considerar que no se debe iniciar a un niño en una materia mientras no tuviese una edad suficiente para absorberla. Sin embargo, a los doce años de edad, Blaise insistió en saber qué era la geometría, y, una vez que se le dijo, empezó a trabajar en ella por su cuenta, demostrando un alto grado de inteligencia geométrica, redescubriendo sin libros ni

ayuda alguna los primeros teoremas de geometría. Con 14 años asistía, acompañando a su padre, a las reuniones semanales de la Académie Mersenne (que más tarde se convertiría en la Académie Libre y, en 1666, en la Académie des Sciences), en las que en torno a Mersenne, se reunían entre otros, los matemáticos Desargues, Roberval (profesor de matemáticas en el Collège de France), Mydorge y Fermat, y en donde se familiarizó con las ideas de Desargues. Éste le impulsó a trabajar en el método de proyección y sección, sugiriéndole en particular el objetivo de reducir las muchas propiedades de las secciones cónicas a un pequeño número de proposiciones básicas. Pascal adoptó estas recomendaciones, y en 1639, a los dieciséis años, escribió un libro sobre cónicas que empleaba métodos proyectivos, en el que demostró el teorema que llevaría su nombre sobre las propiedades de los hexágonos inscritos en una cónica. Este trabajo se ha perdido, pero Leibniz tuvo la oportunidad de leerlo en París, en 1676, en una copia manuscrita, describiéndoselo al sobrino de Pascal. Según las notas que tomó Leibniz, la obra contenía una sección sobre el ya familiar lugar geométrico de las tres y cuatro rectas, y otra sección sobre los *magna problema* (los grandes problemas), en los que se pide situar una cónica dada sobre un cono de revolución dado. Con 16 años publicó *Ensayo sobre las cónicas* (1640), artículo de una sola página en donde expuso una nueva teoría sobre las cónicas, incluyendo el citado teorema que llamó *mysterium hexagrammicum*, conocido desde entonces como teorema de Pascal (el exagrama místico estaba formado por los 60 hexágonos de Pascal que se obtienen tomando 6 puntos de una cónica ($60 = 5!/2$), que definen 15 lados ($15 = C_{6,2}$), más los 45 puntos de intersección de los pares de lados opuestos ($45 = 15 \cdot 3$), y las 60 rectas sobre los que éstos están alineados; fue estudiado por Steiner en su *Tratado sobre el desarrollo sistemático de la dependencia mutua de las estructuras geométricas* de 1832). Pascal confesó que el citado teorema, así como varias propiedades de las cónicas tratadas en su escrito, le fueron inspirados por Desargues. Este trabajo se perdió también, hasta 1779, en que fue recuperado. Descartes, que lo leyó, lo consideró tan brillante que no podía creer que lo hubiese escrito alguien tan joven.



En el dibujo se ha representado el hexágono $ABCDEF$ inscrito en una cónica, cortándose los lados opuestos en los puntos alineados M, N, P . Este teorema, incluido en sus obras de 1639 y 1640, es el resultado más famoso de Pascal en geometría proyectiva, del que sólo hay indicaciones acerca de cómo lo demostró. Pascal no consideró el teorema recíproco de éste: Si un hexágono es tal que los puntos de intersección de sus tres pares de lados opuestos están en línea recta, entonces sus vértices están sobre una cónica. En 1640, se desplazó a Rouen con su padre, donde toda la familia se convirtió al cristianismo austero de Port-Royal. A los 18 años, para ayudar a su padre en su trabajo como tasador de impuestos, diseñó una máquina calculadora (1641), construyendo y vendiendo en unos pocos años unas cincuenta de estas máquinas. Volvió a París en 1647 a causa de una enfermedad y vivió un periodo llamado “mundano”, de intensa actividad científica, seguido de una segunda “conversión”.

En 1648, Pascal se interesó por la hidrostática, y los resultados de sus investigaciones fueron su trabajo experimental en un original mecanismo para crear el vacío, el experimento de Puy-de-Dôme que confirmaba el peso del aire y su decrecimiento con la altura, y los experimentos sobre la presión ejercida por un fluido (la originalidad de sus trabajos en física ha sido cuestionada, considerándolos entre divulgativos o plagarios). También en 1654, su amigo el caballero de Méré propuso a Pascal, quien a su vez los propuso a Fermat, los primeros problemas de probabilidades, que nacieron en las mesas de juego: problema de los dados y problema de las partidas. El primero consiste en demostrar que en 4 tiradas con un solo dado es más probable que salga un 6 que el caso contrario, mientras que en 24 tiradas con dos dados, es menos probable que salga un doble 6. El segundo problema consiste en averiguar cómo debe distribuirse la bolsa entre dos jugadores de igual habilidad si se suspende el juego antes de terminarlo, conociéndose los puntos logrados por cada jugador hasta el momento de la suspensión. Pascal llega a las mismas soluciones encontradas por Fermat (V. Fermat), aunque en el segundo problema su razonamiento es diferente. Pascal razona de la siguiente forma: “El siguiente es

mi método para determinar la parte de cada jugador, cuando por ejemplo dos jugadores juegan un partido a 3 puntos y cada jugador ha apostado 32 pistolas. Supongamos que el primer jugador ha ganado 2 puntos y el segundo jugador 1 punto; ahora deben jugar por 1 punto en estas condiciones: si gana el primer jugador se lleva todo el montón de la apuesta, es decir 64 pistolas, si en cambio es el segundo jugador quien gana, cada jugador tiene 2 puntos y estarán así en equilibrio, y si dejaran de jugar cada uno retiraría sus 32 pistolas. De modo que si el primer jugador gana, las 64 pistolas le pertenecen, mientras que si pierde le pertenecen entonces 32 pistolas. Luego, si los jugadores desean no jugar ese juego y separarse sin jugarlo, el primer jugador podría decir al segundo: ‘Tengo aseguradas 32 pistolas aun en el caso de perder el punto, en cambio respecto de las otras 32 pistolas puedo ganarlas o puedo perderlas, las oportunidades son iguales. Dividamos entonces esas 32 pistolas en partes iguales y dadme además las 32 pistolas que tengo aseguradas’. De ahí que el primer jugador tendrá 48 pistolas y el segundo 16 pistolas”. En la correspondencia que al respecto tuvo lugar entre Fermat y Pascal, resolviendo dichos problemas, ambos establecieron simultáneamente el cálculo de probabilidades. Ni Fermat ni Pascal publicaron sus resultados, sin embargo Huygens, inspirado en dicha correspondencia, publicó en 1657 un breve tratado titulado *Sobre los razonamientos relativos a los juegos de dados*. Con la contribución de Pascal al cálculo de probabilidades se vincula un escrito de 1654 sobre el *Triángulo aritmético* (a veces llamado “triángulo de Pascal”) donde aparecen los números combinatorios con su expresión general y algunas de sus propiedades. Indica que la fórmula de las combinaciones proporciona también los coeficientes binomiales. Pascal consideraba que los números irracionales sólo son magnitudes geométricas. Entre otras cuestiones de teoría de números, estudió sistemas de numeración de distintas bases. También estudió la suma de las potencias m -ésimas de los n primeros números naturales, obteniendo una fórmula recurrente, que con el simbolismo actual, es la siguiente: $C_{m+1,1} \sum i^m + C_{m+1,2} \sum i^{m-1} + \dots + C_{m+1,m} \sum i = (n+1)^{m+1} - (n+1)$.

En noviembre de 1654, Pascal experimentó una especie de éxtasis religioso que lo impulsó a abandonar la ciencia y las matemáticas para dedicarse a la teología. Se adhirió al jansenismo ingresando en la abadía de Port Royal (1655), desde donde escribió 18 cartas (1656-1657) conocidas como *Cartas provinciales*, donde atacaba a la Sorbona y a los jesuitas, y defendía el jansenismo. Escribió también *Pensamientos* (publicada póstuma, 1670) y *Apología de la religión cristiana* (1658). Estas obras son clásicos de la literatura universal, no sólo de la francesa.

Volvió a los estudios matemáticos durante un breve periodo de tiempo en 1658-1659, durante el cual estudió la cicloide (a la que llamaba “roulette”), de la que halló el área y el centro de gravedad de cualquiera de sus segmentos, así como el volumen y la superficie del sólido de revolución generado por ella. En este trabajo, así como en trabajos previos sobre áreas encerradas bajo curvas de la familia $y=x^n$, sumó pequeños rectángulos, acercándose al concepto de integral definida, aunque su trabajo y resultados fueron enunciados geoméricamente. También estudió diversas curvas como las perlas de Slüse, a las que dio el nombre por el que son conocidas.

En 1658, Pascal propuso unos problemas que había resuelto sobre la cicloide, como un reto para otros matemáticos, ofreciendo un primero y un segundo premios por su solución, y proponiendo a Roberval como uno de los jueces del concurso. La publicidad dada y el plazo de recepción de soluciones fueron tan desafortunados que sólo se recibieron dos respuestas, provenientes de dos competentes matemáticos, Lalouvière y Wallis, ambas respuestas con, por lo menos, errores de cálculo, por lo que Pascal no concedió ninguno de los dos premios. Pascal publicó (1659) sus propias soluciones, junto con otros resultados, precedidos todos ellos por una *Historia de la ruleta* (nombre utilizado generalmente para esta curva en Francia) en una serie de *Cartas de A. Dettonville* (el nombre de Amos Dettonville era un anagrama de Louis de Montalte, seudónimo que había usado Pascal en sus *Cartas provinciales*). Las cuestiones propuestas y las cartas de Dettonville, provocaron un gran interés por la cicloide, pero también indujeron una serie de controversias. Los dos concursantes se mostraron disgustados porque los premios se hubieran declarado desiertos, y los matemáticos italianos se indignaron por el hecho de que en la *Historia de la cicloide*, Pascal no reconociera prácticamente ningún mérito a Torricelli al respecto, concediendo exclusivamente la prioridad del descubrimiento a Roberval. En su *Tratado sobre los senos de un cuadrante de círculo* (1658), se aproximó extraordinariamente a lo que pudo haber sido el descubrimiento del cálculo (Leibniz escribiría más tarde que leyendo esta obra se le mostró súbitamente la luz). En este escrito aparece el “triángulo característico” (nombre dado por Leibniz, quien dice que lo tomó de Pascal) formado por dx , dy , ds , según la notación posterior de Leibniz. Pascal, en las *Cartas de A. Dettonville*, afirmaba que la

geometría infinitesimal y la geometría clásica griega estaban en buen acuerdo. Concluía: “Lo que se demuestra mediante las reglas verdaderas de los indivisibles podría también demostrarse con el rigor y en la forma de los antiguos”. Además, decía que el método de los indivisibles debe ser aceptado por cualquier matemático que pretenda contarse entre los geómetras. Difiere del método de los antiguos sólo en el lenguaje. Sin embargo, también Pascal tenía sentimientos ambivalentes respecto del rigor. A veces opinaba que el corazón interviene para asegurarnos la corrección de los pasos matemáticos. El discernimiento adecuado, más que la lógica geométrica, es lo que se necesita para realizar un trabajo correcto, así como la valoración religiosa de que la gracia está por encima de la razón. Las paradojas de la geometría, tal como se utilizan en el cálculo, son como los aparentes absurdos del cristianismo, y el indivisible en geometría está en la misma relación con lo infinito que la justicia del hombre con la de Dios. Pascal fue también un famoso polemista en teología. Desde la infancia trató de reconciliar la fe religiosa con el racionalismo de las matemáticas y la ciencia. La religión dominó sus pensamientos a partir de los veinticuatro años, aunque siguió realizando un trabajo matemático y científico. Creía que las verdades de la ciencia deben apelar claramente a los sentidos o a la razón, o ser consecuencias lógicas de tales verdades.

No hallaba lugar para conjurar misterios en materias de ciencias y matemáticas. “Nada que tenga que ver con la fe puede ser objeto de la razón”. En materia de ciencia, en la que sólo interviene nuestro pensamiento natural, la autoridad es inútil; la razón por sí misma tiene bases para tal conocimiento. Sin embargo, los misterios de la fe se ocultan a los sentidos y a la razón, y deben ser aceptados por la autoridad de la Biblia. Condena a los que usan la autoridad en la ciencia o la razón en la teología, considerando, no obstante, el nivel de la fe superior a la razón. Creía que el afán por la ciencia por mero disfrute era incorrecto. Hacer del disfrute el fin principal de la investigación era corromperla, porque uno llegaba a adquirir “una codicia o lujuria por aprender, un apetito disoluto por el conocimiento... Un estudio así de la ciencia surge de un interés principal por uno mismo como el centro de las cosas, en lugar de preocuparse de buscar fuera, entre todos los fenómenos naturales que nos rodean, la presencia de Dios y Su gloria”.

En su obra matemática llegó a considerar la intuición como la fuente de toda verdad. Varias de sus frases sobre este tema se han hecho famosas: “El corazón tiene sus propias razones, que la razón desconoce”, “La razón es el lento y tortuoso método por el que los que no conocen la verdad, la descubren”, “Humíllate, razón impotente”. Por otra parte, Pascal escribió: “Tout ce qui passe la Géométrie, nous passe”, es decir, “Todo lo que trasciende la geometría, trasciende nuestra comprensión”. Según una carta a Fermat de 1660, parece que hacia el final de su vida, Pascal se había vuelto contra las matemáticas: “Hablando francamente de las matemáticas, las encuentro el ejercicio más elevado del espíritu; pero al mismo tiempo sé que es tan inútil que hago poca distinción entre un hombre que sólo sea matemático y un artesano común. También la llamo la ocupación más bella del mundo; pero es sólo una ocupación; he dicho muchas veces que es bueno intentarlo (estudiar matemáticas), pero sin agotar nuestras fuerzas; así que yo no daría dos pasos por las matemáticas, y estoy seguro de que usted apoya firmemente mi opinión”.

Pascal, Étienne (1588-1651). Magistrado y matemático francés. Padre de Blaise Pascal. Estudió la curva llamada caracol de Pascal, denominada así en su nombre a sugerencia de Roberval, curva que Pascal utilizó para la resolución del problema de la trisección del ángulo

Pasch, Moritz (1843-1930). Matemático alemán. Nació en Breslau. Estudió en la Universidad de Breslau y en Berlín, bajo la influencia de Weierstrass y Kronecker. Realizó toda su carrera académica en la Universidad de Giessen (1870-1911), en la que enseñó una forma axiomática rigurosa de la geometría a partir de 1873. Fue el primero en hacer contribuciones importantes a los fundamentos de la geometría. Publicó *Lecciones sobre la nueva geometría* (1882), que Dehn revisó en 1926, y que constituye una obra pionera en dicho campo. Pasch observó que las nociones comunes de Euclides, como las de punto y línea, en realidad no estaban definidas. Decir que un punto es lo que no tiene partes significa bien poco, porque ¿cuál es el significado de “parte”? De hecho, algunos conceptos deben quedar sin definición, o si no el proceso de definición sería interminable, o bien la matemática descansaría sobre conceptos físicos. Una vez que se seleccionan ciertos conceptos indefinidos, los demás deben definirse en términos de éstos. Así por ejemplo, en geometría pueden elegirse como términos indefinidos los de punto, recta y plano. La elección no es única. Como hay términos sin

definición, surge la cuestión de qué propiedades de esos conceptos deben usarse para realizar demostraciones con ellos. La respuesta de Pasch es que los axiomas afirman algo acerca de esos términos indefinidos, y que son éstos los únicos asertos que pueden utilizarse, es decir, los conceptos indefinidos están implícitamente definidos por los axiomas. En cuanto a éstos, aunque algunos pueden ser sugeridos por la experiencia, una vez que se ha seleccionado un conjunto de ellos, debe ser posible realizar todas las demostraciones sin hacer más referencias a la experiencia o al significado físico de los conceptos. Además, los axiomas no son en absoluto verdades auto-evidentes, sino solamente supuestos destinados a proporcionar los teoremas de cualquier geometría particular. Así afirma: "... Si la geometría ha de convertirse en una ciencia deductiva genuina, es esencial que la manera en que se realizan inferencias sea independiente tanto del *significado* de los conceptos geométricos como de los diagramas; todo lo que debe considerarse son las relaciones entre los conceptos geométricos asegurados por las proposiciones y definiciones. Al llevar a cabo una deducción es tan juicioso como útil mantener presente el significado de los conceptos geométricos utilizados, pero *no tiene por qué ser esencial*; de hecho es precisamente cuando eso se hace necesario cuando se produce un salto en la deducción y (si no es posible colmar la deficiencia modificando el razonamiento) estamos obligados a admitir la inadecuación de las proposiciones invocadas como medio de demostración. Pasch sí creía que los conceptos y axiomas deben basarse en la experiencia, pero esto era lógicamente irrelevante. En sus *Lecciones*, Pasch planteó un sistema completo de axiomas suficiente para exponer rigurosamente la geometría proyectiva, pero muchos de estos axiomas o sus análogos fueron igualmente importantes para la axiomatización de las geometrías euclídea y no euclídeas, cuando se constituyeron como disciplinas independientes. Como ejemplo, fue el primero en ofrecer un conjunto de axiomas para el orden en que se encuentran los puntos de una recta (que regulan el concepto "estar situado entre"). Tales axiomas deben incluirse también en un conjunto completo para cualquiera de las geometrías métricas. Su método para construir la geometría proyectiva consistía en añadir punto, recta y plano del infinito a los puntos, rectas y planos propios. A continuación introducía coordenadas (sobre una base geométrica), utilizando la construcción de Staudt y Klein, y finalmente la representación algebraica de las transformaciones proyectivas. Las geometrías euclídea y no euclídeas aparecían como casos especiales sobre una base geométrica distinguiendo los puntos y rectas propios e impropios al estilo de Klein. Investigó profundamente dos grupos de axiomas: de orden y de pertenencia (según la posterior clasificación de los axiomas realizada por Hilbert). Resolvió el problema de la inclusión de la geometría métrica en la proyectiva. Aunque confiere ciertos rasgos físicos a los entes geométricos, insiste en que la construcción de la geometría fundada según sus ideas, es independiente de ellos y no tiene por qué apelar a la intuición, advirtiendo que no hay que omitir en los "razonamientos ni siquiera los argumentos más insignificantes".

Patterson, B. C. (h. 1940). Escribió *El triángulo: sus deltoides y folium* (1940).

Paulos, John Allen (n. 1945). Matemático y escritor estadounidense. Estudió en la Universidad de Wisconsin y es profesor en la Universidad Temple de Filadelfia. Ha investigado en lógica matemática y teoría de la probabilidad. En su libro *El hombre anumérico* (1990), expone múltiples situaciones en las que personas, incluso instruidas, muestran dificultades para usar los números de forma correcta en situaciones cotidianas. Achaca este "analfabetismo numérico" a la enseñanza recibida, que ha puesto mucho énfasis en los algoritmos de las operaciones elementales, pero menos en situaciones concretas, reales o imaginarias, que lleven a utilizarlas como por ejemplo, ¿una persona podría vivir un billón de segundos? Otras obras son: *Pienso, luego río* (1988), *Más allá de los números* (1993), *Un matemático lee el periódico* (1996), *Érase una vez un número* (1999), *Un matemático invierte en bolsa* (2004), *Elogio de la irreligión* (2007).

Paulus, Christian (1827-1890). Geómetra alemán. Se le considera el fundador del imaginarismo geométrico (introducción de los elementos imaginarios en geometría). En sus trabajos de 1853 y 1854 considera como sinónimos las expresiones "par de elementos imaginarios" e "involución elíptica", y define algunas operaciones que pueden efectuarse con esos elementos.

Paulus de Alejandría (h. 380). Matemático y astrólogo griego alejandrino. Vivió en Alejandría. Autor, según Al-Biruni, del *Paulina Siddhanta* (h. 380), en donde aparece sustituida la cuerda por su

mitad, que es el concepto actual de *seno*. Utiliza para π el valor $3^{177}/1250$ ($= 3,1416$) que coincide esencialmente con el valor sexagesimal $3;8,30$ ($= 3 + \frac{8}{60} + \frac{30}{60 \cdot 60} = 3,14166$) de Ptolomeo, aunque en sus cálculos utiliza el valor de la raíz cuadrada de 10 .

Peacock, George (1791-1858). Matemático inglés. Se graduó como segundo “wrangler” (segundo puesto en los exámenes “trijos” para estudiantes especializados en matemáticas, el primer puesto fue de Herschel) en el Trinity College de Cambridge, del que luego fue profesor y examinador de los “trijos” de matemáticas (1817). Junto con Babbage y Herschel, creó (1813) la Analytical Society (V. Herschel), tomando también parte muy activa en la fundación de la Astronomical Society de Londres, de la Philosophical Society de Cambridge, y de la British Association for the Advancement of Science. Fue deán de la catedral de Ely durante sus últimos 20 años de vida. Publicó *Tratado de álgebra* (1830), en el que se estudian los fundamentos del álgebra y se acentúa su carácter simbólico. Con el nombre de “principio de permanencia de las formas equivalentes” enuncia un principio que anticipa el futuro “principio de permanencia de las leyes formales” de Hankel de 1867, que constituyó el principio conductor del análisis algebraico. El *Tratado*, que incluye las “aplicaciones a la geometría de posición”, es decir, la trigonometría, comprende aritmética, combinatoria, teoría de números, algoritmo algebraico, expresiones imaginarias, teorema del binomio, raíces de la unidad, aplicaciones de la fórmula de Moivre, series exponencial y logarítmica y de las funciones circulares, logaritmos, descomposición en fracciones parciales, eliminación, ecuaciones de tercero y cuarto grado, mencionando en un apéndice el trabajo de Abel sobre la imposibilidad de resolver las ecuaciones algebraicas de grado superior al cuarto, comentándolo con cierto escepticismo. Entre 1842-1845 amplió su obra en dos volúmenes, señalando el comienzo del pensamiento axiomático aplicado a la aritmética y al álgebra (se ha llamado a Peacock, el “Euclides del álgebra”). En el primer volumen aplica las reglas a los números, en lo que llama “álgebra aritmética”, y en el segundo, dedicado al “álgebra simbólica”, extiende estas reglas al estudio de las magnitudes en general. En el “álgebra aritmética”, los símbolos $+$ y $-$ se entienden en su estricto significado aritmético ordinario, de modo que la expresión $a - b$ tiene un significado sólo si a es mayor o igual que b . En el “álgebra simbólica” tal restricción se elimina, suponiendo que las reglas del “álgebra aritmética” se verifican universalmente en el nuevo sistema más abstracto: “Todos los resultados del álgebra aritmética que se deducen por aplicación de sus reglas, y que son generales en su forma aunque particulares en su valor, son igualmente resultados del álgebra simbólica, donde son generales tanto en su valor como en su forma”. La justificación de esta extrapolación, que no aparece clara en absoluto, se basa exclusivamente en su principio de permanencia de las formas equivalentes, con lo que sugería que las leyes del álgebra son las mismas no importa qué clase de número u otros objetos se manejen dentro del álgebra. Al parecer, Peacock pensaba básicamente en el sistema numérico de los enteros y en el de las magnitudes reales de la geometría, sistemas que no están regidos por las mismas leyes formales. Peacock formuló explícitamente su principio de permanencia de la forma en su *Informe sobre los avances recientes y estado presente de ciertas ramas del análisis*, en donde afirma tres principios del álgebra simbólica: 1) Los símbolos son limitados tanto en valor como en representación. 2) Las operaciones sobre ellos, cualesquiera que sean, son posibles en todos los casos. 3) Las leyes de combinación de los símbolos son de tal clase que coinciden universalmente con los del álgebra aritmética cuando estos símbolos son cantidades aritméticas, y cuando las operaciones a las que se sujetan son llamadas con los mismos nombres que en el álgebra aritmética. A partir de estos principios creyó que era posible deducir el principio de permanencia de la forma: “Cualesquiera formas algebraicas que son equivalentes cuando los símbolos son generales en forma pero poco específicos en valores (enteros positivos), serán equivalentes de la misma manera cuando los símbolos son generales tanto en valor como en forma”. Peacock utilizó este principio para justificar en particular las operaciones con números complejos. Reafirmó este principio en la segunda edición de su *Tratado*, pero aquí también presenta una ciencia formal del álgebra, estableciendo que ésta, como la geometría, es una ciencia deductiva. Los procesos del álgebra tienen que estar basados sobre un enunciado completo del cuerpo de las leyes que dictan las operaciones usadas en el proceso. Los símbolos para las operaciones no tienen, al menos para la ciencia deductiva del álgebra, ningún otro sentido que el dado por las leyes. Así, la adición no significa más que cualquier proceso que obedece las leyes de la adición del álgebra. Sus leyes son por ejemplo, las leyes asociativa y conmutativa de la adición y la multiplicación, y la ley de que si $ac = bc$ y $c \neq 0$, entonces $a = b$. Aquí se derivó el principio de la

permanencia de la forma de la adopción de los axiomas. Este enfoque allanó el camino para un pensamiento más abstracto en el álgebra.

Peacock también aplicó el principio de permanencia de la forma a las operaciones con series divergentes. Dice: “Así, como para $r < 1$, la igualdad $1/(1-r) = 1 + r + r^2 + \dots$ se cumple, para $r = 1$ se obtiene que $\infty = 1 + 1 + 1 + \dots$, y para $r > 1$ se obtiene un número negativo a la izquierda y, como los términos a la derecha se incrementan continuamente, una cantidad mayor que infinito en la derecha”. Peacock acepta esto. El punto que trata de aclarar es que la serie pueda representar $1/(1-r)$ para toda r . Dice: “Si las operaciones del álgebra se consideran como generales, y los símbolos que se sujetan a ellas ilimitados en valor, será imposible evitar la formación de series divergentes al igual que convergentes; y si tales series se consideran como los resultados de operaciones que son definibles, además de las series mismas, entonces no será muy importante entrar en tal examen de la relación de los valores aritméticos de los términos sucesivos como puede ser necesario para asegurar su convergencia o divergencia; pues bajo tales circunstancias, se deben considerar como formas equivalentes que representan a su función generadora, y como que para los propósitos de tales operaciones poseen propiedades equivalentes... El intento por excluir el uso de las series divergentes en las operaciones simbólicas necesariamente impondría un límite sobre la universalidad de las fórmulas y operaciones algebraicas, lo cual, conjuntamente, es contrario al espíritu de la ciencia... Necesariamente conduciría a una mayor y embarazosa multiplicación de casos: privaría a casi todas las operaciones algebraicas de mucha de su certeza y simplicidad”.

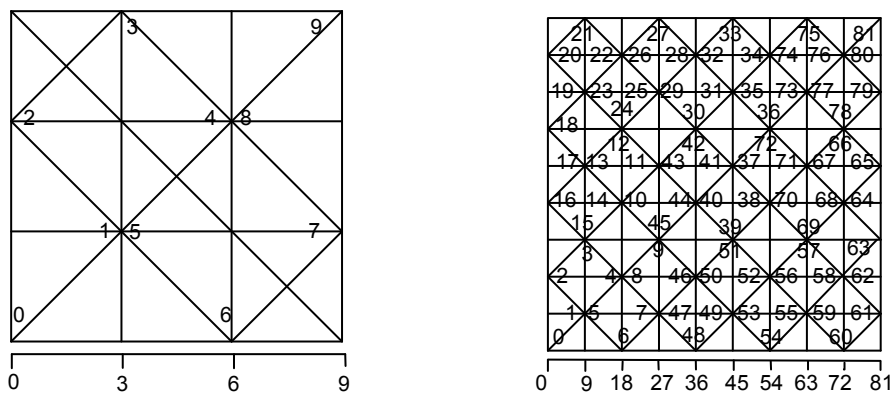
Peano, Giuseppe (1858-1932). Matemático italiano. Nació en Spinetta (Cuneo, Piamonte). Vivió en Turín desde los doce años, donde realizó sus estudios y su carrera académica. Desde 1884 enseñó cálculo infinitesimal en la Universidad de Turín, y de 1886 a 1901 fue también profesor en la Academia Militar de Turín. Fue miembro de la Academia de Ciencias de Turín. Obtuvo importantes resultados en el campo de la lógica y de los fundamentos de la matemática. Se le debe la rigurosa crítica de los fundamentos de la aritmética, de la geometría proyectiva y de la teoría de los conjuntos. Se le considera pionero en el cálculo vectorial. Es uno de los fundadores de la lógica matemática, para la que instituyó el simbolismo utilizado hoy en día, como por ejemplo los símbolos de pertenencia, unión, intersección, etc. Publicó (1889) *Los principios de la geometría expuestos lógicamente*, en el que todas las proposiciones se expresan en forma puramente simbólica y sólo las notas están en italiano. Esta forma simbólica la utilizaba también en sus clases, lo que provocó una revuelta de los estudiantes. Trató entonces de satisfacerlos aprobándoles a todos, pero esto no funcionó, y fue obligado a renunciar a su puesto de profesor en la academia militar, permaneciendo a partir de entonces en la Universidad de Turín. Funda axiomáticamente la aritmética con la publicación de *Los principios de la aritmética expuestos según un nuevo método* (1889), obra que reproduce algo modificada en el *Formulario* de 1891. Con la publicación de los *Formularios Matemáticos*, se propuso exponer, en un lenguaje puramente simbólico, no sólo la lógica matemática, sino también los resultados más importantes de diversas ramas matemáticas.

Los axiomas de Peano, expresados con símbolos lógicos, son nueve, pero cuatro de ellos no son sino la definición por abstracción de la igualdad, mientras que los cinco restantes, expresados en lenguaje común, son: 1) 1 es un número natural. 2) 1 no es el sucesor de ningún otro número natural. 3) Si a es un número su sucesivo ($a+1$) es un número. 4) Si dos números son iguales, sus sucesivos también lo son. 5) Toda propiedad que pertenece al número 1 , si al pertenecer al número x pertenece también al sucesivo, es una propiedad de todos los números. Este último axioma no es sino el principio de inducción completa, ya utilizado por Maurolico, que deja de ser un principio extramatemático o un método de demostración, para convertirse en lo que verdaderamente es: la esencia de la definición del número natural, como una cadena que posee un primer eslabón y en la que a cada eslabón sigue otro. Esa cadena, por lo demás, es la más simple y la sucesión, por su parte, es el conjunto infinito mínimo entre todas las cadenas y los variados conjuntos que satisfacen los cuatro primeros axiomas. En el lenguaje axiomático, el sistema de Peano contiene tres ideas primarias: *uno* (o *cero*), *número* y *sucesivo*, es decir que los axiomas de la aritmética ordinaria, expresados en el simbolismo lógico, contienen, además de los signos de las constantes lógicas, sólo tres signos nuevos: el de *número*, el de *uno* (o *cero*) y el de *sucesivo*.

Peano también adoptó los axiomas de reflexibilidad, simetría y transitividad para la igualdad. Esto es, $a = a$; si $a = b$, entonces $b = a$; y si $a = b$ y $b = c$, entonces $a = c$. Definió la adición estableciendo que

para cada par de números naturales a y b hay una suma única tal que: $a+1=a+$, $a+(b+)=(a+b)+$. De modo parecido, la multiplicación quedaba definida estableciendo que para cada par de números naturales a y b hay un producto único tal que: $a\cdot 1=a$, $a\cdot(b+)=(a\cdot b)+a$. A continuación exponía todas las propiedades acostumbradas de los números naturales. A partir de éstos y sus propiedades es ya muy fácil definir y establecer las propiedades de los números enteros negativos y de los números racionales. Se puede definir primero los números enteros positivos y negativos como una nueva clase de números, cada uno de ellos como un par ordenado de números naturales. Así (a,b) , donde a y b son números naturales, es un entero. El significado intuitivo de (a,b) es $a-b$. Cuando $a>b$, el par representa un entero positivo ordinario, y cuando $a<b$, un número negativo. Las definiciones adecuadas de las operaciones de adición y multiplicación conducen a las propiedades habituales de los enteros positivos y negativos. Dados los enteros, se introducen los números racionales como pares ordenados de enteros. Así, si A y B son enteros, el par ordenado (A,B) es un número racional. Intuitivamente (A,B) es A/B . Una vez más, las definiciones adecuadas de adición y multiplicación de esos pares conducen a las propiedades usuales de los números racionales. Así, una vez alcanzado el enfoque lógico de los números naturales, el problema de construir una fundamentación para el sistema numérico real quedaba resuelto. Después de que Hamilton hubiera basado los números complejos en los reales, y después de que los irracionales hubieran sido definidos en función de los racionales, se creó finalmente la lógica de esta última clase de números. El orden histórico fue esencialmente el inverso del orden lógico requerido para la construcción del sistema de los números complejos.

Trabajó sobre el concepto de curva y su longitud. En 1890, Peano descubrió que una curva que satisfaga la definición de curva dada por Jordan, puede pasar por todos los puntos de un cuadrado al menos una vez. Ofreció una descripción aritmética detallada de la correspondencia entre los puntos del intervalo $(0,1)$ y los puntos del cuadrado, especificando dos funciones $x = f(t)$, $y = g(t)$, donde f y g son funciones reales unívocas y continuas sobre el intervalo $0 \leq t \leq 1$, y cuyos puntos (x,y) llenan completamente el cuadrado unidad $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$. Sin embargo, la correspondencia de (x,y) a t no es unívoca ni continua. Cesàro presentó (1897) la forma analítica de las citadas f y g , y Schoenflies y Moore la interpretación geométrica de la curva (1900).



En los dibujos se han representado las dos primeras etapas del dibujo de la curva de Peano en la versión de Schoenflies. Puesto que una curva puede considerarse como límite de las poligonales inscritas, bastará dar la ley de formación de estas poligonales inscritas en el arco cuyos extremos son los vértices opuestos de un cuadrado y su diagonal, por tanto, la cuerda del arco. La primera poligonal inscrita es el eneágono equilátero de ángulos rectos dibujado en la primera figura, cuyos vértices numerados corresponden a los puntos de división de la escala puesta bajo la figura. La segunda poligonal, dibujada en la segunda figura, consta de 81 lados y se obtiene intercalando entre cada dos vértices de la primera ocho nuevos vértices, resultando así mismo equilátera y de ángulos rectos. Estos nuevos vértices corresponden a los nueve puntos de división de la escala que se obtienen dividiendo los segmentos de la anterior en nueve partes iguales. Prosiguiendo de la misma forma se llega a cubrir el cuadrado original, existiendo una correspondencia unívoca, pero no biunívoca, entre los vértices de la curva y los puntos de los segmentos colocados debajo de ella. La correspondencia es continua y se pueden expresar las coordenadas del punto del cuadrado como funciones uniformes y continuas del punto del segmento. Hilbert presentó otro ejemplo de aplicación continua del segmento unidad sobre el cuadrado unidad.

Estos ejemplos mostraron que la definición de curva de Jordan no era satisfactoria, quedando abierta la cuestión de qué debe entenderse por curva. Hacia 1900 nadie había probado que una curva cerrada plana como la había definido Peano, encerrara un área.

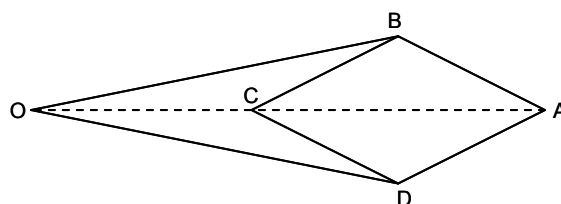
También quedó planteada la cuestión de qué debe entenderse por dimensión, pues el cuadrado es bidimensional, pero como imagen continua de una curva, tendría que ser unidimensional. Además Cantor había mostrado que los puntos de un segmento de recta pueden ponerse en correspondencia biunívoca con los puntos de un cuadrado, y aunque esa correspondencia no es continua en ninguno de los dos sentidos, muestra que la dimensión no es una cuestión de cantidad de puntos ni tampoco es cuestión del número de coordenadas necesarias para fijar la posición de un punto, ya que la curva de Peano asigna un único (x,y) a cada valor de t .

En su obra *Aplicaciones geométricas del cálculo infinitesimal* (1887), Peano introduce las nociones de contenido interior y exterior de una región, con sus implicaciones en el cálculo de áreas y volúmenes. El contenido interior es el extremo superior de las áreas de todas las regiones poligonales contenidas en la región dada, mientras que el contenido exterior es el extremo inferior de las áreas de todas las regiones poligonales que contengan a la región dada. Si los contenidos interior y exterior coinciden, a este valor común se le llama área de la región dada. Escribió también *Cálculo diferencial y principios de cálculo integral* (1884), *Lecciones de cálculo infinitesimal* (dos volúmenes, 1893), *Cálculo geométrico* (1888). Fue el creador del lenguaje artificial llamado *Interlingua* y escribió *Vocabulario de interlingua* (1915).

Pearson, Egon Sharpe (1895-1980). Estadístico inglés. Nació en Hampstead. Estudió en Cambridge y fue profesor en la Universidad de Londres. Pearson y Neyman, formularon una teoría general de la decisión (1928), sobre la que Fisher opinaba que dicha teoría tenía relevancia en las aplicaciones tecnológicas, mientras que su propia metodología era más apropiada en la inferencia estadística.

Pearson, Karl (1857-1936). Matemático inglés. Nació en Londres. Fue profesor de matemáticas aplicadas y mecánica en la Universidad de Londres, desde 1884 hasta su jubilación en 1933: profesor de geometría (1891), jefe del departamento de matemáticas aplicadas (1907), profesor de eugenesia (1911). Sus estudios de estadística contribuyeron de modo determinante al desarrollo de esta ciencia y a su aplicación a la biología. Inventó el primero y quizá el más importante test, consistente en utilizar el estadístico *ji-cuadrado*, para contrastar la hipótesis de que uno o más datos provenían de una distribución de probabilidad perteneciente a una determinada familia. Este test marcó el comienzo de un nuevo modo de tomar decisiones. Pearson creó un sistema de distribuciones de probabilidad que se podían generar a partir de sus cuatro primeros momentos. Escribió *Gramática de la ciencia* (1892), *Contribuciones matemáticas a la teoría de la evolución* (1893-1912), *Probabilidades de muerte y otros estudios sobre la evolución* (1897), *Tablas para estadísticos y biométrica* (1914, 1931), *Tablas para la función gamma incompleta* (1922), *Tablas para la función beta incompleta* (1934). Fundó, con Galton y Weldon, la revista *Biometrika* (1901) que editó hasta 1936. También editó *Anales de eugenesia* (1925-1936).

Peaucellier, Charles-Nicolas (1832-1913). Ingeniero y militar francés. Estudió en la École Polytechnique en París. Inventó (1864) una articulación que transforma el movimiento circular en rectilíneo. Sea $ABCD$ un rombo articulado (ver la figura) formado por cuatro barras articuladas en los vértices, y sean OB y OD dos barras articuladas en O , B y D . Siendo fijo el punto O , los puntos A y C describen líneas inversas, pues $OB^2 - BA^2 = OA \cdot OC$ es constante, pues es la potencia de O respecto al círculo de centro B y radio BA . Esta disposición representa la transformación de un movimiento circular (si C describe una circunferencia que pasa por O) en otro rectilíneo (A describe una línea recta).



Peaucellier llamó inversor a este conjunto de seis barras, que soluciona el problema de Watt de transformar un movimiento circular en otro rectilíneo (V. Hart). En 1871, Iom Tov Lipman Lipkin diseñó este mismo mecanismo, por lo que a veces se le llama articulación de Peaucellier-Lipkin.

Peck, John (h. 1700). Estudió (1700) la curva cocleoide (caracol).

Peckam, John (1229-1291). Científico inglés, franciscano, obispo de Canterbury. Escribió *Perspectiva communis*, una de las primeras obras europeas sobre perspectiva, nueva rama de la geometría. Esta obra viene a ser una reelaboración de la óptica de Al-Hazen, que tenía, sobre la de Euclides, entre otras la ventaja de considerar los rayos visuales partiendo de los objetos y no del ojo como lo hacía Euclides.

Pedoe, Daniel (1910-1998). Matemático inglés. Nació en Londres. Estudió en el Magdalena College de Cambridge. En 1935 pasó a la Universidad de Princeton, donde fue nombrado miembro del Instituto de Estudios Avanzados. Su tesis doctoral se basó en la teoría de superficies algebraicas. Publicó junto con Hodge, *Método de la geometría algebraica* (tres volúmenes, década de 1940, reimpresos en 1995). Enseñó en las Universidades de Southampton (1936), Winchester (1941), Birmingham (hasta 1946) y Londres (1947-1952). Se trasladó a Sudán, enseñando en la Universidad de Jartum (1952-1958). Enseñó en Madrid (1958-1962). Se trasladó a la Universidad de Purdue (Indiana) donde enseñó durante dos años. A partir de entonces enseñó en la Universidad de Minnesota hasta su jubilación en 1980. Colaboró en el estudio de los *sangaku* japoneses (ver esta voz). Publicó varios libros de geometría, entre ellos *Introducción a la geometría proyectiva* (1963) y *Círculos* (1957).

Pedrayes y Foyo, Agustín Bernardo de (1744-1815). Matemático español. Nació en Lastres (Asturias). Estudió filosofía, teología y leyes en la Universidad de Santiago de Compostela, graduándose en 1762. Cultivó el campo de las ciencias matemáticas, recibiendo el título de Maestro de matemáticas de la Real Casa de Caballeros pajes de su Majestad (1769), puesto que continuó en el Seminario de Nobles (1786). Trabajó en cálculo infinitesimal, publicando un método de resolución de ecuaciones diferenciales. Autor de una obra sobre cuadraturas (1777), que trata de un *Nuevo y universal método de cuadraturas determinadas*. Junto con Gabriel de Císcar, fue el representante español para fijar un nuevo sistema de pesas y medidas (Sistema Métrico Decimal).

Pedro de Dacia (s. XIII). Dominicano sueco. Nació en la isla de Gotland. Desarrolló una intensa actividad docente en diversos conventos de Suecia que formaban lo que en los siglos XIII al XVI, se llamó “provincia de Dacia”. Comentó el *Algoritmo* de Sacrobosco.

Peirce, Benjamin (1809-1880). Matemático, astrónomo y pedagogo estadounidense. Nació en Salem (Massachusetts). Padre de Charles Sanders Peirce. Estudiante en el Harvard College, donde se graduó en 1829. Profesor de matemáticas y astronomía en el citado Harvard College, al que estuvo ligado durante más de 50 años, hasta su muerte. Es uno de los fundadores del álgebra moderna. Trabajó sobre las álgebras lineales asociativas, con una concepción cada vez más abstracta de las construcciones algebraicas, siendo su obra más importante *Álgebra lineal asociativa* (1864, publicada póstuma en 1881), donde proporcionó un resumen de las álgebras lineales asociativas conocidas en sus días. La palabra lineal significa que el producto de dos unidades primarias cualesquiera se reduce a una de las unidades, como cuando i multiplicada por j se reemplaza por k en los cuaternios, y la palabra asociativa significa que la multiplicación es asociativa. La adición en estas álgebras tiene las propiedades comunes de los números reales y complejos. En este trabajo, Peirce introdujo la idea de un elemento nilpotente, esto es, un elemento A tal que $A^n = 0$ para algún entero positivo n , y un elemento idempotente, esto es, $A^n = I$ para algún n . También demostró que un álgebra donde al menos un elemento no es nilpotente, posee un elemento idempotente. Las álgebras lineales asociativas incluyen el álgebra ordinaria, el análisis vectorial y los cuaternios como casos particulares, pero no están restringidas a las unidades I, i, j, k . En su obra incluyó tablas de multiplicar para 162 álgebras distintas. En conexión con estos trabajos, Peirce dio en 1870 su definición: “La Matemática es la ciencia que obtiene conclusiones necesarias”. Calculó las perturbaciones generales de los planetas

Urano y Neptuno. Escribió también *Tratado elemental sobre el sonido* (1836). Fue astrónomo consultor (1849-1867) del *Almanaque náutico y de efemérides americano*.

Peirce, Charles Sanders (1839-1914). Filósofo y matemático estadounidense, hijo de Benjamin Peirce. Nació en Cambridge (Massachusetts). Se graduó en el Harvard College (1859). Entró en el Lawrence Scientific School del Harvard College, donde se graduó (1863) en química. Trabajó en el observatorio de Harvard, donde estudió las Pléyades. Trabajó en la determinación de la gravedad. También trabajó como consultor en ingeniería química, como matemático e inventor. Inició el pragmatismo americano y fue uno de los fundadores de la lógica matemática, fundamentando la teoría de la probabilidad. Introdujo en 1879 la idea de una representación regular de todo grupo finito. Continuó los trabajos emprendidos por su padre sobre las álgebras lineales asociativas, demostrando (1881) que, de todas estas álgebras, sólo hay tres en las que la división esté definida de manera única: el álgebra real ordinaria, el álgebra de los números complejos y el álgebra de los cuaternios (esta demostración la incluyó en un apéndice al *Álgebra lineal asociativa* de su padre). Inició la construcción de formalismos lógicos, en vista de su aplicación a los fundamentos de la matemática. Perfeccionó la lógica de Boole, e introdujo nuevos conceptos, como los de “valores y tablas de verdad”. Distinguió entre una proposición y una función proposicional. Una proposición, “Juan es un hombre”, sólo contiene constantes, mientras que una función proposicional, “x es un hombre”, contiene variables. Mientras que una proposición es verdadera o falsa, una función proposicional en general es verdadera para algunos valores de la variable y falsa para otros. También introdujo las funciones proposicionales de dos variables, por ejemplo, “x conoce a y”. Defendió la separación de la matemática y la lógica: “La Matemática es una ciencia puramente hipotética: no ofrece nada más que proposiciones condicionales. La lógica en cambio es categórica en sus afirmaciones”. Escribió, entre otras obras, *Investigaciones fotométricas* (1878), *Informe sobre la gravedad* (no publicado, 1889), *Un sistema de la lógica, considerada como semiótica* (inacabado).

Pélerin, Jean (llamado **Viator**) (h. 1445-antes de 1524). Diplomático y científico francés. Fue secretario del rey Luis XI, quien le encargó diversas misiones diplomáticas. Fue miembro fundador de la asociación cultural llamada Gimnasio de los Vosgos, fundada en 1500 con otros científicos, como el cartógrafo alemán Martin Waldseemüllere, el helenista Mathias Ringmann, Jean Cuenca, Nicolas Lud y Vautin Lud. Se retiró a Saint Dié (Vosgos) y Toul (Meurthe-et-Moselle). Escribió *Perspectiva artificial* (1505), en donde emplea sistemáticamente por primera vez el método del punto de distancia.

Pelletier, Jacques (1517-1582). Poeta, crítico y matemático francés. Nació en Le Mans. Su admiración por la poesía griega y latina influyó en un grupo de poetas humanistas franceses denominado a partir de 1556, como La Pléyade. En su obra *Demostración en los Elementos de Euclides*, critica el uso de la superposición para probar teoremas sobre congruencia. Escribió *Arte poética francesa* (1555).

Pell, John (1611-1685). Matemático inglés. Nació en Southwick (Sussex). Estudió en Cambridge. A los 20 años sabía 10 idiomas. Fue diplomático a las órdenes de Cromwell. Euler le atribuyó erróneamente la ecuación $ax^2 + 1 = y^2$, que desde entonces se llama ecuación de Pell.

Pellegrino, Carlo. V. Danti, Egnacio.

Pellos, Francesco (h. 1450-1500). Matemático italiano. Escribió *Compendio del ábaco* (1492). Se trata de una aritmética de carácter comercial en la que aparece un punto para representar la división de un entero por una potencia de diez, presunto de la actual coma decimal.

Peña Sánchez de Rivera, Daniel (n. 1948). Ingeniero y matemático español. Nació en Madrid. Ingeniero industrial por la Universidad Politécnica de Madrid (1970), doctorándose en 1976. Catedrático de estadística en dicha Universidad (1981-1990), y de la Carlos III de Madrid (desde 1990). Ha investigado sobre series temporales, análisis multivariante, estadística bayesiana, métodos robustos, etc. Ha publicado 13 libros y más de 180 artículos.

Peralta Coronado, Francisco Javier (h. 1995). Matemático, pedagogo e historiador español. Investiga en los campos de la didáctica y de la historia de las matemáticas. Ha escrito obras como *Las matemáticas y las artes liberales* (2008), *Acercas de una defectuosa educación matemática* (2001), *Principios didácticos e históricos para la enseñanza de la matemática* (1995), *La matemática española y la crisis de finales del siglo XIX*.

Pereira, M. (h. 1930). Matemático uruguayo. Mantuvo con Rey Pastor una colaboración que dio lugar a la publicación de textos matemáticos para la enseñanza media.

Perelmán, Grigori (n. 1966). Matemático ruso. Nació en Leningrado (hoy, San Petersburgo). Ha investigado en geometría riemanniana y en topología geométrica. Galardonado con la medalla Fields 2006, por sus contribuciones a la geometría y sus ideas revolucionarias en la estructura analítica y geométrica del flujo de Ricci (Perelmán declinó este premio). Resolvió (2002) la conjetura de Poincaré para la dimensión 3 (V. Freedman, Hamilton, Newman, Zeeman, Huaidong, Xiping y Yau), con lo que dicha conjetura pasó a ser un teorema. En consecuencia, el Instituto de Matemáticas Clay anunció (2010) que Perelmán cumplía todos los requisitos para recibir el primer premio de los llamados problemas del milenio, dotado con un millón de dólares, por la resolución de la conjetura de Poincaré. Perelmán rechazó este premio y declaró que “No quiero estar en exposición como un animal en el zoológico. No soy un héroe de las matemáticas. Ni siquiera soy tan exitoso. Por eso no quiero que todo el mundo me esté mirando”.

Pérez de Mesa, Diego (1563-1632). Humanista español. Nació en Ronda (Málaga). Escribió diversos tratados de matemáticas, astrología, geometría, náutica y geografía. Fue catedrático de matemáticas en la Universidad de Alcalá de Henares (1586), de Salamanca (1591) y de Sevilla (1595). Escribió *Comentarios de sphaera, De astronomía, Grandezas y cosas notables de España*.

Pérez de Moya, Juan (1513-1597). Matemático y escritor español. Nació en Santisteban del Puerto (Jaén). Estudió en Salamanca. Fue capellán de su pueblo natal, beneficiario de San Marcos de León y canónigo de la catedral de Granada. Escribió el libro más importante de las matemáticas españolas del siglo XVI, *Diálogos de aritmética práctica y especulativa* (1562), obra que alcanzó gran difusión a pesar de no estar escrita en latín (se hicieron treinta reimpressiones hasta época de Carlos II), y en la que confiesa no conocer la *Summa* de Pacioli; contiene un tratado de álgebra con el título de *Regla de la cosa*. Otras obras suyas son: *Tratado de matemáticas* (1573), *Tratado de geometría* (1573), *Reglas para contar sin pluma y de reducir unas monedas castellana a otras*, *Filosofía secreta de la gentilidad* (1585), *Varia historia de santas e ilustres mujeres* (1583), *Comparaciones o símiles de vicios y virtudes* (1584).

Perrault, Claude (1613-1688). Arquitecto, médico, físico y científico francés. Nació en París. Estudió matemáticas y medicina. Miembro de la Académie des Sciences (1666). Planteó a Leibniz el problema de la curva tratriz (1670). Junto con Louis Le Vau, Charles Le Brun y François d'Orbay diseñaron la fachada este del Louvre.

Perseo (s. II a.C.). Matemático griego. Conocido a través de Proclo. Obtuvo sus líneas espíricas (llamadas aún hoy curvas de Perseo) mediante las secciones con planos paralelos al eje de rotación de superficies tóricas, que se llamaban espiras o anillos.

Pestalozzi, Johann Heinrich (1746-1827). Pedagogo suizo. Nació en Zúrich. Abandonó los estudios de teología para, según las ideas de Rousseau, vivir la naturaleza. En 1769 se dedicó a la agricultura, proyecto que no tuvo éxito. Se dedicó a escribir sus ideas sobre la enseñanza, que más tarde aplicaría. Desde 1800 a 1804 dirigió una escuela en Burgdorf, y desde 1805 a 1825, otra en Yverdon, junto a Neuchâtel. En esta escuela, Pestalozzi daba gran importancia a la aritmética dentro del grupo de materias que constituían el campo de la instrucción general. Abolió la enseñanza puramente mecánica, sustituyéndola por otra educadora de la inteligencia, oponiendo el cálculo mental al mecánico. El principio de Pestalozzi consistía en hacer que el estudiante creara las matemáticas con la guía del maestro, siguiendo el método socrático. Jakob Steiner estudió en Yverdon, siendo luego maestro en

dicha escuela, habiéndole impresionado la importancia que revestía el incrementar la intuición geométrica (V. Steiner, Jakob). Pestalozzi escribió *El atardecer de un ermitaño* (1780), *Mis investigaciones dentro del curso de la naturaleza en el desarrollo de la humanidad* (1797), *Leonardo y Gertrudis* (1801), *Cómo Gertrudis enseña a sus hijos* (1801), *El canto del cisne* (1826).

Peter, Adolph (h. 1835). En su obra *Nueva lección de curvas* (1835) estudió la curva de ecuación en coordenadas naturales, $s^2 = a^2 \tau$, en donde s es el arco y τ el ángulo tangencial. Esta curva recibió más tarde el nombre de *clotoide*, palabra derivada del griego κλωτειν, hilar la lana, pues la curva recuerda al hilo enrollado en el ovillo. Se trata de una generalización de la espiral de Cornu (V. esta voz), utilizada en el trazado de carreteras, pues es la curva que describe un móvil con velocidad constante cuando varía la curvatura linealmente. Esta curva también fue estudiada por Jacob (I) Bernoulli, Euler, Fresnel y Cesàro. La curva de Mannheim (es una ruleta, es decir, una curva asociada a otra cuando ésta rueda sin deslizamiento sobre una recta) de una clotoide es una hipérbola equilátera.

Petersen, Julius (1839-1910). Matemático danés. Nació en Soro. Trabajó en la teoría de los grafos, geometría, análisis complejo, física matemática y criptografía. Escribió *Métodos y teorías para la resolución de problemas*, con aplicación especial a la geometría, y un tratado sistemático sobre figuras geométricas construibles con regla y compás (1880).

Peterson, Karl Mijailovich (1818-1881). Matemático ruso. Estudió en la Universidad de Tartu (Estonia). Alumno de Minding. Profesor de enseñanza media en Moscú. Obtuvo el doctorado en la Universidad de Odessa. Fue uno de los fundadores de la Sociedad Matemática de Moscú. Contribuyó especialmente a la geometría diferencial, descubriendo e investigando las ecuaciones básicas de la teoría de superficies. Estas ecuaciones contienen ciertas cantidades que caracterizan la geometría intrínseca de la superficie, y otras que caracterizan la forma en la que la superficie se encuentra en el espacio, es decir, el carácter de su curvatura en el espacio. Escribió *Sobre la flexión de superficies* (1853).

Petit, Alexis Theresa (1791-1820). Matemático y físico francés. Nació en Vesoul (Haute-Saône). Estudió en la École Polytechnique. Fue profesor de física en el Liceo Bonaparte (1810). Se doctoró en ciencias (1811) y fue catedrático de física en la École Polytechnique (1815). Planteó junto con Hachette (1809), la ecuación cuyas raíces son los inversos de los cuadrados de los ejes de las cuádricas.

Petrie, John Flinders (1907-1972). Trabajó en isometría y en geometría de cuatro dimensiones. En especial estudió los polígonos regulares que aparecen en las caras de los poliedros y politopos superiores. Coxeter denominó “polígono de Petrie” a la proyección ortogonal de un poliedro, incluso de un politopo en sentido general, sobre un plano, de manera que se forme un polígono regular en cuyo interior se encuentra el resto de la proyección. Estos polígonos y grafos son útiles para visualizar la estructura y las simetrías de los politopos de más de tres dimensiones.

Petrovski, Ivan Georgievich (1901-1973). Matemático soviético. Nació en Sevsk (hoy, Briansk Oblast, Rusia). Se doctoró en física matemática por la Universidad de Moscú, en la que fue profesor desde 1933. Demostró, para curvas planas de orden n , es decir, que el grado de la ecuación que representa a la curva es n , que si p es el número de óvalos que no están contenidos en otros óvalos o que están contenidos dentro de un número par de óvalos, y m es el número de óvalos contenidos dentro de un número impar de óvalos, y considerando sólo curvas cuyas componentes ovales no se cortan a sí mismas ni a otras, entonces: $p - m \leq (3n^2 - 6n)/8 + 1$. Contribuyó a la teoría de las ecuaciones diferenciales estocásticas y al cálculo de variaciones. Publicó *Lecciones sobre ecuaciones diferenciales ordinarias* (1939), *Lecciones sobre la teoría de las ecuaciones integrales* (1948), *Lecciones sobre ecuaciones diferenciales parciales* (1950).

Petty, William (1623-1687). Economista inglés. Nació en Romsey (Hampshire). Estudió medicina en las universidades de Leiden, París y Oxford. Fue profesor de anatomía en Oxford, profesor de música en Londres, inventor, propietario en Irlanda y miembro del Parlamento. Fue uno de los fundadores de

la Royal Society. Fue el primero en aplicar con rigor la estadística y la elaboración de datos al estudio de los problemas económicos. Se le considera fundador de la “aritmética política”. Escribió *Tratado de impuestos y contribuciones* (1662) *Ensayos de aritmética política y aspecto político de anatomía de Irlanda* (1672), *Palabra del sabio* (1685), *Sobre el dinero* (1695).

Peurbach, Georg (1423-1461). Astrónomo, matemático y humanista austriaco. Profesor en Viena. Escribió *Nueva teoría de los planetas* (póstuma, 1472). Elaboró tablas trigonométricas más precisas que las existentes hasta entonces. Comenzó a traducir el *Almagesto* en su texto original griego, corrigiendo las versiones latinas que se habían hecho de las versiones árabes. A su muerte, este trabajo fue continuado por su discípulo Johannes Müller (Regiomontano).

Pfaff, Johann Friedrich (1765-1825). Matemático alemán. Nació en Stuttgart. Profesor de matemáticas en la Universidad de Helmstedt (1788-1810) y en la de Halle. Amigo y maestro de Gauss. Realizó trabajos en análisis combinatorio, colaborando con Hindenburg en su *Teorema polinómico*, deduciendo las fórmulas de las series de funciones inversas de otras, expresadas a su vez por series, demostrando la fórmula de Lagrange para la inversión de funciones (1797). Dio impulso a la teoría de las ecuaciones en derivadas parciales, especialmente con la resolución de la ecuación diferencial $\sum a_i(x_1, x_2, \dots, x_m) dx_i = 0$, para $i = 1, \dots, m$. Resolvió también la ecuación no lineal en derivadas parciales de primer orden, con una incógnita, de la forma $F(z, x_1, x_2, \dots, x_m, p_1, \dots, p_m) = 0$, siendo $p_i \equiv \partial z / \partial x_i$, para cualquier valor de m .

Estudió también los haces de cónicas, determinando que la cónica polar de la recta del infinito respecto de un haz de circunferencias, es el lugar de los centros del haz. Escribió *Cuestiones analíticas* (1797), *Observaciones de los métodos eulerianos del cálculo integral*.

Pfleiderer, Christoph Friedrich von (1736-1821). Matemático alemán. Nació en Kirchheim unter Teck (Württemberg). Estudió en Ginebra y fue profesor en la Academia Militar de Varsovia y en la Universidad de Tubinga. Disponía de una gran biblioteca que legó a la Universidad de Tubinga. Fue, según un informe de Gauss, el primero (1802) en realizar la construcción geométrica de $x^{17}=1$.

Pi Calleja, Pere (1907-1986). Matemático español. Nació en Barcelona, en cuya Universidad se doctoró en matemáticas (1935), y donde trabajó como profesor (1928-1939). Se exilió, primero a Francia y luego a Argentina, donde fue discípulo de Rey Pastor. Fue profesor en las Universidades de Cuyo y La Plata. Vuelto a España, fue profesor en las Universidades de Murcia y Zaragoza y en la Escuela de Arquitectura de Barcelona. Colaboró con Rey Pastor y Trejo en la obra *Análisis matemático* (tres volúmenes, 1952-1957-1959). Publicó, entre otros muchos trabajos, *Sobre un ejemplo de desarrollo de Texeira* (1932), *Contribución a la teoría geométrica de la polaridad* (1933), *Sobre la convergencia de integrales dependientes de un módulo variable* (1936), *Sobre el concepto de integral* (1943), *Elementos de fundamentación de las matemáticas* (1945), *Introducción al álgebra vectorial* (1945), *Sobre la geometría del triángulo* (1948), *Sobre la no numerabilidad del continuo* (1951), *El teorema de incrementos finitos en funciones vectoriales de una variable real o compleja* (1954), *La matemática en la formación universitaria* (1959), *Sobre la formalización de la contraparadoja de Russell* (1964).

Piaget, Jean (1896-1980). Psicólogo suizo. Nació en Neuchâtel. Estudió ciencias naturales y filosofía en la Universidad de Neuchâtel, doctorándose en ciencias naturales en 1918. Fue a Zúrich donde estudió con Carl Gustav Jung. Luego estudió dos años en la Sorbona (1918-1919). Enseñó en la Universidad de Neuchâtel (1926-1929) y en la de Ginebra, desde 1929 hasta su muerte. Puso la base de una ciencia del conocimiento, la epistemología genética, que no se limita a estudiar el desarrollo individual sino que abarca también el desarrollo del pensamiento científico.

En relación con la enseñanza de las matemáticas, escribió: “Resulta perfectamente posible y deseable la realización de una profunda reforma de la enseñanza en la dirección de las matemáticas modernas, ya que de modo realmente notable, éstas parecen estar mucho más cerca de las operaciones espontáneas o naturales del sujeto, niño o adolescente, de lo que lo estaba la enseñanza tradicional de estas ramas, demasiado tributaria de la historia”. Según Piaget, las actividades matemáticas más profundamente arraigadas son las que plantean más dificultades para la toma de conciencia por parte

del sujeto, lo que hace necesario combinar en su estudio el análisis lógico con el genético. Dice que las matemáticas “es un sistema de construcciones que se apoyan igualmente en sus puntos de partida en las coordinaciones de las acciones y las operaciones del sujeto, y que procede mediante abstracciones reflexivas de niveles cada vez más elevados”. Muestra sus reticencias ante el empleo excesivo y prematuro de la axiomática en la enseñanza, así como ante la mezcla inoportuna de la formalización con el pensamiento natural. Escribió, entre otras obras, *Lenguaje y pensamiento en el niño* (1923), *Juicio y razonamiento en el niño* (1924), *Origen de la inteligencia en el niño* (1948), *Génesis de la idea de azar en el niño* (1951), *La enseñanza de las matemáticas* (et al. 1968), *Introducción a la epistemología genética. El pensamiento matemático* (1975), *La enseñanza de las matemáticas modernas* (et al. 1978).

Picard, Charles Émile (1856-1941). Matemático francés. Nació en París. Enseñó, entre 1881 y 1898, en la Universidad de Toulouse y en la École Normale Supérieure de París. Profesor de análisis superior en la Sorbona (1898). Secretario perpetuo de la Académie des Sciences de París (1917). Trabajó en la geometría algebraica de superficies, y en topología. Estudió las funciones de variables complejas, las ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes periódicos y las integrales algebraicas asociadas a una superficie algebraica. En un ensayo de 1879 demostró que una función entera (se llaman funciones enteras a las representadas por series de potencias convergentes para todos los valores de la variable z) puede omitir a lo más un valor finito sin reducirse a una constante (por ejemplo, la función entera $w = e^z$ no toma el valor cero en ningún punto del plano z), y si existieran al menos dos valores cada uno de los cuales es tomado un número finito de veces, entonces la función es polinómica. En cualquier otro caso, la función toma cada valor, aparte del excepcional, un número infinito de veces. Si la función es meromorfa, siendo el infinito un valor admisible, pueden omitirse a lo más dos valores sin que la función se reduzca a una constante. En el mismo ensayo, extendió un resultado de Sochozki y Weierstrass, demostrando que en cualquier entorno de un punto singular esencial aislado, una función toma todos los valores, a excepción de, a lo más, un valor (finito). En relación con el método de aproximaciones sucesivas para el establecimiento de la existencia de soluciones para ecuaciones diferenciales, publicado por primera vez por Liouville (1838), Picard proporcionó (1890) el citado método en su forma general, que luego, él mismo, lo extendió a ecuaciones de segundo orden (1893). Respecto a la geometría algebraica de superficies, Picard desarrolló una teoría de integrales dobles de segunda clase, y junto con Simart enunció el teorema de que cualquier superficie algebraica (real) puede ser transformada birracionalmente en una superficie sin singularidades situada en un espacio de cinco dimensiones, teorema que demostró Levi (1897). A propósito del rigor en la teoría de ecuaciones diferenciales, Picard dijo: “... El verdadero rigor es productivo, y se distingue en eso de aquel otro rigor que es puramente forma y enojoso, y que arroja una sombra sobre cada uno de los problemas que toca”. En su obra *La ciencia moderna y su estado actual* (1908), Picard prevenía contra la tendencia a las abstracciones y los problemas sin interés (esta opinión se enmarcaba en el impulso de un movimiento de acercamiento de la ciencia pura y las ciencias físicas). Con un espíritu crítico histórico, Picard escribió que “si Newton y Leibniz hubieran llegado a imaginarse que las funciones continuas no tienen por qué tener necesariamente derivada (y esto es lo que ocurre, en general), nunca se habría creado el cálculo diferencial”. En el marco del clásico problema de oscilación de una membrana, Picard fue el primero en dar (1906), utilizando la teoría de Fredholm, la demostración constructiva de la existencia de la serie completa de frecuencias y de las autofunciones concretas para condiciones muy generales relativas al medio en oscilación. Las investigaciones realizadas por Picard en torno a 1890, sobre las superficies cuatridimensionales que representan el dominio de las funciones algebraicas de dos variables complejas, revelaron que para caracterizar dichas superficies serían necesarios por lo menos un número de conexión unidimensional y otro bidimensional. Escribió al respecto: *Teoría de las funciones algebraicas de dos variables independientes* (con Georges Simart, dos volúmenes, 1897-1906). En otro orden de ideas, merece destacar que Picard editó las *Obras matemáticas de Galois* (1897).

Picart, Alphonse (1829-1884). Matemático y político francés. Nació en Bignicourt-sur-Saulx (Marne). Estudió en la École Normale Supérieure. Se doctoró en ciencias (1863). Fue profesor de matemáticas en el Liceo Carlomagno de París (1868), y de cálculo diferencial e integral en la

Universidad de Poitiers. Publicó *Equilibrio y elasticidad de los cuerpos sólidos*, *Funciones de una o varias variables*, *Ensayo sobre la teoría geométrica de las superficies* (1863).

Picatoste y Rodríguez, Felipe (1834-1892). Matemático, pedagogo, periodista, político y polígrafo español. Nació en Madrid. Enseñó en el Instituto San Isidro de Madrid (1852). Redactor del periódico *Las Novedades* (1860). Colaboró con la *Biblioteca Universal* de libros económicos. Realizó un importante estudio sobre el eclipse solar de 1862. Dirigió los periódicos *El Manifiesto* (1881) y *El Heraldo de Madrid*. Escribió, entre otras muchas obras, *Explicación del nuevo sistema legal de pesos y medidas* (1853), *Principios y ejercicios de aritmética y geometría* (1861), *Vocabulario matemático-etimológico* (1862), *Elementos de matemáticas* (1860-1881), *Elementos de física y química* (1889), *Elementos de historia natural* (1889).

Pick, Georg Alexander (1859-1942). Matemático austriaco. Nació en Viena, en cuya Universidad estudió. Fue profesor en las Universidades de Praga y Leipzig. Murió en un campo de concentración nazi. Einstein, en sus trabajos de 1905, incluida su teoría de la relatividad restringida, había utilizado únicamente los instrumentos matemáticos más simples, objetando incluso la necesidad de la “matemática elevada”, de la que sospechaba que a menudo se introducía sólo para dificultar la lectura. Sin embargo, tratando de avanzar en sus ideas, discutió en Praga con el matemático George Pick, que atrajo su atención hacia la teoría matemática de Ricci y Levi-Civita, lo que llevó a Einstein a estudiarla y, con ella como base, consiguió formular la teoría general de la relatividad (1916).

Pieri, Mario (1860-1904). Matemático italiano. Discípulo de Peano. Introdujo el movimiento como concepto primitivo de la geometría euclidiana (1897). Planteó un sistema de axiomas para la geometría proyectiva en su obra *Principios de la geometría de posición* (1899).

Piero della Francesca. V. Francesca, Piero della.

Pineda A. (h. 1919). Matemático español. Colaboró en la *Revista matemática hispano-americana*, fundada en 1919 por Rey Pastor.

Pincherle, Salvatore (1853-1936). Matemático italiano. Nació en Trieste (entonces, Austria). Estudió en Marsella y en la Universidad de Pisa (1869), donde estudió matemáticas, siendo Betti uno de sus profesores, graduándose en 1874. En 1877 se trasladó a Berlín en cuya Universidad tuvo a Weierstrass como profesor, quien influyó poderosamente en su formación. Fue profesor de cálculo infinitesimal en la Universidad de Palermo (1880), y de matemáticas en la de Bolonia, donde se jubiló en 1928. En 1922 fundó la Unión Italiana de Matemáticos, siendo su primer presidente. Fue uno de los fundadores del cálculo funcional, desarrollando y difundiendo los trabajos de Weierstrass sobre la teoría de las funciones analíticas. Escribió *Ensayo de una introducción a la teoría de las funciones analíticas según Weierstrass* (1880).

Pisa, Leonardo de. V. Leonardo de Pisa.

Pisano, Leonardo. V. Leonardo de Pisa.

Pitágoras de Samos (h. 570-h. 480 a.C.). Filósofo y matemático griego. Místico, racionalista, reformador religioso, taumaturgo, experimentador, político, personaje mítico y real. Creador de la escuela pitagórica. Su vida y doctrinas fueron deformadas por el ambiente místico y secreto propio de su escuela. La única información contemporánea suya que ha llegado a nosotros es una frase de Heráclito, un poco despectiva, como todas las que le inspiraba su egolatría: “Pitágoras, hijo de Mnesarco, ha perseguido la Verdad más que ninguno otro hombre; pero su sabiduría es una mezcla de polimatía y de malas artes”. Parece ser que su padre fue cantero en Samos, donde nació Pitágoras, y estaba casado con una tiria. Estudió bajo la dirección del filósofo Hermodomas, quien tras enseñarle la matemática y astronomía de Tales, comprendió que era inferior a su discípulo.

Viajó, siendo muy joven, a Egipto, con cuyos sacerdotes convivió en los centros iniciáticos de Heliópolis y Menfis. Son viajes dudosos los que se dice realizó a Fenicia (con una larga temporada en el monte Carmelo para meditar), a Babilonia, India y Tracia. Regresó a Samos hacia 530 a.C., en

donde al exponer doctrinas religiosas y filosóficas que le indispusieron con Polícrates, para escapar a su tiranía tuvo que emigrar a Crotona donde fundó una sociedad de carácter ético-religioso-científico, cuya influencia se extendió por toda Magna Grecia, e incluso Roma. Expulsado de Crotona, se refugió en Lócride, trasladándose luego a Tarento y después a Metaponto, donde murió al parecer asesinado, hacia el año 480 a.C. La cofradía, asociación o hermandad pitagórica estaba basada en la comunidad de bienes, siendo su principal objeto la purificación del alma o catarsis, cultivando un arte, la música, y una ciencia, la matemática, que no sólo tenía el significado actual, sino que abarcaba la totalidad del conocimiento o gnosis, siguiendo el camino de la filosofía, palabra acuñada por Pitágoras. Las enseñanzas impartidas se mantenían en secreto por parte de los miembros, aunque por lo que se refiere a la matemática y a la física, algunos historiadores niegan que existiera tal secreto. Aristóteles, que prefiere hablar de los pitagóricos, no de Pitágoras, dice de ellos que “habiéndose aplicado a la matemática, fueron los primeros en hacerla progresar, y nutridos de ella creyeron que su principio fuera el de todas las cosas. Ya que los números por su naturaleza son los primeros que se presentan en ella, les pareció observar en los números semejanzas con los seres y con los fenómenos, mucho más que en el fuego, en la tierra o en el agua (por ejemplo, tal determinación de los números les parecía que era la justicia, tal otra el alma o la razón, aquella otra la oportunidad y, por así decir, análogamente toda otra cosa), y como también veían en los números las determinaciones y las proporciones de las armonías y como por otra parte, les parecía que toda la naturaleza estaba por lo demás hecha a imagen de los números, y que los números son los primeros en la naturaleza, supusieron que los elementos de los números fuesen los elementos de todos los seres y que el universo entero fuese armonía y número. Y todas las concordancias que podían demostrar en los números y en las armonías con las condiciones y partes del universo y con su ordenación total, las recogieron y coordinaron”.

Eudemo, según informa Proclo, decía que Pitágoras “transformó el estudio de la geometría en una enseñanza liberal remontándose a los principios generales y estudiando los teoremas abstractamente y con la inteligencia pura”. San Hipólito (s. III) refiere que los adeptos pitagóricos se dividían en novicios, llamados exotéricos o acústicos, pues sólo podían escuchar y callar, y en iniciados, llamados esotéricos o matemáticos, pues podían expresarse sobre las cuestiones científicas de las que se ocupaba la escuela. De ahí que sea probable que se deba a los pitagóricos el nombre de la nueva ciencia: matemática (la palabra griega “mathemata” significa ciencias, lecciones que pueden aprenderse). También informa San Hipólito acerca de su contenido al decir que los pitagóricos mezclaban astronomía y geometría, aritmética y música.

Proclo dice que los pitagóricos distinguían en la matemática cuatro ramas: la aritmética (de “aritmēin”, contar) que consideraba al número en sí (debiéndose entender por número, entre los griegos, nuestros números enteros y fraccionarios positivos), la geometría, que consideraba la cantidad ya no discreta sino continua, pero también en sí, perdiendo así en consecuencia la palabra “geometría” su antiguo sentido etimológico de “medir la tierra”, la música, como estudio de la cantidad discreta, pero no en sí sino en sus relaciones mutuas, y la astronomía, como estudio de la cantidad continua, no en sí sino en movimiento.

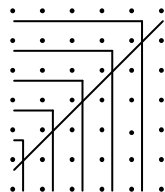
Prescindiendo del pitagorismo como doctrina filosófica, su máxima contribución a la ciencia positiva es haber sentado las bases de la matemática a partir de la idea de número, aunque la rodeó de nebulosidades metafísicas e incluso creyó en la onomatomanía, que tantos estragos intelectuales causó en la Edad Media.

Se le atribuye el descubrimiento (tras la primera “experiencia de laboratorio” que registra la historia: pulsó cuerdas de igual longitud tensadas con distintos pesos, y cuerdas de distinta longitud tensadas con pesos iguales, observando las notas que daban) de la relación simple entre las longitudes de las cuerdas de la lira y los acordes de sus sonidos (cuando la reducción de la cuerda era de $\frac{1}{2}$, se obtenía la octava; cuando la reducción era de $\frac{3}{4}$ o de $\frac{2}{3}$, se obtenían la cuarta y la quinta).

Si se considera que en estas tres relaciones aparecen los cuatro primeros dígitos, que dispuestos en forma de pila dibujaban el triángulo equilátero, y que su suma daba el número místico 10, se puede explicar cómo esta combinación de sonidos, números y figuras convirtió al número en “esencia de todas las cosas”.

Parece ser que lo que, en el conocimiento aritmético griego, se llama pitagórico, debería ser llamado probablemente babilonio, pues los pitagóricos habrían bebido sus conocimientos matemáticos en la aritmética y en el álgebra de los babilonios, imprimiéndoles su propio estilo griego. Se atribuye a los pitagóricos la distinción entre “aritmética” como ciencia o teoría de números, y la “logística” como

práctica de cálculo, así como la clasificación de los números en vista de sus propiedades aritméticas: pares, impares, perfectos, amigos, etc. Nuestro léxico actual conserva reminiscencias pitagóricas: las palabras cuadrado y cubo mantienen su doble acepción de número y de figura (en inglés *figure* es también cifra). Sin embargo expresiones de indudable origen pitagórico como las de los *números figurados* (triangulares, pentagonales, poligonales,...) no conservan sino un interés histórico, aunque hayan sido el origen de las primeras propiedades de la teoría de números.



En la figura se presenta un número de puntos en forma rectangular tal que el número de un lado (la altura) supera en una unidad al otro (la base). Si se descompone en escuadras de carpintero, como se indica en la figura, cada escuadra o gnomon contiene un número par, de donde la suma de los n primeros números pares sucesivos es el producto de este número por el sucesivo. Si se supone eliminada la fila inferior, el rectángulo se convierte en cuadrado y cada gnomon contiene ahora un número impar, de ahí que la suma de los primeros n números impares es el cuadrado n^2 de ese número. Si se supone bifurcado el número rectangular por la diagonal trazada, cada mitad se convierte en un número triangular, de donde la suma de los primeros n números sucesivos es el semiproducto de ese número por el sucesivo. En la figura $n=6$, de ahí que la suma de los primeros seis pares es $n(n+1)=42$; la suma de los primeros seis impares es $n^2 = 36$; y la suma de los primeros seis sucesivos es $\frac{1}{2}n(n+1) = 21$. También se atribuye a los pitagóricos el conocimiento de las tres medias: aritmética, geométrica y armónica. Esta última designación proviene del hecho de que las razones que caracterizan la octava, la quinta y la cuarta musicales pueden formarse con la terna 6, 8, 12 que constituyen una terna en proporción armónica. También se les atribuye la proporción musical, que Pitágoras podría haber traído de Babilonia (V. Pappus).

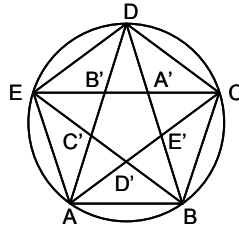
Es posible que los pitagóricos demostraran el “teorema de Pitágoras” (V. Euclides), que la matemática babilonia conocía un milenio antes de Pitágoras (por ejemplo, en las tablillas babilónicas aparece el clásico problema de la caña, cuya solución exige el conocimiento del teorema de Pitágoras: Una caña que se apoya en una pared de igual altura que ella, se desliza sin caer; calcular su altura conociendo el deslizamiento de su tope y la distancia en que se ha apartado el pie de la caña respecto de la pared), como también conocía la ley de formación de los llamados “tripletes pitagóricos”, es decir de la solución en números enteros de la ecuación pitagórica $x^2 + y^2 = z^2$, de la que se debe a los pitagóricos la solución particular: $x = (n^2 - 1):2$, $y = n$, $z = (n^2 + 1):2$, con n impar, solución que probablemente dedujeron de la propiedad conocida de ser todo número impar diferencia de dos cuadrados, de manera que si, a su vez, ese impar es un cuadrado, queda satisfecha la ecuación.

Aplicado el citado teorema al triángulo rectángulo isósceles, se obtiene que el cuadrado construido sobre la hipotenusa es el doble del construido sobre uno de los catetos. Era claro que la hipotenusa no podía ser múltiplo del cateto, pues era mayor que él, pero menor que su doble, de ahí que la razón entre la hipotenusa y el cateto debía ser un múltiplo m de la parte n del cateto, siendo m y n números primos entre sí, por lo que no podían ser ambos pares. Ahora bien, de la propiedad que hoy se expresa como $m^2 = 2n^2$ es fácil deducir que m^2 , por contener el factor 2, debe ser par, por lo que también ha de serlo m , por lo que m^2 ha de contener el factor 4, y n^2 ha de contener el factor 2, y por tanto n ha de ser par, luego m y n han de ser ambos pares, contradicción que implica la inexistencia de m y n , de donde se deduce la inconmensurabilidad de la diagonal y el lado del cuadrado, llegándose al descubrimiento de los “irracionales”, lo que aportó importantes consecuencias tanto para los pitagóricos como para la matemática griega, de tal forma que se ha llamado a este descubrimiento “el escándalo de la matemática pitagórica”.

El hecho de la existencia de pares de cantidades diferentes, tales que la mayor no era múltiplo de la menor ni múltiplo de una parte de la menor, y por tanto cuya razón no era expresable por un número entero ni fraccionario, supuso un impacto tan desconcertante para la escuela pitagórica, que el secreto se impuso sobre el descubrimiento, abandonando el campo de la investigación aritmética y algebraica,

transformando las consideraciones en estos campos en consideraciones geométricas. Hay muy pocas probabilidades de que Pitágoras llegase a conocer el problema de la inconmensurabilidad. La hipótesis más plausible es de que este descubrimiento fuera hecho por los pitagóricos tardíos hacia mediados del s. V a.C., aunque otros historiadores lo sitúan aproximadamente medio siglo más tarde.

La geometría pitagórica estudia los polígonos y los poliedros regulares. Enunciaron el teorema de llenar el plano con polígonos regulares (triángulo, cuadrado y hexágono). Sabían dibujar el pentágono regular estrellado (pentagrama), que era su signo distintivo, y que comenzando por el pentágono regular $ABCDE$ y trazando sus diagonales, éstas formaban un nuevo pentágono regular $A'B'C'D'E'$. Los vértices de este pentágono, situados sobre las diagonales de aquél, las dividen en dos segmentos de forma que el segmento mayor es a la diagonal completa como el segmento menor al mayor (división de un segmento en media y extrema razón, lo que posteriormente se llamaría sección áurea).



Eudemo de Rodas atribuye a los pitagóricos el descubrimiento y conocimiento de los problemas llamados de “aplicación de áreas”. Se ha comprobado, tras descifrar tablillas cuneiformes babilonias, que muchos de los problemas numéricos contenidos en ellas, son la resolución algebraica de problemas de “aplicación de áreas”, lo que evidencia la relación entre la matemática babilonia y la pitagórica. Uno de los problemas es el referente a la división de un segmento en media y extrema razón, es decir, que el área del cuadrado cuyo lado es la parte mayor sea igual a la del rectángulo de lados el segmento dado y su parte menor, problema que conduce a determinar dos números conociendo su producto y su diferencia, típico problema de la matemática babilonia. Establecieron la propiedad del círculo de ser máximo entre las figuras de igual perímetro, y de la esfera de serlo entre los cuerpos de igual superficie.

Los pitagóricos se interesaron por los poliedros regulares, simétricos y armoniosos, interés que se transmitió a Platón, proporcionándole la base material para su cosmogonía, como lo revela la denominación de *cuerpos platónicos* que se ha dado a los poliedros regulares, aunque en un esolío del último libro de los *Elementos*, se dice que de los cuerpos llamados platónicos, el cubo, el tetraedro y el dodecaedro procedían del conocimiento de los pitagóricos, y el octaedro y el icosaedro se debían a Teeteto.

Pitiscus, Bartholomaeus (1561-1613). Matemático silesiano. Nació en el ducado de Glogau (hoy, Polonia). Predicador de la corte de los Habsburgo. Acuñó el término *trigonometría*, que aparece por primera vez en 1595 en el título de una exposición de Pitiscus como suplemento a un libro sobre esférica. Publicó un tratado completo y metódico de trigonometría (1600), perfeccionando el método de Viète para el paso a las fórmulas del triángulo polar, y demostrando por primera vez el teorema del coseno para los ángulos. En su obra *Thesaurus mathematicus* (1613), publicó las tablas trigonométricas de Rheticus, completamente ordenadas.

Pitot, Henri (1695-1771). Ingeniero, matemático y astrónomo francés. Nació en Aramon. Miembro de la Académie des Sciences (1724). Ingeniero jefe en el Languedoc, donde proyectó y realizó obras hidráulicas, como acueductos, canales, etc., especialmente en Montpellier. Inventor del tubo que lleva su nombre para medir la velocidad de un fluido. Estudió la geometría de las cónicas. Dio a conocer (1724) una representación de la hélice en coordenadas rectangulares.

Planck, Max Karl Ernst Ludwig (1858-1947). Físico alemán. Nació en Kiel. Estudió en Munich y en Berlín, con Helmholtz y Kirchhoff. Se doctoró en Munich (1879) sobre la segunda ley de la termodinámica. Fue profesor en Munich (1880), Kiel (1885) y en Berlín, desde 1887 hasta su jubilación. En 1900 obtuvo la ley matemática de la radiación térmica de un cuerpo negro, formulando la teoría cuántica, donde interviene la llamada constante de Plank. Reconoció (1905) la importancia de

las ideas sobre la cuantificación de la radiación electromagnética expuestas por Einstein, con quien colaboró a lo largo de su carrera. Premio Nobel de física 1918.

Plans y Freyre, José María (1878-1934). Físico y matemático español. Nació en Barcelona, donde estudió ciencias fisicomatemáticas, ingeniería industrial y arquitectura. Enseñó en las Universidades de Zaragoza y Madrid. Fue uno de los primeros introductores en España de la teoría de la relatividad. Publicó *Lecciones de termodinámica con aplicación a los fenómenos químicos* (1913), *Nociones fundamentales de mecánica relativista* (1919), *Nociones de Cálculo diferencial absoluto y sus aplicaciones* (1922). Plans solía repetir la frase de San Anselmo: “*Credo, sed intelligere desidero*”. Einstein reconoció en Plans “*un arte singular para expresar con luminosidad y relieve las deducciones*”.

Planudes, Maximos (1260-1310). Escritor, humanista y matemático griego bizantino. Nació en Nicomedia (Bitinia, hoy Izmit, Turquía). Abandonó la vida política en Constantinopla, retirándose a un monasterio (1283). Volvió a Constantinopla, donde, a pesar de la oposición del patriarca Atanasio I, fundó un monasterio para seculares, y una escuela en la biblioteca imperial para la familia real y la nobleza. Por su conocimiento del latín, el emperador Andrónico II Paleólogo le nombró embajador en Venecia (1295-1296). Escribió *Aritmética según las teorías de la India*, donde expuso el método de calcular utilizado en la India, Escribió también *Sobre la procedencia del Espíritu Santo* (1281) y revisó la *Antología griega* y la *Vida y fábulas de Esopo*.

Plateau, Joseph Antoine Ferdinand (1801-1883). Físico, astrónomo y matemático belga. Discípulo de Adolphe Quetelet. Doctor por la Universidad de Lieja (1829). En su libro *Estática experimental y teórica de los líquidos sometidos únicamente a sus formas moleculares* (1873), mostró que si se sumergen alambres que tienen la forma de curvas cerradas en una solución de glicerina o agua jabonosa, y luego se retiran, una película de jabón, de área mínima, se apoyará en los bordes del alambre. Esta cuestión, ahora conocida como el problema de Plateau, impulsó a los matemáticos, especialmente a Ahlfors, en el estudio de superficies mínimas. Plateau estudió las curvas que llevan su nombre, ideando la sectriz que lleva su nombre. Sus estudios sobre geometría tuvieron una orientación práctica con aplicaciones a la técnica.

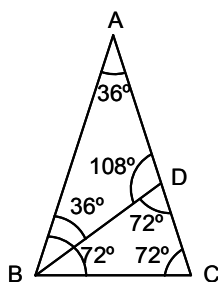
Platón (h. 428-347 a.C.). Filósofo griego. Nació en una familia distinguida, siendo sus padres Aristón y Peristiona. Cultivó el atletismo, ganando una doble corona en los juegos de Nemea. Era tan ancho de pecho que su maestro de armas le cambió el nombre primitivo, Aristocles, por el de Platón, con que ha pasado a la historia. Inicialmente se sintió atraído por la política, pero la suerte de Sócrates le convenció de que no había lugar en la política para un hombre de conciencia. Luego se dedicó a la poesía, a la pintura y a la música, artes que abandonó el año 408 con veinte años de edad, para hacerse discípulo de Sócrates, con quien convivió durante ocho años, hasta la muerte del maestro. En los doce años siguientes viajó, primero a Megara, donde conoció la filosofía eleática a través de Euclides; luego a Cirene, donde bajo la dirección de Teodoro se enteró de los misterios de los números irracionales; luego se trasladó a Egipto donde estudió astronomía, y finalmente se trasladó a la Magna Grecia para estudiar matemática en Tarento con el pitagórico Arquitas, cuando ya no era secreta la doctrina pitagórica. En estos doce años escribió sus diálogos llamados socráticos, por ser Sócrates el personaje central de los mismos. Pasó a Siracusa donde fue llevado al mercado de esclavos del que fue rescatado por un viajero cirenaico, volviendo a Atenas en 388. Abrió (387) su escuela de filosofía en el gimnasio de Academia (de donde deriva la palabra academia) y después en un jardín situado a poco más de un kilómetro del centro de Atenas. En la Academia se propuso ocupar el puesto que había dejado vacante Sócrates como instructor de los atenienses, cosa que hizo durante veinte años, mientras escribió los diálogos en que vertió sus ideas personales cuajadas durante su madurez intelectual. La Academia tuvo una importancia sin precedentes para el pensamiento griego, sus discípulos y asociados fueron los más grandes filósofos, matemáticos y astrónomos de su época, manteniendo esta preeminencia en filosofía incluso después de que la capital de las matemáticas pasara a Alejandría (el influjo de la Academia duró casi 900 años, hasta su cierre por orden del emperador Justiniano, el año 529 de nuestra era). Platón viajó dos veces a Sicilia para implantar su sistema político, pero fracasó rotundamente, regresando a Atenas, donde continuó escribiendo sus diálogos. Murió con ochenta años,

cuando estaba corrigiendo su obra sobre la *República*. Por su elegante estilo literario, como por la profundidad de sus ideas, las obras de Platón tuvieron, tienen y tendrán un gran poder atractivo; pero si nadie le discute un puesto privilegiado en la historia de la Filosofía, no puede decirse lo mismo del que ocupa en la de la Ciencia, a la que dedicó el diálogo llamado el *Teeteto*, de cuyo texto, farragoso y verborreico, no se deduce lo que es la Ciencia, sino a lo más, lo que no es.

Proclo dice que Platón demostró un gran interés por la geometría como por toda la matemática, de lo que dan fe sus escritos repletos de consideraciones matemáticas, que en todo momento despiertan la admiración hacia esa ciencia de aquéllos que se consagran a la filosofía. La influencia de Platón y su Academia fue singularmente notable. Esa influencia, favorecida por la índole especial de la teoría de las ideas y la teoría del conocimiento de Platón, se ejerció ya por el papel asignado a la matemática en la propia concepción filosófica y en la construcción del mundo, ya por las contribuciones técnicas aportadas por Platón o que se le atribuyen, ya por los matemáticos del círculo platónico o vinculados con él. El valor de la matemática como propedéutica en la formación del filósofo y la concepción de los entes matemáticos como intermediarios entre el mundo de las ideas y el mundo de las cosas, justificarían la clásica frase que Platón habría estampado en el pórtico de la Academia, impidiendo su ingreso a los ignorantes en geometría. Quizá se deba a Platón la distinción neta entre aritmética (en el sentido de teoría de números) y logística (técnica de la computación). Platón consideraba a la logística como conveniente para el comerciante o el hombre de guerra, que “debe aprender el arte de los números o no sabrá cómo desplegar sus tropas”. El filósofo, en cambio, deber ser un aritmético “porque tiene que conseguir salir del mar del cambio para establecer contacto con el verdadero ser”. Unas citas de la *República* de Platón (libros VI y VII) pueden servir para ilustrar la concepción contemporánea de la aritmética y la geometría. Sócrates dice a Glaucón: “No cabe duda de que la ciencia del cálculo (logística) y la aritmética se ocupan por entero del número... Una y otra, pues, parece que conducen hacia la verdad... Ambas son necesarias de todo punto al guerrero y al filósofo, al primero para la mejor ordenación de los ejércitos, y al segundo para que emerja del mundo perecedero hacia la esencia de las cosas, si es que se precia de hombre calculador... Convendrá, por tanto, Glaucón, imponer esta enseñanza por medio de una ley y convencer a los que deban ocupar los puestos de gobierno de la ciudad para que desarrollen su gusto por la ciencia del cálculo, pero no de una manera superficial, sino hasta alcanzar la contemplación de la naturaleza de los números sirviéndose de la inteligencia. Porque aquélla no es de uso exclusivo de los comerciantes y chamarileros, ni se ciñe tan sólo a las compras y a las ventas, sino que puede aplicarse a la guerra y a facilitar una vuelta del alma misma al mundo de la verdad y de la esencia... Porque es lo cierto que esa ciencia conduce al alma hacia lo alto y la obliga a razonar sobre los números, sin permitir de ningún modo que nadie presente el ejemplo de números corpóreos y tangibles... Esa ciencia se nos presenta con visos de necesaria, puesto que parece forzar al alma a servirse de la inteligencia pura para alcanzar la verdad en sí... Ahora tendremos que considerar si nos conviene la ciencia que sigue a ésta... ¿Te refieres a la geometría? Tú lo has dicho... Sin duda la geometría es una ciencia de lo que siempre es... Por tanto conducirá al alma hacia la verdad y dispondrá la mente del filósofo para que eleve su mirada hacia arriba”. Y hablando de los matemáticos, dice Platón: “¿Sabes igualmente que se sirven de figuras visibles que dan pie para sus razonamientos, pero que en realidad no piensan en ellas, sino en aquellas cosas a las que se parecen...? Las mismas cosas que modelan y dibujan... son empleadas por ellos con ese carácter de imágenes, pues bien saben que la realidad de esas cosas no podrá ser percibida sino con el pensamiento... Pues ésta es la clase de objetos que yo llamo inteligibles”. También en la *República*, Platón se refiere a la estructura deductiva de la matemática: “Bien sabes a mi juicio que los que se ocupan de la geometría, del cálculo y de otras ciencias análogas, dan por supuestos los números impares y los pares, las figuras, tres clases de ángulos y otras cosas parecidas a éstas, según el método que adopten. Emplean estas hipótesis, como si en realidad las conociesen, y ya no creen menester justificar ante sí mismos o ante los demás lo que para ellos presenta una claridad meridiana. Empezando por ahí, siguen en todo lo demás un camino semejante hasta concluir precisamente en lo que intentaban demostrar”. Platón abrazó la causa de la matemática pura frente a las concepciones materialistas del artesano o del técnico. Plutarco, en su *Vida de Marcelo*, narra la indignación de Platón ante el uso de artificios mecánicos en geometría, pues consideraba tal uso como “la simple corrupción y aniquilación del bien que encierra la geometría, volviendo así vergonzosamente su espalda a los objetos incorpóreos de la inteligencia pura”. De ahí que haya podido ser Platón en gran medida el responsable de la restricción predominante en las

construcciones geométricas griegas a aquéllas que pudieran realizarse con regla y compás únicamente. En el *Timeo*, Platón, influido por el pitagorismo, muestra el papel que asigna a la matemática en la construcción del mundo, en la que el Demiurgo hace intervenir de manera especial los cuatro elementos: fuego, aire, agua y tierra, vinculados a su vez con los poliedros regulares, al hacerlos corresponder, respectivamente, con el tetraedro, octaedro, icosaedro y cubo. Como con excepción del cubo, las caras de los tres poliedros son triángulos equiláteros y, por tanto semejantes, los elementos respectivos, fuego, aire, agua, podrán transformarse entre sí, no así en tierra, pues las caras del cubo son cuadrados que no pueden descomponerse en triángulos equiláteros, sino en triángulos rectángulos isósceles. Estos triángulos y las mitades de los equiláteros son triángulos rectángulos, de ahí que sean estos triángulos las figuras fundamentales con las que el Demiurgo construyó el mundo. De ahí que el mundo estaba matemáticamente trazado: “Dios geometriza eternamente”. Quedaba, sin embargo, un quinto poliedro regular, el dodecaedro, de caras pentagonales, no descomponibles en los triángulos anteriores. En el *Timeo* se alude fugazmente a este poliedro diciendo que el Demiurgo lo utilizó para decorar el universo, aunque en un diálogo (apócrifo) se hace corresponder el dodecaedro a un quinto elemento, el éter, que luego será la “quintaesencia” de Aristóteles.

Es natural que Platón estimulara en la Academia el estudio de la matemática, de ahí que puedan señalarse contribuciones matemáticas surgidas del seno de la institución, cuando no de Platón mismo. Así se atribuye a Teeteto de Atenas, inmortalizado en el diálogo de ese nombre, el estudio de los inconmensurables, con lo que habría sentado las bases de las propiedades que más tarde se reunirían en el libro X de los *Elementos* de Euclides. En cuanto a las contribuciones de Platón, algunas son, sin duda, apócrifas, como la atribución de un método y de un dispositivo mecánico respectivo, para resolver el problema de la duplicación del cubo, en vista de las concepciones platónicas opuestas a toda manipulación. Existe una versión del origen del problema de la duplicación del cubo, encontrada en una obra de Eratóstenes (Plutarco también cuenta la misma historia), en la que se dice que los habitantes de Delos, bajo el azote de una peste, consultaron al oráculo sobre la manera de librarse de ella, a lo que el oráculo respondió que debían construir un altar de tamaño doble del que ya existía cuya forma era cúbica. Los habitantes de Delos comprobaron que duplicando la arista no se duplicaba el volumen, y se dirigieron a Platón, quien les dijo que el dios del oráculo no había contestado así porque quisiera o necesitara un altar doble, sino para censurar a los griegos por su indiferencia con respecto a la matemática y su falta de respeto por la geometría. Quizá sea también dudosa la solución que se atribuye a Platón, de los “tripletes pitagóricos”, muy semejante, por lo demás, a la que se atribuye a los pitagóricos. Esta solución para m par, sería la siguiente: $x = \frac{1}{4}m^2 - 1$, $y = m$, $z = \frac{1}{4}m^2 + 1$. En cambio se le ha atribuido con mayor verosimilitud, una contribución metodológica: la distinción entre *método analítico* y *método sintético* en las demostraciones de los teoremas y construcciones geométricas, distinción que los matemáticos griegos utilizaron en sus investigaciones. El método analítico, que es también el método heurístico y el actualmente empleado en la enseñanza, consiste en suponer cierto el teorema a demostrar o resuelto el problema a construir, y mediante verdades ya demostradas deducir un teorema o un problema conocidos, de manera que si el proceso puede invertirse, el teorema queda demostrado y el problema resuelto. Este proceso inverso es el método sintético que consiste en partir de una verdad conocida para deducir por pasos sucesivos, la verdad a probar. Es este método sintético, deductivo por excelencia, el que utilizan con preferencia los griegos después de haber obtenido por el método analítico, que silencian, el resultado buscado. Como ejemplo de lo anterior se expone seguidamente la construcción de un triángulo isósceles cuyos ángulos en la base sean dobles del ángulo en el vértice, problema importante en la construcción del pentágono regular.



Suponiendo resuelto el problema, según las normas del método analítico, sea ABC el triángulo buscado, de vértice A . Si se traza la bisectriz interior del ángulo B , que corta a AC en D , se tiene por ser isósceles los triángulos ABD y BCD , que $AD = DB = BC$. Como el triángulo isósceles BCD es semejante al ABC , se tienen las siguientes proporciones: $AB:BC = BC:DC = AD:DC$, de donde se obtiene que $(AB + BC):AB = (AD + DC):AD = AB:BC$, y por tanto $AB^2 = (AB + BC)BC$, es decir, que en el segmento $AB + BC$, suma de los lados desiguales del triángulo ABC , el punto B lo divide en media y extrema razón. Este “análisis” explica por qué Euclides, en sus *Elementos*, para construir el pentágono comienza por dividir un segmento en media y extrema razón, sin justificación aparente alguna de la vinculación entre ambas construcciones, y es evidente que sin la aplicación del método analítico hubiera sido difícil prever tal vinculación.

Platón de Tívoli (h. 1110). Traductor italiano de la Escuela de Traductores de Toledo (1110-1145). Tradujo la *Esférica* de Teodosio. También tradujo al latín el *Liber embadorum* (1145) de Sarrasorda, tratado de agrimensura y geometría práctica que incluye la resolución de la ecuación de segundo grado.

Playfair, John (1748-1819). Geólogo y matemático escocés. Profesor de ciencias naturales. Defendió las teorías plutonianas de James Hutton frente a las neptunianas de Abraham Gottlob Werner, sobre la formación de la Tierra, publicando *Ilustraciones sobre la teoría huttoniana de la Tierra* (1802). Dio (1795) una nueva definición del axioma de las paralelas de Euclides: Por un punto dado P que no está sobre una recta l , existe una sola recta en el plano de P y l que no corta a l .

Plimpton 322. Se trata de la tablilla 322 de la colección de tablillas babilonias que se conserva en la Columbia University, que se dio a conocer en 1945. La tablilla data del periodo babilónico antiguo (h. 1900 a 1600 a.C.). Su contenido presupone el conocimiento de la ley de formación de los “tripletes pitagóricos”, que aparecerá por primera vez en Occidente en los *Elementos* de Euclides hacia el 300 a.C., y quizá tenga que ver con una cierta forma de prototrigonometría. Se reproduce a continuación el texto de la tablilla en signos modernos.

I	$II (= b)$	$III (= d)$	IV
$1, 59, 0, 15$	$1, 59$	$2, 49$	1
$1, 56, 56, 58, 14, 50, 6, 15$	$56, 7$	$1, 20, 25$	2
$1, 55, 7, 41, 15, 33, 45$	$1, 16, 41$	$1, 50, 49$	3
$1, 53, 10, 29, 32, 52, 16$	$3, 31, 49$	$5, 9, 1$	4
$1, 48, 54, 1, 40$	$1, 5$	$1, 37$	5
$1, 47, 6, 41, 40$	$5, 19$	$8, 1$	6
$1, 43, 11, 56, 28, 26, 40$	$38, 11$	$59, 1$	7
$1, 41, 33, 59, 3, 45$	$13, 19$	$20, 49$	8
$1, 38, 33, 36, 36$	$8, 1$	$12, 49$	9
$1, 35, 10, 2, 28, 27, 24, 26, 40$	$1, 22, 41$	$2, 16, 1$	10
$1, 33, 45$	$45, 0$	$1, 15, 0$	11
$1, 29, 21, 54, 2, 15$	$27, 59$	$48, 49$	12
$1, 27, 0, 3, 45$	$2, 41$	$4, 49$	13
$1, 25, 48, 51, 35, 6, 40$	$29, 31$	$53, 49$	14
$1, 23, 13, 46, 40$	56	$1, 46$	15

Se trata de la parte derecha de una tablilla mutilada que comprende cuatro columnas: la primera, a partir de la derecha (columna IV), no contiene sino los números 1 a 15 para ordenar las filas; la segunda (columna III) y tercera (columna II), encabezadas respectivamente con las palabras “diagonal” (d) y “ancho” (b), contienen números enteros aparentemente sin orden alguno, mientras que la cuarta columna (columna I), encabezada por un término ininteligible, contiene expresiones fraccionarias, a veces hasta con siete fracciones sexagesimales.

Descifrada la tablilla, el resultado fue que las columnas (d) y (b) comprenden los componentes de tripletes pitagóricos correspondientes a la hipotenusa y a un cateto, es decir, $d = m^2 + n^2$ y $b = m^2 - n^2$,

y cuyo otro cateto $a = 2mn$, cuyos valores, que figurarían probablemente en la parte que falta, deben cumplir la condición de no contener sino divisores de 2, 3, 5, circunstancia que explicaría el aparente desorden de las columnas (d) y (b), pues la cuarta columna (columna I) contiene los valores numéricos de $(d/a)^2$, es decir, con el léxico actual los valores de $\sec^2\alpha$ siendo α el ángulo opuesto al cateto a . Los valores de la cuarta columna decrecen de manera casi lineal, así como los valores de α decrecen bastante uniformemente entre 45° y 31° , lo que hace suponer que otras tablillas contendrían los valores correspondientes a los otros sectores de 15° . Por ejemplo, en la fila sexta los valores de las tres columnas son en el sistema sexagesimal, $d = 8.1$; $b = 5.19$, $(d/a)^2 = 1.47.6.41.40$. Es fácil ver que en este caso $m = 20$, $n = 9$, $d = 481$, $b = 319$ resultando $a = 360$, que no figura, pero que cumple con la condición de no contener sino factores 2, 3, 5 y que $(d/a)^2 = (481/360)^2$ expresado en el sistema sexagesimal es precisamente el valor que aparece en la cuarta columna (columna I). Para estos valores α es aproximadamente $41^\circ 33'$. En el cuadro siguiente se dan los valores en el sistema decimal, para cada fila, de m , n , $d = m^2 + n^2$, $b = m^2 - n^2$, $a = 2mn$, y el valor aproximado de $\alpha = \operatorname{arcsec}(d/a)$.

Fila	m	n	$d = m^2 + n^2$	$b = m^2 - n^2$	$a = 2mn$	α
1	12	5	169	119	120	$44^\circ 45'$
2	64	27	4825	3367	3456	$44^\circ 15'$
3	75	32	6649	4601	4800	$43^\circ 45'$
4	125	54	18541	12709	13500	$43^\circ 15'$
5	9	4	97	65	72	$42^\circ 05'$
6	20	9	481	319	360	$41^\circ 33'$
7	54	25	3541	2291	2700	$40^\circ 19'$
8	32	15	1249	799	960	$39^\circ 46'$
9	25	12	769	481	600	$38^\circ 43'$
10	81	40	8161	4961	6480	$37^\circ 26'$
11	60	30	4500	2700	3600	$36^\circ 52'$
12	48	25	2929	1679	2400	$34^\circ 59'$
13	15	8	289	161	240	$33^\circ 51'$
14	50	27	3229	1771	2700	$33^\circ 16'$
15	9	5	106	56	90	$31^\circ 53'$

Plücker, Julius (1801-1868). Matemático y físico alemán. Nació en Elberfeld (hoy, Wuppertal, Renania del Norte-Westfalia). Estudió en las universidades de Heidelberg, Berlín y París. Después de ser profesor de matemáticas en Bonn (1825-1834), Halle (1834-1836), en 1836 se convirtió en profesor de matemáticas y física en Bonn, posición que mantuvo el resto de su vida. En 1847, Plücker, desanimado por la oposición de Steiner y Jacobi a sus trabajos matemáticos (aquel llegó a amenazar con no publicar en el *Diario de Crelle* si continuaba publicando los artículos analíticos de Plücker), abandonó la geometría por la física, disciplina en la que destacan sus investigaciones sobre magnetismo y sobre los espectros de los gases rarificados. A partir de 1863 se dedicó de nuevo a las matemáticas. Dio eficacia y vitalidad al enfoque algebraico de la geometría proyectiva. Publicó *Desarrollo de la geometría analítica* (dos tomos, 1828-1831), *Sistemas de geometría analítica* (1834), *Teoría de curvas algebraicas* (1839), *Sistemas de geometría del espacio en un nuevo tratamiento analítico* (1846), *Nueva geometría del espacio basada en el tratamiento de la línea recta como*

espacio elemental (1868-1869). En sus trabajos, el concepto de coordenadas adquiere la categoría de una correspondencia cualquiera entre números y elementos geométricos, introduciendo las coordenadas homogéneas, las trilineales, las coordenadas de recta, de plano, etc. Formuló algebraicamente la recta del infinito ($z=0$) y los puntos cíclicos del infinito: $(1, i, 0)$ y $(1, -i, 0)$. Dio base analítica a los conceptos de elementos imaginarios. Formuló las coordenadas tangenciales en el plano (u, v de una recta en el plano) y en el espacio (u, v, w de un plano): Si se considera una ecuación “no comprometida a priori” de la forma $pu + qv + rw = 0$, se puede considerar indiferentemente que representa el conjunto de todos los puntos (u, v, w) situados sobre la recta (p, q, r) , o como el conjunto de todas las rectas (p, q, r) que pasan por el punto fijo (u, v, w) . Es decir, se trata de la demostración analítica del principio geométrico de dualidad. El intercambio de las palabras “punto” y “recta” corresponde simplemente, desde este punto de vista, a un intercambio de las palabras “constante” y “variable” con respecto a las cantidades p, q, r y u, v, w . Plücker obtuvo (1834) las fórmulas que llevan su nombre, que vinculan el orden, la clase y el número de las diferentes singularidades de una curva de género dado. Llamando n al grado de la ecuación de una curva en el plano, k a su clase (número de tangentes desde un punto exterior a la curva), d al número de puntos dobles de la curva (un punto múltiple de orden h equivale a $C_{h,2}$ puntos dobles) y r al número de puntos de retroceso de la curva, siendo t el número de bitangentes y w el número de puntos de inflexión, estas fórmulas son las siguientes: $k = n(n - 1) - 2d - 3r$; $n = k(k - 1) - 2t - 3w$; $w = (n - 2)3n - 6d - 8r$; $r = 3k(k - 2) - 6t - 8w$. El género de la curva es $G = C_{n-1,2} - d$, y el número máximo de puntos dobles, $C_{n-1,2}$.

Utilizó las coordenadas tetraédricas en general, estudiando completamente las fórmulas de cambio de sistemas de referencia. Expresó la relación correlativa entre dos planos por medio de una ecuación bilineal, deduciendo con ello el principio de dualidad en un nuevo aspecto. Introdujo (1865) el sistema de definir las rectas del espacio mediante seis coordenadas homogéneas vinculadas por una relación, estudiando así una “geometría reglada” o geometría del “espacio reglado”, al suponerlo engendrado por las rectas y no por los puntos como entes fundamentales. Definió la curva como colección de tangentes. Estudió analíticamente el haz de círculos, llamando *cordal* a la cuerda común del haz, y demostrando que las circunferencias ortópticas forman un haz. Estudió las propiedades métricas de la serie de cónicas, utilizando la expresión $C + \mu C' = 0$.

Llevó a cabo una clasificación detallada de las curvas cúbicas, estudiando las curvas cuárticas para las que dio 152 especies. Estudió la intersección de dos curvas de distintos grados m y n , concluyendo que de los mn puntos de intersección, $mn - (n - 1)(n - 2)/2$ son puntos arbitrarios y los restantes $(n - 1)(n - 2)/2$ puntos están determinados. Mediante la consideración de los elementos imaginarios, puso orden en el estudio del sistema de nueve puntos de inflexión de una cúbica general, de los que uno o tres son reales, y que dichos nueve puntos yacen sobre doce rectas. Demostró que el número de puntos de inflexión de una curva de grado n es $3n(n - 2)$. Analizó todas las singularidades posibles en las cuárticas, sin omitir ninguna, acompañándolas de las correspondientes ecuaciones generales, deduciendo entre otros extremos, que tales curvas contienen 28 tangentes dobles, de las que, a lo sumo, ocho son reales. Aplicó sistemáticamente la ley de correlación para la generación de curvas. Llevó a cabo el estudio de la generación de una curva mediante tangentes y puntos de contacto, demostrando que el punto de retroceso de segunda especie es correlativo de sí mismo. También logró determinar la influencia que sobre la clase de una curva tienen los puntos múltiples de orden n , y los puntos de retroceso de segunda especie. Determinó los conceptos de ramas de curvas pares e impares, y de porciones cerradas. Dedujo las formas de las curvas, una de otras, mediante la separación y unión de las curvas de transición por los puntos dobles, aplicándolo principalmente a las cuárticas. Desarrolló mediante el empleo de ecuaciones homogéneas, la teoría de las polares de distintos órdenes. Demostró que la transformación por radios vectores conserva los ángulos. Estudió las superficies de segunda clase, en general, en coordenadas tangenciales y la demostración de su identidad con las superficies de segundo orden. También estudió las superficies impropias de segunda clase (conjunto de planos tangentes a una cónica). Estudió las condiciones para que una cuádriga sea de revolución, estableciendo la condición de igualdad de dos ejes. Estudió por primera vez el cono asintótico de una cuádriga. Demostró, como también Magnus, que la esfera lugar de los vértices de los conos ortópticos circunscritos a una cuádriga, degenera en un plano en el caso de los paraboloides. Estudió la teoría de la generación rectilínea de las cuádrigas, estudiando, como Magnus, la ecuación de la cuádriga referida a un tetraedro formado por cuatro generatrices, dándole la forma $Ar_1r_4 + Br_2r_3 = 0$.

Estudió la polaridad en las cuádricas. Estudió la teoría de la superficie de ondas de Fresnel. Estudió la reciprocidad especial de las cuádricas en relación con una esfera de radio i . Determinó el haz de cuádricas por ocho puntos, desarrollando el concepto de serie de cuádricas ($Q + \mu Q' = 0$). Si las cuatro raíces del discriminante del haz de cuádricas, son reales (que corresponden a los conos), existe un tetraedro conjugado común, cuya determinación la redujo, como Cauchy y Jacobi, al problema de la transformación simultánea de ambas formas cuadráticas en una suma de cuadrados. Extendió a superficies de orden superior, el teorema de Lamé que dice que de los ocho puntos base de una red de cuádricas, solamente siete son arbitrarios. Explicó por primera vez la paradoja llamada de Cramer-Euler, consistente en que en ciertos casos no queda completamente determinada una curva de orden n por n^2 puntos dados, siendo así que para $n > 2$ hacen falta, cuando más, n^2 puntos para determinarla. En efecto, suponiendo que se tienen 14 puntos arbitrarios del plano, la ecuación de la cuártica que pasa por ellos es $Q + \mu Q' = 0$, donde $Q = 0$ y $Q' = 0$ son las ecuaciones de dos cuárticas distintas que pasan por los mismos 13 puntos de los 14 dados. Seguidamente se calcula el valor de μ para que las coordenadas del punto decimocuarto satisfagan la ecuación $Q + \mu Q' = 0$, teniéndose las tres ecuaciones: $Q = 0$, $Q' = 0$, $Q + \mu Q' = 0$, que cada una de ellas tendrán en común no sólo los 13 puntos anteriores, sino también los 16 puntos de la intersección de $Q = 0$ y $Q' = 0$. Por tanto, para cualquier conjunto de 13 puntos hay otros tres puntos asociados o relacionados con los 13 primeros, de manera que ningún conjunto de 14 o más puntos tomados entre los 16 dependientes en cuestión, determinará una única cuártica, a pesar del hecho de que un conjunto de 14 puntos arbitrarios determinan, en general, una única cuártica. De manera más general, cualquier conjunto de $n(n+3)/2 - 1$ puntos arbitrarios del plano determinará un conjunto adicional de $n^2 - [n(n+3)/2 - 1] = (n-1)(n-2)/2$ puntos dependientes de los primeros, tales que cualquier curva de grado n que pase por el conjunto dado de puntos, pasará también por todos los puntos dependientes. Plücker generalizó este teorema a superficies algebraicas en el espacio tridimensional. Por otra parte, Plücker investigó la conectividad de superficies.

Pogorelov, Aleksei Vasilevich (1919-2002). Matemático soviético. Nació en Korocha (hoy, Óblast de Belgorod, Rusia). Trabajó en la Universidad de Jarkov y en su Instituto de física de bajas temperaturas e ingeniería. Investigó en la teoría de superficies que incluye la teoría clásica, la de poliedros y la de superficies convexas y no convexas. Demostró en 1949 que ninguna superficie convexa cerrada se puede deformar como un todo conservando su convexidad.

Poinard (Abad Poinard) (h. 1704). Escribió un libro (1704) sobre los cuadrados mágicos.

Poincaré, Henri (1854-1912). Matemático e ingeniero francés. Nació en Nancy. Graduado de la École Polytechnique (1875), ingeniero de minas (1879), permaneciendo ligado al Departamento de Minas durante toda su vida. Fue doctor en ciencias (1879) por la École Nationale Supérieure des Mines. Fue profesor en la Universidad de Caen (1879-1881) y en la de París (1881-1912), donde enseñó matemáticas y física hasta su muerte. Miembro de la Académie des Sciences (1887) y su presidente a partir de 1906. Miembro de la Académie Française (1908). Su primo Raymond fue presidente de Francia durante la primera guerra mundial. No mostró especialmente pronto su capacidad matemática, y admitía de buena gana que tenía dificultades incluso con cálculos aritméticos sencillos. Publicó numerosos libros y un millar y medio de memorias acerca de todas las ramas de la matemática, así como de física matemática, astronomía y epistemología. También escribió libros populares de divulgación, con una vena filosófica innata, sobre todo en los últimos años de su vida. Era torpemente ambidextro, y su ineptitud para todo tipo de ejercicio físico se hizo legendaria. Siempre tuvo mala vista y fue sumamente distraído, pero, al igual que Euler y Gauss, tenía una notable capacidad para hacer mentalmente complicados desarrollos en cualquier aspecto del pensamiento matemático. Los problemas de física constituyeron la motivación de su investigación matemática. Se le conoce como el matemático más importante del último cuarto del siglo XIX y primeros años del siglo XX, así como el último hombre que tuvo un conocimiento universal de la matemática y de sus aplicaciones. Gaston Julia dijo de él en 1954: “Dentro de una actividad incesante y siempre renovadora, ha recorrido todos los dominios de la matemática y de la física de su tiempo, extrae de ellos los principios filosóficos y descubre tantos campos nuevos de investigación que es posible que no exista dominio matemático actual que no haya fecundado o no haya dejado en él su sello”. Su tesis

doctoral consistió en un trabajo sobre ecuaciones diferenciales, pero no sobre métodos de resolución, sino sobre teoremas de existencia, que le llevó a una de sus más famosas contribuciones a la matemática: el estudio de las propiedades de las funciones automorfas.

Se ocupó del análisis matemático, descubriendo (1881) las funciones llamadas “automorfas”, importante clase de funciones analíticas que permiten integrar diversas ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes algebraicos (una función automorfa $f(z)$ de la variable compleja z es una función analítica en un dominio D excepto en los polos correspondientes, y es invariante bajo un grupo infinito numerable de transformaciones lineales fraccionarias o de Möbius, $z' = (az + b)/(cz + d)$, siendo por tanto una generalización de las funciones trigonométricas, como es el caso para: $a = d = 1$, $c = 0$, $b = 2k\pi$, así como también de las hiperbólicas y de las elípticas). Durante los años 1881 y 1882, Poincaré y Klein trabajaron sobre estas funciones. En 1884, Poincaré publicó cinco artículos importantes sobre ellas en los primeros cinco volúmenes del *Acta Mathematica*. Cuando se publicó el primero, Kronecker advirtió al editor que el artículo era inmaduro y oscuro, y que acabaría con la revista. Poincaré continuó sus estudios al respecto, inventando una categoría de funciones más amplia, conocidas como funciones zeta-fuchsianas (publicadas en su segundo artículo), que podían utilizarse para resolver ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes algebraicos. Poincaré las llamó fuchsianas, aunque Fuchs no las había considerado en sus trabajos, mientras que Klein sí las había considerado incidentalmente, por lo que éste protestó contra Poincaré. Éste respondió llamando a la siguiente clase de funciones automorfas, a pesar de que él mismo las había descubierto, kleinianas, ya que, como alguien observó perversamente, éstas nunca fueron consideradas por Klein. Más adelante, Poincaré mostró cómo expresar las integrales de ecuaciones lineales de orden n -ésimo con coeficientes algebraicos, teniendo únicamente puntos singulares regulares, con ayuda de las funciones kleinianas. Poincaré y Stieltjes lograron en 1886, de manera independiente, una definición formal y una caracterización completa de aquellas series divergentes (Poincaré las llamó asintóticas) que resultan útiles para la representación y cálculo de funciones. Poincaré se ocupó del tema motivado por sus investigaciones sobre la resolución de ecuaciones diferenciales lineales. Viendo la utilidad de tales series en astronomía, trató de determinar cuáles eran útiles y por qué, logrando al fin aislar y formular la propiedad esencial. Una serie de la forma $a_0 + a_1/x + a_2/x^2 + \dots$, donde los a_i son independientes de x , se dice que representa asintóticamente la función $f(x)$ para valores grandes de x , siempre que se cumpla que $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n [f(x) - (a_0 + a_1/x + \dots + a_n/x^n)] = 0$, con $n = 0, 1, 2, \dots$, es decir, $f(x) \sim a_0 + a_1/x + a_2/x^2 + \dots$. La serie será en general divergente, pero en casos especiales puede converger. Estas series vienen a ser desarrollos de funciones en un entorno de $x = \infty$. En un artículo de 1886, Poincaré se limitó a valores de x reales, sin embargo la definición sirve también para x compleja si se sustituye $x \rightarrow \infty$ por $|x| \rightarrow \infty$, aunque la validez de la representación puede verse ahora limitada a un sector del plano complejo con vértice en el origen. La definición se ha generalizado, pudiéndose decir que la serie $a_0 + a_1/x + a_2/x^2 + \dots$ es asintótica a $f(x)$ en $x = 0$, si $\lim_{x \rightarrow \infty} 1/x^n [f(x) - (a_0 + a_1/x + \dots + a_{n-1}/x^{n-1})] = a_n$. Estas series se pueden utilizar para dar resultados numéricos bastante aproximados para valores grandes de x usando sólo aquellos términos para los que el valor va disminuyendo según se vayan tomando más y más términos. El orden de magnitud del error es en cualquier caso el del primer término omitido. Poincaré utilizó las series asintóticas en la resolución de ecuaciones diferenciales, encontrándose muchos ejemplos de ello en su *Nuevos métodos de la mecánica celeste*. Los resultados obtenidos por Poincaré están recogidos en el teorema de Horn, quien estudió y resolvió la siguiente ecuación diferencial, también estudiada por Poincaré: $y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_n(x)y = 0$, donde los coeficientes son funciones racionales de x que se suponen desarrollables, para x positivo y suficientemente grande, en series convergentes o asintóticas del siguiente tipo $a_r(x) = x^{rk}(a_{r,0} + a_{r,1}/x + a_{r,2}/x^2 + \dots)$, siendo $r = 1, 2, \dots, n$, y siendo k algún entero positivo o 0. Los resultados obtenidos por Horn y Poincaré se extendieron a otros diversos tipos de ecuaciones diferenciales. En relación a los teoremas de existencia de una solución al problema de Dirichlet en tres dimensiones, Poincaré utilizó el método de barrido que ataca el problema construyendo una sucesión de funciones no armónicas en el dominio R pero tomando los valores de contorno correctos, haciendo las funciones más y más armónicas. En 1894, Poincaré demostró la existencia y las propiedades esenciales de los valores característicos de $\Delta u + \lambda u = f$, con λ complejo, en un dominio tridimensional acotado, con $u = 0$ sobre la frontera. La existencia de u fue demostrada mediante una generalización del método de Schwarz. Acto seguido, Poincaré demostró que $u(\lambda)$ es una función meromorfa de la

variable compleja λ y que los polos son reales, justamente los valores propios λ_n . Entonces obtuvo las soluciones características de U_i ; esto es, $\Delta U_i + k_i^2 U_i = 0$ (en el interior), y $U_i = 0$ (en el borde). Los k_i^2 son los números característicos (valores propios) y determinan las frecuencias de las soluciones características respectivas. Físicamente, el resultado de Poincaré tiene el significado siguiente. La función f puede pensarse como una fuerza aplicada. Las oscilaciones libres de un sistema mecánico son aquéllas en que las oscilaciones forzadas degeneran y se hacen infinitas. De hecho, la ecuación estudiada es la de un sistema oscilante excitado por una fuerza que varía periódicamente de amplitud f , y las soluciones características son las oscilaciones libres del sistema, que, una vez excitadas, continúan indefinidamente. La frecuencia de las oscilaciones libres, que son proporcionales a k , se calculan mediante el método de Poincaré como los valores $\lambda^{1/2}$, para los que la oscilación forzada u se hace infinita. Poincaré escribió: “La física no solamente nos ha dado la ocasión de resolver problemas... sino que también nos ha hecho presentir la solución”. Realizó trabajos sobre la uniformación de funciones, sobre las funciones abelianas y las integrales dobles. En 1883, Poincaré anunció su teorema general sobre uniformación pero no tenía una prueba absoluta. Siguió trabajando sobre ello, como también lo hizo Klein, pero no se obtuvo ningún resultado decisivo durante 25 años. En 1907, Poincaré y Koebe dieron independientemente una demostración del teorema de uniformación, con lo que ha llegado a ser posible un tratamiento perfeccionado de las funciones algebraicas y de sus integrales.

Poincaré fue uno de los fundadores de la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales, uno de cuyos aspectos es la distribución de las curvas integrales en el entorno de un punto singular. Bajo el estímulo del trabajo de Hill sobre la teoría lunar, Poincaré inició un nuevo enfoque en la búsqueda de soluciones periódicas para ecuaciones diferenciales no lineales referentes a los movimientos planetarios y la estabilidad de las órbitas planetarias y de sus satélites, creando la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales, que presentó en cuatro artículos todos ellos bajo el título *Memoria sobre las curvas definidas por una ecuación diferencial* (1881, 1882, 1885, 1886). Comenzó este trabajo con el estudio de las ecuaciones de la forma $dy/dx = P(x,y)/Q(x,y)$, encontrando que los puntos singulares de la ecuación diferencial (puntos en los que P y Q se anulan) juegan un papel importante. Distinguió cuatro tipos de puntos singulares y describió el comportamiento de las soluciones alrededor de dichos puntos. El primer tipo de punto es el foco: la solución describe una espiral tendiendo hacia él; este tipo de solución se considera estable. El segundo tipo es el punto de ensilladura: las soluciones se aproximan hacia él y luego se apartan hacia unas asíntotas de las trayectorias; el movimiento es inestable. El tercer tipo es el llamado nodo, punto donde se cruzan una infinidad de soluciones. El cuarto tipo es el llamado centro, en cuyo alrededor existen trayectorias cerradas, unas encerrando a otras y todas encerrando al centro. Poincaré encontró que pueden existir curvas cerradas que no tocan a ninguna de las curvas que satisfacen la ecuación diferencial, a las que llamó ciclos sin contacto. Una curva solución no puede tocar a dicho ciclo en más de un punto y si lo cruza no puede volver a cruzarlo: tal solución representa un movimiento inestable. Además existen curvas cerradas que Poincaré llamó ciclos límite, que satisfacen la ecuación diferencial y a las que otras soluciones se aproximan asintóticamente: si las trayectorias se aproximan al ciclo límite, el movimiento es estable; si se alejan de él, es inestable. En el tercero de los artículos sobre esta materia, Poincaré estudió ecuaciones de primer orden de grado superior y de la forma $F(x,y,y') = 0$, donde F es un polinomio en x,y,y' . En el cuarto artículo estudió las ecuaciones de segundo orden. Mientras realizaba estos estudios, Poincaré consideró una teoría más general dirigida al problema astronómico de los tres cuerpos. En su ensayo *Sobre el problema de los tres cuerpos y las ecuaciones de la dinámica* (1890), consideró el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales: $dx_i/dt = X_i(x_1, x_2, \dots, x_n, \mu)$, con $i = 1, 2, \dots, n$. Desarrolló las X_i en potencias del parámetro pequeño μ , encontrando para el caso en que las masas de dos de los cuerpos (pero no la del Sol) son pequeñas, soluciones periódicas, demostrando que existe una infinidad de posiciones iniciales y velocidades iniciales tales que las distancias mutuas de los tres cuerpos son funciones periódicas del tiempo. Poincaré, en su artículo de 1890, dedujo otras muchas conclusiones acerca de las soluciones periódicas y casi periódicas del citado sistema de ecuaciones diferenciales, descubriendo una nueva clase de soluciones desconocidas hasta entonces, que llamó soluciones asintóticas. Todos los resultados del citado artículo y muchos otros están en su libro *Nuevos métodos de la mecánica celeste* (tres volúmenes, 1892-1899).

El estudio cualitativo de las ecuaciones no lineales avanzó mediante la introducción por Poincaré de argumentos topológicos (en el artículo de 1881), como es el caso de la noción de índice de la curva

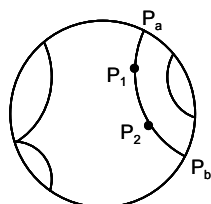
para describir la naturaleza de un punto singular. Estos estudios continuaron tras Poincaré por medio de los trabajos de matemáticos como Bendixon, Fuchs, Painlevé, etc., desplazándose del aspecto cualitativo a las investigaciones cuantitativas.

Se le considera uno de los fundadores de la topología, especialmente de la topología combinatoria, publicando en 1895 su *Analysis situ*, donde se da por primera vez un desarrollo sistemático del tema. Con anterioridad, Poincaré ya había hecho contribuciones a otro campo de la topología con sus estudios sobre la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales, pues como se acaba de ver, esos estudios eran básicamente topológicos porque se referían a la forma de las curvas integrales y a la naturaleza de los puntos singulares.

Su contribución a la topología combinatoria estaba motivada por el problema de determinar la estructura de las superficies cuatridimensionales utilizadas para representar funciones algebraicas $f(x,y,z) = 0$, donde x, y, z son números complejos. Decidió que era necesario un estudio sistemático del *analysis situ* de figuras generales n -dimensionales y, después de algunas notas en las *Comptes Rendus* de 1892 y 1893, publicó en 1895 un trabajo básico seguido por otros cinco largos suplementos en varias revistas, hasta 1904. En su artículo de 1895, Poincaré intentaba abordar la teoría de figuras n -dimensionales utilizando sus representaciones analíticas, pero al no hacer muchos progresos volvió a una teoría meramente geométrica de variedades que son generalizaciones de las superficies de Riemann. En su primer suplemento de 1899, utilizó celdas curvas o trozos de las figuras y variedades estudiadas, aunque después Brouwer utilizó los conceptos de simplex o celdas (triángulo n -dimensional), complejo (conjunto finito de celdas con determinadas características), cadena (combinaciones lineales de las celdas de un complejo, orientadas), borde de una cadena (suma de todas las celdas de dimensión inmediatamente inferior de todas las celdas de la cadena), ciclo (cadena cuyo borde es cero). Poincaré introdujo los importantes parámetros que denominó números de Betti (en honor de Enrico Betti). Para cada dimensión de las celdas de un complejo, el número de ciclos independientes de esa dimensión recibe el nombre de número de Betti correspondiente a esa dimensión. También introdujo en dicho suplemento, los coeficientes de torsión, que juntamente con los números de Betti distinguen una figura de otra. En este suplemento y en el siguiente, Poincaré introdujo un método para obtener los números de Betti de un complejo mediante matrices, y también el concepto característica de un complejo, que es una generalización de la fórmula de Descartes-Euler para los poliedros, $V - A + C = 2$, obteniendo la llamada fórmula de Euler-Poincaré, o de Descartes-Poincaré, para espacios de dimensión más alta: $\sum_{r=0, n} (-1)^r a_r = \sum_{r=0, n} (-1)^r p_r$, donde en el primer miembro está la característica de una triangulación arbitraria de la variedad dada, siendo p_r los números de Betti de las distintas dimensiones r de la variedad. Poincaré presentó, en el citado artículo, el teorema de dualidad que afirma que en una variedad n -dimensional cerrada orientable, el número de Betti de dimensión p es igual al número de Betti de dimensión $n - p$. En sus esfuerzos por distinguir unos complejos de otros, Poincaré introdujo el hoy llamado grupo de Poincaré o primer grupo de homotopía, cuya idea surge de considerar la diferencia entre regiones del plano simplemente y múltiplemente conexas: En el interior de un círculo todas las curvas cerradas pueden contraerse a un punto, pero en un anillo circular algunas de ellas, las que dejan en su interior la frontera circular más pequeña, no pueden ser contraídas a un punto, mientras que las curvas cerradas que no rodean dicha frontera interior sí pueden contraerse a un punto. Las curvas cerradas que empiezan y terminan en un punto dado del complejo y que pueden ser deformadas una en otra por un movimiento continuo dentro del complejo se llaman homótopas y son consideradas como una clase. Las que no encierran la frontera interior forman una clase, las que sí la encierran forman otra clase, y las que rodean n veces dicha frontera constituyen otra clase. Se puede definir una operación entre clases consistente en recorrer una curva cualquiera de la primera clase, y a continuación otra cualquiera de la segunda clase. El orden en que se toman las dos curvas así como el sentido del recorrido sobre cada una de ellas es importante. Las clases forman entonces un grupo no abeliano llamado grupo fundamental del complejo respecto al punto base de inicio de la operación. Para complejos sencillos el grupo no depende del punto base, es decir, los grupos correspondientes a dos puntos base diferentes son isomorfos. Para el anillo circular el grupo fundamental es un grupo cíclico infinito, mientras que el círculo cerrado tiene un grupo fundamental trivial reducido al elemento identidad. De la misma forma que el círculo y el anillo circular se diferencian en sus grupos de homotopía, es posible describir complejos de mayor número de dimensiones que difieren marcadamente en ese respecto. Poincaré dejó algunas conjeturas importantes. Por ejemplo, en su segundo suplemento afirma que dos

variedades cerradas cualesquiera que tengan los mismos números de Betti y los mismos coeficientes de torsión deben ser homeomorfas; sin embargo en el quinto suplemento (1904) dio un ejemplo de una variedad tridimensional que tenía los mismos números de Betti y coeficiente de torsión que la esfera tridimensional (la superficie de una esfera sólida cuatridimensional) pero que no era simplemente conexa. En vista de ello, añadió la conexión simple como una condición más, demostrando que hay variedades tridimensionales con los mismos números de Betti y coeficientes de torsión, pero que tienen grupos fundamentales diferentes (Alexander en 1919, demostró que dos variedades de dimensión tres pueden tener los mismos números de Betti, coeficientes de torsión y grupo fundamental sin ser por ello homeomorfas). En su quinto suplemento (1904), Poincaré enunció una conjetura algo más restringida, consistente en que toda variedad tridimensional cerrada, orientable y simplemente conexa es homeomorfa a la esfera de la misma dimensión (V. Freedman, M. H. A. Newman, Zeeman, Perelmán, Huaidong, Xiping y Yau). Poco antes de su muerte en 1912, Poincaré demostró que existirían órbitas periódicas en un cierto problema restringido de los tres cuerpos, siempre que se verifique un cierto teorema topológico que afirma que existen al menos dos puntos fijos en una región anular contenida entre dos circunferencias, cuando se somete dicha región a una transformación topológica que transforma cada circunferencia en sí misma moviendo una en una dirección y la otra en la dirección opuesta, y que conserva el área (este teorema lo demostró Birkhoff en 1913).

Estudió las geometrías no euclidianas, estableciendo la consistencia de la geometría hiperbólica. Propuso la utilización de la geometría euclídea. Se le debe un sugestivo modelo de la geometría de Lobachevski dentro de un marco euclídeo: Suponiendo un “mundo” limitado por una superficie esférica de radio R del espacio euclídeo tridimensional, en el que la temperatura absoluta en un punto interior a esa esfera es $R^2 - r^2$, donde r es la distancia del punto al centro de la esfera, y donde el índice de refracción del medio diáfano que llena la esfera es inversamente proporcional a la temperatura $R^2 - r^2$, y donde las dimensiones de los objetos cambian con la temperatura de punto a punto, siendo proporcionales a la temperatura del lugar en que se encuentran. Para los habitantes de tal “mundo” el universo les parecería infinito, los rayos de luz o “rectas” no serían realmente rectilíneas, sino arcos de circunferencias ortogonales a la superficie esférica límite, arcos que tendrían longitud infinita. Los “planos” serían casquetes de esferas ortogonales a la primera, y dos de estos “planos” no-euclídeos se cortarían en su caso, según una “recta” no-euclídea. En este “mundo” se verifican todos los axiomas euclídeos, excepto evidentemente el de las paralelas. En relación con su trabajo sobre funciones automorfas, Poincaré dio otro modelo (1882) que establece la consistencia de la geometría hiperbólica plana. Una forma en la que este modelo puede expresarse toma el absoluto como un círculo, dentro del



cual las líneas rectas de la geometría son arcos de círculo que cortan el absoluto ortogonalmente y líneas rectas que pasan por el centro del absoluto. La longitud de cualquier segmento P_1P_2 está dada por la fórmula $\ln(P_1P_2, P_aP_b)$, donde $(P_1P_2, P_aP_b) = (P_1P_b/P_2P_b)/(P_1P_a/P_2P_a)$, siendo P_a y P_b los puntos en los que el arco que pasa por P_1 y P_2 corta el absoluto, y las longitudes P_1P_b , P_2P_b , etc. son las cuerdas. El ángulo entre dos “rectas” de este modelo que se intersecan es el ángulo euclídeo normal entre los dos arcos. Dos arcos circulares que sean tangentes en un punto en el absoluto son “rectas” paralelas. Puesto que en este modelo los axiomas y teoremas de la geometría hiperbólica también son teoremas especiales de la geometría euclídea, el argumento dado por Beltrami para establecer la consistencia de la geometría hiperbólica es también de aplicación en este modelo.

En su intervención ante el Segundo Congreso Internacional en París (1900), Poincaré decía: “¿Hemos alcanzado por fin el rigor absoluto? En cada etapa de su evolución nuestros predecesores también creyeron haberlo alcanzado. Y si ellos se equivocaron, ¿no estaremos nosotros equivocados también? ... En el análisis actual, no obstante, si tenemos el cuidado de ser rigurosos, sólo hay silogismos o invocaciones a la intuición de número puro, que no pueden engañarnos. Ahora sí se puede decir que se ha alcanzado el rigor absoluto”. En sus trabajos sobre teoría abstracta de grupos, Poincaré dijo, en un artículo de 1908, que “...la teoría de grupos es, por así decirlo, la totalidad de la matemática

desprovista de su materia y reducida a pura forma”. Sobre las ideas de Cantor, Poincaré observaba críticamente: “Pero sucede que hemos encontrado ciertas paradojas, ciertas contradicciones aparentes que habrían hecho las delicias de Zenón de Elea y de la escuela de Megara... Creo, por mi parte, y no soy el único, que el punto delicado está en la introducción de objetos que no pueden definirse completamente con un número finito de palabras”. Por ejemplo, un conjunto construido con ayuda del axioma de elección, no está realmente definido cuando se ha elegido un elemento de cada uno de un número infinito de conjuntos. Poincaré estaba de acuerdo con Russell en que el origen de las paradojas estaba en la definición de colecciones o conjuntos que incluían el objeto definido. Así, el conjunto A de todos los conjuntos contiene a A como elemento, pero A no puede definirse mientras no esté definido cada elemento de A , y si A es uno de ellos la definición es circular. Otro ejemplo de definición impredecible es la del valor máximo de una función continua sobre un intervalo cerrado. Tales definiciones eran frecuentes en análisis y especialmente en la teoría de conjuntos. En resumen, se refería a la teoría de conjuntos como un interesante caso patológico, y predecía (en el mismo artículo) que “las generaciones posteriores considerarán la teoría de conjuntos de Cantor como una enfermedad de la que uno se ha curado”. Frente a la postura de la escuela logicista (Russell, Whitehead y otros) y, por ejemplo, frente a su axioma de reducibilidad, Poincaré en su *Ciencia y método* (reimpreso junto con otros trabajos en *Fundamentos de la ciencia*, 1946), dijo irónicamente: “La teoría logicista no es estéril; engendra contradicciones”, lo que no es cierto si se acepta la teoría de tipos, pero esta teoría resulta artificial. A pesar de las críticas recibidas, muchos matemáticos siguen aceptando la filosofía logicista, que por otra parte ha conducido a una axiomatización completa de la lógica en forma totalmente simbólica. Poincaré, que se había opuesto a la teoría de conjuntos porque conducía a las paradojas, tampoco aceptó el programa logicista para salvar la matemática. Ridiculizó los intentos de basar las matemáticas en la lógica porque reduciría la matemática a una inmensa tautología. También se burló de la muy artificial (para él) introducción de los números; así en los *Principios* (1903) de Russell se define el 1 como $1 = \hat{a}\{\exists x \cdot a = i'x\}$, ante lo cual Poincaré decía sarcásticamente que ésta era una definición admirable para dársela a gente que nunca hubiera oído hablar del número 1. En su citada obra *Ciencia y método*, dice: “El logicismo tiene que ser reconstruido, y uno no puede estar demasiado seguro de lo que se puede salvar. Es innecesario añadir que sólo se ponen en cuestión el cantorismo y el logicismo; la verdadera matemática, la que sirve a algún fin útil, puede seguir desarrollándose de acuerdo con sus propios principios, sin prestar atención alguna a las tempestades desencadenadas en el exterior, y continuará sus conquistas usuales, etapa tras etapa, conquistas que son definitivas y que no necesitará abandonar nunca”. También sostenía que la aritmética no puede justificarse por ninguna fundamentación axiomática. Nuestra intuición es anterior a tal estructura y, en particular, la inducción completa o matemática procede de una intuición fundamental y no se reduce a un axioma que casualmente es útil en algunos sistemas axiomáticos. Al igual que Kronecker, Poincaré insistía en que todas las definiciones y demostraciones tenían que ser constructivas. En sus cursos de la Sorbona solía tratar un tema distinto cada curso académico: capilaridad, elasticidad, termodinámica, óptica, electricidad, telegrafía, cosmogonía, etc. En física, llevó a cabo investigaciones sobre electrodinámica y anticipó uno de los postulados de la relatividad restringida. En relación con la cosmogonía, escribió en 1885 una memoria en la que demostraba que la figura de equilibrio relativo que adopta un fluido homogéneo sujeto a las fuerzas de atracción gravitatoria newtoniana y girando uniformemente alrededor de un eje, puede tener una forma de pera. En astronomía publicó *Nuevos métodos de la mecánica celeste* (3 volúmenes, 1892-1899) y *Lecciones de mecánica celeste* (3 volúmenes, 1905-1910), donde resolvió el problema de los tres cuerpos y expuso una teoría sobre el origen de los satélites.

Profundamente interesado en la filosofía de la ciencia, escribió: *Ciencia e hipótesis* (1903), *El valor de la ciencia* (1905), *Ciencia y método* (1908).

Poinsot, Louis (1777-1859). Ingeniero, matemático y físico francés. Nació en París. Estudió en la École Polytechnique y en la École des Ponts et Chaussées. Fue profesor en la Universidad Imperial y en la École Polytechnique. Fue el inventor de la geometría mecánica. Profundizó en la teoría de los polígonos estrellados regulares y de los poliedros correspondientes, añadiendo a los dos poliedros estrellados de Kepler los dos que faltaban. Escribió *Elementos de estática* (1803), *Teoría general del equilibrio y de los movimientos en los sistemas* (1806), *Polígonos y poliedros* (1809), *Teoría de la rotación de los cuerpos* (1834).

Poisson, Siméon Denis (1781-1840). Físico y matemático francés. Nació en Pithiviers (Loiret). Era hijo de un administrador de una ciudad pequeña a quien se le encargó llevar los asuntos locales al estallar la Revolución, y así el muchacho se crió bajo los principios republicanos; más tarde, sin embargo, se convirtió en un decidido legitimista, y en 1825 fue recompensado con un título de barón. En 1837, bajo el reinado de Luis Felipe, fue nombrado par de Francia.

A pesar de que su padre había querido que estudiara medicina, su gran interés por las matemáticas le llevó a entrar en la *École Polytechnique* (1798), donde fue alumno de Laplace y de Lagrange. Tras graduarse, fue sucesivamente profesor ayudante (1802), profesor (1806) y examinador en dicha *École*. Fue nombrado astrónomo de la Oficina de Longitudes (1808). También fue profesor en la *Faculté des Sciences* cuando se fundó (1809). Se dice que en cierta ocasión afirmó que la vida vale la pena vivirla sólo por dos motivos: hacer matemáticas y enseñarlas. Publicó casi 400 trabajos y tuvo fama de ser excelente profesor. La dirección en que estaba orientada su investigación queda revelada en parte por una frase de una carta de Abel a un amigo (1826), en la que le habla de los matemáticos parisinos: “Cauchy es el único que se ocupa de matemática pura; en cambio Poisson, Fourier, Ampère, etc. se dedican exclusivamente al magnetismo y otros temas físicos”. Esta afirmación no hay que tomarla demasiado literalmente, pero lo cierto es que Poisson, en varias memorias de 1812, contribuyó poderosamente a hacer de la electricidad y el magnetismo una rama de la física matemática, como hicieron también Gauss, Cauchy y Green. Su extensa obra abarca el análisis matemático, el cálculo de variaciones, las diferencias finitas, el cálculo de probabilidades, la mecánica celeste, la capilaridad, la elasticidad y, sobre todo, la física matemática, de la que está considerado su principal creador. Fue uno de los primeros en sugerir que la teoría del potencial gravitacional podía ser extendida a la electricidad estática y al magnetismo.

Corrigió y completó la obra publicada por Laplace sobre la ley de distribución de errores. En *Investigaciones sobre la probabilidad de los juicios* (1837), formuló la ley que lleva su nombre sobre la probabilidad de verificarse un resultado en n pruebas independientes, mientras que la probabilidad de que el resultado se verifique en una sola prueba es muy pequeña, dio la distribución que lleva su nombre, así como la ley de los grandes números que también lleva su nombre: En la distribución binomial $(p + q)^n$, donde $p + q = 1$, y n es el número de experimentos, según crece n indefinidamente, la distribución binomial tiende usualmente a una distribución normal, pero si, según crece n indefinidamente, p tiende a cero, permaneciendo constante el producto np , entonces la distribución binomial es la de Poisson. Fue el primero en calcular y tratar adecuadamente el resto de la fórmula de sumación de Euler-Maclaurin para series (1823). Poisson estaba tan impresionado con la afirmación de Fourier de que funciones arbitrarias podían ser desarrolladas en una serie de funciones que pensó que todas las ecuaciones diferenciales parciales podían ser resueltas mediante series; cada término de la serie sería asimismo un producto de funciones, uno para cada variable independiente. Estas expansiones, pensó, comprenden las soluciones más generales. También creyó, de forma optimista, que si una expansión divergía, eso significaba que se debía buscar una expansión en términos de otras funciones. Trató el problema de la validez del desarrollo de una función de dos variables en funciones armónicas. Introdujo un concepto de sumabilidad de series como $\text{sen } \theta + \text{sen } 2\theta + \text{sen } 3\theta + \dots$, serie que diverge excepto cuando θ es múltiplo de π . Su idea, expresada para la serie de Fourier completa $a_0/2 + \sum_n (a_n \cos n\theta + b_n \text{sen } n\theta)$, es la de que habría que considerar su suma como el límite de la serie de potencias asociada, es decir, de la serie $a_0/2 + \sum_n (a_n \cos n\theta + b_n \text{sen } n\theta)r^n$, cuando r tiende a 1 por la izquierda. Poisson no era consciente de que lo que estaba sugiriendo era una definición de suma para una serie divergente, porque en aquella época no estaba clara la distinción entre convergencia y divergencia (esta definición recibe hoy el nombre de sumabilidad en el sentido de Abel). Dio para las funciones de Bessel de índice cero, su desarrollo en serie semiconvergente. Demostró cómo se puede deducir de dos soluciones de una ecuación lineal y homogénea en derivadas parciales, una tercera solución. Extendió a integrales cualesquiera, las investigaciones de Gauss sobre la transformación de la integral superficial en curvilínea. Calculó integrales dependientes de un parámetro que aparecían en problemas geofísicos de conducción del calor y de transmisión de vibraciones elásticas. Poisson fue el primero en llevar a cabo integraciones sobre una trayectoria en el plano complejo (1815), exponiéndolo en un ensayo de 1820. Como ejemplo da $\int_{-1,1} dx/x$, poniendo $x = e^{i\theta}$, donde θ va desde $(2n + 1)\pi$ a θ , y obtiene, al tratar la integral como un límite de sumas, el valor $-(2n + 1)\pi i$. Más adelante explica que el valor de la integral no tiene que ser el mismo cuando se toma sobre una trayectoria imaginaria o una real. Menciona el ejemplo $\int_{-\infty,\infty} \cos ax/(b^2 + x^2) dx$, donde a y b son

constantes positivas. Hace $x = t + ik$, donde k es constante y positiva, y obtiene valores diferentes para $k > b$ y para $k < b$ (el valor obtenido para este valor también es válido para $k = 0$). Luego, para dos valores diferentes de k , lo que significa dos trayectorias diferentes, se obtienen dos resultados diferentes.

A partir de 1815, resolvió buen número de problemas de conducción del calor y utilizó desarrollos en funciones trigonométricas, polinomios de Legendre y armónicos superficiales de Laplace. Gran parte de estos trabajos de Poisson sobre conducción del calor los presentó en su *Teoría matemática del calor* (1835). En una serie de memorias de 1812, contribuyó poderosamente a hacer de la electricidad y el magnetismo una rama de la física matemática. Extendió la ecuación de Laplace de la función potencial al caso en que el punto atraído por la masa sea un punto cualquiera y no un punto exterior, que fue el caso tratado por Laplace, demostrando (1813) que si (x,y,z) cae dentro del cuerpo atrayente, entonces se cumple que $\partial^2 V/\partial x^2 + \partial^2 V/\partial y^2 + \partial^2 V/\partial z^2 = -4\pi\rho$ (ecuación de Poisson), donde ρ es la densidad del cuerpo atrayente y es también función de x,y,z . En el mismo trabajo, Poisson llamó la atención sobre la utilidad de la función V en investigaciones eléctricas, señalando que su valor sobre la superficie de cualquier conductor debe ser constante cuando la carga eléctrica está distribuida sobre toda la superficie. En otros trabajos resolvió problemas relativos a la distribución de la carga sobre las superficies de cuerpos conductores cuando éstos se encuentran cerca uno de otro. Su principio básico fue que la fuerza electrostática resultante en el interior de cualquiera de los conductores debía ser cero. También escribió *Memoria sobre la teoría de ondas* (1816), con importantes aportaciones sobre las ondas de agua, siendo su logro principal en esta materia la fórmula para la propagación de una onda, en la que trabajó durante los años 1808 a 1819. Dicha fórmula satisface la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales $\partial^2 u/\partial x^2 + \partial^2 u/\partial y^2 + \partial^2 u/\partial z^2 = 1/a^2 \partial^2 u/\partial t^2$, donde a es una constante (el dominio de integración es la superficie de la esfera de radio at con centro el punto de coordenadas x,y,z). Escribió *Tratado de mecánica* (1811-1833). Realizó importantes investigaciones en mecánica celeste y sobre la atracción entre esferoides. Otras contribuciones de Poisson en diversos campos de la matemática aplicada, vienen reflejadas por la integral que lleva su nombre en teoría del potencial, los paréntesis de Poisson en teoría de ecuaciones diferenciales, el cociente de Poisson en teoría de la elasticidad y la constante de Poisson en electricidad. También escribió *Nueva teoría de la acción capilar* (1831).

Pólya, George (1887-1985). Matemático húngaro, nacionalizado estadounidense. Nació en Budapest. Profesor en la Universidad de Zúrich. En 1937 resolvió el problema general del cual el problema del collar es un caso particular, en una memoria en la que establecía conexiones entre grupos, grafos y enlaces químicos. Su solución se ha aplicado a problemas de enumeración en física, química y matemáticas. El problema del collar consiste en hacer un collar de n cuentas extraídas de un conjunto infinito de cuentas de k colores diferentes. El número de diferentes collares está dado por la suma de términos de la forma $\varphi(n) k^{n/d}$ dividida por n (la suma se extiende sobre todos los divisores d de n , siendo φ la función de Euler). Junto con P. Niggli, redescubrió los grupos de simetría, escribiendo *Sobre la analogía de la simetría de los cristales en el plano* (1924), que incluía ilustraciones con la representación de los 17 grupos cristalográficos planos. Pólya y Nevanlinna ayudaron a Ahlfors a resolver la conjetura de Denjoy. En 1945, Pólya publicó *Cómo plantear y resolver problemas*, primer libro de una trilogía en la que el autor va exponiendo sus ideas sobre cómo ayudar a los alumnos a pensar por sí mismos, a resolver problemas, al tiempo que trata de desentrañar las reglas de la lógica del descubrimiento. Cooperó con Hardy y Littlewood en la obra *Desigualdades* (1934).

Poncelet, Jean Victor (1788-1867). Matemático e ingeniero militar francés. Nació en Metz. Estudió en la École Polytechnique. Discípulo de Monge, también aprendió mucho de Carnot. Ingresó en el cuerpo de ingenieros del ejército. Tomó parte en la campaña de Napoleón en Rusia (1812). Allí fue capturado, permaneciendo prisionero en Moscú y Saratov, volviendo a Francia en 1814. Durante su cautividad, escribió un tratado de geometría analítica, *Aplicaciones de análisis y geometría* (dos volúmenes), que no se publicó hasta 1862-1864, y en donde admitió la utilización del álgebra en la demostración geométrica. Como otros matemáticos de la época, pensaba que la geometría sintética había quedado relegada injustamente frente a la geometría analítica, aunque concedía que la vieja geometría pura tenía limitaciones: “Mientras que la geometría analítica ofrece por su método general característico y uniforme, medios de proceder a la solución de las cuestiones que se nos presentan...

mientras que llega a resultados cuya generalidad no tiene frontera, la otra (geometría sintética) procede por casualidad; su camino depende completamente de la sagacidad de quienes la emplean y sus resultados casi siempre están limitados a la figura particular que considera”. Pero Poncelet no creía que los métodos sintéticos estuvieran necesariamente tan limitados, y propuso crear nuevos métodos que rivalizarían con el poder de la geometría analítica. Al regresar a Francia, publicó *Ensayo sobre las propiedades proyectivas de las secciones cónicas* (1820), que dos años después reprodujo ampliado como *Tratado de las propiedades proyectivas de las figuras* (1822), donde se encuentran aplicaciones interesantes de la teoría de las transformaciones homológicas, y la creación de la teoría de las polares recíprocas, pudiéndosele considerar como el fundador de la geometría proyectiva. En esta obra, Poncelet introdujo la distinción entre propiedades métricas y proyectivas de las figuras, estableciendo que las proyectivas eran más fundamentales que las métricas. Definió las propiedades proyectivas como aquéllas que se conservan cuando la figura se somete a proyecciones y secciones, lo que encierra los conceptos de invariancia de las propiedades gráficas de Desargues, y que son fundamentales en la actual geometría proyectiva. Posteriormente, Poncelet se vio obligado a dedicar gran parte de su tiempo al servicio gubernamental, especialmente en ingeniería militar en Metz (1815-1825), y en el periodo 1825-1835, fue profesor de mecánica en la École d’Application de Metz. Desde 1838 a 1848 fue profesor en la facultad de ciencias de París, y desde 1848 a 1850 fue comandante de la École Polytechnique con rango de general.

Poncelet se convirtió en el más ardiente defensor de la geometría sintética y hasta atacó el análisis. Aunque había sido amigo del gran analista Gergonne y llegó a publicar ensayos en los *Annales de mathématiques* de Gergonne, también dirigió ataques a éste, pues estaba convencido de la autonomía e importancia de la geometría pura. Aunque admitía el poder del análisis, creía que era posible otorgar el mismo poder a la geometría sintética. En un ensayo de 1818, publicado en los *Annales* de Gergonne, afirmó que el poder de los métodos analíticos no yacía en su uso del álgebra sino en su generalidad, y su ventaja resultaba del hecho que las propiedades métricas descubiertas para una figura típica permanecían aplicables, con la posible excepción del cambio de signo, a todas las figuras relacionadas que surgían de dicha figura típica. Esta generalidad quedaba asegurada en la geometría proyectiva por el principio de continuidad. Poncelet fue el primer matemático en apreciar completamente que la geometría proyectiva era una nueva rama de las matemáticas, con métodos y metas propios. Enfocaba el problema general de buscar todas las propiedades de las figuras geométricas que eran comunes a todas las secciones de cualquier proyección de una figura, esto es, que permanecían sin alteración mediante la proyección y la sección. Ya que las distancias y los ángulos se alteran por proyección y sección, Poncelet seleccionó y desarrolló la teoría de involución y de conjuntos armónicos de puntos. Expuso la teoría de la polaridad respecto de una cónica o de una cuádrica, la homología plana y su extensión al espacio con el nombre de “perspectiva relieve” y utiliza proyecciones centrales, y no como hacía Monge según una dirección fija. Tras considerar la transformación proyectiva también en el espacio, Poncelet pareció que había perdido su interés en las propiedades proyectivas, dedicándose al bajorrelieve y al diseño de andamios. Los trabajos de Poncelet se centran en tres ideas clave: figuras homológicas, principio de continuidad, y la relación polo polar con el principio de dualidad. Dos figuras son homológicas si se deriva una de la otra mediante una proyección y una sección, que se denomina perspectividad, o mediante una secuencia de proyecciones y secciones, que se denomina proyectividad. Al trabajar con figuras homológicas, el plan de Poncelet consistía en encontrar para una figura dada, una figura homológica más simple, de forma que estudiando ésta, se pudieran encontrar propiedades que son invariantes bajo proyectividad, obteniendo así propiedades de la figura más complicada (Desargues y Pascal habían empleado la esencia de este método, y Poncelet, en su *Tratado*, elogió la originalidad de Desargues en éste y otros aspectos). Poncelet utilizó en sus trabajos el “principio de permanencia o continuidad indefinida de las leyes matemáticas de las magnitudes variables por sucesiones insensibles”, principio que, con el nombre de “principio de las relaciones contingentes”, provenía de Monge, y que Poncelet y Gergonne llamaron “principio de continuidad”. En su *Tratado*, Poncelet establece el principio de continuidad de la siguiente forma: “Si una figura deriva de otra mediante un cambio continuo y la última es tan general como la anterior, entonces cualquier propiedad de la primera figura puede establecerse inmediatamente para la segunda”. Poncelet no explica cuándo ambas figuras son generales. Este principio también afirma que si una figura degenera, como lo hace un hexágono en un pentágono cuando se hace que un lado tienda a cero, cualquier propiedad original quedará transmitida, con un argumento adecuadamente redactado, a la

figura degenerada. Con este principio, ya aplicado parcialmente por Desargues, Monge y Carnot (ninguno de éstos proporcionaron ninguna justificación para este principio), se introducen en la geometría los elementos impropios y los imaginarios y se extienden las propiedades demostradas para elementos reales o propios a los casos en que esos elementos se convierten en imaginarios o impropios. Por ejemplo, las propiedades de los puntos de la secante común a dos circunferencias, llamada eje radical, se extendían sin más al caso en que la recta fuera tangente común o exterior a ambas circunferencias. Entre los descubrimientos en este campo, está el de que todas las circunferencias del plano tienen dos puntos comunes, dos puntos imaginarios conocidos como puntos cíclicos del infinito. Como consecuencia de la teoría de la polaridad, de las “polares recíprocas” como las llama Poncelet, aparece el “principio de dualidad” según el cual a cada propiedad geométrica entre ciertos elementos, corresponde otra propiedad, la llamada correlativa o dual, entre otros elementos. Así, en el plano a propiedades (gráficas) de los puntos corresponden propiedades de rectas y recíprocamente. El concepto de polo y polar respecto a una cónica data de Apolonio y fue usado, entre otros, por Desargues, Euler, Legendre, Monge, Servois y Brianchon. Pero fue Poncelet quien proporcionó una formulación general de la transformación polo a polar, e inversamente, usándola en su *Tratado* y en su *Memoria sobre la teoría general de polares recíprocas* (1824). Uno de los objetivos de Poncelet al estudiar la polar recíproca con respecto a una cónica era establecer el principio de dualidad. Los matemáticos que trabajaban en geometría proyectiva habían observado que los teoremas relativos a figuras situadas en un plano, cuando eran parafraseados reemplazando la palabra “punto” por “recta”, y “recta” por “punto”, no sólo tenían sentido sino que eran ciertos. La razón para tal validez no estaba clara, y de hecho, Brianchon cuestionó el principio. Poncelet pensó que la relación entre polo y polar era la razón. Tanto el “principio de dualidad”, como el de “continuidad”, motivaron polémicas y discusiones. El de “dualidad” motivó una polémica entre Poncelet y Gergonne respecto de su prioridad. En realidad Poncelet lo había señalado en la polaridad, aunque fue Gergonne quien advirtió su alcance general, le dio el nombre, e inició la costumbre de disponer los teoremas correlativos en dos columnas. Un progreso resultante de la controversia fue la distinción entre *orden* y *clase* de una curva. En cuanto al “principio de continuidad”, la Comisión relatora del ensayo de Poncelet, que había presentado el trabajo al “Institut”, formada por Cauchy, Poisson y Arago, había manifestado sus dudas acerca de la aplicabilidad general del principio. Poncelet empleó principalmente la proyección central, lo que hizo que estableciera con claridad la diferencia entre propiedades proyectivas y métricas. En sus trabajos cobró importancia la razón doble e introdujo las figuras del infinito, comprobando su completa analogía con las figuras propias o situadas a distancias finitas. Definió los puntos de intersección *ideales* y los puntos cíclicos imaginarios en el infinito, lo que le permitió relacionar proyectivamente los círculos concéntricos con las cónicas que tienen entre sí un doble contacto (bitangentes). Extendió todos estos conceptos al espacio. Ideó la construcción de los elementos dobles de una involución. Estudió el problema de la inscripción de Castillon. Dedujo su teorema sobre la propiedad de concurrencia de las diagonales que unen vértices opuestos de un polígono de $2n$ lados inscrito y circunscrito a dos cónicas cualesquiera. Definió los focos de las cónicas como vértices de haces de rectas en los que los pares de rayos conjugados respecto de la cónica, son rectangulares. Demostró que los focos son puntos de intersección de las tangentes trazadas a la cónica desde los puntos cíclicos imaginarios del plano, deduciendo de ello propiedades métricas. Definió la cónica polar de una recta respecto a un haz de circunferencias. Cuando la recta se traslada al infinito, la cónica pasa a ser el lugar de los centros del haz. Si los puntos que determinan el haz son los tres vértices de un triángulo y su ortocentro, las cónicas son todas hipérbolas equiláteras y la cónica es el círculo de Feuerbach. Demostró diversos teoremas referentes a haces de cónicas. Demostró que las circunferencias circunscritas a los cuatro triángulos formados por cuatro rectas, pasan por el foco de la parábola determinada por ellos, y que los centros de estas circunferencias están sobre una circunferencia. Estudió las cónicas homofocales, como también la serie de cónicas que tienen entre sí un doble contacto. Para el sistema de hipérbolas equiláteras inscritas en un triángulo, encontró como lugar de los centros la circunferencia que tiene este triángulo como triángulo autopolar, y si el triángulo es autopolar para todas las hipérbolas, los centros están sobre la circunferencia circunscrita al mismo. Junto con Brianchon, escribió el artículo *Investigaciones sobre la determinación de una hipérbola equilátera*, publicado en los *Annales* de Gergonne correspondientes a los años 1820-1821, en donde se contiene el teorema del círculo de los nueve puntos, que suele llevar el nombre de Feuerbach (V. esta reseña), quien lo publicó en 1822,

añadiendo varias propiedades no incluidas en el artículo de Poncelet. Estudió en forma proyectiva las superficies impropias de segunda clase (conjunto de planos tangentes a una cónica). Llevó al campo de la geometría proyectiva el estudio de los centros, planos diametrales, etc., de las cuádricas. Estudió de un modo general las cuádricas con centro, polares una de otra respecto de una cuádrica cualquiera, de donde procede el principio general de la correlación en el espacio. Estudió, como Plücker, la reciprocidad especial en relación con una esfera de radio i . Demostró que se pueden hacer pasar cuatro conos de segundo grado por la intersección de dos cuádricas, así como que en el caso de serie de cuádricas aparecen cuatro cónicas en lugar de los conos. Inició el estudio del problema del contacto de dos cuádricas. Mencionó la correlación entre punto doble y tangente doble, y entre punto de retroceso y tangente de inflexión. Indicó que la llamada perspectiva relieve no es otra cosa, desde el punto de vista geométrico, que la colineación en el espacio. Estudió la convergencia de las series de Fourier, hallando la expresión del resto.

Pontriagin, Lev Semyonovich (1908-1988). Matemático soviético. Nació en Moscú. A los 14 años perdió la vista en la explosión de un hornillo de queroseno. Gracias a la extremada dedicación de su madre, que le leía los textos matemáticos, pudo convertirse en matemático. En su madurez fue acusado de antisemitismo, lo que rechazó (1979), alegando que había luchado contra el semitismo al considerarlo una forma de racismo. Investigó en las ecuaciones diferenciales cuyas soluciones no varían mucho al modificar en una cantidad arbitrariamente pequeña las propias ecuaciones (a estas ecuaciones se les llama “poco sensibles” o estructuralmente estables). Junto con Andronov, Pontriagin elaboró un catálogo de los elementos a partir de los cuales se podía construir un mapa completo del comportamiento de las curvas integrales en el plano de una ecuación diferencial “poco sensible” de la forma $dy/dx = M(x,y)/N(x,y)$.

Enunció y demostró su ley general de dualidad que establece profundas relaciones entre la estructura topológica de un conjunto cerrado en un espacio euclídeo n -dimensional y su complementario. En conexión con esta ley, Pontriagin construyó una teoría general de caracteres de los grupos conmutativos, lo que le condujo a posteriores investigaciones en el dominio de la teoría topológica general y clásica de los grupos continuos de Lie. Posteriormente llevó a cabo una serie de estudios sobre la topología de variedades y sus aplicaciones continuas, donde se aplicó el método de la cohomología. Llevó a cabo estudios sobre los métodos del dominio temporal y las teorías de control óptimo, con aplicación a la cibernética debido a los nuevos requerimientos planteados por la industria espacial. Escribió *Grupos topológicos*, donde hizo una exposición detallada de la teoría de los grupos continuos, pudiéndosele considerar como uno de los fundadores de dicha teoría.

Porfirio (234-h. 305). Filósofo griego neoplatónico. Nació en Batanea de Siria o en Tiro. Discípulo de Plotino en Roma. La producción literaria de Porfirio se extiende a la filosofía, religión, filología y ciencia. Publicó las obras de Plotino en seis *Enéadas* y redactó una *Vida de Plotino*. Su *Introducción a las categorías* es el primer comentario neoplatónico de la filosofía de Aristóteles. Defensor del helenismo, escribió varios libros contra el cristianismo que inspiraron toda la obra anticristiana de los siglos IV y V. Comentó los *Elementos* de Euclides. Algunas de sus otras obras son: *Vida de Pitágoras*, *De la abstinencia de comida de origen animal*, *De la caverna de las ninfas*, *Comentarios al Timeo de Platón*, *Historia de la filosofía*, *Introducción a la Tetrabiblia de Ptolomeo*, *Sobre los armónicos de Ptolomeo*.

Porti, Joan (n. 1967). Matemático español. Nació en Manresa (Barcelona). Doctor en matemáticas (1994) por la Universidad Paul Sabatier de Toulouse (Francia). Investigador en esta universidad y en la École Normale Supérieure de Lyon. Desde 1988 es profesor en la Universidad Autónoma de Barcelona. Investiga en topología de variedades de dimensión tres. Es coautor de *Isometrías hiperbólicas frente a simetrías de enlaces* (2009), *Geometrización de tres colectores y la prueba de Perelmán* (2008), *Sobre la dimensión de Hausdorff del fractal Gieseking* (2002).

Posidonio (h. 135-50 a.C.). Filósofo, científico, geógrafo y astrónomo griego. Nació en Apamea (Siria). Viajó por España, África, Italia, Galia, Liguria y Sicilia. Fundó una escuela de filosofía estoica en Rodas, donde fue maestro de Pompeyo y Cicerón (78-77). Además de su obra filosófica sobre el alma y los dioses, escribió una *Historia* en 52 libros, que continuaba la obra histórica de Polibio.

Escribió varias obras sobre geometría que se han perdido. Estudió la influencia de la Luna sobre las mareas, y la distancia y el tamaño del Sol. Estimó el círculo máximo terrestre en 180.000 estadios. Para realizar este cálculo dio por hecho que Rodas y Alejandría estaban sobre el mismo meridiano y tomó como referencia la estrella Canopus de la constelación Carina, que se encuentra en el horizonte de Rodas y a $7,5^\circ$ sobre el horizonte de Alejandría (hoy en día el arco entre estas dos ciudades es de $5^\circ 14'$). Posidonio estimó en 5.000 estadios la distancia entre Rodas y Alejandría, por lo que la circunferencia de la Tierra medía $5.000 \cdot 7,5 \cdot 360 = 240.000$ estadios, lo que equivale a 43.200 km (suponiendo un estadio de 180 m, aunque el estadio podía medir entre 157 y 211 m), muy cercanos a los 40.000 km reales. Posteriormente, Posidonio revisó sus cálculos de la distancia entre las dos ciudades citadas, estimándola en 3.750 estadios, lo que significaba 180.000 estadios para la circunferencia terrestre.

Postnikov, Aleksei Georgievich (1921-1995). Matemático soviético, nacido en Moscú. Realizó importantes contribuciones a la topología de variedades y sus aplicaciones continuas. Junto con N. P. Romanov simplificaron (1955) la voluminosa demostración de Selberg de la ley asintótica de distribución de los números primos.

Pothenot, Laurent (h, 1650-1732). Matemático francés. Profesor de matemáticas en el Colegio Real de París (1684). Miembro de la Academia de Ciencias, de la que fue expulsado por excesivo absentismo. Trabajó en la definición del meridiano al norte de París, junto con Jean Dominique Cassini y Philippe de la Hire. Enunció, resolvió (1692) y publicó (1730) el problema trigonométrico que lleva su nombre, consistente en hallar la distancia entre dos puntos C y D , dada una base AB y los ángulos formados por las siguientes visuales: AB y AD , AD y AC , BC y BD , CB y CD . Según la opinión de W. Jordan en su libro *Tratado general de topografía*, Pothenot no aportó nada nuevo, pues lo que hizo fue publicar con su nombre los trabajos al respecto de Snell y Collins. A pesar de ello, el problema sigue conociéndose como “problema de Pothenot”.

Powers, R. E. (h. 1912). Matemático estadounidense. Empleado de la compañía Denver and Rio Grande Western Railroad. Calculó en 1912 el décimo número perfecto. V. al respecto, por ejemplo, Euclides y Boecio. Fue el primero en demostrar que el número de Mersenne $2^{107}-1$, es primo.

Praetorius, Johannes. V. Richter, Johann.

Preen y Preen, Dámaso (n. 1743). Teólogo jesuita y matemático español. Nació en Cádiz. Publicó *Instituciones, Geografía e historia, Matemáticas*.

Presas Puig, Lorenzo (1811-1875). Matemático y farmacéutico español. Nació en San Baudilio de Llobregat (hoy, Sant Boi de Llobregat, Barcelona). Doctor en ciencias y farmacia. Estudió el eclipse solar de julio de 1842. Profesor de geometría analítica, cálculo infinitesimal y mecánica en la Escuela Industrial Barcelonesa (1850). Publicó, entre otras obras, *Asignatura de matemáticas sublimes* (1847), *Asignatura de mecánica racional* (1847), *Cálculos* (1856), *Atracción atómica* (1862), *Lecciones de trigonometría y álgebra superior* (1863), *Lecciones de geometría analítica* (1864).

Primrose, Eric J. F. (1920-1998). Matemático inglés. Sirvió en aviación durante la segunda guerra mundial. Fue profesor de matemáticas en Oxford (1946) y en la Universidad de Leicester (1947), doctorándose en la de Londres (1957). Sus investigaciones se extendieron al campo de la geometría. Tradujo al inglés muchas obras de matemáticos rusos. Escribió *Axiomática de la geometría proyectiva* (con Goodstein, 1953), *Propiedades de las curvas cuárticas con dos cúspides y un nodo* (1955), *Curvas algebraicas planas* (1955).

Pringsheim, Alfred (1850-1941). Matemático alemán. Nació en Ohlau (Silesia prusiana; hoy, Olawa, Polonia). Estudió en las Universidades de Berlín y Heidelberg. Fue profesor de la Universidad de Munich. Mantuvo una relación estrecha con Richard Wagner. La persecución nazi le llevó al exilio suizo. Investigó en análisis matemático complejo. El teorema que lleva su nombre se refiere a la

convergencia de una serie de potencias (R. P. Boas corrigió un defecto en la demostración original). Afirmó en 1904, que la verdad que persigue la matemática no es ni más ni menos que la consistencia.

Proclo Diadoco de Bizancio (412-485). Filósofo griego. Natural de Bizancio, pero se le suele llamar de Licia porque sus padres eran oriundos de Xanthos, ciudad de esa comarca del Asia Menor, donde Proclo empezó su formación cultural. En Atenas estudió elocuencia con Leonas, y cuando éste fue obligado a pasar a Constantinopla llevó consigo a Proclo. Regresó a Atenas donde estudió con Plutarco (este Plutarco no es el autor de *Vidas paralelas*) y con Siriano, a quien sucedió en la dirección de la Escuela de Atenas (neoplatónica), lo que le valió el sobrenombre de Diadoco (sucesor), muriendo allí. Aceptó varios mitos y misterios religiosos, siendo un devoto adorador de las divinidades griegas y orientales. Rechazó la teoría ptolemaica porque un caldeo “en quien no está permitido no creer” pensaba de manera distinta. Tuvo la suerte de que los oráculos caldeos no contradecían ni negaban a Euclides. En plena decadencia del helenismo, Proclo apenas tiene originalidad y su producción se reduce a glosas, apostillas y comentarios, especialmente de Platón desde el punto de vista filosófico, y de Euclides desde el matemático, con gran cantidad de referencias biográficas y bibliográficas, que son las únicas que existen de algunos geómetras anteriores al periodo helenístico y de algunas de las cuestiones que interesaron a los antecesores de Euclides. Fue un fecundo escritor: glosó la *República* de Platón y escribió amplios comentarios a algunos de sus diálogos, escribió *Veintiocho argumentos contra los cristianos* y su famosa *Crestomatía*, y entre sus obras científicas destacan *Hipótesis astronómicas*, *Sobre el movimiento*, *Sobre la esfera*, *Paráfrasis del Tetrabiblos de Ptolomeo* y *Sobre los eclipses*. Pero su obra maestra la constituyen los *Comentarios a los Elementos de Euclides*, que se componía de cuatro libros, de los que sólo se conservan los comentarios al primero de Euclides, precedidos de un largo prólogo que, en realidad, es una obra independiente, dividida en dos partes de distinto carácter: la primera trata de las matemáticas en general con algunas divagaciones metafísicas, y la segunda parte está dedicada a la geometría y es en ella donde Proclo da valiosas referencias biográficas y bibliográficas (incluyó un resumen de la *Historia de la geometría* de Eudemo, que se conoce como el *Sumario de Eudemo*). Puede considerarse que dicha obra es la mayor aportación de Proclo a la matemática, aunque también se le atribuye el teorema que dice que si un segmento de longitud fija se mueve de manera que sus extremos se desplazan a lo largo de dos rectas que se cortan, entonces un determinado punto del segmento describirá una elipse. Proclo escribió: “Así es, pues, la matemática te recuerda la forma invisible del alma; da vida a sus propios descubrimientos; despierta la mente y purifica el intelecto; arroja luz sobre nuestras ideas intrínsecas y anula el olvido y la ignorancia que nos corresponden por nacimiento... Dondequiera que haya un número está la belleza... Aprendimos de los pioneros en esta ciencia a no atender a meras imágenes plausibles cuando se trata de los razonamientos que deben presentarse en nuestra doctrina geométrica”. Proclo cita la última división de la matemática (seguramente en la época de Gémino de Rodas): aritmética (teoría de números), geometría, mecánica, astronomía, óptica, geodesia, canon (armonía musical) y logística (cálculo, aritmética práctica).

Cuenta Proclo en la segunda parte del prólogo a sus *Comentarios*: “... Muchos autores informan que los egipcios fueron los inventores de la geometría, que nació de la medida de los campos, necesaria debido a las crecidas del Nilo, que borraban el límite entre las propiedades. Por lo demás no ha de asombrar que haya sido una exigencia práctica la determinante de la invención de esa ciencia, pues todo lo que está sujeto a la generación procede de lo imperfecto a lo perfecto, y que es natural que se produzca una transición de la sensación al razonamiento, y de éste a la inteligencia. De manera que así como los fenicios, debido al intercambio y transacciones comerciales fueron los primeros en tener un conocimiento cabal de los números, por la razón mencionada los egipcios inventaron la geometría”. Proclo dice sobre el axiomas de las paralelas: “Este (postulado) debería ser incluso eliminado de los postulados; ya que es un teorema que supone demasiadas dificultades, que Ptolomeo, en cierto libro, se propuso resolver, y requiere para su demostración un gran número de definiciones así como de teoremas; y el recíproco es, de hecho, demostrado por el propio Euclides como un teorema”. Proclo señala que mientras que es necesario creer que dos líneas rectas tenderán una hacia la otra del lado de la transversal donde la suma de los ángulos interiores es menor que dos ángulos rectos, no es tan claro que estas dos rectas se intersecarán de hecho en un punto finito. Esta conclusión es únicamente probable. Ya que hay ciertas curvas que se aproximan la una a la otra más y más, pero que de hecho no se juntan. Así, una hipérbola se aproxima, pero no toca a su asíntota. ¿No sería esto verdadero para

las dos líneas en el postulado de Euclides? Más adelante dice que hasta cierta suma de los ángulos interiores de un lado de la transversal, las dos líneas deben realmente cortarse; sin embargo, para un valor escasamente más grande pero aún menos que dos ángulos rectos, las líneas podían ser asintóticas. Proclo basó su propia demostración de este postulado en un axioma que Aristóteles había usado para demostrar que el universo es finito. El axioma dice: “Si desde un punto dos líneas rectas formando un ángulo son extendidas indefinidamente, las distancias sucesivas entre dichas líneas rectas (perpendiculares de una a la otra) excederán finalmente cualquier magnitud física”. La demostración de Proclo era correcta esencialmente, pero sustituyó un axioma cuestionable por otro.

Proclo señaló que como el diámetro de un círculo lo divide en dos mitades y hay un número infinito de diámetros, tendría que haber dos veces ese número de mitades. Esto les parece a muchos una contradicción, dice Proclo, y la resuelve diciendo que no se puede hablar de un infinito actual de diámetros o de mitades en un círculo, sino sólo de un número cada vez más grande de diámetros o de mitades. Con estas palabras, Proclo acepta el concepto aristotélico de un infinito potencial pero no actual, lo que evita el problema de una infinidad doble que iguala a una infinidad.

Proctor, Richard Anthony (1837-1888). Astrónomo y matemático inglés. Nació en Chelsea (Londres). Estudió en Cambridge. Realizó uno de los primeros mapas de Marte. Publicó diversos libros sobre astronomía, de carácter divulgatorio muchos de ellos: *Manual de las estrellas* (1866), *Media hora con el telescopio* (1868), *Otros mundos distintos al nuestro* (1870), *Ensayos sobre la astronomía* (1872), *Nuestro lugar entre infinitos* (1875), *Mitos y maravillas de la astronomía* (1877), *El universo de las estrellas* (1878), *La poesía de la astronomía* (1880), *Misterios del tiempo y el espacio* (1883), *El universo de los soles* (1884), *Las estaciones* (1885), etc. También escribió, *Geometría de las cicloides* (1878) y *Tratado sobre la cicloide y todas las formas de curvas cicloidales* (1879)..

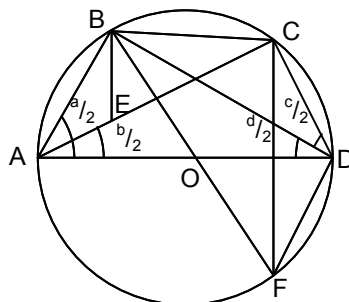
Prony, Gaspard Clair François Marie Riche de (1775-1839). Ingeniero y matemático francés. Nació en Chamelet (Beaujolais). Profesor en la École Polytechnique en París, y fue director de la École des Ponts et Chaussées. Como ingeniero experto en hidráulica, llevó a cabo el saneamiento de la marisma de Pontins (Italia), por lo que recibió (1812) la medalla de oro del papa León XII. Formuló una ecuación empírica para calcular la pérdida de carga de un fluido debida a la fricción dentro de una tubería. Inventó el freno que lleva su nombre (1821) para medir el par motor de máquinas y motores. Por encargo de Napoleón, publicó, con motivo de la introducción del Sistema Métrico Decimal en Francia, tablas del catastro y tablas logarítmicas y trigonométricas, éstas con una precisión entre 14 y 29 cifras decimales exactas, utilizando funciones exponenciales para realizar interpolaciones (1795). Debido a la extensión de este trabajo, estas tablas nunca fueron publicadas en su totalidad. Publicó un trabajo sobre los intervalos entre notas musicales. Trabajó en la teoría de los desarrollos en serie.

Pselo (Psellos), Miguel Constantino (1018-h. 1078). Filósofo, teólogo y humanista bizantino. Nació en Constantinopla. Vivió en Constantinopla y en Atenas. Fue secretario de estado con los emperadores Miguel V (1041-1042) y Constantino IX (1042-1054). Éste último le escogió (1045) para dirigir la facultad de filosofía de la recién fundada universidad imperial. Se recluyó en la vida monástica, pero la emperatriz Teodora (1055-1056) le llamó como primer ministro, puesto que siguió ocupando con el emperador Miguel VII Ducas (1071-1078), antiguo alumno suyo, exiliándose tras la deposición del emperador y el nombramiento de Nicéforo III. Pselo escribió un comentario a la *Introducción a la aritmética* de Nicómaco. Realizó un compendio elemental del quadrivium matemático, que gozó de gran popularidad en Occidente durante el Renacimiento. Pselo escribió una *Cronografía* en la que se narra la historia bizantina desde 976 hasta 1077.

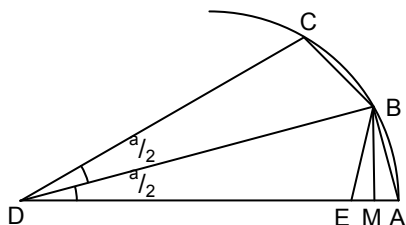
Ptolomeo de Alejandría, Claudio (h. 100-h. 170). Astrónomo, físico, matemático y geógrafo griego. Es la figura científica cimera del siglo II. Nacido en Egipto, residió en Alejandría y trabajó en el Museo, donde realizó observaciones y trabajos astronómicos entre los años 127 y 151, ciudad de la que probablemente era oriundo y donde murió. Era miembro de la familia real de matemáticos aunque no era de la casa real de Egipto. Se ocupó de matemáticas, astronomía, astrología, geografía, óptica, acústica, cronología. Ptolomeo continuó y amplió los trabajos de Hiparco y Menelao en trigonometría y astronomía. En su obra *Almagesto* sistematizó la astronomía antigua, constituyendo con su autor, las

autoridades máximas e indiscutidas en materia de astronomía durante catorce siglos. El verdadero título de esta obra es *Sintaxis matemática*, que posteriormente se conoció como “la gran sintaxis de astronomía”, recibiendo el superlativo griego “megiste” (la más grande), con lo que al anteponérsele el artículo árabe, se convirtió en el *Almagesto*. Si se excluye una obra probablemente juvenil, que se le atribuye, sobre la teoría de las paralelas y el conocimiento de las proyecciones ortográfica y estereográfica, toda la contribución matemática de Ptolomeo está diseminada en sus escritos astronómicos, en especial en las partes de la *Sintaxis* que tratan las cuestiones matemáticas necesarias para el estudio racional de los fenómenos celestes. La *Sintaxis matemática* es esencialmente matemática, salvo en los lugares en que utiliza la física aristotélica para refutar la hipótesis heliocéntrica, sugerida por Aristarco. Afirma que, debido a que solamente el conocimiento matemático, abordado interrogativamente, dará a sus practicantes un conocimiento fiable, había decidido cultivar tanto como le fuera posible esta disciplina teórica. Dice también que desea fundamentar su astronomía sobre los “caminos incontrovertibles de la aritmética y la geometría”. La obra está compuesta por trece libros, donde expuso un tratado de trigonometría construyendo la primera tabla trigonométrica. Es exigencia fundamental para el estudio de los fenómenos celestes, la construcción de una “tabla de cuerdas” para los distintos arcos, partes alícuotas de la circunferencia, que iniciada por Hiparco, fue continuada y perfeccionada por Ptolomeo. Al respecto, Ptolomeo dice en el primer libro, que está precedido de un corto prólogo: “Para facilitar la tarea práctica, construiremos una tabla de estos segmentos dividiendo la circunferencia en 360 partes, tomando los arcos de medio grado en medio grado, y dando para cada arco el valor de la cuerda respectiva, suponiendo dividido el diámetro en 120 partes. El uso demostrará que estos números son los más cómodos. Ante todo, demostraremos que con un cierto número de teoremas, el menor posible y siempre los mismos, se podrá obtener un método general y rápido para hallar aquellos valores. No nos limitaremos a presentar la tabla con esos valores, sino que haremos conocer la teoría para facilitar la manera de encontrarlos y verificarlos, exponiendo su método de construcción. Para evitar las fracciones utilizaremos la división sexagesimal y en las multiplicaciones y divisiones tomaremos siempre los valores más aproximados de manera que, no obstante lo que despreciaremos, los resultados sean sensiblemente exactos”. Es decir, el círculo estaba dividido en 360 partes, así como también el diámetro, y cada una de estas partes estaba subdividida en 60 minutos, y cada minuto a su vez en 60 segundos. Este primer libro contiene lo que se ha llamado el sistema de Ptolomeo, con la Tierra fija en el centro del Universo, y girando alrededor de ella, la Luna, Mercurio, Venus, el Sol, Marte, Júpiter y Saturno, astros que recibieron el nombre de planetas, es decir errantes. El sistema del mundo descrito en ella se apoya en su propia teoría de los círculos excéntricos para las órbitas de los planetas, que puede considerarse equivalente a la teoría de los epiciclos de Apolonio.

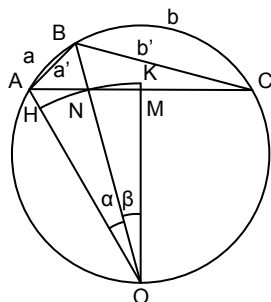
El noveno capítulo del libro primero está dedicado al cálculo de cuerdas, partiendo del teorema que lleva su nombre, sobre lados y diagonales de un cuadrilátero inscriptible (teorema que demuestra y que se conoce todavía como “teorema de Ptolomeo”), para deducir las fórmulas del seno de la suma de dos ángulos y las relativas al ángulo mitad. Su demostración es la siguiente. Sea $ABCD$ el cuadrilátero y se traza BE tal que los ángulos AED y BCD sean iguales. Las parejas de triángulos AEB y BCD , BEC y BDA son semejantes, luego se tienen las relaciones: $AE \cdot BD = AB \cdot CD$, $EC \cdot BD = AD \cdot BC$. Sumadas estas dos igualdades se obtiene el teorema llamado de Ptolomeo: $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$. En el caso de ser AB un diámetro, llamando a y b a los arcos AC y AD , se tiene la siguiente relación: $\text{cuerda } b \cdot \text{cuerda } (180^\circ - a) + AD \cdot \text{cuerda } (a - b) = \text{cuerda } a \cdot \text{cuerda } (180^\circ - b)$, que es el teorema de sustracción de las funciones circulares. Para demostrar el teorema de adición, sea el cuadrilátero inscrito $BCDF$, siendo F el simétrico de B respecto del centro O de la circunferencia, teniéndose que



$BC \cdot AB + AD \cdot CD = BD \cdot CE$, o bien, llamando $a = c + d$ y $b = d$, se tiene la siguiente expresión: *cuerda c* · *cuerda d* + $AD \cdot \text{cuerda } (180^\circ - c - d) = \text{cuerda } (180^\circ - c) \cdot \text{cuerda } (180^\circ - d)$, que es una forma del teorema de adición. Otro teorema que aporta Ptolomeo se refiere a la relación de las funciones de un arco y de su mitad. Sean AB y BC dos arcos iguales. Si desde el extremo D del diámetro que pasa por A se trazan DC y DB , y desde B se traza la normal BM a AD y la simétrica BE de BA respecto de esta normal, se tiene: $AB^2 = AM \cdot AD = \frac{1}{2}AD(AD - DE) = \frac{1}{2}AD(AD - DC)$, de donde: $(\text{cuerda } a)^2 = \frac{1}{2}AD[AD - \text{cuerda } (180^\circ - 2a)]$, que no difiere sino en la escritura, de la relación entre las funciones de un arco y de su arco doble.

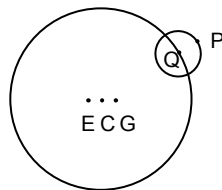


Sus tablas tienen la precisión correspondiente a cinco cifras decimales, variando los arcos de $30'$ en $30'$. Para construirla, comienza por considerar los polígonos regulares de 3, 4, 5, 6 y 10 lados, que dan las cuerdas de 36° , 60° , 72° , 90° , 120° . De ellas, mediante el teorema de Pitágoras, obtiene las cuerdas de 108° y 144° , mientras que del teorema del cuadrilátero inscriptible obtiene las cuerdas de arcos diferencia; así el de 12° partiendo de los de 60° y 72° , pasando luego de la cuerda de 12° a las de 6° , 3° , $1^\circ 30'$ y $45'$, utilizando un teorema de arcos mitad. Seguidamente Ptolomeo demuestra el teorema que dice que dados dos arcos desiguales, ambos menores que un recto, la razón entre el arco mayor y el arco menor, es mayor que la razón entre las respectivas cuerdas, que equivale a demostrar con nuestro simbolismo que la función $\text{sen } x / x$ es decreciente (teorema conocido por Aristarco y Arquímedes, pero cuya primera demostración conocida es de Ptolomeo).



Sean $a < b$ los dos arcos y sus cuerdas AB y BC . Si el punto O , medio del arco AC que no contiene a B , se une con A , B , C y M , punto medio de AC , por el teorema de las bisectrices, siendo N el punto de intersección de OB con AC , se tiene que $NC : AN = BC : BA = (2MN + AN) : AN$. Si, por otro lado, el arco HK de centro O y radio ON determina el sector NOH , menor que el triángulo NOA , y el sector KON , mayor que el triángulo MON , se tiene: $MN : NA = MON : NOA < ONK : ONH = \beta/\alpha$, siendo α y β los ángulos de los sectores. Luego se tienen las siguientes relaciones: $BC : BA = (2MN + AN) : AN$, $(2\beta + \alpha) : \alpha = b : a$, y la razón de los arcos es mayor que la razón de las cuerdas respectivas. A continuación, Ptolomeo aplica este teorema para calcular la cuerda de 1° , conociendo las cuerdas de $45'$ y de $1^\circ 30'$. En efecto, la razón entre las cuerdas de 1° y de $45'$ es menor que la de sus arcos respectivos, $60'$ y $45'$, es decir $4:3$. De la misma manera, la razón entre las cuerdas de $1^\circ 30'$ y de 1° es menor que $3:2$, obteniendo para su cuerda incógnita, la de 1° , valores por exceso y por defecto que le permite dar para ella el valor $\frac{377}{360}$, que da para el $\text{sen } 30'$ un valor exacto hasta la sexta decimal. Y ya, mediante la utilización de las fórmulas de los teoremas de adición, Ptolomeo construye su “tabla de cuerdas”, sirviéndole de control los valores previamente calculados de las cuerdas de los arcos notables. Para las fracciones menores que $30'$ utiliza la interpolación lineal. Es de hacer notar que el valor obtenido de la cuerda de 1° permite obtener el valor aproximado $\pi = \frac{377}{120} = 3,141666$, valor comprendido entre los valores de Arquímedes: $\frac{22}{7}$ y $\frac{223}{71}$. El capítulo undécimo del citado primer libro, constituye la primera sistematización de la hoy llamada trigonometría plana y esférica. En muchas de las expresiones en las que figura la palabra “cuerda”, si se cambia esta palabra por “doble del seno del arco mitad”, se obtienen expresiones de nuestra trigonometría. Así como el “teorema de

Ptolomeo” le permite demostrar relaciones “trigonométricas” planas, el “teorema de Menelao”, que no menciona pero que aplica, le sirve para demostrar las correspondientes a la “trigonometría” esférica, utilizando solamente triángulos esféricos rectángulos. De las soluciones que expone, se pueden deducir cuatro de las seis fórmulas fundamentales hoy utilizadas. Para estudiar los triángulos oblicuángulos los divide en triángulos rectángulos por medio de una de sus alturas. Para determinar la ascensión recta y la declinación de un punto de la eclíptica, considera los cuatro círculos máximos siguientes: ecuador, eclíptica, y los círculos que pasan por los polos celestes y el punto considerado y los polos de la eclíptica. Eligiendo convenientemente entre estos círculos los que actúan de transversales, el teorema de Menelao permite dar expresiones que resuelven el problema y que hoy no son sino aplicaciones de las fórmulas que resuelven los triángulos esféricos rectángulos. Entre sus cálculos está la determinación de la oblicuidad de la eclíptica por dos procedimientos distintos. El segundo libro está dedicado al cálculo de los ángulos que forma la eclíptica con los meridianos, con el horizonte y con el círculo vertical. El libro tercero trata de la duración del año y de la hipótesis de la excéntrica y de los epiciclos a fin de justificar las anomalías observadas en los movimientos planetarios. Los libros cuarto y quinto tratan de la Luna, y en ellos da cuenta del descubrimiento de la evección (desigualdad en el movimiento de la Luna). El sexto se ocupa de los eclipses. El séptimo y el octavo, de las estrellas, comprobando la permanencia de sus posiciones relativas e incluyendo un catálogo de estrellas fijas. Los cinco libros restantes están destinados a los planetas, sus órbitas, movimientos, excéntricas y epiciclos. Después de repetidos ensayos infructuosos, Ptolomeo no consiguió ajustar ningún sistema de ciclos, epiciclos y excéntricas que representase con exactitud los movimientos observados de los planetas. Su solución consistió en abandonar la exigencia griega de la uniformidad de los movimientos circulares utilizados, introduciendo un punto geométrico E , el ecuante, alineado con la Tierra G y con el centro C del círculo deferente, de tal manera que el movimiento angular *aparente* del centro Q del epiciclo en el que gira el planeta P , sea uniforme “visto desde el ecuante”, con lo que Ptolomeo consiguió una representación más exacta de los movimientos planetarios.



En el libro 13º, Ptolomeo dice que en astronomía era necesario buscar un modelo matemático lo más sencillo posible. No buscaba una explicación física de los movimientos de los cuerpos celestes. Así, en el libro noveno, dice: “Después de todo, hablando con generalidad, la causa de los primeros principios es o bien nada o bien algo difícil de interpretar en su naturaleza”. Pero su modelo matemático se tomó más tarde como la verdad en sentido literal por el mundo cristiano. La teoría ptolemaica ofreció la primera evidencia razonablemente completa de la uniformidad e invariabilidad de la naturaleza, siendo la última respuesta griega al problema de Platón de racionalizar los movimientos aparentes de los cuerpos celestes. Ninguna otra producción de toda Grecia podía rivalizar con el *Almagesto* debido a su profunda influencia sobre las concepciones del universo, y ninguna, salvo los *Elementos* de Euclides, logró tan incuestionable autoridad.

El *Almagesto* pone la trigonometría en su forma definitiva, que perdurará alrededor de mil años. Generalmente se habla de esta trigonometría como esférica, pero la distinción entre trigonometría plana y esférica es muy difusa si se observa lo hecho por Ptolomeo. Ciertamente, trabaja con triángulos esféricos pero, por haber calculado las cuerdas de arcos, ha puesto realmente las bases de la trigonometría plana, pues conociendo $\text{sen } A$ y, por tanto, $\text{cos } A$ para cualquier A comprendido entre 0° y 90° , se pueden resolver triángulos planos. La trigonometría fue creada para ser usada en astronomía, y como la trigonometría esférica era de mayor utilidad para este propósito, fue la primera en ser desarrollada. El uso de la trigonometría plana en mediciones indirectas y en agrimensura es ajeno a la matemática griega. Esto puede parecer extraño, pero es históricamente incuestionable, ya que la astronomía era el mayor objetivo de los matemáticos griegos. Los agrimensores hacen su aparición en el periodo alejandrino; pero un matemático como Herón, que estuvo interesado en la agrimensura y habría sido capaz de desarrollar la trigonometría plana, se contentó con aplicar la geometría euclídea. Los agrimensores incultos no estaban en situación de crear la trigonometría plana.

Su libro *Analemma* (Proyecciones), del que sólo se conservan fragmentos, era un pequeño tratado de la proyección ortográfica de la esfera celeste sobre un plano y contenía métodos gráficos y analíticos para resolver problemas matemático-geográficos. Su obra *Geografía*, consta de ocho libros que tratan de los fundamentos de esta disciplina y sus métodos, coordenadas, trazado de los paralelos principales y construcción de los mapas que la ilustraron y que debieron dibujarse entre los años 129 y 151, y en ella se encuentran muchos conocimientos matemáticos, en especial sobre proyecciones. En las mediciones incluidas en esta obra existen varios errores: aceptó como longitud del meridiano los 180.000 estadios egipcios a que Posidonio había reducido los 250.000 de Eratóstenes; tomó como primer meridiano el de las islas Canarias situándolas 7° más al este de su verdadera posición; supuso que Cartago estaba 1° más al sur del paralelo 36° (el del estrecho de Gibraltar) cuando está 1° más al norte, etc. Estos errores que fueron aumentando en el transcurso del tiempo por distintos hombres de ciencia, hicieron creer a Colón que el arco hasta las Indias era de 85° con una longitud de unos 34.000 estadios, menos de 6.000 km actuales, lo que se puede decir que facilitó el descubrimiento de América (esa distancia es la que aproximadamente recorrió Colón desde Canarias hasta San Salvador en las Lucayas, hoy Bahamas, cuando él pensaba que ésa era la distancia desde Canarias a Cipango, hoy Japón, distancia que más que duplicaba a aquélla). En su obra *Planisferio* aparece lo que después se ha denominado proyección estereográfica, que procede de Hiparco, y que aplica a la representación de la esfera celeste. En su obra *Las tres dimensiones de los cuerpos*, fue el primero en plantear tres ejes ortogonales, base de la posterior geometría analítica. Se duda de la autenticidad de *Hipótesis de los planetas o movimientos de los círculos celestes*, porque las esferas están materializadas y Ptolomeo no les atribuía realidad física. En el *Tratado sobre los ortos y ocasos de las estrellas*, figuran los días en que salen y se ponen treinta estrellas de primera y segunda magnitud, en cinco latitudes distintas y contiene informaciones meteorológicas y agrícolas. En la *Inscripción de Canopo*, a orillas del Nilo, colocada durante el décimo año del reinado del emperador romano Antonino, se contienen algunos datos astronómicos.

La *Tabla de los reinos* es un repertorio cronológico de los reyes caldeos, persas, griegos y romanos, desde Nabonasar (747 a.C.) hasta Antonino Pío (148). Es de dudosa legitimidad la *Tetrabiblia*, también llamada *Opus quadripartitum*, influida por la astrología y sus supersticiones, en la que se dan reglas para las predicciones astrológicas que fueron utilizadas durante un millar de años. El *Centiloquio* es una colección de aforismos contaminados de astrología. La *Armonía* es un tratado de acústica, en el que destaca la importancia científica de la escala musical pitagórica. La *Óptica* es el único libro de física experimental de los griegos que ha llegado a nosotros, y trata de de la visión, de los colores, de los espejos y de la reflexión y refracción de la luz, tema este que desarrolla magistralmente tras exponer cuidadosas experiencias (incluso inventó un aparato con el que comprobó la refracción astronómica) que le permitieron calcular con notable aproximación, sobre todo cuando el ángulo de incidencia es de 60°, los índices de refracción al pasar la luz del aire al agua y al vidrio, y del agua al vidrio. Se le atribuye también un *Tratado de la balanza*. El primer intento importante de dar una prueba directa del axioma de las paralelas, fue hecho por Ptolomeo en un opúsculo, en el que intentó demostrarlo deduciéndolo de los otros nueve axiomas de Euclides y de los teoremas 1 a 28 que no dependen del axioma de las paralelas. Pero Ptolomeo asumió inconscientemente que dos líneas rectas no encierran un espacio y que si AB y CD son paralelas entonces todo lo que se tenga para los ángulos interiores sobre un lado de la transversal FG debe mantenerse para el otro.

Puig Ferrer, Andrés (h. 1672). Matemático español. Nació en Vic (Barcelona). Estudió en Valencia con Juan Serrano. Fue profesor de aritmética. Publicó *Aritmética especulativa y práctica, y arte de álgebra, con la explicación de todas las proposiciones y problemas de los libros V, VII, VIII, IX y X de Euclides* (1672). Esta obra, heredera de las teorías expuestas por Juan Serrano, consta de 19 capítulos en orden distinto al de Euclides. En ella se explican todas las proposiciones y problemas de los libros citados; los teoremas no se demuestran, se comprueban con ejemplos; la exposición de las operaciones de aritmética, las fracciones, la regla de tres, las progresiones y el álgebra, se aleja de la de Euclides. Como novedad importante, se resuelven aproximadamente ecuaciones de grado mayor al segundo.

Puig Adam, Pedro (1900-1960). Ingeniero y matemático español. Nació en Barcelona, donde simultaneó los estudios de ingeniería con los de matemáticas. Se doctoró en Madrid con la tesis *Resolución de algunos problemas elementales en mecánica relativista restringida* (1921). Discípulo,

colaborador y amigo de Rey Pastor. Profesor del Instituto San Isidro de Madrid y de la Escuela de Ingenieros Industriales de Madrid. Miembro numerario de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Autor de textos como *Geometría métrica* (1947), *Cálculo integral*, *Ecuaciones diferenciales* (1951), utilizados en la enseñanza superior de las matemáticas en España durante decenios. Colaboró en la *Revista matemática hispano-americana*, fundada en 1919 por Rey Pastor, con quien compartió tareas de enseñanza de las matemáticas. Publicó trabajos como *Construcciones métricas y resolución de triángulos esféricos en proyección estereográfica* (1925), *Sobre la estabilidad del movimiento de las palas del autogiro* (1934) (V. Cierva, Juan de la), *Un teorema general sobre funciones compuestas y sus aplicaciones geométricas y físicas* (1944), *De los axiomas de ordenación del teorema de Jordan para recintos poligonales* (1945), *Sobre la individualización de los sentidos en las curvas planas cerradas de Jordan* (1945), *La transformada de Laplace en el tratamiento matemático de fenómenos físicos* (1951). Trabajó sobre fracciones continuas de cocientes incompletos diferenciales (1951-1953), con aplicación en cuestiones físicas. La enseñanza fue una de sus grandes preocupaciones: “Se ha tardado no poco en tener conciencia clara de que el acto de aprender es mucho más complicado que lo que supone la recepción pasiva de conocimientos transmitidos; que no hay aprendizaje donde no hay acción, y que, en definitiva, enseñar bien ya no es transmitir bien, sino saber guiar al alumno en su acción de aprendizaje. Esta acción del alumno ha terminado así primando sobre la acción del maestro”. Aconsejaba a sus alumnos: “Tended a ser un poco aprendices de todo, para vuestro bien, y al menos, maestros en algo, para bien de los demás”.

Puiseux, Victor-Alexandre (1820-1883). Matemático y astrónomo francés. Puiseux observó la periodicidad múltiple de las integrales hiperelípticas, partiendo de la teoría del camino complejo de integración. Desarrolló (1850) las funciones algebraicas multiformes en potencias de exponentes fraccionarios, estableciendo con ello sobre bases sólidas los desarrollos en serie de Newton-Cramer. Se conoce como teorema de Puiseux el siguiente: El entorno total de un punto (x_0, y_0) de una curva algebraica plana se puede expresar por un número finito de desarrollos, teniéndose que: $y - y_0 = a_1(x - x_0)^{q_1/q_0} + a_2(x - x_0)^{q_2/q_0} + \dots$. Estos desarrollos convergen en algún intervalo alrededor de x_0 y los q_i no tienen factores comunes. Los puntos dados por cada desarrollo son las llamadas ramas de la curva algebraica.

Estableció el concepto de ciclos y demostró que las series convergen sólo hasta su ramificación más próxima o hasta valores infinitos de la rama representada. En 1850, Puiseux publicó un ensayo sobre funciones algebraicas complejas dadas por $f(u, z) = 0$, siendo f un polinomio en u y z . Distinguió entre polos y puntos de ramificación e introdujo la noción de punto singular esencial (polo de orden infinito; por ejemplo, $e^{1/z}$ en $z = 0$). Mostró que si u_1 es una solución de $f(u, z) = 0$ y z varía a lo largo de alguna trayectoria, el valor final no depende de la trayectoria, con tal que la trayectoria no encierre algún punto en el que u_1 es infinita o algún punto donde u_1 es igual a alguna otra solución (esto es, un punto de ramificación). Puiseux también demostró que el desarrollo de una función de z alrededor de un punto de ramificación $z = a$, debe incluir potencias fraccionarias de $z - a$. Obtuvo una expansión para una solución u de $f(u, z) = 0$ no en potencias de z sino en potencias de $z - c$, y por lo tanto, válida en un círculo con c como centro y sin contener ningún polo ni punto de ramificación. Después, Puiseux permite a c variar a lo largo de la trayectoria de manera que los círculos de convergencia coinciden en forma tal que el desarrollo dentro de un círculo puede extenderse a otro. De esta manera, empezando con un valor de n en cualquier punto, se puede seguir su variación a lo largo de cualquier trayectoria. Mediante sus importantes investigaciones sobre funciones multivaluadas y sus puntos de ramificación en el plano complejo, y por su trabajo inicial sobre integrales de dichas funciones, Puiseux llevó el trabajo inicial de Cauchy en teoría de funciones al final de lo que podría llamarse primera etapa.

Puissant, Louis (1769-1843). Ingeniero, matemático y geógrafo francés. Nació en Châtelet-en-Brie (Seine-et-Marne). Estudió en la École Polytechnique, donde fue profesor. Fue nombrado coronel del Cuerpo de Ingenieros geógrafos del ejército de los Pirineos Occidentales (1792). Fue profesor de la Escuela central de Agen (1795). Escribió una geometría analítica (1801) inspirada en las lecciones dadas en dicha escuela, y donde aparece por primera vez la forma simple $ax + by = r^2$, de la ecuación de la tangente en el punto (a, b) de una circunferencia. En su libro *Geodesia* (1842), simplificó el procedimiento de obtención de las fórmulas fundamentales de trigonometría esférica. También publicó

Tratado de topografía (1807), *Topografía y nivelación* (1807), *Curso de matemáticas para las Escuelas militares imperiales* (1809), *Descripción geométrica de la Nueva Francia* (1832-1840).

Putnam, Hilary Whitehall (n. 1926). Filósofo y matemático estadounidense. Nació en Chicago. Estudió matemáticas y filosofía en las Universidades de Pensilvania, Harvard y California, doctorándose en ésta última con la tesis *El sentido del concepto de probabilidad aplicado a las secuencias infinitas* (1951). Fue profesor en las Universidades de Northwestern y Princeton y en el Massachusetts Institute of Technology.

Su actividad social se plasmó en su actuación contra el antisemitismo y contra la guerra de Vietnam. Se afilió al Partido Laboral Progresista (1968), aunque en 1997 describió su relación con el citado partido como un error, aunque ha mantenido su creencia de que los académicos tienen una importante responsabilidad social y ética, por lo que continúa siendo fiel al progresismo en su opinión política.

Ha hecho aportaciones destacadas a la filosofía de la mente, la filosofía del lenguaje y la filosofía de la ciencia. En relación con la filosofía de las matemáticas contribuyó al realismo matemático con el “argumento de indispensabilidad”. Putnam sostiene que las matemáticas, como la física y otras ciencias empíricas, utilizan pruebas lógicas y métodos “cuasiempíricos”.

Como matemático, Putnam ayudó a la resolución del décimo de los problemas planteados por Hilbert en 1900, que se refiere a la determinación de las condiciones de resolubilidad de una ecuación diofántica. En 1961, en un artículo conjunto de Julia, Davis y Putnam, se daban lo que se denominan las hipótesis de Robinson que consisten en encontrar una relación diofántica que tuviera un cierto tipo de crecimiento. Si se encontrara esta relación quedaría resuelto el problema de forma negativa (V. Julia). Fue Y. V. Matijasevich (V. esta reseña) quien la encontró.

En informática, Putnam trabajó en el algoritmo de Davis-Putnam para el problema de satisfacibilidad booleana, desarrollado con Martin Davis en 1960. Posteriormente se refinó este algoritmo con ayuda de G. Logemann y D. W. Loveland, conociéndose como algoritmo DPLL.

Son obras de Putnam, entre otras: *Mentes y máquinas* (1960), *Cerebro y comportamiento* (1963), *Filosofía de las matemáticas* (1964), *Filosofía de la lógica* (1971), *Mente, lenguaje y realidad* (1975), *Razón, verdad e historia* (1981), *Realismo y razón* (1983), *Metodología, epistemología y filosofía de la ciencia* (1983), *Matemáticas, objeto y método* (1975), *Las mil caras del realismo* (1987), *Representación y realidad* (1988), *Realismo con rostro humano* (1990), *Renovando la filosofía* (1992), *Palabras y vida* (1994), *Pragmatismo, cuestión abierta* (1995), *Ética sin ontología* (2004).



Qalasaki. V. Alcalasadi.

Quételet, Lambert Adolphe Jacques (1796-1874). Estadístico, sociólogo, matemático y astrónomo belga. Nació en Gante. Estudió astronomía en el Observatorio de París y teoría de probabilidades con Laplace. Fue profesor en el Ateneo de Bruselas, colegio militar y museo. Fundó (1828) y dirigió el Real Observatorio de Bruselas. Fue secretario perpetuo de la Real Academia Belga (1834-1874). Aplicó la estadística al estudio de los hechos sociales. Publicó *Escritos sobre la teoría de las probabilidades*, siendo el fundador de la estadística moderna. En el tratado *Ensayo sobre física social* (1835) estudió las causas y la naturaleza de las desviaciones individuales del modelo de “hombre medio”, elaborado por él mismo. Por su interés en la organización de la estadística, tanto en el orden nacional como en el internacional, promovió el primer congreso científico internacional de estadística, que tuvo lugar en Bruselas (1853). Fue el principal director de la publicación periódica *Correspondencia matemática y física* (1824-1839). Demostró que la cúbica lugar de los focos de una serie de cónicas, es una estrofoide cuando la serie contiene una circunferencia. Dio una fórmula para la determinación del área de un triángulo formado por tres arcos de círculos menores de una esfera. Estudió la transformación de inversión y diversas cuestiones relacionadas con superficies mínimas. En relación con la congruencia de líneas (familia biparamétrica), emanando de un punto (conjunto homocéntrico), cortada ortogonalmente por una familia de superficies (congruencia normal), proporcionó (1825) una prueba de que tal congruencia normal permanece normal después de cualquier número de refracciones (de acuerdo con las leyes de la óptica).

Quillen, Daniel Gray (n. 1940). Matemático estadounidense. Estudió en la Universidad de Harvard, donde se doctoró. Profesor en el Massachusetts Institute of Technology y en Oxford (1984-2006). Galardonado con la medalla Fields 1978. Fue uno de los “primeros arquitectos” de la K-teoría algebraica.

Quine, Willard Van Orman (1908-2000). Lógico y filósofo estadounidense. Nació en Akron (Ohio). Estudió matemáticas en la Universidad de Harvard, luego en Praga y en Oxford. Se doctoró en filosofía en Harvard (1932). Fue profesor en Harvard (1936-1978). Escribió: “El famoso teorema de incompletitud de Gödel muestra que no hay ningún método de prueba formal con el que poder demostrar todas las verdades de las matemáticas, y ni siquiera de la teoría elemental de los enteros positivos. Su prueba de este teorema, en sí misma estrictamente matemática, produjo un brusco giro en la filosofía de las matemáticas, pues habíamos supuesto que la verdad matemática consistía en la demostrabilidad”. Entre sus obras, destacan: *Lógica matemática* (1940), *Lógica elemental* (1941), *Palabra y objeto* (1960), *Filosofía de la lógica* (1970), *Raíces de referencia* (1973).

Quirós, Miguel de (h. 1644). Matemático y genealogista español. Nació en Campo de Criptana (Ciudad Real). Tomó el hábito cisterciense de San Bernardo en el Monasterio de Santa María de Huerta (Soria). Fue abad de Junquera y visitador general de la Orden. Entre otras obras, escribió *Arte gnomónica para fabricar todo género de relojes de sol*, *Noticias de aritmética*, *Tratado muy copioso de resoluciones de muchas dudas curiosas tocantes a números quebrados*, *De los linajes y apellidos de los más de los títulos y grandes de España*.

Quirós Gracián, Adolfo (n. 1959). Matemático español. Nació en Madrid. Doctor en matemáticas por la Universidad de Minnesota. Profesor de álgebra en la Universidad Autónoma de Madrid. Investiga

en geometría algebraica, en las aplicaciones a la criptografía y a los códigos correctores de errores. Ha escrito *La matemática como fuerza interdisciplinar* (2005), *Números primos y criptografía* (2001), *La teoría de códigos* (2001),

Qurra, Tábit ibn. V. Tábit ibn Qurra.

Qusta ben Luqa (820-912). Matemático, médico, científico y traductor melquita (cristiano de rito bizantino y lengua árabe). Nació en Baalbek (hoy, Líbano). Tradujo a Diofanto, Teodosio, Autólico y la *Mecánica* de Herón.

R

Raabe, Joseph Louis (1801-1859). Matemático y astrónomo alemán. Nació en Brody (Galicia; hoy, región de Lviv, Ucrania). Estudió en la Universidad de Viena. Fue profesor en la Universidad de Zurich y en su Escuela Politécnica. Estudió la representación de integrales múltiples por medio de las funciones gamma. Trabajó en la obtención de criterios de convergencia más precisos que los anteriores (1832). Estudió la obtención de soluciones singulares de las ecuaciones diferenciales (1848). Se llama función de Raabe de n -ésimo grado, para valores enteros de x , a la función $1^{n-1} + 2^{n-1} + 3^{n-1} + \dots + (x-1)^{n-1}$, que Raabe estudió. En relación con la suma de las series divergentes, utilizó la idea (1836) de promediar sus sumas parciales. Dedujo, como Sturm, las fórmulas fundamentales de la trigonometría esférica mediante coordenadas en el espacio.

Rabanus Maurus. V. Hrabanus Maurus.

Rada, Martín de (1533-1578). Matemático y cosmógrafo español. Nació en Pamplona. Ingresó en el Convento de San Agustín de Salamanca (1553). Estudió en las Universidades de Salamanca y París. En 1563 estaba en Nueva España (México), cuando Andrés de Urdaneta lo incluyó en la expedición a Filipinas (1564). Por su defensa de los indígenas, se le llamó “el Las Casas de Filipinas”. Junto a sus facetas de matemático y cosmógrafo, sobresale su gran interés por la evangelización de China. Participó activamente en la expedición española a China (1575). Por sus estudios sobre China, se le considera el primer sinólogo occidental. Murió durante una expedición a Borneo.

Rademacher, Hans Adolph (1892-1969). Matemático alemán. Nació en Wandsbeck (Schleswig-Holstein, Alemania). Estudió en la Universidad de Gotinga. Fue profesor en las Universidades de Berlín, Hamburgo y Breslau. Expulsado de su cátedra por los nazis, emigró a Estados Unidos, donde enseñó en la Universidad de Pensilvania. Realizó importantes investigaciones en el campo de las ecuaciones diferenciales parciales de varias variables, en la transformación de las integrales dobles, en funciones ortogonales (funciones de Rademacher), teoría de números, formas modulares, teoría analítica de números, sumas de Dedekind, campos de números algebraicos y, en especial, en su demostración de la fórmula asintótica para el crecimiento de la función de partición. Escribió *Lecciones de teoría de números*, *Cuestiones sobre teoría analítica de números*, *Matemáticas superiores desde un punto de vista elemental*, *Las sumas de Dedekind*, y junto con O. Toeplitz, *El placer de las matemáticas* (1957).

Radó, Tibor (1895-1965). Matemático húngaro, nacionalizado estadounidense. Nació en Budapest, en cuyo Instituto Politécnico estudió. Durante la Primera Guerra Mundial fue capturado y enviado a un campo de prisioneros en Siberia, de donde escapó, regresando a Hungría tras recorrer miles de kilómetros por el páramo del Ártico. Se doctoró en la Universidad de Szeged (1923). Trabajó para la Fundación Rockefeller en Alemania. Trasladado a Estados Unidos (1929), enseñó en las Universidades de Harvard y Ohio (1930). En 1935 recibió la ciudadanía estadounidense. Durante la Segunda Guerra Mundial fue consultor científico del gobierno de Estados Unidos. En 1948 fue nombrado director del departamento de matemáticas de la Universidad de Ohio. Investigó en cuestiones de superficies mínimas y funciones no computables.

Radon, Johann Karl August (1887-1956). Matemático austríaco. Nació en Decin (Bohemia, Austria-Hungría; hoy, República Checa). Se doctoró en la Universidad de Viena. Enseñó en esta Universidad y en las de Hamburgo, Erlangen, Breslau, Innsbruck, llegando a ser rector de la de Viena. Desarrolló una extensión de la idea de integral (1913), que incluía tanto la integral de Stieltjes como la de

Lebesgue, y que se conoce como integral de Lebesgue-Stieltjes. Esta generalización, como otras que también se llevaron a cabo por otros matemáticos, consiste no sólo en conceptos de integral distintos y más amplios sobre conjuntos de puntos del espacio euclídeo n -dimensional, sino también sobre dominios de espacios más generales, tales como espacios de funciones. Las aplicaciones de estos conceptos más generales pueden encontrarse hoy en la teoría de probabilidades, en teoría espectral, en teoría ergódica y en el análisis armónico.

Radulfo de Laón. V. Laón, Radulfo de.

Ramanujan, Srinivasa Aaiyengar (1887-1920). Matemático indio. Nació en Erode (Tamil-Nadu). Comenzó un primer año (1903) en la Universidad de Madrás, abandonando los estudios pues sólo le interesaban las matemáticas. Destacan en él la potencia de su razonamiento intuitivo, el aspecto desorganizado de su trabajo y su desprecio por la geometría, que ya aparecía de manera relevante en Baskhara y en otros matemáticos hindúes, aunque es posible que estas características fueran debidas a causa de su formación autodidacta. Fue funcionario del puerto de Madrás. Su vida (la pobreza de su origen, la falta de formación matemática, su temprana muerte) tan inusual en un científico de su talla, le ha convertido en uno de los grandes mitos matemáticos. Weil resume así su biografía: “Este joven cuya carrera fue bloqueada por su pobre conocimiento del inglés, tuvo que vegetar en trabajos inferiores como contable, que consiguió gracias a la protección de algunos patronos a los que interesó su trabajo; por su cuenta y sin ningún apoyo llevó a cabo sus investigaciones en teoría de números, teoría de series y fracciones continuas. Habiendo tenido acceso tan sólo a anticuados y mediocres libros de texto británicos, no conocía ni tan siquiera la noción de convergencia de una serie. Por un accidente fortuito, algunos de sus resultados cayeron en manos de Hardy, que se apresuró a arreglar su viaje a Inglaterra hacia 1916, con la ayuda de Neville. Allí Ramanujan escribió sus trabajos más importantes a los que debió, algunos años más tarde, su elección como “fellow” de la Royal Society (1918), título de gran prestigio nunca antes concedido a alguien de la India. Pero durante su estancia en Inglaterra, Ramanujan contrajo tuberculosis. Murió en 1920, al poco tiempo de regresar a su país, donde nunca llegó a concedérsele una posición académica. Nunca fundó una escuela ni tuvo alumnos”. Ramanujan trabajó en el problema de las “particiones” de la teoría de números, consistente en determinar el número de maneras en que un número natural se descompone en suma de números naturales (1917). A partir de una integral elíptica de segunda especie (1914), dio la longitud aproximada de la elipse según la fórmula: $\pi[3(a + b) - [(a + 3b)(3^a + b)]^{1/2}]$. Para estudiar la representación de números enteros como suma de 24 cuadrados, Ramanujan introdujo en 1916 su función *tau*.

Sobre su capacidad de cálculo se recuerdan varias anécdotas, entre ellas la siguiente: Muy enfermo en un hospital inglés, es visitado por Hardy, quien comienza su conversación con la frase: “El número de mi taxi era el 1729. Me pareció un número bastante soso”. Ramanujan le replicó: “¡No, Hardy, no! Es un número muy interesante. Es el menor número que expresa la suma de dos cubos de dos maneras diferentes”. En efecto: $1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$.

Ramanujan realizó una abundante producción matemática, entre ella: *Sobre ciertas funciones aritméticas* (1916), *Algunas propiedades de $p(n)$, número de particiones de n* (1919), *Fórmula asintótica para el número de particiones de n* (con Hardy, 1917).

Rameau, Jean-Philippe (1683-1764). Compositor y teórico musical francés. Nació en Dijon. Sus óperas más célebres son *Hipólito y Aricia*, *Las indias galantes*, *Cástor y Pólux*, *Dárdano*. Entre sus escritos teóricos destaca el *Tratado de la armonía reducida a sus principios naturales* (1722). Explicó en 1726 que la consonancia de un sonido musical se debe al hecho de que los tonos que componen cualquier sonido son armónicos del sonido fundamental, es decir, que sus frecuencias son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

Ramée, Pierre de la (Pietro Ramo o Ramus) (1515-1572). Matemático y filósofo francés. Nació en Cuts (Picardía). En 1536, en el Collège de Navarre, para conseguir el grado de *magister*, defendió la tesis de que todo lo que había dicho Aristóteles era falso. Sus reformas de la lógica y la retórica aristotélicas que se enseñaban en París, fueron suprimidas por Francisco I en 1544, por el antagonismo de los filósofos aristotélicos. Sin embargo, Enrique II, a propuesta del cardenal Charles de Lorena, le

nombró profesor regio de filosofía y elocuencia en el Collège de Francia (1551). En 1561 se convirtió al protestantismo, siendo perseguido por ello durante los últimos años de su vida. Murió en la matanza de la noche de San Bartolomé. Publicó una geometría en 27 libros, acompañada de una breve aritmética. Publicó también una obra sobre matemáticas elementales (1569), atacando los métodos de razonamiento de Euclides sin considerar la época en que se escribieron los *Elementos*; esta posición influyó considerablemente en la enseñanza posterior de las matemáticas en Francia. Escribió también *Animadversiones aristotélicas* (1543), *Particiones dialécticas* (1543), *Dialéctica* (1555), *Dos libros de dialéctica* (1556).

Ramo (o Ramus), Pietro. V. Ramée, Pierre de la.

Rancaño de Cancio, Luis (n. 1752). Ingeniero militar y matemático español. Ingresó en el Cuerpo de Ingenieros (1783), siendo nombrado profesor de matemáticas (1784) de la escuela que había creado la Sociedad Económica del País de Zaragoza, para “algunos jóvenes distinguidos y artesanos”. Propuso como texto los *Elementos de matemáticas* de Bails. Publicó *Ejercicios de matemáticas pura y mixta* (1787). Inventó un telégrafo óptico que se presentó en Zaragoza en 1799.

Rankine, William John Macquorn (1820-1872). Ingeniero y físico escocés. Nació en Edimburgo. Estudió en la Universidad de Glasgow. Enseñó ingeniería civil y mecánica en la Universidad de Glasgow (1855). Investigó en termodinámica, exponiendo el llamado ciclo de Rankine. Escribió *Manual de mecánica aplicada* (1858) y *Manual de la máquina de vapor* (1859), describiendo el ciclo que lleva su nombre. Elaboró un método para trazar dientes epicicloidales.

Raphson, Joseph (1648-1715). Matemático inglés. Nació en Middlesex y estudió en Cambridge. En su obra *Análisis de ecuaciones* (1697), dio al método de aproximación de Newton para el cálculo de las raíces de una ecuación, la forma que tiene en la actualidad, mejorándolo al operar siempre con la ecuación inicial. Esta modificación se conoce hoy como método de Newton o de Newton-Raphson. De hecho esta modificación no proporciona necesariamente mejores aproximaciones de la raíz (V. Murraille).

Rasevski, P. K. (h. 1940). Matemático soviético. Creó la geometría polimétrica.

Ratisbona, Andreas Alexander de. V. Regensburgo, Andreas Alexander de.

Rayleigh, lord (Strutt, John William) (1842-1919). Físico-matemático inglés. Nació en Langford Grove (Maldon, Essex). Estudió privadamente (1857-1861), ingresando en el Trinity College en Cambridge en 1861, donde se graduó (1865) como “senior wrangler” en matemáticas. Viajó a Egipto, comenzando a escribir su *Teoría del sonido* (1877-1878). Fue profesor de física (1879-1884) en Cambridge. Tras dimitir de este puesto, fue durante once años, secretario de la Royal Society, lo que le permitió dedicar mucho más tiempo a sus investigaciones. Los logros matemáticos de Green (V. su reseña), inspiraron la gran escuela de físico-matemáticos de Cambridge (Thompson, Stokes, Rayleigh, Maxwell). Rayleigh realizó importantes estudios de acústica, óptica, hidrodinámica, mecánica estadística, elasticidad, etc. Expuso su teoría sobre el color azul del cielo. En colaboración con Ramsay aisló el argón. Premio Nobel 1904 de física. En 1908 aceptó el puesto de canciller de la Universidad de Cambridge, puesto que retuvo hasta su muerte.

Raymarus (Reymers) Ursus, Nicolas (1551-1600). Astrónomo y matemático alemán. Nació en Hennstedt (Dithmarschen, Schleswig-Holstein). Fue astrónomo imperial y matemático del emperador Rodolfo II. No recibió casi ninguna educación en su juventud, dedicada al pastoreo. Heinrich Rantzau (1526-1598), general y sabio danés que sirvió al emperador Carlos V en el sitio de Metz, descubrió su talento y le contrató como geómetra (1574-1584). En 1583, Raymarus escribió su *Geodesia Ranzoviana*. Publicó por primera vez las fórmulas del método prostaferético, transformación de multiplicaciones complicadas en sumas, mediante las siguientes fórmulas rignonómicas: $2 \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b = \cos (a - b) - \cos (a + b)$, $2 \cos a \cdot \cos b = \cos (a - b) + \cos (a + b)$, demostradas geoméricamente en su obra *Fundamento astronómico* (1588).

Razi, Al. V. Al-Razi.

Recio Muñiz, Tomás Jesús (n. 1949). Matemático español. Nació en Oviedo. Doctor en matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid. Catedrático de álgebra en la Universidad de Cantabria. Presidente de la Comisión de enseñanza de la Real Sociedad Matemática Española. Investiga en cálculo simbólico, cálculo formal y álgebra computacional. Es autor o coautor de *Aplicaciones industriales del álgebra computacional* (2001), *Empaquetamiento de esferas y el concepto matemático de demostración* (2000), *Tratamiento automático de la información geométrica* (1999), *Avances sobre la simplificación de ecuaciones polinómicas de seno-coseno* (1998).

Recorde, Robert (1510-1558). Médico y matemático inglés. Nació en Tenby (Pembrokeshire, Gales). Estudió en Oxford (1531). En 1545 se graduó en medicina por la Universidad de Cambridge. Fue médico del rey Eduardo VI y de la reina Mary. En 1551 fue nombrado inspector de minas y de moneda de Irlanda. Murió en prisión; no se conocen los motivos por los que fue encarcelado. Publicó en inglés varias obras sobre aritmética en forma de catecismo, alcanzando su obra *Fundamento de las artes* (1541) al menos 28 ediciones. Esta obra incluía el cálculo tanto por medio del ábaco como del algoritmo, así como algunas aplicaciones comerciales. Uno de los problemas tratados es el siguiente: “Entonces ¿qué responderás a esta ecuación? Si te he vendido un caballo con sus cuatro herraduras, y cada herradura con sus seis clavos, bajo la condición de que tú pagarás por el primer clavo una moneda, por el segundo dos monedas, por el tercer clavo cuatro monedas, y así sucesivamente, doblando la cantidad cada vez hasta acabar con los clavos, ahora te pregunto, ¿a cuánto ascenderá el precio del caballo?”. En 1551 aparecieron dos obras suyas, *Castillo de conocimiento* y *Camino al conocimiento*. La primera era una obra astronómica en la que se menciona con aprobación el sistema copernicano; la segunda era una versión abreviada de los *Elementos*, siendo la primera geometría publicada en inglés. En la posiblemente primera álgebra inglesa, y la más importante en aquellas fechas, *El aguzador del ingenio* (1557), aparece el actual signo de igualdad en forma algo más prolongada (el autor dice que ha elegido ese símbolo porque dos cosas no pueden ser más iguales que dos rectas paralelas).

Rees, Kaspar Franz van (1690-h. 1740). Matemático holandés. Nació en Roermonde (Limburgo). Publicó *Regla general de aritmética* (1735) en la que aparecen numerosas reglas que llevan su nombre, pero que en realidad no son más que la regla de tres, siendo el carácter de la obra puramente mecánico, sin demostraciones ni razonamientos teóricos.

Reeve, John Edmund (h. 1957). Matemático neozelandés. Se licenció (1948) en matemáticas por la Universidad de Canterbury (Nueva Zelanda), doctorándose en 1951. Enseñó matemáticas en el King's College de Londres (1963). Publicó *Volumen de las redes de poliedros* (1957), *Teoría de nudos*, *Mecánica racional* (con W. Clive, 1966).

Regensburg, Andreas Alexander de (s. XVI). Matemático alemán. Escribió una serie de aclaraciones sobre una obra de álgebra, atribuida a un legendario Initius Algebras, en las que utiliza signos *cósicos*, da reglas para las operaciones con raíces y publica una tabla original de los coeficientes de las potencias de los binomios.

Regiomontano. V. Müller, Johannes.

Regius, Hudalrich (h. 1536). Matemático alemán. En su *Epitome* (1536) da el valor del quinto número perfecto (33.550.336), que ya aparece en un manuscrito de 1456 (los anteriores son 6, 28, 496 y 8.128; en la actualidad se conocen unos veinte números perfectos).

Reguero Argüelles, José (1803-1853). Astrónomo y matemático español. Nació en Villaviciosa (Asturias). Estudió gramática castellana y latina en Villaviciosa, y humanidades en Valdediós. Ingresó en el Seminario de Zamora, donde estudió filosofía. Se graduó de licenciado en cánones (1832) en la Universidad de Salamanca, doctorándose en la de Valladolid. Trasladado a Toledo, se interesó por la astronomía, publicando *Uranografía vulgar* (1842), obteniendo la cátedra de matemáticas del Instituto

de Toledo. Otras obras son: *Apología del justo medio* (1836), *La Religión y las Ciencias* (1843), *Astronomía física* (1850-1851).

Reichenbach, Hans (1891-1953). Filósofo y pedagogo estadounidense, de origen alemán. Nació en Hamburgo. Profesor en las universidades de Berlín y California. Miembro del Círculo de Viena. Fundador de la escuela lógico-positivista de Berlín. Contribuyó de forma significativa a la interpretación lógica de la teoría de la probabilidad y de la teoría de la inducción. Introdujo (1932) como base para una teoría matemática de las probabilidades, el concepto “probabilidad” como valor intermedio entre el 1 que expresa la verdad y el 0 que expresa falsedad, concepto que corresponde al valor “continuo” de la verdad. Emigró a Estados Unidos en 1938. Escribió *Elementos de lógica simbólica* (1947) y *El desarrollo de la filosofía de la ciencia* (1951).

Reisch, Gregor (h. 1467-1525). Enciclopedista alemán. Nació en Balingen (Wurtemberg). Estudió en la Universidad de Freiburg. Ingresó en la Orden de los Cartujos, siendo prior de las cartujas de Klein-Basel y de Friburgo. Autor de la enciclopedia *Margarita philosophica* (1503), una de cuyos grabados representa a la “Dama Aritmética” presidiendo una especie de torneo entre un algorítmico (que opera con las reglas ordinarias del cálculo con las cifras arábigas y que está representado por Boecio) y un abacista (que calcula con el ábaco, representado por Pitágoras), y cuyas caras representan claramente que el triunfador es el algorítmico (es claro que ambas personificaciones son inadecuadas). Se trata, por tanto, de la ya definitiva eliminación del uso del ábaco en el cálculo. En otro de los grabados de dicha obra, aparece una figura femenina central con tres cabezas (natural, racional y moral), rodeada por otras siete figuras femeninas que representan las siete artes liberales (lógica, retórica, gramática, aritmética, música, geometría y astronomía), todas ellas de pie salvo la aritmética que está sentada en el medio sosteniendo una tabla para calcular.

Reiss, Michel (1805-1869). Matemático belga. Estableció un teorema general (1837) sobre los radios de curvatura en los puntos de intersección de una recta con una curva algebraica cualquiera. Investigó en la teoría de los determinantes.

Rényi, Alfréd (1921-1970). Matemático húngaro. Nació en Budapest, en cuya Universidad estudió (1944). Escapó de un campo de trabajo donde estaba recluido por judío. Se doctoró en Szeged (1947). Enseñó en Budapest y en Debrecen. Gran parte de las publicaciones iniciales de Erdős sobre el método probabilístico fueron realizadas conjuntamente con su colega y amigo de juventud Alfred Rényi. Ambos iniciaron el estudio de los grafos aleatorios, que ha generado una teoría sólida con multitud de resultados (V. Erdős, Paul). Se le atribuye la frase: “Si me siento infeliz, hago matemáticas para ser feliz. Si me siento feliz, hago matemáticas para seguir siendo feliz”.

Reshetniak, Yuri Grigorievich (h. 1989). Matemático soviético. Escribió con Aleksandrov, *Teoría general de curvas irregulares* (1989).

Revuz, André (1912-2008). Matemático francés. Profesor de análisis y topología en la École Normale Supérieure en París, y en la Universidad París 7, donde fue nominado profesor emérito de matemáticas. Fundador y director del Instituto de Investigación en Educación Matemática (1969) en París. Escribió *Medidas de funciones crecientes y sobre espacios topológicos ordenados* (1955-1956), *Estructuras algebraicas y topológicas* (1958), *Los lazos de la enseñanza matemática* (1968), *Matemática moderna, matemática viva* (1970).

Rey Pastor, Julio (1888-1962). Matemático español. Nació en Logroño. Discípulo de García Galdeano, de Álvarez Ude y de Rius y Casas en Zaragoza. Inició su vida investigadora como geómetra, discípulo de Staudt, siendo su tesis doctoral *Correspondencia de figuras elementales con aplicación al estudio de las figuras que engendran*, bajo la dirección de Eduardo Torroja. Catedrático de la Universidad de Oviedo, con 23 años (1911-1912) y de la Universidad Central en 1913. Perfeccionó sus estudios en Berlín (1911-1912) y en Gotinga (1913-1914) Creador (1915) del Laboratorio y Seminario Matemático de la Junta para la Ampliación de Estudios. Organizador y primer presidente (1911) de la Sociedad Matemática Española y de la *Revista matemática hispano-*

americana (1919), miembro de la Real Academia de Ciencias (1920). En 1921 aceptó un contrato en la Universidad de Buenos Aires, ciudad en la que se instaló definitivamente. Fundador de la Sociedad Matemática Argentina (1924). Representante de Argentina en la Academia Internacional de Historia de las Ciencias. En la década de 1930, su actividad investigadora en matemáticas decreció paulatinamente, dando paso a una dedicación más intensa a la historia y la epistemología de la ciencia. En los años de 1950 destaca la aparición de obras escritas en colaboración con sus discípulos, Calleja, Trejo, Santaló, Balanzat, Babini, Drewes. En 1961 recibió en la Academia de las Ciencias a su discípulo Sixto Ríos. Rey Pastor ha sido el mejor matemático español de la primera mitad del siglo XX y posiblemente de todos los tiempos. Han sido alumnos suyos Ricardo San Juan, Sixto Ríos, Puig Adam, Santaló, etc. Académico de la Real Academia de la Lengua Española (1954). Falleció en Buenos Aires en 1962.

Su producción científica abarca todos los campos de la matemática: aritmética elemental, teoría de números, álgebra clásica y moderna, teoría de series e integrales, cálculo de diferencias, representación conforme, conjuntos, geometría elemental, proyectiva, no euclídea, curvas planas, topología, probabilidad, espacios abstractos, física matemática, filosofía e historia. Publicó 306 artículos y monografías, muchos de los cuales en las principales revistas extranjeras (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, *Acta mathematica*, *Rendiconti di Palermo*, *Bulletin of the American Mathematical Society*, *Mathematische annalen*, etc.) como el publicado en la *Revista de la Sociedad Matemática Española* en 1911, con el título *Sobre la sumación de series*. Publicó 80 libros, entre ellos: *Curso cíclico de matemáticas*, *Fundamentos de la geometría proyectiva superior*, *Lecciones de álgebra*, *Elementos de análisis algebraico*, *Elementos de la teoría de funciones*, *Elementos de cálculo*, *Análisis matemático* (con Pi Calleja y Trejo, tres volúmenes, 1952-1957-1959), *Geometría analítica* (con Santaló y Balanzat, 1955), *Los problemas lineales de la física* (1955), *Funciones de Bessel y aplicaciones* (con A. de Castro, 1958), que se han utilizado en la enseñanza superior de matemáticas en España e Hispanoamérica durante decenios. Escribió también *Los matemáticos españoles del siglo XVI* (1926), *Historia de la matemática* (con J. Babini, 1951), *La técnica en la historia de la humanidad* (con Drewes, 1957), *La cartografía mallorquina* (con E. García Camarero, 1960).

Reye, Carl Theodor (1838-1919). Matemático alemán. Nació en Cuxhaven (Baja Sajonia). Estudió en Hannover (1856-1859). Catedrático de geometría y estática gráfica en la Escuela Superior Técnica de Aquisgrán (1870) y de matemáticas en Estrasburgo (1872). Investigó en geometría pura siguiendo los trabajos de Steiner y Standt. Profundizó en las transformaciones cuadráticas. Escribió *Geometría sintética* (1879), *Geometría de la posición* (1899).

Reyes y Prósper, Ventura (1863-1922). Matemático español. Nació en Castuera (Badajoz). Doctor en ciencias naturales, con premio extraordinario en licenciatura y doctorado. Catedrático de dicha disciplina en el Instituto de Teruel, catedrático de matemáticas en el Instituto de Albacete, catedrático de física y química en los Institutos de Jaén, Cuenca y Toledo, catedrático de matemáticas y director del Instituto de Toledo desde 1907 hasta su fallecimiento. Conocía varios idiomas (francés, inglés, alemán, ruso, sueco, noruego, latín y griego) y poseía una extensa cultura. Fue autor de distintos trabajos en ciencias naturales, como la clasificación de aves exóticas en el Museo de ultramar y la elaboración del primer catálogo de aves de España y Portugal, lo que le valió la felicitación del *Comité ornitológico de Viena*. Publicó dos notas en el *Bulletin de la Société géologique de Francia* sobre fósiles recogidos en los alrededores de Toledo. Formó parte del Comité internacional permanente de ornitología en el Congreso de Budapest, de la Sociedad astronómica de Francia y de la Sociedad física matemática de la Universidad de Kazán. Fue miembro de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando y miembro correspondiente de la Real Academia de Ciencias de Madrid. Escribió artículos científicos sobre moluscos, por lo que se le dedicó una especie nueva de moluscos de Filipinas. Respecto a las matemáticas, fue un científico amante de ellas, que junto con García de Galdeano, Torroja y Echegaray, forman el grupo de los llamados “sembradores” por S. Ríos, destacando en esta faceta su dedicación a la geometría, que desarrolló en soledad, la mayor parte del tiempo desde su modesta cátedra del Instituto de Toledo, siendo el único español anterior al siglo XX que fue capaz de publicar en una revista matemática extranjera de renombre: dos artículos suyos aparecieron en *Mathematische Annalen* y otro sobre geometrías no euclídeas en la Universidad de Kazán. Mantuvo

relaciones epistolares con Klein y Pasch. Resolvió un problema planteado por Steiner de forma tan elegante que fue elogiado por Lemoine. Rey Pastor indica que sin el artículo de Reyes *Sobre las propiedades gráficas de las figuras céntricas*, Schur no habría podido desarrollar la teoría de elementos ideales o impropios, iniciada por Klein, trabajosamente elaborada por Pasch y perfeccionada por Reyes y Prósper. Escribió otros varios trabajos sobre temas de geometría, como *Nota acerca de la geometría esférica* (publicado en la revista *El progreso matemático* en 1892), y sobre geometrías no euclídeas. Trabajó en otras áreas de la matemática, como la lógica matemática, sobre la que publicó siete artículos en la revista *El progreso matemático*, como el titulado *Proyecto de clasificación de los escritos lógico-simbólicos* (1892). Introdujo en España la lógica post-booleana.

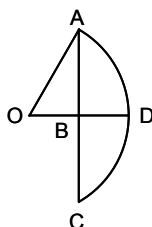
Reyneau, Charles René (1656-1728). Matemático y geómetra francés. Nació en Brissac (Maine-et-Loire). Siguió la carrera eclesiástica y perteneció a la Congregación del Oratorio. Maestro de filosofía en Tolón y Pezénas, y profesor de matemáticas en Angers (1683). Fue amigo de Descartes y de Malebranche. Publicó por primera vez en su obra *Análisis demostrado* (1708), el método de resolución de ecuaciones diferenciales por medio de un factor de integración. También publicó *Ciencia del cálculo de magnitudes en general* (1714).

Rhabdas, Nicholas (Artavasdes de Esmirna, llamado) (h. 1341). Matemático y erudito bizantino. Comentó la exposición que había hecho Planudes sobre el sistema indio de numeración. Compuso una obra sobre el cálculo con los dedos. Publicó dos cartas sobre aritmética. En la primera se exponen las reglas de cálculo basadas en letras numerales griegas. La segunda, fechada en 1341, es un tratado de cálculo de fracciones, de extracción de la raíz cuadrada por aproximaciones sucesivas, de la regla de tres simple y compuesta, e incluye una serie de problemas aritméticos en forma de historietas.

Rhaetico. V. Rheticus (Rhaetico), George Joachim.

Rhazes. V. Al-Razi.

Rheticus (Rhaetico), George Joachim (1514-1576). Matemático y astrónomo alemán. Nació en Feldkirch (hoy, Austria), localidad situada en la Retia (Rhaetia, en latín), de donde le viene el nombre de Rheticus. Estudió en Wittenberg y había estado en contacto con la matemática que se hacía en Núremberg. Profesor de matemáticas y astronomía en la Universidad de Wittenberg (1536). Intrigado por las noticias sobre la teoría copernicana, se trasladó (1539) a Frombork (Polonia), donde trabajó con Copérnico durante tres años. Fue editor de *De revolutionibus orbium coelestium* de Copérnico (1543), de la que dos de los tres capítulos dedicados a las funciones circulares aparecieron en un escrito suyo en 1542, denominado *Narratio prima*. Publicó *Canon* (1551) con una introducción trigonométrica en la que aparecen las seis funciones circulares, definidas por primera vez en Europa mediante el triángulo rectángulo de hipotenusa el radio del círculo fundamental. Rheticus cambió el significado del seno. En vez de llamar a AB el seno de AD , le llamó seno del ángulo AOB . Como consecuencia de este cambio, el triángulo OAB se convirtió en la estructura básica, y la circunferencia de radio OA en algo accesorio.



La obra *Opus palatinum* tiene un carácter similar. Distinguía 28 casos de resolución de triángulos oblicuángulos, que hoy se reducen a seis. Esbozó las fórmulas correspondientes a las razones trigonométricas de los ángulos mitad en los triángulos planos. Construyó tablas trigonométricas, una de senos basada en un radio de 10^{10} unidades y otra basada en uno de 10^{15} unidades, dando valores para cada 10 segundos de arco. Comenzó unas tablas de tangentes y secantes con un radio de 10^{15}

unidades, pero no vivió lo suficiente para terminarlas, siendo Valentin Otho quien las terminó y publicó (1596).

Rhind, Alexander Henry (1833-1863). Egiptólogo y anticuario británico. Nació en Wick (Escocia). Fue el primer egiptólogo que desarrolló un método científico para realizar sus investigaciones y que representaba gráficamente los objetos descubiertos y el lugar en que se hallaban. En 1858 compró a un anticuario ilegal de Luxor el “*papiro Rhind*” (V. Ahmes y Eisenlohr), legándolo al Museo Británico.

Ribaucour, Albert (1845-1893). Ingeniero y matemático francés. Nació en Lille (Nord). Estudió en la École Polytechnique de París y en la École des Ponts et Chaussées. Enseñó geometría en la École Polytechnique (1873-1878). Se especializó en el proyecto y construcción de canales y puentes. Investigó sobre superficies mínimas y sobre los sistemas triples ortogonales. Estudió los elipsoides o superficies de curvatura media nula, y las curvas que llevan su nombre, en las que el radio de curvatura es proporcional a la subnormal (1880).

Ribet, Kenneth Alan (n. 1947). Matemático estadounidense. Estudió en las Universidades de Brown y Harvard. Profesor en la Universidad de California, Berkeley. A mediados de la década de 1980, Frey predijo y Ribet demostró que cualquier solución entera de la ecuación de Fermat para $n > 5$ daría lugar a una curva elíptica del tipo $y^2 = x^3 + Ax^2 + Bx + C$, sin la propiedad de ser modular. Más concretamente, Frey sugirió que si se pudieran encontrar tres números a, b, c tales que $a^n + b^n = c^n$ con $n > 5$, la curva $y^2 = x(x - a^n)(x + b^n)$ no sería modular, lo que demostró Ribet (1986).

Riccati, Jacopo Francesco, conde (1676-1754). Matemático italiano. Natural de Venecia. Estudió en Padua, siendo discípulo de Angeli, y donde mantuvo contactos con Nicolaus (II) Bernoulli y con Hermann. Actuó como experto ante el Senado de Venecia en los trabajos de construcción de diques y canales. Rechazó cargos muy importantes para consagrarse a sus estudios, en los que se ocupó de la transformación e integración de ecuaciones diferenciales. Divulgó la obra de Newton en Italia. Realizó el primer estudio metódico (1715) de la siguiente ecuación diferencial no lineal que lleva su nombre, $y' = A(x) + B(x)y + C(x)y^2$.

Riccati consideró curvas cuyos radios de curvatura dependen sólo de las ordenadas, lo que le llevó a la ecuación $x^m d^2x/dp^2 = d^2y/dp^2 + (dy/dp)^2$, en donde x e y dependen de p . Mediante cambios de variables obtuvo $x^m dq/dx = du/dx + u^2/q$, que es una ecuación diferencial de primer orden. Luego, Riccati supuso que q es una potencia de x , por ejemplo, x^n , llegando a la siguiente ecuación: $du/dx + u^2/x^n = nx^{m+n-1}$, demostrando que ésta se puede resolver para valores especiales de n por el método de separación de variables para ecuaciones diferenciales ordinarias. Más tarde, Daniel (I) Bernoulli demostró en qué casos podía integrarse mediante un número finito de términos. D’Alembert fue el primero (1763) en considerar la forma general de la ecuación y en utilizar el término “ecuación de Riccati”. El trabajo de Riccati fue importante por tratar ecuaciones de segundo orden, y reducir éstas al primer orden.

Riccati, Vincenzo (1707-1775). Matemático italiano. Hijo de Jacopo Riccati. Publicó junto con Saladini (1765) una obra de geometría analítica, que trata en especial de las secciones cónicas. Fue el primero en establecer una teoría de las funciones hiperbólicas.

Ricci, Michelangelo (1619-1682). Cardenal y matemático italiano. Amigo de Torricelli. Protector de Stefano degli Angeli. Estudió la cicloide, descubriendo (1664) la curva cicloide secundaria, que lleva su nombre.

Ricci-Curbastro, Gregorio (1853-1925). Matemático italiano. Nació en Lugo (entonces Estados Pontificios, hoy Rávena, Emilia-Romagna). Profesor de matemáticas en la Universidad de Padua (1880-1925). Influyó sobre él el matemático Luigi Bianchi, continuador de la obra de Christoffel. Ricci trató de facilitar la búsqueda de propiedades geométricas y la expresión de leyes físicas en forma invariante bajo cambios del sistema de coordenadas. Sus trabajos más importantes sobre la materia se desarrollaron en los años 1887-1896, aunque siguió trabajando sobre ella durante veinte años más. En los citados primeros nueve años, Ricci desarrolló sus planteamientos y elaboró un sistema de notación completo para su teoría, que llamó “cálculo diferencial absoluto”. Presentó la primera exposición

sistemática de su teoría en un artículo publicado en 1892, aplicándola a algunos problemas de geometría diferencial y de física. Escribió con su discípulo Levi-Civita, *Métodos de cálculo diferencial absoluto* (1900), ofreciendo una formulación más definitiva de su teoría, que luego se llamaría *análisis tensorial*, así denominada por Einstein (1916).

Un tensor es un conjunto de funciones (componentes) fijas con respecto a un sistema de referencia, o de coordenadas, que se transforman al realizar un cambio de éstas de acuerdo con ciertas leyes. Cada componente en un sistema de coordenadas es una función lineal homogénea de las componentes en otro sistema de coordenadas. Si las componentes de un tensor son iguales a las de otro en un determinado sistema de referencia, también son iguales en cualquier otro sistema de referencia. En particular, si las componentes se anulan en algún sistema de referencia, se anulan en cualquier otro. La igualdad de tensores es por tanto un invariante con respecto al cambio de coordenadas. El significado físico, geométrico, o incluso puramente matemático, que tiene un tensor en un sistema de referencia determinado, es preservado por la transformación, manteniéndolo en cualquier otro sistema de referencia. Esta propiedad es vital en la teoría de la relatividad, en la que cada observador posee su propio sistema de referencia; como las verdaderas leyes físicas son aquéllas que se cumplen para todos los observadores, para reflejar esa independencia del sistema de coordenadas, esas leyes se expresan con tensores.

Ricci introdujo en el análisis tensorial una operación que llamó derivación covariante, que ya había aparecido en los trabajos de Christoffel y Lipschitz. Desde el punto de vista puramente matemático, la derivada covariante de un tensor es otro tensor cuyo rango es una unidad mayor en los índices covariantes, lo que es importante, pues posibilita el tratamiento de dichas derivadas en el marco general del análisis tensorial. También tiene significado geométrico: suponiendo que se tiene un campo vectorial constante en el plano, esto es, un conjunto de vectores, anclado cada uno de ellos en un punto distinto, pero con la misma magnitud y dirección. En tal caso, las componentes con respecto a un sistema rectangular de coordenadas son también constantes. Sin embargo, las componentes de esos vectores con respecto al sistema polar de coordenadas, es decir, una componente a lo largo del radio vector y la otra perpendicular a ese radio vector, cambian de un punto a otro, porque las direcciones en que se toman esas componentes también cambian de un punto a otro. Si se obtienen las derivadas con respecto a las coordenadas, por ejemplo r y θ , de esas componentes, el cambio expresado por esas derivadas, que ya no son nulas, refleja el cambio en las componentes debido al sistema de coordenadas, y no un cambio en los propios vectores. Las coordenadas utilizadas en la geometría riemanniana son curvilíneas; el efecto de la curvatura de esas coordenadas viene dado por los símbolos de Christoffel de segunda especie. La derivada covariante completa de un tensor representa la tasa de cambio efectiva de la cantidad física o geométrica representada por ese tensor, así como el cambio debido al sistema de coordenadas. En los espacios euclídeos, en los que la ds^2 se puede reducir siempre a una suma de cuadrados con coeficientes constantes, la derivada covariante se reduce a la ordinaria, ya que los símbolos de Christoffel son nulos. Se denomina lema de Ricci, al hecho de que la derivada covariante de cada g_{ij} que aparece en la métrica riemanniana también es nula. El concepto de derivación covariante permite expresar con facilidad para los tensores generalizaciones de nociones ya conocidas en análisis vectorial, que pueden ahora ser tratadas en geometría riemanniana.

Aunque Ricci y Levi-Civita dedicaron una gran parte del citado artículo a la técnica del análisis tensorial, su principal objetivo era la búsqueda de invariantes diferenciales. Plantearon el siguiente problema general: Dada una forma diferencial cuadrática positiva γ , y un número arbitrario de funciones asociadas S , determinar todos los invariantes diferenciales absolutos que se pueden formar a partir de los coeficientes de γ , las funciones S , y las derivadas de estos coeficientes y funciones hasta un orden dado m ; ofrecieron una solución completa: Basta encontrar los invariantes algebraicos del sistema formado por la forma diferencial cuadrática fundamental γ , las derivadas covariantes de las funciones asociadas S , hasta el orden m y, si $m > 1$, una cierta forma tetralineal G_4 cuyos coeficientes son los símbolos de Riemann (ih,jk) y sus derivadas covariantes hasta el orden $m-2$. Concluían el artículo mostrando cómo podían expresarse ciertas ecuaciones en derivadas parciales y leyes físicas, en forma tensorial, haciéndolas así independientes del sistema de coordenadas. Éste era el objetivo declarado por Ricci. El análisis tensorial se utilizó para expresar la invarianza matemática de leyes físicas, muchos años antes de que Einstein lo empleara con el mismo propósito (V. Einstein).

Richard, Jules (1862-1956). Matemático francés. Nació en Blet (Cher). Estudió en París. Enunció en 1905 una paradoja, que simplificada por G. C. Berry y B. Russell, fue publicada por éste en 1906: Todo número natural puede definirse utilizando palabras con un cierto número de letras, en general de diversas maneras. Por ejemplo, el número 36 puede definirse, entre otras maneras, como “treinta y seis” o como “cuatro por nueve”; la primera definición contiene doce letras y la segunda catorce. No hay una manera uniforme de definir cualquier número, pero esto no es esencial. Se clasifican ahora todos los números naturales en dos grupos: el primero incluye todos aquéllos que pueden definirse (de una manera por lo menos) con cien letras o menos, mientras que el segundo incluye todos aquéllos que, de cualquier manera que se definan, se necesiten para ello al menos 101 letras. Es obvio que sólo hay un número finito de números que se pueden definir con cien letras o menos, puesto que hay exactamente 27^{100} expresiones con cien letras (y la mayoría no tienen sentido). Existe por tanto el número mínimo del segundo grupo que, evidentemente, puede definirse por la frase “el mínimo número natural que no se puede definir con cien letras o menos”. Pero esta frase tiene menos de cien letras. Luego el mínimo número natural no definible con cien letras o menos puede definirse con menos de cien letras.

Richard de Wallingford de Oxford. V. Wallingford de Oxford, Richard.

Richardson, Lewis Fry (1881-1953). Físico y meteorólogo inglés. Nació en Newcastle upon Tyne. Fue director del departamento de física del Westminster Training College de Londres (1920-1929) y rector del Paisley College of Technology (1929-1940), de Pasley (Renfrewshire). Fue el primero en aplicar técnicas matemáticas para predecir el tiempo (1913-1922). No tuvo mucho éxito, pues en general le llevaba tres meses de cálculo el predecir el tiempo para las próximas 24 horas. Con la llegada de los ordenadores, sus cálculos se hicieron prácticos. Escribió, entre otras obras, *Predicción del tiempo por medio de procesos numéricos* (1922).

Richelot, Friedrich Julius (1808-1875). Matemático alemán. Nació en Königsberg (hoy, Kaliningrado, Rusia), en cuya Universidad fue profesor. Completó los estudios (1829) sobre el teorema de Poncelet referente a la concurrencia de las diagonales que unen vértices opuestos en polígonos de lados pares, inscritos en cónicas cualesquiera. Construyó junto con Schwendenwein, el polígono regular de 257 lados, y escribió, al respecto, *Resolución de la ecuación algebraica $x^{257}=1$* , mediante regla y compás. Trabajó sobre las funciones elípticas e hiperelípticas (1837).

Richter, Johann (Praetorius, Johannes) (1537-1616). Matemático, astrónomo y constructor de instrumentos alemán. Nació en Joachimsthal (Altdorf, Baden-Württemberg). Estudió en Wittenberg (1557), donde se graduó de maestro en artes. Vivió en Praga, Viena y Cracovia. En Viena fue profesor de matemáticas del emperador Maximiliano II (1569). En 1571 fue nombrado profesor de matemáticas avanzadas (astronomía) en la Universidad de Wittenberg, y en 1576 en la de Altdorf (Nuremberg), donde construyó instrumentos matemáticos y astronómicos. Se le considera inventor de la *Mensula praetoriana*, instrumento de medición para trazar el esquema planimétrico de un terreno al mismo tiempo que la operación de levantamiento. Autor de numerosos trabajos sobre temas matemáticos y astronómicos, como reforma del calendario, determinados instrumentos, la nova de 1572, los cometas, etc. Por ejemplo, escribió *De cometis, qui antea visi sunt, et de eo qui novissime mense novembri apparuit, narratio* (1578), y *Problema, quod iubet ex quatuor rectis lineis datis quadrilaterum fieri, quod sit in circulo* (1598), sobre el problema de la construcción de un cuadrilátero inscriptible dados los cuatro lados.

Rico Romero, Luis (n. 1946). Matemático español. Nació en Almería. Doctor en matemáticas por la Universidad de Granada (1986), de la que es catedrático de didáctica de las matemáticas. Investiga en pensamiento numérico y algebraico, resolución de problemas y formación de profesores de matemáticas. Es editor-coordinador de diversas revistas sobre educación matemática. Ha publicado *Objetivos y competencias en el aprendizaje de los números naturales* (con J. L. Lupiáñez, 2010), *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular* (con J. L. Lupiáñez, 2008), *Evaluación de competencias matemáticas* (2005), *Sobre álgebras de Jordan normadas completas primas con zócalo no cero* (1991).

Ridolfi, Luigi (h. 1844). Matemático italiano. Escribió *Algunos usos de la epicicloide*, donde estudió las espirales de Cotes, dándoles ese nombre (1844).

Rieger, Christian (1714-1780). Matemático y jesuita austríaco. Profesor de matemáticas y arquitectura en el Colegio Imperial de Viena y en Madrid, donde también fue cosmógrafo de la corte. Fue rector de los colegios de Passau y Laybach. En un texto manuscrito suyo sobre el cálculo de Newton (cálculo de fluxiones), pero donde se introduce por primera vez en España la notación y el enfoque de Leibniz, contó con la colaboración del matemático español Tomás Cerdá. Publicó varias obras astronómicas y físicas.

Riemann, Georg Friedrich Bernhard (1826-1866). Matemático alemán. Nació en Breselenz (Hannover), hijo del pastor protestante de dicha pequeña localidad. De salud frágil, carácter tímido y poco comunicativo. Estudió en Berlín y en Gotinga. A esta Universidad llegó para estudiar teología, pero rápidamente se cambió a matemáticas. Discípulo de Steiner, Jacobi, Dirichlet, Weber y Gauss. Se doctoró en Gotinga (1851) con una tesis, escrita bajo la dirección de Gauss, titulada *Fundamentos de una teoría general de funciones de una variable compleja*. Para calificarse como “privatdozent” en Gotinga (1854), lo que le permitía gozar del privilegio de dar clase a estudiantes y cobrar una cuota, escribió *Sobre la representación de una función mediante una serie trigonométrica*, dando una disertación de habilitación docente con el título *Sobre las hipótesis que sirven de base a la Geometría* (1854, impresa en 1867). Se dice que nadie le comprendió en el auditorio de dicha disertación, excepto el anciano Gauss. Estos trabajos fueron seguidos por una serie de famosos artículos en los que redactó el aparato formal de su teoría con una aplicación a la conducción del calor. En 1859 fue el sucesor de Dirichlet como profesor de matemáticas en Gotinga. Enfermo de pleuresía agravada por tuberculosis, realizó varios viajes a Italia con objeto de mejorar su salud, muriendo en uno de ellos.

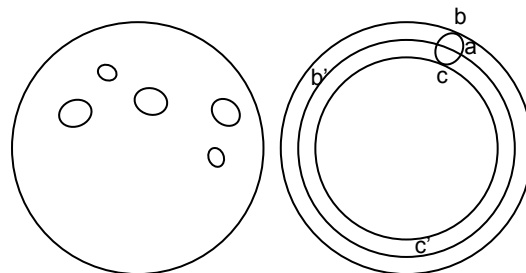
Hizo numerosas contribuciones a las matemáticas propiamente dichas, pero estaba profundamente interesado en la física y las relaciones de las matemáticas con el mundo físico. Escribió ensayos sobre el calor, la luz, la teoría de gases, el magnetismo, la dinámica de fluidos y la acústica. Intentó unificar la gravitación con la luz e investigar el mecanismo del oído humano. Su trabajo sobre los fundamentos de la geometría buscó asegurar lo que es absolutamente cierto acerca de nuestro conocimiento del mundo del espacio físico. Él mismo decía que su objetivo primordial consistía en su trabajo sobre las leyes físicas. Parece ser que sus estudios sobre funciones complejas le vinieron sugeridos por sus trabajos sobre el flujo de corrientes eléctricas a lo largo de un plano. La ecuación del potencial es central en esta materia y lo fue también en el acercamiento de Riemann a las funciones complejas.

En su tesis doctoral *Fundamentos de una teoría general de las funciones de variable compleja* (1851, impresa en 1864), estableció el fundamento de dicha teoría mediante la ecuación de Laplace, que concede jerarquía matemática a este recurso, importante para la física. En dicha tesis aparecen las llamadas ecuaciones de Cauchy-Riemann ($u_x = v_y$, $u_y = -v_x$, que debe satisfacer una función analítica de variable compleja) y el concepto de superficie de Riemann, anticipando de alguna manera la parte que la topología iba a jugar en el análisis. Con estas funciones se vincula la llamada “superficie de Riemann”, que ideó para hacer uniformes las correspondencias multiformes entre las variables complejas, es decir, para representar como una aplicación biunívoca una función compleja que en el plano de Gauss ordinario no sería uniforme (tomaría varios valores por cada valor de la variable independiente).

Uno de los ejemplos más claros del significado de las propiedades geométricas de las superficies de Riemann es la teoría de las funciones algebraicas, es decir, funciones obtenidas como soluciones de una ecuación $f(z,w) = 0$, cuyo primer miembro es un polinomio en z y w . La superficie de Riemann de una función tal se puede siempre deformar continuamente en una esfera o, si no, en una esfera con asas. La propiedad característica de estas superficies es el número de asas. Este número se llama género de la superficie y de la correspondiente función algebraica. Riemann publicó cuatro artículos en 1857, que repiten muchas de las ideas de su tesis doctoral, siendo el cuarto el que proporcionó a la materia su mayor desarrollo. Los cuatro son difíciles de entender: “Eran libros con siete sellos”. Afortunadamente, muchos matemáticos brillantes trabajaron sobre ellos y dieron cabal explicación de su contenido, aclarando en especial lo concerniente a las funciones abelianas, cuyo análisis arroja luz sobre qué clase de funciones pueden existir en una superficie de Riemann. Riemann trata dos clases de funciones. La primera consiste en funciones univaluadas sobre la superficie cuyas singularidades son

polos. La segunda clase consiste en funciones que son univaluadas sobre la superficie obtenida con cortes, pero discontinuas a lo largo de cada corte. Este segundo tipo de funciones también puede tener polos e infinitos logarítmicos. Riemann demostró que las primeras son funciones algebraicas, y las segundas, integrales de funciones algebraicas. Uno de los resultados más notables para las funciones sobre superficies de Riemann se conoce como el teorema de Riemann-Roch. Esencialmente, el teorema determina el número de funciones meromorfas linealmente independientes sobre la superficie que tienen a lo más un conjunto de específico finito de polos. Para completar la teoría de su tesis doctoral, Riemann acaba con algunas aplicaciones de la teoría de funciones a la representación conforme. El problema general de la representación conforme de un plano en un plano (que proviene del trazado de mapas) fue resuelto por Gauss en 1825. Su resultado se reduce al hecho que se establece tal aplicación por cualquier $f(z)$ analítica (Gauss no utilizó la teoría de funciones complejas). Riemann sabía que una función analítica establecía una representación conforme del plano z en el plano w , pero le interesaba extender esto a las superficies de Riemann. Así se abrió un nuevo capítulo en la representación conforme. Al final de su tesis, Riemann proporciona el siguiente teorema: Dadas dos superficies planas simplemente conexas (incluye dominios simplemente conexos sobre superficies de Riemann) pueden ser aplicadas uno a uno y conformemente una sobre otra, y un punto interior y un punto frontera sobre el otro, escogidos arbitrariamente. Así la aplicación está determinada en su totalidad. Este teorema contiene como caso especial el siguiente resultado básico (llamado teorema de la aplicación de Riemann): Para un dominio simplemente conexo arbitrario D , es posible construir una función analítica que efectúe una transformación conforme del círculo de radio unidad y centro en el origen en el dominio dado, de tal forma que el centro del círculo se transforme en un punto dado w_0 del dominio D , y una curva con una dirección arbitraria en el centro del círculo se transforme en una curva con una dirección arbitraria en el punto w_0 .

Se ha visto más arriba la relación de los trabajos de Riemann en teoría de funciones de variable compleja con determinados aspectos topológicos. Tanto en su tesis de 1851 como en sus estudios sobre funciones abelianas, Riemann insistió en que para trabajar con las citadas funciones eran indispensables algunos teoremas del “análisis situs”. Así, se encontró con la necesidad de introducir la idea de conexión sobre las superficies de Riemann, definiéndola de la siguiente manera: “Si sobre la superficie F (con frontera) pueden dibujarse n curvas cerradas a_1, a_2, \dots, a_n que ni individualmente ni combinadas limitan completamente una parte de dicha superficie F , pero tales que con ayuda de ellas cualquier otra curva cerrada forma la frontera completa de una parte de F , entonces la superficie se llama $(n + 1)$ -conexa”. Al respecto, sigue diciendo: “Por medio de una sección, es decir, de una línea sobre la superficie que vaya de un punto frontera a un punto frontera, una superficie $(n + 1)$ -conexa puede transformarse en otra n -conexa F' . Las partes de la frontera que aparecen en esta división hacen el papel de frontera incluso durante las divisiones posteriores, de manera que una sección no puede pasar más de una vez por un mismo punto pero puede terminar en uno de sus puntos previos... Para aplicar estas consideraciones a una superficie sin frontera, cerrada, tenemos primero que transformarla en una con frontera destacando un punto arbitrario y formando la primera división mediante este punto y una sección que comienza y termina en él, es decir, por una curva cerrada”. Pone el ejemplo de un toro que es una superficie 3-conexa (género 1 o número de Betti unidimensional 2), que puede transformarse en una superficie simplemente conexa por medio de una curva cerrada abc y una sección $ab'c'$.



Riemann había clasificado de esta forma las superficies según su tipo de conexión, introduciendo así una propiedad topológica. Esta clasificación se basaba en su género p , siendo $2p$ el número de curvas cerradas necesarias para hacer la superficie simplemente conexa, y $2p + 1$ para cortar la superficie en

dos partes distintas. Observó que todas las superficies simplemente conexas (género cero) son topológicamente equivalentes, pudiéndose aplicar topológicamente sobre una esfera.

Riemann estudió durante un tiempo bajo la dirección de Dirichlet en Berlín, interesándose por las series de Fourier. Su trabajo *Sobre la representación de una función mediante una serie trigonométrica* (1854, publicada en 1868) tenía como finalidad encontrar condiciones necesarias y suficientes que una función $f(x)$ debe satisfacer para que la serie de Fourier para $f(x)$ en un punto x del intervalo $(-\pi, \pi)$ convergiera a $f(x)$. Demostró el teorema fundamental de que si $f(x)$ es acotada e integrable en dicho intervalo, entonces los coeficientes de Fourier a_n y b_n , se acercan a cero cuando n tiende a infinito. También demostró que para $f(x)$ acotada e integrable, la convergencia de su serie de Fourier en un punto del citado intervalo depende solamente del comportamiento de $f(x)$ en el entorno de ese punto. Sin embargo, el problema de encontrar condiciones necesarias y suficientes para $f(x)$ de modo que su serie de Fourier converja a $f(x)$ no se había y no ha sido resuelto. Riemann abrió otra línea de investigación. Consideró las series trigonométricas pero no exigió que los coeficientes se determinaran por la fórmula de Fourier. Comienza con la serie $\sum_{1,\infty} a_n \operatorname{sen} nx + b_0/2 + \sum_{1,\infty} b_n \operatorname{cos} nx$, y define: $A_0 = \frac{1}{2} b_0$, $A_n(x) = a_n \operatorname{sen} nx + b_n \operatorname{cos} nx$, con lo que: $f(x) = \sum_{n=0,\infty} A_n(x)$, llamando a esta serie Ω . Desde luego que $f(x)$ tiene un solo valor para aquellos valores de x para los que la serie converge. Los términos de Ω pueden aproximarse a cero para toda x o para alguna x . Riemann trata estos dos casos por separado. Si a_n y b_n tienden a cero, los términos de Ω tienden a cero para toda x . Siendo $F(x) = C + C'x + A_0 x^2/2 - A_1 - A_2/4 - \dots - A_n/n^2 \dots$, que se obtiene por integraciones sucesivas de Ω , Riemann demuestra que $F(x)$ converge para toda x y es continua en x . Entonces $f(x)$ puede integrarse. Luego demuestra una serie de teoremas acerca de $F(x)$, que como consecuencia conducen a condiciones necesarias y suficientes para que la serie inicial converja a una función dada $f(x)$ de periodo 2π . Proporciona una condición necesaria y suficiente para que dicha serie trigonométrica converja en un valor particular de x , con a_n y b_n aproximándose todavía a cero conforme n tiende a infinito. Después considera el caso alterno donde $\lim_{n \rightarrow \infty} A_n$ depende del valor de x y da condiciones que se cumplen cuando Ω converge para valores particulares de x y un criterio para la convergencia en valores particulares de x . También demuestra que una $f(x)$ dada puede ser integrable e incluso así no tener una representación en serie de Fourier. Incluso existen funciones no integrables a las que converge Ω para un número infinito de valores de x tomados entre límites arbitrariamente cercanos. Finalmente, una serie trigonométrica puede converger para un número infinito de valores de x en un intervalo arbitrariamente pequeño a pesar de que a_n y b_n no tiendan a cero para todas las x . Riemann hizo ver la distinción entre continuidad y diferenciabilidad, para lo cual definió la siguiente función: Sea (x) la diferencia entre x y el entero más cercano, y sea $(x) = 0$ si está a la mitad entre dos enteros consecutivos. Entonces $-1/2 < (x) < 1/2$. Se define $f(x)$ como: $f(x) = (x)/1 + (2x)/4 + (3x)/9 + \dots$. Esta serie converge para todos los valores de x . Sin embargo, para $x = \rho/2n$, donde ρ es un entero primo con $2n$, $f(x)$ es discontinua y tiene un salto cuyo valor es $\pi^2/8n^2$. En todos los otros valores de x , $f(x)$ es continua. Más aún, $f(x)$ es discontinua un número infinito de veces en todo intervalo arbitrariamente pequeño. Sin embargo, $f(x)$ es integrable. Lo que es más, $F(x) = \int f(x) dx$ es continua para toda x , pero no tiene derivada donde $f(x)$ es discontinua. Esta función “patológica” venía a mostrar claramente que la idea de integral exigía una definición más cuidadosa que la dada por Cauchy, que había estado inspirada en gran medida por la intuición geométrica del área encerrada bajo una curva. La definición de integral definida sobre un intervalo que se suele utilizar actualmente, en términos de sumas superiores e inferiores, se conoce como “integral de Riemann”, pues fue Riemann quien dio las condiciones necesarias y suficientes para que una función acotada sea integrable, que consisten en que el conjunto de sus puntos de discontinuidad debe tener medida nula.

Se considera a Riemann el filósofo más profundo de la geometría, siendo una de las mayores creaciones del siglo XIX la geometría riemanniana. Riemann conocía a través de Gauss las dudas que éste tenía sobre la verdad y necesaria aplicabilidad de la geometría euclidiana. De esta manera, en el campo de la geometría, Riemann siguió a Gauss (en la teoría de funciones siguió a Cauchy y Abel), estando también influenciado por las enseñanzas del psicólogo Johann Friedrich Herbart (1766-1841). Gauss le propuso a Riemann el tema de los fundamentos de la geometría sobre el que debería pronunciar su disertación de habilitación docente para el título de “privatdozent”. Pronunció la conferencia en 1854, dirigida al cuerpo académico de Gotinga, con Gauss presente, y fue publicada en 1867 con el título *Sobre las hipótesis que sirven de base a la Geometría*. Las ideas de Riemann al respecto, tal como las expuso en esta conferencia, eran vagas. Una razón es que Riemann las adaptó

para su audiencia formada por el profesorado de Gotinga al completo, aunque también parte de su vaguedad proviene de las consideraciones filosóficas con las que Riemann inició su exposición. Posteriormente, en un artículo sobre la conducción del calor, que Riemann escribió en 1861 (publicado póstumo en 1876 en sus *Obras completas*) para competir por un premio ofrecido por la Académie des Sciences de París, que no ganó, encontró la necesidad de considerar más profundamente sus ideas sobre geometría.

La geometría del espacio de Riemann no fue únicamente una extensión de la geometría diferencial de Gauss. Reconsideró el enfoque total del estudio del espacio, estudiando la cuestión de en qué se puede estar seguro acerca del espacio físico. ¿Qué condiciones o hechos se presuponen en la propia experiencia del espacio antes de que se determinen por experiencia los axiomas particulares que se cumplen en el espacio físico? Uno de los objetivos de Riemann fue demostrar que los axiomas particulares de Euclides eran empíricos en lugar de, como se había creído, verdades autoevidentes. Adoptó el enfoque analítico, ya que en las demostraciones geométricas podemos ser desviados por nuestras percepciones para aceptar hechos no reconocidos explícitamente. Así, la idea de Riemann era apoyarse en el análisis para empezar con lo que seguramente es a priori acerca del espacio y deducir las consecuencias necesarias. Cualesquiera otras propiedades del espacio serían entonces tomadas como empíricas. Gauss se había ocupado de este mismo problema, pero sólo se publicó de su investigación su ensayo sobre superficies curvas. La búsqueda de Riemann de lo que es a priori lo llevó a estudiar el comportamiento local del espacio, o, en otras palabras, el enfoque de la geometría diferencial como opuesto a la consideración del espacio como un todo, como se encuentra en Euclides o en la geometría no euclídea de Gauss, Bolyai y Lobachevski. Creó la geometría riemanniana al suponer el espacio realmente ilimitado, pero finito, y admitió, por consiguiente, para la recta una longitud finita, obteniendo así como posible una geometría con la hipótesis de que la suma de los tres ángulos de un triángulo sea mayor que dos rectos, lo que coincide en cierto modo con la geometría de la esfera. Extendió estas consideraciones al caso de espacios de cualquier número de dimensiones y de distinta curvatura, siendo ésta la que caracterizaba esencialmente al espacio correspondiente. Dice Riemann en este trabajo: “Cuando se extienden las construcciones del espacio a lo infinitamente grande ha de distinguirse lo ilimitado de lo infinito. Lo primero pertenece a las relaciones de la extensión, lo segundo a las relaciones métricas. Que el espacio es una variedad ilimitada de tres dimensiones es una hipótesis que se aplica en todas las concepciones relativas del mundo exterior, que nos sirve para completar en todo momento el campo de nuestras percepciones y que constantemente se encuentra verificada en todas sus aplicaciones. De ahí que la propiedad del espacio de ser ilimitado posea una certeza empírica que ningún otro dato empírico posee. Pero de ello no sigue de ningún modo la infinitud del espacio, al contrario si se suponen los cuerpos independientes de sus posiciones y se atribuye al espacio una curvatura constante, el espacio sería necesariamente finito, en cuanto la medida de la curvatura fuera positiva, por pequeña que fuera”. Guiado en gran parte por la geometría intrínseca de Gauss de las superficies en el espacio euclídeo, Riemann desarrolló una geometría intrínseca para cualquier espacio. Prefirió tratar una geometría n -dimensional a pesar de que el caso tridimensional era claramente el importante, y habla del espacio n -dimensional como una variedad. Un punto en la variedad de n dimensiones está representado mediante la asignación de valores especiales a n parámetros variables, x_1, x_2, \dots, x_n , y el agregado de esos tales posibles puntos constituye la variedad n -dimensional en sí misma, de la misma manera que el agregado de los puntos sobre la superficie constituye la propia superficie. Se llama a los n parámetros variables las coordenadas de la variedad. Cuando las x varían continuamente, los puntos recorren la variedad. Riemann escribió: “Por tanto, o bien la realidad que sirve de base al espacio debe consistir en una variedad discreta, o bien tendremos que buscar el fundamento de su métrica en relaciones exteriores a ella, en las fuerzas de unión que actúan sobre ella. Esto nos conduce a los dominios de otra ciencia, los de la física, a los que el objetivo de nuestro trabajo no nos permite ir ahora”. Entre las reglas más importantes en cualquier geometría está, según Riemann, la que da la distancia entre dos puntos infinitamente próximos. En la geometría euclídea ordinaria esta “métrica” viene dada por la expresión $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, pero se podrían utilizar otras infinitas fórmulas para calcular la distancia, y desde luego, la métrica utilizada determinará las propiedades del espacio, es decir, su geometría. Se conoce con el nombre de “espacio de Riemann”, a un espacio cuya métrica viene dada por la siguiente expresión:

$ds^2 = g_{11} dx^2 + g_{12} dx dy + g_{13} dx dz + g_{21} dy dx + g_{22} dy^2 + g_{23} dy dz + g_{31} dz dx + g_{32} dz dy + g_{33} dz^2$, donde las g_{ij} sean o bien constantes o, de una manera aún más general, funciones de x, y, z (de esta

manera, Riemann previó la posibilidad de que la naturaleza del espacio pudiera variar de un punto a otro). Así, un espacio (localmente) euclídeo no es más que un caso muy especial de un espacio de Riemann en el que se verifica que $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$ y todos los demás g_{ij} son cero. Riemann desarrolló a partir de la métrica una fórmula para la curvatura gaussiana de una “superficie” en uno de sus “espacios”, e introdujo una regla general para relacionar las curvaturas de las distintas superficies en un mismo punto. Debido a estas relaciones, la curvatura en un punto está completamente caracterizada por un cierto sistema de números llamado “tensor de curvatura”. Tras el hecho de que Einstein se sirviera de estas ideas para desarrollar su teoría de la relatividad general, apoyándose en ellas como hipótesis preliminar, se ha logrado penetrar completamente en el sentido de la concepción de Riemann. Con el estudio de las geometrías generales riemannianas en la dirección métrico-diferencial, que hoy se llaman “espacios de Riemann”, tienen importancia las superficies de curvatura constante, cuyos ejemplos más simples son el plano (curvatura nula) y la esfera (curvatura positiva). El propio Riemann había sugerido en su artículo de 1854 que un espacio de curvatura constante positiva en dos dimensiones podría realizarse sobre la superficie de una esfera siempre y cuando se tomara como “línea recta” la geodésica sobre la esfera. Antes del trabajo de Riemann, la geometría no euclídea de Gauss, Lobachevski y Bolyai, a la que Klein llamó después geometría hiperbólica, había sido introducida como la geometría en un plano en el que las líneas rectas ordinarias y necesariamente infinitas) son las geodésicas. La relación de esta geometría con las variedades de Riemann no estaba clara. Riemann y Minding habían pensado en las superficies de curvatura constante negativa, pero ninguno de ellos relacionó éstas con la geometría hiperbólica. Beltrami en 1868 presentó una superficie de curvatura constante negativa, consistente en la superficie engendrada por rotación de la tractriz. Así como nuestra geometría plana es un tipo de geometría parabólica y la geometría sobre la esfera (con alguna variante) es un tipo de geometría elíptica, la geometría sobre la superficie de Beltrami es un tipo de geometría hiperbólica.

Se deben a Riemann notables contribuciones a distintas ramas del análisis matemático. Expuso con Dirichlet, la formulación más general de función como correspondencia entre dos conjuntos de números, cualquiera sea el modo de establecer esa correspondencia. Se le debe un concepto de integral definida más general que el de Cauchy, pues incluye el caso en que la función admita infinitas discontinuidades, siempre que se mantenga acotada.

La llamada función de Riemann es igual a cero en todos los puntos de abscisa irracional, e igual a $1/q$ en los puntos de abscisa racional p/q , siendo esta fracción irreducible (esta función es discontinua en todos los puntos racionales y continua en los irracionales). Inversamente, en su estudio sobre las series trigonométricas, como se ha visto más arriba, alude a la existencia de funciones continuas sin derivadas.

Resolvió por primera vez (1857) las dificultades para la inversión de una integral particular de Abel. Estudió también cuestiones de superficies mínimas. En relación con su trabajo sobre la propagación de ondas de sonido de amplitud finita, Riemann construyó una solución para el problema de valor inicial para la ecuación de ondas, método que es útil solamente para el tipo de ecuación especificada por la ecuación de ondas (ecuación hiperbólica) en dos variables independientes y no podía ser extendido directamente.

La extensión del método a más de dos variables independientes se enfrenta a la dificultad de que la función de Riemann se hace singular sobre la frontera del dominio de integración y la integral diverge. Se ha conseguido la extensión del método, pero se han incrementado las complicaciones, por lo que se ha progresado en otras direcciones como los llamados problemas de estado estacionario que condujeron a la ecuación de onda reducida.

En su artículo *Contribuciones a la teoría gaussiana de las series $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$ representando funciones* (1857), Riemann presentó su enfoque para obtener el carácter de las soluciones de las ecuaciones diferenciales en el entorno de los puntos singulares. La ecuación diferencial hipergeométrica, como Gauss la llamaba, tiene tres puntos singulares: 0, 1 y ∞ . Riemann demostró que, para x compleja, para obtener conclusiones acerca del comportamiento de las soluciones particulares en el entorno de los puntos singulares de la ecuación de segundo orden, no es necesario conocer la propia ecuación diferencial, sino más bien saber cómo dos soluciones independientes se comportan cuando la variable independiente recorre trayectorias cerradas alrededor de tres puntos singulares. De esta manera, la idea de Riemann, al tratar funciones definidas por ecuaciones diferenciales, fue derivar las propiedades de las funciones de un conocimiento del grupo de monodromía. Su artículo trataba la ecuación diferencial

hipergeométrica, pero se planteaba tratar las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de orden n -ésimo con coeficientes algebraicos.

En un fragmento escrito en 1857, no publicado hasta que sus obras escogidas aparecieron en 1876, Riemann consideró ecuaciones más generales que las de segundo orden con tres puntos singulares. Consecuentemente, supone que tiene n funciones uniformes, finitas y continuas, excepto en ciertos puntos asignados arbitrariamente (los puntos singulares) y sometidos a una sustitución lineal fijada arbitrariamente cuando x describe un circuito cerrado alrededor de cierto punto. Demuestra entonces que tal sistema de funciones satisface una ecuación diferencial lineal de orden n -ésimo. Pero no demuestra que los puntos de ramificación (puntos singulares) y las sustituciones pueden ser escogidos arbitrariamente.

En este aspecto, su trabajo fue incompleto y dejó abierto un problema conocido como problema de Riemann: Dados n puntos a_1, a_2, \dots, a_n en el plano complejo, y asociada a cada uno de ellos una transformación lineal de cierta forma, demostrar sobre la base de suposiciones elementales acerca del comportamiento del grupo de monodromía asociado con estos puntos singulares (siempre y cuando tal comportamiento no esté ya determinado) que está determinada una clase de funciones y_1, y_2, \dots, y_n que satisface una ecuación diferencial lineal de orden n -ésimo con las a_i dadas como puntos singulares y tales que cuando la z recorre una trayectoria cerrada alrededor de las a_i , las y_i sufren la transformación lineal asociada con las a_i .

Riemann trabajó en el desarrollo de la idea de cuerpo de Galois. Se le deben los fundamentos del “analysis situs” o topología. Redactó una exposición sobre la teoría de números (1859), debiéndosele el estudio de la función $\zeta(s)$ (función zeta) de Euler para valores complejos de la variable $s = \sigma + i\tau$, tomando en este caso el nombre de Riemann, que demostró que esta función definida en el semiplano $\sigma > 1$ por la serie $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} (1/n^s)$, tiene la propiedad de que $\zeta(s) - 1/(s-1)$ es una función entera trascendente (para $\sigma \leq 1$ la serie deja de ser convergente, pero los valores de $\zeta(s)$ en el semiplano $\sigma \leq 1$ están definidos por prolongación analítica). Riemann dio seis propiedades de esta función, sin demostración (de esas propiedades queda por demostrar la conjetura que lleva su nombre, consistente en que todos los ceros de la función $\zeta(s)$ tienen por parte real $1/2$).

Riese, Adam (1492-1559). Matemático alemán. Nació en Staffelstein. Fue uno de los primeros autores de libros didácticos de enseñanza de las matemáticas. Enseñó en Erfurt y Annaberg, donde fue director de las escuelas de matemáticas. Escribió un libro de álgebra bajo el título *Die coss* (1524), y numerosos textos de aritmética que fueron tan efectivos que aún se usa en Alemania la expresión “nach Adam Riese” como un elogio a la exactitud en los cálculos aritméticos. Publicó sus libros en alemán, y no en latín como era costumbre en su época. Fue el más influyente de los autores alemanes en la tendencia a remplazar los viejos métodos de cálculo basados en el uso de cuentas o fichas, o bien de los numerales romanos, por los nuevos métodos utilizando pluma y los numerales hindú-árabes.

Riesz, Frigyes (Friedrich) (1880-1956). Matemático húngaro. Nació en Győr (Austria-Hungría, hoy Hungría). Enseñó matemáticas en la Universidad de Kolozsvár (Hungría, hoy Cluj-Napoca, Rumanía) desde 1911, y en la de Budapest (1945). Se le considera uno de los fundadores del análisis funcional, cuya parte central se ocupa de la teoría abstracta de los operadores que aparecen en las ecuaciones diferenciales e integrales. En sus artículos de 1907 continuó la obra de Hilbert sobre ecuaciones integrales de la forma $f(s) = \Phi(s) + \int_{a,b} K(s,t)\Phi(t) dt$, donde f y K son continuas, tratando de extender las ideas de Hilbert a funciones $f(s)$ más generales. Con este objeto, lo que se necesitaba era asegurarse de que los coeficientes de Fourier de f con respecto a un sistema ortonormal de funciones $\{\Phi_p\}$ se podían calcular. También estaba interesado en investigar en qué condiciones una sucesión de números dada $\{a_p\}$ podía ser la sucesión de coeficientes de Fourier con respecto a dicho sistema ortonormal. Consideró funciones cuyo cuadrado es integrable en el sentido de Lebesgue, obteniendo el siguiente teorema, hoy llamado de Riesz-Fischer: Sea $\{\Phi_p\}$ una sucesión ortonormal de funciones de cuadrado integrable en el sentido de Lebesgue, definidas en el intervalo (a,b) . Si $\{a_n\}$ es una sucesión de números reales, entonces la convergencia de $\sum_{p=1, \infty} a_p^2$, es condición necesaria y suficiente para que exista una función f tal que $\int_{a,b} f(x)\Phi_p(x) dx = a_p$, para cada Φ_p y a_p , siendo además f cuadrado integrable. Este teorema establece una correspondencia biunívoca entre el conjunto de funciones de cuadrado integrable y el conjunto de las sucesiones de cuadrado sumable, para cada sucesión ortonormal de funciones de cuadrado integrable. También demostró que la ecuación integral de

segundo tipo admite solución bajo las condiciones más débiles de que $f(s)$ y $K(s,t)$ sean de cuadrado integrable. La solución es única salvo una función cuya integral de Lebesgue sobre (a,b) sea nula. La determinación de una función $f(x)$ correspondiente a un conjunto de coeficientes de Fourier $\{a_n\}$ con respecto a una sucesión dada de funciones ortonormales $\{g_n\}$ que aparecía en los citados artículos de Riesz, recibe hoy el nombre de problemas de los momentos. En 1910, Riesz generalizó este problema utilizando las desigualdades de Hölder, e introduciendo los conceptos de convergencia fuerte y débil. También introdujo el concepto abstracto de operador, formulando el concepto de continuidad completa de Hilbert, inaugurando así la teoría abstracta de operadores. Esta teoría unifica la teoría de autovalores para ecuaciones diferenciales e integrales y para transformaciones lineales que actúan sobre un espacio n -dimensional. Riesz también introdujo los espacios L^p y el concepto de operador adjunto o traspuesto.

Escribió *Los sistemas de ecuaciones lineales, una infinidad de incógnitas* (1913), en cuyo prefacio Riesz dice: "... Nuestro estudio no forma parte, propiamente hablando, de la teoría de funciones. Más bien podría considerarse como... un primer estadio de una teoría de funciones de infinitas variables ...". En el periodo 1916-1918, Riesz reelaboró la teoría espectral de Hilbert (en la que el énfasis se ponía en las formas cuadráticas) en términos de operadores lineales acotados y desarrolla la teoría moderna de los operadores compactos. En 1934, Riesz obtiene la representación de cualquier forma lineal continua para un espacio de Hilbert abstracto. Escribió *Lecciones de análisis funcional* (1952). Fue editor de *Acta Scientiarum Mathematicarum* a partir de 1922.

Riesz, Marcel (1886-1969). Matemático húngaro. Nació en Győr. Era hermano de Frigyes Riesz, con el que publicó un trabajo sobre los límites de una función analítica. Estudió en la Universidad de Budapest. Influido por Fejér, realizó una investigación sobre los problemas de la teoría de las series. En su tesis doctoral realizó una generalización del teorema de unicidad de Cantor en la serie trigonométrica convergente a la serie trigonométrica sumable por el método de Cesàro. En 1908 fue contactado por Mittag-Leffler con el objeto de que investigara y enseñara en Suecia. Se trasladó a Suecia (1908), donde trabajó en la Universidad de Estocolmo y en 1926 fue nombrado catedrático en la Universidad de Lund, dirigiendo su departamento de matemáticas. Investigó en las soluciones fundamentales de ecuaciones en derivadas parciales, en las series divergentes, en las álgebras de Clifford y en teoría de números. Escribió con Hardy, *Teoría general de las series de Dirichlet* (1915). En 1949 publicó *La integral Riemann-Liouville y el problema de Cauchy*, donde expuso su repercusión en la teoría de ondas.

Ringel, Gerhard (1919-2008). Matemático alemán. Nació en Kollnbrunn (Austria). Se doctoró en la Universidad de Bonn. Enseñó en la Universidad de Berlín. En 1970 se trasladó a la Universidad de California en Santa Cruz. Fue un experto entomólogo con una sobresaliente colección de mariposas. Fue uno de los pioneros en la teoría de grafos y trabajó en la prueba de la conjetura de Heawood, vinculada con el teorema de los cuatro colores. Escribió *Problema del coloreado de mapas* (1959), junto con J. W. T. Youngs, publicó *Solución del problema de Heawood sobre el coloreado de mapas* (1968) y *Perlas en la teoría de grafos* (1990).

Ríos García, Sixto (1913-2008). Matemático español. Nació en Toledo. Estudió en la Universidad Central en Madrid. Discípulo de Rey Pastor. Enseñó en las Universidades de Valencia, Valladolid y Madrid. Se le conoce como el padre de la estadística española. Es autor, entre publicaciones y monografías, de más de 200 obras de investigación, dedicadas a análisis matemático, probabilidades, estadística e investigación operativa. Entre ellas, *Métodos estadísticos* (1977), *Matemática aplicada* (1980), *Procesos de selección multicriterio* (1990), junto con Navarro Borrás, *Análisis matemático*. Escribió junto con Santaló y Balanzat, un trabajo biográfico sobre Rey Pastor: *Julio Rey Pastor, matemático* (1979).

Ríos Insúa, David (n. 1964). Matemático español. Nació en Madrid. Es hijo de Sixto Ríos García. Se licenció en ciencias matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid (1987), y se doctoró en computación por la Universidad de Leeds (1990). Es catedrático de estadística e investigación operativa por la Universidad Rey Juan Carlos. Ha publicado, entre otros muchos trabajos, *Análisis de*

sensibilidad en la toma de decisiones multiobjetiva, Teoría estadística de la decisión, Análisis bayesiano robusto, Análisis bayesiano de procesos estocásticos.

Ripert (h. 1899). Realizó aportaciones en transformaciones cuadráticas (1899).

Ritz, Walther (1878-1909). Físico suizo. Nació en Sion. Estudió en Zurich y Gotinga, especializándose en física teórica. Su tesis versó sobre la teoría de la espectrografía de masas. Contrajo la tuberculosis en 1900. Trabajó en mecánica cuántica y en el llamado método variacional Ritz. Estableció un método para la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Seguidamente se presenta la aplicación de este método para el problema, por otra parte clásico, de definir la posición de una membrana uniformemente estirada y de contorno fijo.

Por el principio de energía potencial mínima en una posición de equilibrio estable, la función $u(x,y)$ debe dar el menor valor de la integral $J(u) = \iint_D (u_x^2 + u_y^2) dx dy$ en comparación con todas las demás funciones continuamente diferenciables $v(x,y)$ que verifican la misma condición sobre el contorno, $v|_S = \Phi$, que la función u . Con algunas restricciones sobre Φ y sobre el contorno S se prueba que tal mínimo existe y que es alcanzado con una función armónica, de modo que la función deseada u es una solución del problema de Dirichlet: $\Delta u = 0$, $u|_S = \Phi$.

La demostración de la existencia de la función u , para la que J alcanza su mínimo, y su cálculo con cualquier grado de exactitud puede hacerse por el método de Ritz. Se toma una familia infinita de funciones dos veces continuamente diferenciables $\{v_n(x,y)\}$, $n = 0, 1, 2, \dots$, iguales a cero sobre el contorno para $n > 0$, e iguales a Φ para $n = 0$. Seguidamente se considera J para funciones de la forma $v = \sum_{k=1,n} C_k v_k + v_0$, donde n es fijo y los C_k son números arbitrarios. Entonces $J(v)$ será un polinomio de segundo grado en las n variables independientes C_1, \dots, C_n . Se determinan éstas a partir de la condición de que este polinomio se haga mínimo, lo que conduce a un sistema de n ecuaciones algebraicas lineales con n incógnitas, cuyo determinante es distinto de cero, con lo que dichas variables quedan unívocamente determinadas. Haciendo que la correspondiente v sea $v^n(x,y)$, se prueba que, si el sistema $\{v_n\}$ verifica una cierta condición de "completitud", las funciones v^n convergerán, cuando $n \rightarrow \infty$, a una función que será la solución del problema.

Ríos y Casas, José (1867-1940). Matemático español. Catedrático de matemáticas de la Universidad de Zaragoza, siendo discípulo suyo Rey Pastor. Asistió al segundo Congreso internacional de matemáticas, celebrado en París, al que sólo asistieron cuatro matemáticos españoles: Galdeano y Ríos y Casas (ambos, catedráticos de la Universidad de Zaragoza, que hicieron de ella el centro matemático más importante de España en la primera década del siglo XX), Torres Quevedo (ingeniero) y Torner y Carbó (militar), no habiendo ningún representante de las Universidades de Madrid y Barcelona. Inició la publicación de la *Revista trimestral de matemáticas*, que duró de 1901 a 1906, en la que escribió artículos como *Teoría formal de los objetos complementarios* y *Caracteres formales de la igualdad* (ambos de 1901). En 1889 publicó *Origen y propiedades fundamentales de las funciones elípticas*.

Rivest, Ronald L. (n. 1947). Matemático estadounidense. Nació en Schenectady (Nueva York). Estudió en las Universidades de Yale y Stanford. Profesor de ciencias de la computación en el Massachusetts Institute of Technology. Junto con L. M. Adleman y A. Shamir, idearon (1976) el cifrado de clave pública (basada en las funciones unidireccionales con trampa) más usado hoy en día (algoritmo RSA). Se basa en que es muy fácil multiplicar dos grandes números primos, pero es extremadamente difícil factorizar su producto.

Robbins, Herbert E. (1915-2001). Estadístico estadounidense. Nació en New Castle (Pensilvania). Estudió en la Universidad de Harvard, licenciándose en 1935 y doctorándose en 1938. Fue profesor en las Universidades de Nueva York, Carolina del Norte, Colombia, donde enseñó estadística matemática durante tres décadas, hasta 1983, y en la de Rutgers hasta 1997. Ideó técnicas para mejorar las predicciones mediante la elaboración de los datos relacionados. Se dedicó al diseño y solución de rompecabezas matemáticos, como por ejemplo, "un conjunto de tres ecuaciones es equivalente a un álgebra de Boole", que fue estudiado por Tarski y resuelto en 1996. Publicó junto con R. Courant *Qué son las matemáticas* (1941).

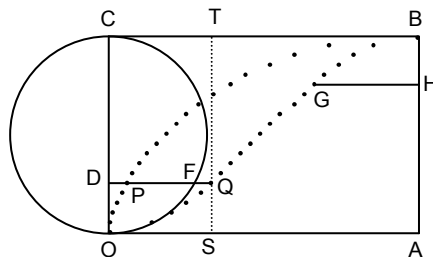
Roberto de Chester (Roberto Castrense) (h. 1145). Matemático y traductor inglés. Residió en España a mediados del s. XII, regresando a Inglaterra en 1150. Tradujo al latín (1145) el álgebra de Al-Khuwarizmi, suprimiendo los problemas referentes a herencias. Precisamente fue de esta traducción del árabe, de donde salió nuestra palabra seno. Los hindúes habían utilizado el nombre *jiva* para designar la semicuerda que aparece en trigonometría, y los árabes habían adoptado este nombre bajo la forma *jiba*. Ahora bien, en árabe existe también la palabra *jaib* que significa “bahía” o “ensenada”, y cuando Roberto de Chester se encontró con el término técnico *jiba*, al hacer su traducción, debió confundirlo, al parecer, con la palabra usual *jaib* (quizá debido a la omisión de las vocales en árabe) y lo tradujo por la palabra *sinus*, que es el nombre latino para “bahía” o “ensenada”. A veces se utilizó para la semicuerda la frase más detallada *sinus rectus* o “seno recto o vertical”, y de ahí el nombre de *sinus versus* o nuestro “seno verso” para la “sagita” o “seno vuelto sobre su lado”.

Robertson, M. S. (h. 1936). Con relación a la conjetura de Bieberbach o teorema de Branges (V. esta reseña), Milin utilizó (1971) una idea de Robertson en sus investigaciones. En 1936, Robertson había formulado la conjetura que lleva su nombre. Esta conjetura representa un paso intermedio necesario para la demostración de que la conjetura de Bieberbach se desprende de la conjetura de Lebedev y Milin.

Robertson, Neil (h. 1996). Matemático estadounidense. Tras la demostración de Appel y Haken sobre el problema de los cuatro colores (V. Appel), Neil Robertson, junto con Daniel Sanders, Paul Seymour y Robin Thomas, de la Escuela de Matemáticas del Instituto Tecnológico de Georgia, Estados Unidos, llevaron a cabo una nueva demostración en 1996, en la que se manejaron 633 configuraciones, demostración que, hasta el día de hoy, no ha sido refutada.

Roberval, Gilles Personne de (1602-1675). Matemático francés. Nació en Roberval (cerca de Senlis, Oise, Picardía) en el seno de una familia modesta. Asistía a las reuniones de la Académie Mersenne (V. Mersenne). El nombramiento para la cátedra de Ramus en el Collège Royal, que ocupó Roberval sin interrupción durante más de cuarenta años, se convocaba cada tres años a base de una oposición o examen competitivo en el que las cuestiones se las planteaban entre sí los opositores. En 1634 Roberval ganó este concurso, debido probablemente a que había desarrollado ya un método propio de indivisibles muy parecido al de Cavalieri, y con el hábil truco de no revelar su método a otros consiguió con éxito su objetivo de mantenerse ocupando la cátedra hasta su muerte. Esto trajo consigo la pérdida del reconocimiento de prioridad para la mayor parte de sus descubrimientos, viéndose envuelto en numerosas disputas de prioridad. La más agria de estas controversias tuvo que ver con la cicloide, curva a la que se le llegó a aplicar el nombre de “la Elena de los geómetras”, debido a la gran frecuencia con que provocó disputas entre ellos (ver al respecto las reseñas de Pascal y de Torricelli). En 1655, Roberval fue el sucesor de Gassendi en la cátedra de matemáticas. Formó parte de la Académie des Sciences desde su fundación en 1666. En su obra *Tratado de los indivisibles* (data de 1634, aunque no fue publicado hasta 1693), estudió el problema de las tangentes a las curvas, construyéndolas mediante un método cinemático, considerando que la curva está descrita por un doble movimiento, cuya resultante, de acuerdo con la regla del paralelogramo, proporciona la dirección de la tangente. Analizó varias curvas como las estrofoides, el folium de Descartes, las cicloides, la cisoide, etc., a las que añadió el estudio de la senoide, que denominó “compañera” de la cicloide. En 1635, Roberval realizó el primer bosquejo de la mitad de un arco de la senoide, llegando a demostrar por medio de su método de los indivisibles, el resultado que hoy se escribe $\int_a^b \text{sen } x \, dx = \cos a - \cos b$. Hacia 1638, Roberval descubrió un método para trazar la tangente a la cicloide en cualquiera de sus puntos. Estudió métodos (1637) para la determinación de áreas y volúmenes, utilizando en casos integrales trigonométricas, calculando en su obra *Sobre la trocoide* (nombre dado por Roberval a la cicloide), el área encerrada por la cicloide (que es exactamente tres veces el área del círculo que la engendra, resultado obtenido hacia 1634) y la longitud de su arco. Se ocupó también de rectificaciones y del cálculo del centro de gravedad, utilizando una concepción semejante a la de los indivisibles, aunque algo más próxima a la de los “infinitamente pequeños” (Roberval llamó a su método el “método de las infinidadas”, aunque utilizó como título de su trabajo el de *Tratado de los indivisibles*). Como ejemplo de esto último se considera seguidamente la determinación del área de la cicloide y del volumen del sólido engendrado por su rotación, mostrando al mismo tiempo el eficaz empleo de la

“compañera” de la cicloide, es decir, de la senoide. Sea la semicicloide OPB , y sea P un punto cualquiera de ella y $OABPO$ el área situada entre la semicicloide y el eje OA . El diámetro del círculo generador perpendicular a OA es OC . Se traza la recta DPF paralela a OA , que pasa por P , siendo D el punto en que corta al diámetro OC , y F el punto en que corta a la circunferencia generatriz. Se toma $PQ = DF$. El lugar geométrico descrito por Q se llama curva asociada a la cicloide (es la senoide). Roberval afirma que la curva OQB divide al rectángulo $OABC$ en dos partes iguales porque, básicamente, a cada línea DQ en $OQBCO$ le corresponde una línea igual GH en $OABQO$. Entonces puede aplicar el principio de Cavalieri. El rectángulo $OABC$ tiene su base y altura iguales, respectivamente, a la semicircunferencia y diámetro del círculo generador; por lo tanto su área es doble de la del círculo generador, luego $OABQO$ tiene la misma área que dicho círculo. Además, el área entre OPB y OQB es igual al área del semicírculo $OFCO$ porque de la misma definición de Q se tiene que $DF = PQ$, de modo que estas dos áreas tienen la misma anchura en todas partes.



En consecuencia, el área encerrada debajo de la semicicloide es una vez y media el área del círculo generador, y el volumen engendrado por la rotación de $OPBQO$ será igual al engendrado por la rotación del semicírculo generador. Para determinar el volumen del sólido engendrado por la senoide se tiene, siendo $SQ=y$, $QT=z$, que: $nd^2 = \sum d^2 = \sum (y+z)^2 = \sum y^2 + 2\sum yz + \sum z^2 = 2\sum y^2 + 2 \cdot \frac{1}{4}d^2 \sum \text{sen}^2 x$. Pero como x varía de 0 a π , la suma de los indivisibles de $\text{sen}^2 x$ será: $\sum \text{sen}^2 x = \frac{1}{2} \sum \text{sen}^2 x + \frac{1}{2} \sum \text{cos}^2 x = \frac{1}{2} \sum 1 = \frac{1}{2} n$; y, en definitiva, se tiene que: $nd^2 = 2\sum y^2 + \frac{1}{4}nd^2$, es decir: $\sum y^2 = \frac{3}{8}nd^2$, luego el volumen engendrado por la senoide es los $\frac{3}{8}$ del volumen del cilindro engendrado por la rotación del rectángulo $OABC$, y como el volumen engendrado por la figura $OPBQO$ era $\frac{1}{2}$ de ese cilindro, en definitiva el volumen engendrado por la cicloide al girar alrededor de su base, es los $\frac{5}{8}$ del volumen engendrado por su rectángulo circunscrito, que es el resultado que da Roberval.

Robins, Benjamin (1707-1751). Matemático e ingeniero militar británico. Dio de forma precisa las definiciones principales (1735) del cálculo infinitesimal y en especial del paso al límite. Escribió *Nuevos principios de artillería* (1742).

Robinson, Abraham (1918-1974). Lógico y matemático alemán, nacionalizado estadounidense. Nació en Waldenburg (Alemania; hoy, Walbrzych, Polonia). Emigró (1933) al Mandato Británico de Palestina, estudiando en la Universidad Hebrea. Trabajó en Londres, Toronto, Jerusalén y en la Universidad de California en Los Ángeles. En 1961, descubrió una nueva extensión del concepto de número en la que tanto las cantidades infinitesimales como las infinitas, existen y pueden ser objeto de rigurosos cálculos. Robinson fue uno de los fundadores del análisis no estándar y de la teoría de los modelos. Escribió *Análisis no estándar* (1966).

Robinson, Gilbert de Beauregard (1906-1992). Matemático canadiense. Nació en Toronto, en cuya Universidad se graduó. Se doctoró en Cambridge. Enseñó en la Universidad de Toronto. Se especializó en el estudio de los grupos simétricos. Escribió *Representaciones del grupo simétrico* (1938), *Fundamentos de geometría* (1959), *Teoría de la representación del grupo simétrico* (1961).

Robinson (Bowman), Julia (1919-1985). Matemática estadounidense. Nació en St. Louis, siendo su nombre de soltera Julia Bowman. Se graduó en el San Diego State College y estudió matemáticas en Berkeley. Se casó (1941) con Raphael Robinson, profesor de teoría de números de Berkeley. Leyó su tesis doctoral *Definibilidad y problemas de decisión en aritmética* (1948), donde probó que se podían definir los números enteros aritméticamente en función de la definición de número racional y ciertas operaciones. Trabajó en el décimo problema de Hilbert (¿Existe un método universal que con un número finito de pasos, permita decidir si una ecuación diofántica dada tiene o no solución?),

obteniendo determinados adelantos sin llegar a resolverlo (lo resolvió el matemático ruso Yuri Matijasevich en 1970). Fue la primera mujer matemática en la Academia de Ciencias de los Estados Unidos. En 1976 consiguió una posición de profesora a tiempo completo. De 1978 a 1979 ocupó la vicepresidencia de la Sociedad Matemática Americana, y en 1985 asumió la presidencia de la Academia Americana de Artes y Ciencia.

Robinson, Raphael Mitchel (1911-1995). Matemático estadounidense. Nació en National City (California). Estudió en la Universidad de California, en Berkeley. Enseñó en la Universidad de Brown, a tiempo parcial, lo que le significó graves penurias económicas, a consecuencia de las cuales enfermó de tuberculosis (se trataba de los últimos años de la Gran Depresión, con gran escasez de puestos de enseñanza en las Universidades). En 1937 pasó a la Universidad de Berkeley, donde llegó a ser profesor de teoría de números, y en donde se jubiló (1973). En esta Universidad conoció a Julia Robinson, con quien se casó. Trabajó en análisis complejo, lógica, teoría de conjuntos, geometría, isometría, grupos finitos de rotaciones, combinatoria y teoría de números.

Robson, A. (h. 1940). Escribió *Introducción a la geometría analítica* (dos volúmenes, 1940-1947).

Roch, Gustav (1839-1866). Matemático alemán. Nació en Leipzig. Estudió química en la Universidad de Dresde, y matemáticas en Gotinga y Berlín. Enfermo de tuberculosis, se trasladó (1866) a Venecia donde falleció. Se conoce como teorema de Riemann-Roch uno de los resultados importantes obtenidos para las funciones sobre superficies de Riemann de género p . Este teorema fue iniciado por Riemann y completado por Roch (1864). Esencialmente, el teorema determina el número de funciones meromorfas linealmente independientes sobre la superficie que tienen a lo más un conjunto específico finito de polos. En detalle, suponiendo que w es una función univaluada sobre la superficie y que tiene polos de primer orden en los puntos c_1, c_2, \dots, c_n pero no en otro lado. Las posiciones c_i no son necesariamente independientes. Si q funciones linealmente independientes (funciones adjuntas) se anulan en ellos, entonces se contiene $m - p + q + 1$ constantes arbitrarias, y es una combinación lineal de múltiplos arbitrarios de $m - p + q$ funciones, cada una con $p - q + 1$ polos del primer orden, de los que $p - q$ son comunes a todas las funciones en la combinación.

Roche, Édouard Albert (1820-1883). Astrónomo y matemático francés. Nació en Montpellier, en cuya Universidad estudió. Trabajó en mecánica celeste. Fue el primero en calcular el llamado límite de Roche, consistente en la menor distancia a la que un satélite puede acercarse al planeta sobre el que gira, sin ser fragmentado por las fuerzas de marea.

Roche, Estienne de la (1470-1530). Matemático francés. Nació en Lyon. Estudió matemáticas con Chuquet. Enseñó matemáticas comerciales en Lyon. Escribió *L'arismetique nouvellement composée*, publicada en Lyon en 1520 y de nuevo en 1538, obra que debe a Chuquet, a quien menciona, la mayor parte de su contenido.

Rodolfo de Brujas (h. 1140). Traductor belga en la Escuela de Traductores de Toledo. Experto en matemáticas y astrología. En 1140 fue arcediano de Pamplona, formando parte de su escuela capitular.

Rodrigo Montero, Rafael (n. 1953). Astrofísico español. Nació en Granada. Licenciado en ciencias matemáticas y doctor en ciencias físicas por la Universidad de Granada. Trabajó en el Instituto de Astrofísica de Andalucía (1975), del que fue director (1990-2004). El campo de sus investigaciones se extiende a las atmósferas planetarias, aeronomía, cuerpos menores y exploración del sistema solar. Presidente del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (2008).

Rodrigues, Olinde (1795-1851). Matemático francés. Nació en Burdeos. Estudió en la École Normale Supérieure, doctorándose con dos tesis, una sobre la atracción de los esferoides, donde propone la fórmula que lleva su nombre, y la segunda sobre el movimiento de rotación de un cuerpo de revolución. Fue dueño de un establecimiento bancario. Se afilió al sansimonismo, siendo uno de los discípulos más antiguos de Saint-Simon. Dio en 1816 un resultado fundamental sobre los polinomios de Legendre: $P_n(x) = 1/2^n n! \cdot d^n(x^2 - 1)^n/dx^n$. Trabajó en geometría diferencial de superficies,

utilizando la representación esférica en un trabajo sobre curvatura de superficies. Representó las funciones armónicas por medio de un cociente diferencial.

Rodríguez Annoni, Rafael (1886-1958). Matemático y militar español. Se ocupó de la pedagogía de las matemáticas. Escribió *Al margen de la clase* (1959), obra de matemáticas recreativas.

Rodríguez Bachiller, Tomás (1899-1980). Matemático español. Estudió en la Universidad de Madrid. Trabajó en el Laboratorio Seminario de Matemáticas y en la redacción de la Revista Matemática Hispano Americana (1933). Obtuvo la cátedra de análisis matemático en la Universidad Central de Madrid (1935). Exiliado de España, fue profesor de la Universidad de Puerto Rico. Tradujo al español importantes obras matemáticas, como *Lecciones de geometría proyectiva* de Enriques, *Series infinitas* de Hyslop, *Determinantes y matrices* de Aitken, *Lecciones de análisis* de Severi, *Métodos vectoriales aplicados a la geometría diferencial, a la mecánica y a la teoría del potencial* de Rutherford.

Rodríguez de Lista y Aragón, Alberto (1775-1848). Matemático, poeta, periodista y crítico literario español. Nació en Sevilla. Estudió filosofía, teología y matemáticas en la Universidad de Sevilla. Enseñó matemáticas, con trece años, en la Sociedad Económica de Sevilla y, desde 1796, en el Real Colegio de San Telmo, de Sevilla. Fue ordenado sacerdote en 1803. En 1808 ocupó la cátedra de retórica y poética en la Universidad de Sevilla, cargo que abandonó en 1813, por afrancesado. Fue canónigo de la Catedral de Sevilla. Colaboró y dirigió diversos periódicos. Enseñó matemáticas (1836) en la Universidad Central de Madrid. Se trasladó a Cádiz y Sevilla, enseñando en el Colegio San Felipe Neri de Cádiz y en la Universidad de Sevilla. Publicó, entre otras obras, *Tratado elemental de geometría. Aplicación del álgebra a la geometría y trigonometría rectilíneas* (1819), *Tratado de matemáticas puras y mixtas*, *Reflexiones imparciales sobre la Inquisición* (1820), *Poesías* (1822).

Rodríguez de Prada, Ángel (1859-1935). Monje, astrónomo, matemático, físico, meteorólogo e inventor español. Nació en Cobrerros (Zamora). Profesó de monje agustino en Valladolid (1878). Cursó los estudios de sacerdote en Valladolid y en el monasterio de La Vid (Burgos), ordenándose en 1884. Se doctoró en ciencias físico-matemáticas en Madrid (1892), especializándose en astronomía. Obtuvo en Roma el título (1898) de maestro en sagrada teología. Fue director del Observatorio del Vaticano (1898-1905). Publicó numerosos trabajos científicos sobre astronomía y meteorología. Inventó varios dispositivos, como por ejemplo un procedimiento para evitar el choque de trenes. Entre sus obras cabe citar *Elementos de matemáticas* (1896), *La religiosa en soledad* (1897), *Meteorología dinámica* (1902), *Catálogo fotográfico de las estrellas de la zona vaticana* (1903), *La creación del mundo según San Agustín, intérprete del Génesis* (1906),

Rodríguez González, José (1770-1824). Matemático y agrónomo español. Nació en Bermés (Lalín, Pontevedra). Recorrió las principales universidades y centros literarios de Francia, Inglaterra y Alemania, granjeándose la amistad de sabios y eruditos. Se le conoció como “Matemático Rodríguez”. Trabajó en la medición del meridiano entre Barcelona y Dunkerque. Realizó la medida de un meridiano inglés. Fue catedrático de astronomía del Real Museo de Ciencias.

Rodríguez Sanjurjo, José Manuel (h. 1998). Matemático español. Ha investigado en topología geométrica y de sistemas dinámicos. Es autor o coautor de *Continuaciones singulares de atractores* (2009), *Topología y dinámica de atractores inestables* (2007), *Propiedades topológicas globales de la bifurcación de Hopf* (2007), *Teoría de la forma y sistemas dinámicos* (2000), *Geometría proyectiva* (con J. M. Ruiz, 1998).

Rodríguez Vidal, Rafael (h. 1969). Matemático español. Hijo de Rodríguez Annoni, ha continuado la obra de su padre, dedicándose a las matemáticas recreativas. Entre sus obras destaca *Diversiones matemáticas* (1983). Otras obras son: *Cuentos y cuentas de los matemáticos* (junto con M. C. Rodríguez Rigual, 1987) y *Enjambre matemático* (1988). También ha escrito memorias de carácter biográfico, como *Don Zoel García de Galdeano, maestro y apóstol del progreso matemático español*

(1987) y *Aragoneses significados en las matemáticas del siglo XVI* (1994), y libros de matemáticas, como *Perspectiva anamórfica* (1969), *Ecuaciones diferenciales y temas afines* (1972).

Rodríguez-Salinas Palero, Baltasar (1925-2007). Matemático español. Nació en Alcalá de Henares (Madrid). Catedrático de análisis matemático en la Universidad de Zaragoza (1954) y en la Complutense de Madrid (1970). Ha investigado en análisis matemático. Miembro de la Real Academia de Ciencias (1976). Es autor de más de 150 trabajos como *Teoría de la medida en espacios métricos y topológicos* (1995), *Sobre la estructura de un vector de medida* (1990), *Subespacios de un espacio de Banach con base incondicional* (1990).

Roemer, Ole (Olaf) Christensen (1644-1710). Astrónomo danés. Nació en Aarhus. Estudió en la Academia de Ciencias de París. Trabajó en el Observatorio de Copenhague. Influyó decisivamente en la introducción del calendario gregoriano en Dinamarca. Diseñó y construyó el anteojo meridiano. Al investigar la mejor forma para la rueda dentada (1674), estudió diversas curvas como la cardioide y la trocoide.

Roger (h. 1848). Estudió la curva *braquistócrona* (1848).

Rogers, C. A. (h. 1958). Publicó *Empaquetado de esferas iguales* (1958). Dijo que la conjetura de Kepler (V. Hales) es un resultado “que muchos matemáticos creen y todos los físicos saben”, señalando así la distancia que hay entre observación experimental y prueba, y cómo para un matemático la intuición es necesaria pero no suficiente.

Rogosinski, Werner Wolfgang (1894-1964). Matemático alemán. Nació en Breslau (hoy, Wrocław, Polonia). Estudió en las Universidades de Breslau, Friburgo y Gotinga. Enseñó en Königsberg (Prusia oriental; hoy, Kaliningrado, Rusia). Emigró a Inglaterra en 1937. Enseñó en Cambridge, Newcastle y Aarhus. Escribió con Hardy, *Series de Fourier* (1944).

Rohault, Jacques (1618-1672). Científico francés de formación cartesiana. Nació en Amiens y estudió en París. Escribió (1671) un tratado cartesiano de filosofía natural que, traducido al inglés por Samuel Clarke, amigo y discípulo de Newton, seguía utilizándose en Cambridge aun después de la publicación de los *Principios matemáticos de la filosofía natural* de Newton.

Rojas, Cristóbal de (1555-1614). Ingeniero militar y matemático español. Nació en Toledo, donde recibió su primera formación humanista. Posteriormente se formó como “aparejador” o ayudante de Herrera en la construcción de El Escorial. En 1586 había alcanzado notoriedad como arquitecto en Sevilla, cuando Tiburcio Spannocchi lo admitió como ayudante; de esta forma Rojas comenzó su carrera militar, proyectando y construyendo plazas fuertes en la Península y en África. Se incorporó a la Academia de Matemáticas de Felipe II, en Madrid, donde enseñó fortificaciones durante un año, siendo requerido para la proyección, construcción y reparación de diversas plazas fuertes. Escribió *Teoría práctica de la fortificación* (1598), *Sumario de la milicia antigua y moderna* (1607), *Compendio y breve resolución de fortificación conforme a los tiempos presentes* (1613).

Rojas y Sarmiento, Juan de (h. 1550). Matemático y astrónomo español. Probablemente nació en Palencia. Estudió idiomas, arte y matemáticas. Posiblemente acompañó a Carlos I y a su hijo Felipe, en un viaje a Flandes, tomando quizá lecciones de astronomía y matemáticas en Lovaina. Escribió un tratado sobre la proyección ortográfica de la esfera (1550), *Commentariorum in astrolabium quod planisphaerium vocant libri sex*, obra que dio a conocer en Europa dicha proyección, y que él aplicó en la construcción de astrolabios.

Rolle, Michel (1652-1719). Matemático francés. Nació en Ambert (Basse-Auvergne). Publicó *Tratado de álgebra* (1690), en el que se encuentra por primera vez el teorema de que toda raíz enésima tiene n valores. En su libro *Método para resolver las igualdades* (1691), donde expuso el teorema del valor medio, que lleva su nombre: Si una función f es diferenciable en el intervalo (a,b) y si $f(a) = f(b) = 0$, entonces $f'(x) = 0$ tiene al menos una raíz real entre a y b . Se ocupó en especial de la resolución

de ecuaciones, de las que obtuvo, en una transformación lineal, una serie de polinomios de grado decreciente que denominó “cascadas”, que no son sino las derivadas sucesivas de la ecuación. Utilizó las “cascadas” para determinar un límite superior de las raíces, así como para enunciar el citado teorema del valor medio, que aplicó para la separación de las raíces reales de una ecuación. Descompuso, como Leibniz, los binomios de tercero y cuarto grado en sus factores lineales imaginarios (1700). Encontró soluciones para las ecuaciones indeterminadas de primer grado.

Rollett, A. P. (h. 1989). Publicó (1974) con H. M. Cundy, *Modelos matemáticos*.

Romanov, N. P. (h. 1955). Matemático soviético. Junto con Postnikov simplificaron (1955) la voluminosa demostración de Selberg de la ley asintótica de distribución de los números primos.

Romanus, Adrianus. V. Roomen, Adriaen van.

Romañá Pujó, Antonio (1900-1981). Matemático español. Nació en Barcelona. Doctor en ciencias exactas. Director honorario del Observatorio del Ebro. Entre otras obras suyas, destacan: *El llamado efecto-Tierra en la actividad solar*, *Contribución al estudio de la influencia de la Luna en las corrientes telúricas*, *La amplitud de la variación magnética diurna en las proximidades del ecuador*, *Sobre algunas singularidades de la curva de frecuencia de horas*, *Ideas sobre el estado actual de la cosmología*.

Romo Santos, María Concepción (h. 1982). Matemática española. Catedrática de álgebra en la Universidad Complutense de Madrid. Publicó *Mujeres matemáticas* (2010), *Francisco Sabatini, un gran matemático, físico y arquitecto en la Corte de Carlos III* (2007), *Importancia del álgebra conmutativa en la teoría de las curvas algebraicas* (2006), *El nacimiento de la geometría* (2005), *El Escorial, imperio de la geometría y el número* (1998), *Problemas recreativos en el Madrid medieval* (1997), *El Ars Magna de Cardano* (1995), *Historia de la enseñanza de las matemáticas en la Universidad Complutense* (1994), *Ultraproductos de variedades no singulares* (1982), *Los exponentes idealísticos de contacto y su cálculo* (1980), *El teorema del camino mínimo en característica p* (1979).

Roomen, Adriaen van (Romanus, Adrianus) (1561-1615). Matemático flamenco. Nació en Lovaina (hoy, Bélgica), donde fue profesor. En un comentario (1598) al álgebra de Al-Khuwarizmi escribió de forma sistemática las potencias de números cualesquiera en la forma $A(3)$ para la actual expresión A^3 , siguiendo las normas de Stevin. Calculó el número π con 15 cifras decimales. En su *Canon de los triángulos*, demostró que todos los casos de resolución de triángulos oblicuángulos se reducían a seis, utilizando para ello el teorema de los senos, el del coseno y el de las cotangentes. Propuso en su libro *Ideas matemáticas* (1593) como desafío “a todos los matemáticos del mundo”, la resolución de la siguiente ecuación: $x^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - \dots - 3.795x^3 + 45x = k$, que resolvió Viète. El embajador de los Países Bajos en la corte de Enrique IV de Francia, se jactaba de que no había en Francia ningún matemático capaz de resolverla. Viète la resolvió al expresar $k = \text{sen } 45\theta$ en términos de $x = 2 \text{ sen } \theta$ (V. Viète).

Rosanes, Jacob (1842-1922). Matemático alemán. Nació en Brody (Austria-Hungría; hoy, región de Lviv, Ucrania). Estudió en las Universidades de Berlín y Breslau. Se doctoró en esta Universidad, donde enseñó. Trabajó en geometría algebraica y teoría de invariantes, e hizo contribuciones significativas en las transformaciones de Cremona. Demostró (1871) que se puede construir una transformación plana de Cremona a partir de una sucesión de transformaciones cuadráticas y lineales. También demostró que todas las transformaciones algebraicas uno-a-uno del plano deben ser transformaciones de Cremona.

Rosen, Michael (h. 1981). Matemático estadounidense. Estudió en la Universidad Brandeis (1959), doctorándose en la de Princeton (1963). Profesor de matemáticas en la Universidad de Brown (Providence). Escribió *El teorema de Abel sobre la lemniscata* (1981), *Variaciones sobre un tema de Romanov* (1996), *Rango promedio para las curvas elípticas y la conjetura de Nagao* (1997), *Sobre el*

rango de una superficie elíptica (1998), *Una generalización del teorema de Mertens* (1999), *El rango de variedades abelianas* (2002), *Teoría de números en los campos de la función* (2002).

Rosenblueth Steams, Arturo (1900-1970). Fisiólogo mejicano. Nació en Ciudad Guerrero (Chihuahua). Estudió en Monterrey, Ciudad de México y París. Enseñó en la Universidad Nacional Autónoma de México. Wiener y Rosenblueth establecieron una estrecha relación profesional y de amistad, que permitió a Wiener desarrollar sus ideas sobre la relación entre mecánica y sistemas fisiológicos. Ambos acuñaron el término cibernética, para referirse a la teoría de control y la comunicación en máquinas y animales.

Rosenhain, Johann Georg (1816-1887). Matemático alemán. Nació en Königsberg (Prusia oriental; hoy, Kaliningrado, Rusia). Estudió en las Universidades de Königsberg y Breslau. Enseñó en las Universidades de Breslau, Viena y Königsberg. Para resolver (1851) el problema de la inversión de las integrales hiperelípticas de primera especie, desarrolló 16 series *zeta* de dos variables (análogamente a las cuatro series de las funciones *zeta* de una variable establecidas por Jacobi), y de éstas formó las funciones inversas de cada dos de las citadas integrales.

Roth, Klaus Friedrich (n. 1925). Matemático británico. Nació en Breslau (hoy, Wrocław, Polonia). Estudió en la Universidad de Cambridge. Profesor en la Universidad de Londres. Investigó en la teoría de números, sobre números algebraicos irracionales. Galardonado con la medalla Fields 1958, por el teorema que lleva su nombre o teorema de Thue, Siegel, Roth. Algunos de los problemas estudiados por Erdős, relacionados con la densidad de conjuntos de números, en especial sobre el teorema de Van der Waerden (1936), llevaron a importantes descubrimientos por parte de Roth, Szemerédi, Furstenberg y Gowers.

Rothe, Peter (Petrus Roth) (h. 1608). Matemático alemán. Profesor en Nuremberg. Publicó *Aritmética filosófica* (1608) donde aparece impreso por primera vez el teorema que dice que toda ecuación tiene a lo más un número de raíces igual a su grado. En esta obra, Rothe incluyó las soluciones a los problemas propuestos por Faulhaber en su obra sobre aritmética recreativa.

Rothe, Rudolf (1873-1942). Matemático alemán. Nació en Berlín. Estudió en el Instituto Imperial de Técnica Física en Berlín (1897-1908), donde se doctoró. Fue alumno de Schwarz. Fue profesor de matemáticas y mecánica en la Academia de Minas en Clausthal (1908), en la Escuela Superior Técnica de Hamburgo (1913), y en la de Charlottenburg (Berlín) desde 1915. Investigó en geometría diferencial y en teoría de funciones complejas. Completó la edición de las obras de Weierstrass.

Rouché, Eugène (1832-1910). Matemático francés. Nació en Sommières. Trabajó sobre el desarrollo en serie de funciones, teoría de las ecuaciones algebraicas y cálculo de probabilidades. Autor, junto con Comberousse, de un *Tratado de Geometría* (1874), base durante muchas décadas de la enseñanza superior de esta ciencia. También publicó *Elementos de estática gráfica* (1889) y *Análisis infinitesimal* (1900-1902). Aplicó al método de los isoperímetros, para el cálculo del número π , un proceso que reducía los cálculos a realizar (1882).

Routh, Edward John (1831-1907). Matemático inglés. Nació en Quebec. Estudió en la Universidad de Londres y en Cambridge, de donde fue profesor, célebre por preparar a los alumnos para los exámenes de matemáticas en la Universidad de Cambridge (Tripos). Trabajó en la sistematización de la teoría matemática de la mecánica y sentó importantes bases para el desarrollo de la moderna teoría de los sistemas de control. Publicó *Dinámica de un sistema de cuerpos rígidos* (1860), *Tratado sobre la estabilidad de un determinado estado de movimiento* (1877), *Tratado de estática analítica con numerosos ejemplos* (1896).

Rubia Rincón, Luis de la (h. 1967). Matemático español. Publicó *Tablas para el replanteo de curvas circulares (graduación centesimal)* (1967).

Rubik, Ernő (n. 1944). Arquitecto y diseñador húngaro. Nació en Budapest, donde estudió. Popularizó (1971) su “Cubo de Rubik”, además de otros rompecabezas, que llegó a ser un auténtico fenómeno de masas. El cubo está formado por 26 cubos pequeños (el pequeño cubo central, que haría el número 27, está constituido por los ejes de rotación), que en su posición original, las nueve pequeñas caras que forman cada una de las caras del cubo, tienen todas ellas el mismo color, de forma que las seis caras del cubo tienen cada una de ellas un color diferente. Los nueve pequeños cubos de cada cara pueden rotar conjuntamente. Partiendo de una posición cualquiera de los 26 cubos pequeños, el número de estados por los que pasa el cubo hasta alcanzar la posición original, puede sobrepasar los 10^{16} .

Rubinstein, H. (h. 1992). Con relación a la conjetura de Poincaré consistente en ¿es S^3 la única variedad cerrada de dimensión tres con grupo fundamental trivial?, Rubinstein obtuvo (1992) un algoritmo que permite reconocer la esfera S^3 , es decir, dada una variedad cerrada triangulada, dicho algoritmo indica si esta variedad es la esfera o no (V. Perelmán, Huaidong, Xiping y Yau).

Rubio de Francia, José Luis (1949-1988). Matemático español. Nació en Miedes (Zaragoza). Estudió en la Universidad de Zaragoza, donde se doctoró con la tesis *Integración en grupos clásicos y abstractos con aplicaciones al análisis de Fourier*. Estudió en Princeton (1974-1976). Desde 1981 enseñó en la Universidad Autónoma de Madrid. Estableció el algoritmo que lleva su nombre y la desigualdad de Littlewood-Paley para intervalos arbitrarios (1983). En 2004, la Real Sociedad Matemática Española estableció un premio anual para jóvenes investigadores matemáticos, que lleva su nombre.

Rudin, Walter (1921-2010). Matemático austriaco, nacionalizado estadounidense. Se doctoró (1949) por la Universidad de Duke (Carolina del Norte). Fue profesor durante 32 años en la Universidad Wisconsin-Madison. Escribió que: “El paso de la teoría de la integral de Riemann a la de Lebesgue es un proceso de importancia tan fundamental en análisis como el de la construcción de los números reales a partir de los racionales”. Publicó varios libros sobre análisis matemático, como *Principios de análisis matemático*, *Análisis real y complejo*, *Análisis funcional*, *Análisis de Fourier en grupos*.

Rudolff, Christoff (1499-1545). Matemático alemán. Nació en Jauer (Silesia; hoy, Jawor, Polonia). Estudió en la Universidad de Viena. Publicó la primera álgebra en alemán vulgar (1525), con el título *Coss*, en la que aparece por primera vez, el actual símbolo de la raíz cuadrada, corrupción de la inicial de la palabra *radix*, duplicando el signo para la raíz cuarta y triplicándolo para la cúbica. También es uno de los primeros libros impresos que hace uso de las fracciones decimales, en vez del sistema sexagesimal. En su edición del *Coss*, Stifel dice: “Ir más allá del cubo como si hubiese más de tres dimensiones... va contra la naturaleza”.

Ruelle, David Pierre (n. 1935). Físico matemático belga. Nació en Gante. Estudió en las Universidades de Bruselas y Zurich, y en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Profesor en el Institut des Hautes Études Scientifiques. Ha trabajado en física estadística y sistemas dinámicos. Junto con Floris Takens acuñó el término “atractor extraño”. Publicó *Mecánica estadística. Resultados rigurosos* (1969), *Formalismo termodinámico: estructuras matemáticas de la mecánica estadística clásica del equilibrio* (1984), *Azar y caos* (1991), *El cerebro del matemático* (2007).

Ruffini, Paolo (1765-1822). Matemático, médico y político italiano. Nació en Valentano (Estados Papales, hoy Viterbo, Lacio). Estudió medicina y matemáticas en la Universidad de Módena, doctorándose en 1788 e inmediatamente fue nombrado profesor de la misma. Fue discípulo de Lagrange. Tras la ocupación de Módena por las tropas napoleónicas (1796), Ruffini se negó (1798) a prestar juramento a la República y perdió sus cargos oficiales, aunque continuó practicando la medicina. Tras la caída de Napoleón, Ruffini ocupó hasta su muerte las cátedras de matemáticas aplicadas y de medicina práctica, siendo en 1814 rector de la Universidad de Módena.

En su *Teoría general de las ecuaciones* (1799), Ruffini observó el hecho de que una función racional de n letras toma el mismo valor bajo alguna colección de permutaciones o sustituciones de las raíces, lo que significa que esta colección es un subgrupo del grupo simétrico total, y definió, aunque de

forma vaga, las nociones de transitividad y primitividad. Un grupo de permutaciones es transitivo si cada letra del grupo es reemplazada por cada una de las otras letras bajo las varias permutaciones del grupo. Si G es un grupo transitivo y los n símbolos o letras pueden dividirse en r subconjuntos diferentes σ_i , con $i = 1, 2, \dots, r$, conteniendo cada subconjunto s_i símbolos de tal forma que cualquier permutación de G , o permuta los símbolos de los σ_i entre ellos mismos, o reemplaza estos símbolos por los símbolos de las σ_i , esto para cada $i = 1, 2, \dots, r$, entonces G se llama imprimitivo. Si no es posible tal separación de los n símbolos, entonces el grupo transitivo se llama grupo primitivo. Ruffini demostró también que no existe un subgrupo de orden k para todo k en un grupo de orden n . Se puede considerar que estos trabajos constituyen la preparación de la teoría algebraica de grupos.

También en su *Teoría general de las ecuaciones*, intentó demostrar el teorema consistente en que las ecuaciones de grado superior al cuarto no admiten solución algebraica, sin conseguirlo rigurosamente. Ante las críticas recibidas, mejoró y amplió dicha obra, publicando *Álgebra y su apéndice* (1807) y *Reflexiones en torno a la solución de la ecuación general algebraica* (1813), aunque la demostración siguió sin ser conclusiva, siendo la primera demostración rigurosa del teorema la dada por Abel en 1826. Ruffini enunció, pero no probó, el teorema auxiliar, conocido hoy como el teorema de Abel, de que si una ecuación es resoluble usando radicales, las expresiones para las raíces se dan en forma tal que dichos radicales son funciones racionales con coeficientes racionales de las raíces de la ecuación dada y de las raíces de la unidad. Ruffini tuvo éxito en demostrar que no existe ninguna ecuación resolvente (en el sentido de Lagrange) que satisfaga una ecuación de grado mayor de cinco. De hecho, demostró que ninguna función racional de n elementos toma tres o cuatro valores bajo las permutaciones de los n elementos cuando $n > 4$. El método de Ruffini para la resolución aproximada de ecuaciones de cualquier grado, publicado en 1804, coincide en esencia con el de Horner, aparecido en 1819, que es conocido como el “esquema de Horner”, reservando para Ruffini el método práctico que permite determinar los coeficientes del cociente de la ecuación por sus factores lineales, procedimiento ideado por Ruffini para facilitar los cálculos. Matemáticos chinos del siglo XIII fueron lejanos precursores del método de Ruffini-Horner.

Ruiz Castizo y Ariza, José (1857-1929). Matemático y físico español. Nació en Fuentes de Andalucía (Sevilla). Estudió en las Universidades de Sevilla y Madrid. Se doctoró en ciencias exactas (1883). Fue profesor de la Escuela preparatoria de ingenieros y arquitectos (1888). Catedrático de mecánica racional en la Universidad de Zaragoza y de cálculo infinitesimal en la Universidad Central (1906). Inventó un integrador mecánico. En su obra *Estudio analítico de un lugar geométrico* (1889), estudió diversas curvas como la curva cuártica de Bernoulli y la curva polizomal y su generación mecánica. Otras obras son: *Sobre las hipótesis fundamentales de la mecánica racional* (1903), *Tratado de mecánica racional* (1906-1910), publicada en sus tres primeras partes: vectores, cinemática y estática.

Ruiz Sancho, Jesús María (h. 1987). Matemático español. Profesor de geometría y topología en la Universidad Complutense. Es coautor de *Álgebra lineal y geometría* (2007), *Iniciación al estudio de las variedades diferenciables* (2006), *Geometría proyectiva* (1998), *Anillos y cuerpos conmutativos* (1987).

Ruiz-Cetrino Pérez de la Campa, Manuel (n. 1935). Matemático español. Nació en Córdoba. Maestro en Puerto de Santa María, Málaga, Peñaranda de Bracamonte, Lugo y Peñafiel. Ha escrito diversos ensayos de matemáticas, como *Las matemáticas, las medidas y los nuevos métodos* (2002), y un nuevo método para las cuatro reglas fundamentales, sumar, restar, multiplicar y dividir.

Runge, Carl David Tolmé (1856-1927). Matemático y físico alemán. Nació en Bremen. Estudió en la Universidad de Berlín. Enseñó en las Universidades de Hannover y Gotinga. Trabajó en matemáticas, espectroscopia, geodesia y astrofísica. Sus trabajos en el cálculo numérico llevaron a la creación de esta rama de la matemática con métodos y caracteres propios, que tomó el nombre de “matemática aplicada” o de “cálculo numérico”, o mejor de “matemática de aproximación”, pues partiendo del supuesto que en toda aplicación práctica de la matemática el objetivo final es un resultado numérico y que éste por esencia ha de ser aproximado, tiene sentido un cuerpo de doctrina y un campo propio de investigaciones que tiende a crear y estudiar los métodos numéricos, gráficos o mecánicos, que permiten obtener dichos resultados con la aproximación deseada. En la aplicación de estas ideas a la

integración numérica de ecuaciones diferenciales con derivadas parciales, Runge y Willers escribieron en 1915 un artículo de más de un centenar de páginas, publicado en la *Enciclopedia de las ciencias matemáticas* de Leipzig. Desarrolló (1901) con Kutta el método Runge-Kutta para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Rusd, Ibn. V. Averroes.

Russell, Bertrand Arthur William (1872-1970). Filósofo, matemático y escritor inglés. Nació en Trelleck (Monmouthshire). Fue educado privadamente. Entró en el Trinity College en Cambridge (1890), terminando matemáticas en 1893 con las máximas calificaciones, y seguidamente estudió filosofía graduándose en ciencias morales en 1894. Enseñó geometría no euclídea en Estados Unidos y estudió economía en Alemania, donde tomó contacto con el marxismo. Volvió a Inglaterra, donde enseñó en la London School of Economics and Political Science. En 1908 fue elegido miembro de la Royal Society. En 1916 fue cesado como profesor del Trinity College y encarcelado durante seis meses por sus actividades pacifistas durante la Primera Guerra Mundial. En 1920 visitó China y la URSS. Viajó a Estados Unidos (1938), volviendo a Inglaterra en 1944, siendo profesor en el Trinity College. Hombre de intereses culturales muy amplios, se dedicó al estudio de problemas filosóficos defendiendo un original liberalismo político. Convencido pacifista promovió campañas para el desarme nuclear y contra la guerra de Estados Unidos en Vietnam. A iniciativa suya se creó el Tribunal Russell (1966) para denunciar y dar a conocer los delitos cometidos por varios gobiernos en nombre de las razones de Estado. Recibió el Premio Nobel de literatura (1950).

En el campo de la matemática retomó las investigaciones de Peano sobre los fundamentos de la matemática y de la lógica formal y llegó hasta la construcción de la lógica simbólica. Su programa conocido con el nombre de logicismo, fue delineado en su obra *Principios de Matemáticas* (1903), en cuya segunda edición (1910) contó con la ayuda de Whitehead, y en la que se combinan armoniosamente los resultados de Peano y de Frege (estos últimos, incluidos en la segunda edición), representando la expresión más acabada de la lógica matemática o mejor, de acuerdo con su orientación, de la matemática como lógica. El logicismo parte del desarrollo de la lógica, de la que se seguirá la matemática, sin necesidad de ningún axioma específicamente matemático. El desarrollo de la lógica consistirá en establecer para ella un sistema de axiomas, del que se irán deduciendo teoremas que pueden utilizarse en los razonamientos sucesivos. Así pues, las leyes de la lógica se derivarán formalmente de los axiomas. Los *Principios* parten también de conceptos indefinidos puesto que no es posible definir todos los términos sin recurrir a un regreso al infinito en las definiciones. Algunos de estos conceptos indefinidos son: proposición elemental, función proposicional, afirmación de la verdad de una proposición elemental, negación de una proposición, disyunción de dos proposiciones. Russell y Whitehead explican estos conceptos, aunque dicen que tales explicaciones no forman parte del desarrollo lógico. De los postulados se deducen teoremas de la lógica (como las reglas de los silogismos aristotélicos) y por último, la aritmética y el análisis. Los *Principios* constan de un prefacio, siete partes, con 49 capítulos y dos apéndices. La primera parte se titula “Los indefinibles de la matemática”, siendo sus capítulos: Definición de matemática pura; Lógica simbólica; Implicación e implicación formal; Nombres propios, adjetivos y verbos; Denotar; Clases; Funciones proposicionales; La variable; Relaciones; La contradicción. El título de la segunda parte es “El número”, siendo sus capítulos: Definición de números cardinales; Adición y multiplicación; Finito e infinito; Teoría de los números finitos; Adición de términos y adición de clases; Todo y parte; Todos infinitos; Razones y fracciones. La tercera parte “Cantidad” consta de: El significado de magnitud; El rango de cantidad; Los números como expresión de magnitudes. La medida; El cero; Infinito, lo infinitesimal y continuidad. La cuarta parte “Orden” consta de: La génesis de las series; El significado de orden; Relaciones asimétricas; Diferencia de sentido y diferencia de signo; Acerca de la diferencia entre series abiertas y cerradas; Progresiones y números ordinales; Teoría Dedekind del número; Distancia. El título de la parte quinta es “Infinito y continuidad”, constando de: La correlación de series; Números reales; Límites y números irracionales; Primera definición de continuidad de Cantor; Continuidad ordinal; Cardinales transfinitos; Ordinales transfinitos; El cálculo infinitesimal; Lo infinitesimal y el infinito impropio; Argumentos filosóficos respecto a lo infinitesimal; La filosofía del continuo; La filosofía del infinito. La parte sexta se titula “Espacio”, y consta de: Dimensiones y números complejos; Geometría proyectiva; Geometría descriptiva; Geometría métrica; Relación de la

geometría métrica con la proyectiva y descriptiva; Definiciones de diferentes espacios; La continuidad del espacio; Argumentos lógicos contra los puntos; Teoría kantiana del espacio. La parte séptima se titula “Materia y movimiento”, siendo sus capítulos: Materia; Movimiento; Causalidad; Definición de un mundo dinámico; Leyes newtonianas del movimiento; Movimiento absoluto y relativo; Dinámica hertziana. Los apéndices son: Las doctrinas de Frege sobre lógica y aritmética; La doctrina de los tipos.

En sus *Principios*, Russell incluye la siguiente paradoja, que descubrió en 1902: La clase de todos los hombres no es un hombre, pero la clase de todas las ideas es una idea; la clase de todas las bibliotecas es una biblioteca, y la clase de todos los conjuntos de cardinal mayor que uno tiene cardinal mayor que uno. Por tanto, algunas clases no son elementos de sí mismas y otras sí lo son. Esta clasificación las abarca a todas y los dos tipos son mutuamente excluyentes. Sea M la clase de todas las clases que son elementos de sí mismas, y N la clase de todas las clases que no son elementos de sí mismas. Podemos preguntarnos ahora si la clase N cae dentro de M o de N . Si N perteneciese a N , entonces, dado que M y N son mutuamente excluyentes, N no podría pertenecer a N . Por tanto, N no es elemento de sí misma y, en virtud de su propia definición, debería pertenecer a N . Luego es contradictorio “el conjunto de todos los conjuntos que no se contienen a sí mismos como elementos”. La causa de ésta y otras paradojas radica en la definición de un objeto en términos de una clase que contiene como elemento al objeto que se está definiendo. Tales definiciones se llaman impredicativas y aparecen de manera especial en teoría de conjuntos. Para evitar las paradojas, Russell y Whitehead establecieron la teoría de tipos (que trae consigo una gran complejidad: si se intenta construir la matemática dentro de dicha teoría, el desarrollo se hace excesivamente complicado) y el axioma de reducibilidad, que afirma la existencia, para cada función proposicional de cualquier tipo, de una función proposicional equivalente de tipo cero.

Lo que el programa logicista hizo por la lógica misma fue notable. Lo que hizo por la matemática fue fundamentarla en la lógica. Pero los postulados de la lógica y todas sus consecuencias tienen un carácter arbitrario y formal, es decir, no tienen contenido propio, sólo tienen forma. Como consecuencia, la matemática tampoco tiene contenido, sino sólo forma. El significado físico que se atribuye a los números o a los conceptos geométricos no forma parte de la matemática. Tal vez por eso, Russell dijo que la matemática es la materia en la que nunca sabemos de qué estamos hablando ni si lo que decimos es verdad. El planteamiento logicista ha sido muy criticado, especialmente su axioma de reducibilidad por su carácter bastante arbitrario (se ha dicho que este axioma es un verdadero sacrificio del intelecto). Además el sistema de Russell y Whitehead nunca se llegó a completar, y es oscuro en numerosos detalles. Otra crítica filosófica de la posición logicista en su totalidad es la de que, si el punto de vista logicista es correcto, entonces toda la matemática es una ciencia lógico-deductiva puramente formal, cuyos teoremas se siguen de las leyes del pensamiento exclusivamente. Entonces parece necesario explicar cómo es posible que tal elaboración deductiva de las leyes del pensamiento sirva para representar tan gran diversidad de fenómenos naturales como la acústica, el electromagnetismo, la mecánica, etc. Por todo ello, el programa logicista no parece representar la matemática en ningún sentido real: nos presenta la cáscara pero no la sustanciosa semilla. Poincaré dijo: “La teoría logicista no es estéril; engendra contradicciones”. Esto no es cierto si se acepta la teoría de tipos, pero ésta resulta artificial. Weyl dijo que la compleja estructura del logicismo “pone a prueba la fuerza de nuestra fe apenas menos que las doctrinas de los primeros Padres de la Iglesia o de los filósofos escolásticos de la Edad Media”. A pesar de ello, muchos matemáticos siguen aceptando la filosofía logicista. Además, el logicismo condujo a una axiomatización completa de la lógica en forma totalmente simbólica, lo que permitió a la lógica matemática hacer importantes progresos.

Russell propuso una ligera modificación del concepto de cortadura de Dedekind. Observó que, dado que cualquiera de las dos clase A y B en una cortadura de Dedekind quedaba unívocamente determinada por la otra, una sola bastaba para la determinación de un número real. Así, la raíz cuadrada de 2 puede definirse simplemente como el segmento o subclase del conjunto de los números racionales formado por todos los números racionales negativos, el cero y todos los números racionales positivos cuyos cuadrados sean menores que 2. De la misma forma, todo número real no es nada más que un segmento del sistema de los números racionales.

En la última década del siglo XX, Russell se planteó la cuestión de qué propiedades del espacio son necesarias para la experiencia y están implícitas en ésta. Es decir, aquellas propiedades a priori cuya

negación convertiría en un sinsentido la experiencia. En su *Ensayo sobre los fundamentos de la geometría* (1897) acepta que la geometría euclídea no representa un conocimiento a priori, pero defiende que la geometría proyectiva es a priori para cualquier planteamiento geométrico. Expuso que la geometría proyectiva era necesariamente la forma de cualquier geometría del espacio físico, y planteó los axiomas comunes a la geometría euclídea y a las no euclídeas. La homogeneidad del espacio, la dimensionalidad finita y algún concepto de distancia hacen posibles las mediciones. Considera, sin embargo, como empíricos los hechos de que el espacio sea tridimensional y euclídeo. Russell considera como un resultado técnico sin significación filosófica el que se puedan derivar las geometrías métricas de la proyectiva introduciendo una distancia. La geometría métrica, dice Russell, es una rama de la matemática separada y lógicamente subsidiaria, y no es a priori. Con respecto a las geometrías euclídea y no euclídeas, se distancia de Cayley y Klein, considerándolas a todas ellas igualmente significativas. Como los únicos espacios métricos que poseen las propiedades indicadas más arriba son los euclídeos, hiperbólicos y simple o doblemente elípticos, concluye que éstas son las únicas geometrías métricas posibles, y desde luego la euclídea es la única físicamente aplicable; las otras tienen importancia filosófica, mostrando que puede haber otras geometrías. En 1902 escribió: “Ha sido costumbre defender a Euclides, cuando se le ataca como libro de texto por su verbosidad, su oscuridad o su pedantería, con el argumento de su excelencia lógica, que supuestamente proporcionaría un entrenamiento incomparable a las jóvenes capacidades de razonamiento. Esta suposición pierde consistencia, sin embargo, cuando se la examina más de cerca. Sus definiciones no siempre definen, sus axiomas no siempre son indemostrables, sus demostraciones requieren muchos axiomas de los que es enteramente inconsciente. Una prueba válida mantiene su poder demostrativo cuando no se dibuja ninguna figura, pero muchas de las demostraciones de Euclides no pasarían esa criba... El valor de su obra como obra maestra de la lógica se ha exagerado enormemente”. Russell describió la obra de Cantor como “la que probablemente puede enorgullecer más a nuestra época”. Escribió también, entre otras muchas obras, *Introducción a la filosofía matemática* (1918) y *Exposición crítica de la filosofía de Leibniz* (1937).

Rutter, John W. (n. 1935). Matemático inglés. Estudió matemáticas puras en la Universidad de Liverpool. Investigó en la teoría de la homotopía. Escribió *H-espacios asociativos y álgebras* (1975), *El grupo de homología, clases de auto-equivalencia utilizando una descomposición homológica* (1988), *Geometría de las curvas* (2000).

Rytz (h. 1845). Matemático alemán. Ideó una construcción de los ejes de la elipse, que publicó Mossbrugger (1845).

S

Saavedra Meneses, Frutos (1823-1868). Geodesta y militar español. Nació en El Ferrol. Estudió en el Colegio de Artillería de Segovia, donde enseñó. Intervino en el establecimiento de la red geodésica española de primer orden. Junto con Carlos Ibáñez inventó un instrumento geodésico para medir distancias, llamado regla de Ibáñez.

Saavedra Santana, Pedro (n. 1956). Matemático español. Nació en Las Palmas. Doctor por la Universidad de La Laguna (1987), donde es catedrático de estadística e investigación operativa. Investiga en procesos estocásticos, sobre series temporales replicadas y sobre análisis de datos biomédicos. Es coautor de *La importancia de los modelos multidimensionales en el campo de la epidemiología* (2009), *Análisis de factores de riesgo en hipertensión arterial: una visión matemática* (2007), *Métodos estadísticos* (2003), *Estimación polinómica local del espectro poblacional* (2001).

Sabina de Lis, José Claudio (h. 1999). Matemático español. Doctor en matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid. Es catedrático de matemática aplicada en la Universidad de La Laguna. Investiga en ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales. Ha publicado *Análisis no lineal. Curso de introducción. Aplicaciones* (2005) y es coautor de *Fenómenos de bifurcación en problemas de difusión no lineal* (1999), *Unicidad de soluciones positivas para ecuaciones degeneradas en dominios con simetría radial* (1999), *Hilbert. Matemático fundamental* (2007).

Sabokht, Severo. V. Seboth, Severo.

Sabrás Gurrea, Amós (1890-1976). Matemático y político español. Nació en Logroño. Catedrático de matemáticas en el Instituto La Rábida (Huelva), y en Barcelona y Madrid. Exiliado tras la guerra civil española, fue profesor de matemáticas y de astronomía (1940-1967) en la Escuela de Peritos y en la Universidad de Santo Domingo (República Dominicana), donde fundó un laboratorio de astronomía.

Saccheri, Girolamo Giovanni (1667-1733). Matemático italiano. Nació en San Remo. Entró en 1685 en la Compañía de Jesús y estudió filosofía y teología en el Colegio Jesuita de Brera. En 1694 fue enviado como profesor de filosofía, primero a Turín y luego a París. A partir de 1699 enseñó en la Universidad de Pavia y ocupó la cátedra de matemáticas hasta su muerte.

En su *Euclides vindicado de todo reproche* (1733) defiende el axioma de las paralelas, tratando de demostrarlo mediante la vía del absurdo. De esta manera enunció, por el contrario, numerosas proposiciones de geometría no euclídea. En sus consideraciones parte de un cuadrilátero $ABCD$ “birrectángulo isósceles”, tal que AB y DC son iguales y perpendiculares a BC . Demuestra, sin recurrir al postulado de las paralelas, que los ángulos en A y D son iguales, y encara la triple posibilidad de que sean ambos rectos, obtusos o agudos. Con la idea de “reivindicar” a Euclides, se esfuerza en demostrar, y cree que lo logra, que las hipótesis de los ángulos obtusos y agudos conducen a absurdos, con lo que el cuadrilátero ha de ser un rectángulo, quedando demostrado el quinto postulado. Mientras que la demostración de ser absurda la hipótesis del ángulo obtuso la logra con cierta facilidad, la cuestión se complica con la hipótesis del ángulo agudo, llegando a la conclusión de que “es absolutamente falsa porque repugna a la naturaleza de la línea recta” pues en tal caso “una oblicua... y una perpendicular a AB tendrían una perpendicular común en el infinito...”. sólo el prejuicio de demostrar que dicho postulado es cierto, pudo hacerle aceptar esta demostración tan poco geométrica.

Sacrobosco, Johannes de (en inglés, John of Hollywood, o John of Halifax) (h. 1195-h. 1256). Astrónomo, maestro y matemático inglés. Nació en Hollywood (Yorkshire). Estudió en la Universidad de París, donde enseñó astronomía y matemáticas (1230). Publicó un tratado de astronomía *De sphaera mundi*, compilación de las partes más elementales del *Almagesto*, que sirvió de texto en toda Europa hasta después de Copérnico. También publicó *Algoritmus vulgaris* o *Tractatus de arte numerandi* (impreso en 1488), tratado elemental de aritmética que trata de la numeración, adición, sustracción, división por 2, duplicación, multiplicación, división, suma de números naturales y de impares, y extracción de raíces. Este texto elemental contribuyó a la difusión de las cifras arábigas y de la numeración decimal.

Sadarangani, Kishin B. (n. 1956). Nació en Tetuán (Marruecos). Licenciado en matemáticas por la Universidad de Zaragoza (1978). Doctor en matemáticas por la Universidad de La Laguna (1995). Catedrático de bachillerato desde 1980 y profesor en la Universidad de Las Palmas. Investiga en geometría fractal.

Safarevich, Igor Rostislavovich (n. 1923). Matemático soviético. Encontró métodos para construir ecuaciones con coeficientes reales, que tengan como grupo de Galois un grupo resoluble cualquiera. Safarevich demostró para los grupos llamados resolubles, esto es, que satisfacen el criterio de Galois, que cualquier grupo de permutaciones puede ser grupo de Galois de alguna ecuación, pudiéndose plantear todas las ecuaciones cuyo grupo de Galois sea dado.

Saint Laurent, Jean Thomas de (1762-1835). Almirante, matemático y físico francés. Realizó su carrera naval, desde guardiamarina hasta contralmirante de la Marina francesa. Entre sus trabajos matemáticos estudió el caracol de Pascal, como catacástica del círculo (1826).

Saint Venant, Adhémar Jean-Claude Barré de (1797-1886). Ingeniero y matemático francés. Nació en Villiers-en-Bière (Seine-et-Marne). Estudió en la École Polytechnique en París y en la École des Ponts et Chaussées, donde enseñó. Fue uno de los fundadores de la teoría de la elasticidad. Trabajó en geometría diferencial, proponiendo el nombre de *binormal*, dando fórmulas simples para el cálculo de la esfera osculatriz, demostrando propiedades de la hélice y planteando diversas cuestiones sobre superficies desarrollables.

Saint Vincent, Grégoire de (1584-1667). Matemático belga. Nacido en Gante, jesuita. Profesor de matemáticas en Roma y en Praga. Tutor en la corte de Felipe IV de España. Escribió *Obra geométrica de la cuadratura del círculo y de las secciones del cono* (1647), en la que estudiaba las cuadraturas de las curvas, siendo considerado como uno de los precursores del cálculo infinitesimal. Al analizar los métodos de los antiguos introdujo, no muy apropiadamente, el vocablo “exhaución”, con el que se designa hoy el proceso de demostración inaugurado por Eudoxo. Insinuó una noción de límite y vislumbró la relación entre los logaritmos y la cuadratura de la hipérbola, al observar que a abscisas en progresión geométrica corresponden sectores de hipérbola equilátera de área en progresión aritmética. Demostró que la paradoja de Aquiles y la tortuga se podía resolver sumando una serie geométrica infinita; la finitud de la suma probaba que Aquiles alcanzaría a la tortuga en un instante y lugar bien definidos. Hizo la primera afirmación explícita de que una serie infinita representa una magnitud, a saber, la suma de la serie, a la que denominó límite de la serie. Afirmó que el “término de una progresión es el final de la serie al que la progresión no alcanza, incluso aunque se continúe hasta el infinito, pero al que se aproxima con un error menor que cualquier intervalo dado”. Una aplicación errónea del método de los indivisibles le llevó a creer que había conseguido cuadrar el círculo, lo que perjudicó su reputación de matemático. Demostró numerosas propiedades de las secciones cónicas, y descubrió las relaciones existentes entre la parábola y la espiral. Estudió diversas curvas como la lemniscata de Geronio y las orejas de conejo.

Saladini, Girolamo (1731-1813). Matemático italiano. Publicó *Elementos de geometría de los infinitésimos*, *Compendio de análisis* (1775). Junto con Vincenzo Ricatti escribió una extensa obra sobre geometría analítica que trata en especial sobre las secciones cónicas (1765-1767).

Salmon, George (1819-1904). Matemático inglés. Profesor de matemáticas en el Trinity College en Dublín desde 1840 hasta 1866, siendo después profesor de teología en esa misma institución. Salmon, como Cayley y Sylvester, realizaron muchos trabajos sobre invariantes algebraicos (Hermite los apodó la trinidad invariante). Salmon realizó, entre otros, trabajos sobre la geometría del triángulo, sobre el método de las polares recíprocas y sobre las transformaciones cuadráticas. Fue el primero que descubrió la existencia de una segunda especie de cuárticas alabeadas, que forman parte de la intersección de una cuádriga con una superficie de tercer orden. Clasificó las cuárticas alabeadas de primera especie, al mismo tiempo que Cayley, en tres tipos según sus singularidades. Investigó la ecuación de las curvas en coordenadas tangenciales (1851). Realizó la clasificación de las cúbicas desde el punto de vista proyectivo (1852). Demostró la constancia de la razón doble de las cuatro tangentes que se pueden trazar a una cúbica desde un punto. Publicó *Tratado sobre las secciones cónicas* (1848), *Tratado de curvas planas* (1852), *Tratado de geometría analítica (curvas planas)* (1903), *Tratado de geometría analítica de tres dimensiones* (póstuma, 1914).

Saltel (h. 1871). Profundizó en las transformaciones cuadráticas (1871).

San Isidoro. V. Isidoro de Sevilla (San),

San Juan Llosá, Ricardo (1908-1969). Matemático español. Alumno de Rey Pastor. Catedrático de análisis matemático en la Universidad complutense. Ingresó en la Real Academia de Ciencias (1961). Colaboró con Rey Pastor en la obra de éste, *Lecciones de álgebra*, en lo tocante a la teoría de Galois. Colaboró en la *Revista matemática hispano-americana*. Publicó *Lecciones de análisis matemático* (1941), así como trabajos biográficos como *La obra científica del matemático español D. Ventura de los Reyes y Prósper* (1950) y *Julio Rey Pastor, su vida y su obra vista por un discípulo* (1962).

Sánchez, Alberto (1864-1896). Ingeniero, matemático, topógrafo y militar salvadoreño. Nació en Santa Ana. Enseñó en la Universidad de El Salvador. Enfermó de tuberculosis. En su obra *La cornoides* (1895) estudió esta curva.

Sánchez Ciruelo, Pedro (1470-1548). Matemático español. Nació en Daroca (Zaragoza). Estudió en la Universidad de Salamanca. Discípulo del matemático aragonés Gaspar Lax. Se doctoró en teología en la Universidad de París, donde enseñó, así como en la Universidad de Alcalá. Fue preceptor de Felipe II. Su saber se extendió a la música, la historia, la filosofía y las humanidades en general, de donde vino el dicho popular de “saber más que Ciruelo”. Forma parte del grupo “aritmético” (según denominación de Rey Pastor), más cercano a la matemática francesa del s. XV, ya en declive, que a la renovadora matemática italiana. Escribió textos dirigidos a la enseñanza, como *Cursus quattuor mathematicarum artium liberalium* (1516).

Sánchez García, María Victoria (h. 1990). Pedagoga y matemática española. Catedrática de didáctica de las matemáticas en la Universidad de Sevilla. Investiga en la formación y práctica de los profesores de matemáticas. Es coautora de *Una aproximación a las matemáticas en el bachillerato: ¿qué se pretende que aprendan los alumnos?* (2008), *La formación de profesores de primaria desde la didáctica de las matemáticas* (2000), *Aprender a enseñar matemáticas: efectos de una innovación educativa* (1999), Es autora de *Conocimientos y socialización en profesores de matemáticas de primaria* (1990).

Sánchez García, Miguel (h. 2000). Matemático español. Catedrático de estadística e investigación operativa en las Universidades de La Laguna, Granada, Zaragoza y Complutense de Madrid. Investiga en estadística e investigación operativa. Ha publicado *Pruebas de paternidad cuando se desconoce el genotipo de la madre* (2005), *Pruebas de paternidad si se desconoce el genotipo del padre* (2005), *Calibración por regresión lineal con errores adicionales* (2004), *Cálculo de probabilidades de consistencia y paternidad en sistemas genéticos* (2002), *Optimización combinatoria* (2000).

Sánchez Naranjo, María Jesús (n. 1964). Ingeniera y matemática española. Nació en Madrid. Doctora ingeniera industrial por la Universidad Politécnica de Madrid. Profesora de estadística en la

Escuela de Ingenieros Industriales de la Universidad Politécnica de Madrid. Investiga en observaciones atípicas e influyentes en series temporales, análisis de fiabilidad de sistemas de generación de energía eléctrica, predicción de funciones deterministas, fracciones de diseños factoriales y desarrollo de programas informáticos para el autoaprendizaje de la estadística. Ha publicado *Análisis multivariante aplicado a datos de centros docentes*, y en autoría compartida, entre otros trabajos, *Control estadístico de procesos*, *Grupos de atípicos en modelos econométricos*.

Sánchez Navarro, Jesús (h. 1985). Filósofo e historiador español. Licenciado en filosofía por la Universidad Autónoma de Madrid y doctor en filosofía por la de La Laguna, en la que es profesor de lógica y filosofía de la ciencia. Investiga en historia de la ciencia. Ha publicado *Las matemáticas y la cultura* (2004), *El juego de la imaginación: Galileo y la longitud* (2001), *Naturalización y factores sociales en la ciencia* (1994), *Naturalización y filosofía de la ciencia* (1988), *Las sociologías del conocimiento científico* (1988), *La cuestión del realismo* (1985), *Hacia una teoría pragmática de la ciencia: modelos, intereses y tecnología* (1985),

Sánchez Pérez, José Augusto (1882-1958). Matemático e historiador español. Nació en Madrid. Fue doctor en Ciencias Exactas y catedrático del Instituto Beatriz Galindo de Madrid. Sus obras pueden clasificarse en varios apartados: las matemáticas árabes en el Al-Ándalus; la figura de Alfonso X el Sabio; la aritmética en diversas culturas; otros temas de índole no matemática. Escribió, entre otras muchas obras (alrededor de cuarenta), *La aritmética en Grecia* (1947) y *La aritmética en Roma, en India y en Arabia* (1949).

Sánchez Ron, José Manuel (n. 1949). Físico e historiador español. Nació en Madrid. Licenciado en física por la Universidad Complutense de Madrid y doctor por la Universidad de Londres. Catedrático de historia de la ciencia en la Universidad Autónoma de Madrid. Ha publicado, entre otras obras, *Los grandes libros de la ciencia: de la antigüedad a la era del genoma* (2009), *¡Viva la ciencia!* (con Mingote, 2008), *Historia de la ciencia* (con J. Ordóñez y V. Navarro, 2007), *Historia de la física cuántica* (2001), *Cinzel, martillo y piedra* (1999) *Diccionario de la ciencia* (1996), *El poder de la ciencia* (1992), *Ciencia y sociedad en España: de la Ilustración a la guerra civil* (1988), *El origen y desarrollo de la relatividad* (1983).

Sánchez Vázquez, Gonzalo (1917-1996). Matemático español. Nació en Sevilla. Estudió en la Universidad Central de Madrid. Catedrático de matemáticas en Oviedo y Sevilla. Investigó en la educación matemática, tema sobre el que publicó varias obras. Escribió *Resolución gráfica de problemas geométricos*.

Sánchez-Mazas Ferlosio, Miguel (1925-1995). Lógico matemático, ideólogo y profesor español. Nació en Peschiera del Garda (Véneto, Italia). Estudió ciencias matemáticas en la Universidad de Zaragoza. En 1952 impulsó un suplemento científico filosófico de *Alcalá, semanario de los universitarios españoles*, que acabó convirtiéndose en la revista *Theoria* (1952-1955). Organizó en el Consejo Superior de Investigaciones Científicas, una colección de *Cuadernos de lógica, epistemología e historia de la ciencia*. Redactó el *Manifiesto a los universitarios españoles* (1956), abandonando España. Se doctoró por la Universidad de Neuchâtel (Suiza). Fue nombrado catedrático extraordinario de la Universidad del País Vasco, donde inició (1985) la segunda época de la revista *Theoria*, que dirigió hasta su fallecimiento.

Sancho Panza (Paradoja de). En el capítulo LI de la segunda parte de *El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra, se le plantea a Sancho, gobernador de la ínsula Barataria, la siguiente paradoja: “Señor, un caudaloso río dividía dos términos de un mismo señorío... sobre este río estaba una puente, y al cabo de ella, una horca y una como casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban la ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era en esta forma: “Si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar; y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra, sin remisión alguna”... Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre, juró y dijo que para el juramento que hacía, que iba a morir en aquella horca...

Repararon los jueces en el juramento, y dijeron: “Si a este hombre le dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y, conforme a la ley debe morir; y si le ahorcamos, él juró que iba a morir en aquella horca, y, habiendo jurado verdad, por la misma ley debe ser libre”.... (Planteado este problema a Sancho, éste respondió:) “... digo yo, pues, agora, que deste hombre aquella parte que juró verdad la dejen pasar, y la que dijo mentira la ahorquen, y desta manera se cumplirá al pie de la letra la condición del pasaje... (Y pues) están en un fil las razones de condenarle o asolverle, que le dejen pasar libremente, pues siempre es alabado más el hacer bien que mal...” (Sancho no sabía leer, y aunque lo supiera, no era el tiempo aún de las entretenidas obras de Lewis Carroll, ni de las más enjundiosas de Bertrand Russell).

Sangaku. Tablillas de origen japonés con problemas matemáticos, principalmente geométricos, creadas durante el periodo Edo (1603-1867). Un *sangaku* es una tablilla de madera con figuras geométricas, que se colocan en los templos y santuarios como ofrendas votivas o como desafíos a los allí congregados o a los visitantes. Cada *sangaku* contiene de uno a diez problemas. Las figuras de cada problema se colocan arriba a la derecha de la tablilla; abajo, a la izquierda, se colocan la pregunta y las soluciones; por último se escribe el nombre del creador del *sangaku*, el profesor, la escuela y la fecha de su colocación.

Santaló Sors, Luis Antonio (1911-2001). Matemático español. Nació en Gerona. Se licenció (1934) en matemáticas en Madrid. Completó su formación en Hamburgo. Se doctoró en la Universidad de Madrid (1936). Influidor por Rey Pastor desde Argentina, se trasladó a este país, donde fue profesor en la Universidad de Buenos Aires desde 1967. Investigó en geometría integral (de la que fue pionero), geometría estadística y estereología. Escribió más de ciento cincuenta trabajos de investigación matemática, y casi un centenar de artículos de divulgación y conferencias. Publicó más de cincuenta libros, entre ellos *Introducción a la geometría integral* (1953), *Geometría integral y probabilidad geométrica*, *Enciclopedia de matemáticas y sus aplicaciones* (1976). Interesado en la formación matemática escribió tres libros destinados a los alumnos de los tres primeros años de la escuela media, bajo el título *Matemática. Iniciación a la creatividad*. Escribió, con S. Ríos y M. Balanzat, *El matemático Julio Rey Pastor* (1979).

Sanz Serna, Jesús María (n. 1953). Matemático español. Nació en Valladolid. Estudió matemáticas en la Universidad de Valladolid, licenciándose en 1975. Se doctoró con la tesis *Espacios de sucesiones en espacios vectoriales topológicos* (1977). Estudió análisis numérico en la Universidad de Dundee. Catedrático de análisis numérico en la Universidad de Valladolid. Se ha especializado en matemática aplicada en la integración numérica de problemas hamiltonianos, consolidando el campo de investigación denominado integración geométrica, donde es pionero. Esta técnica permite la resolución de ecuaciones diferenciales conservando sus propiedades. Ha publicado *Problemas hamiltonianos numéricos* (con J. M. Calvo, 1994), *Ecuaciones diferenciales sujetas a impulsos casuales* (con A. M. Stuart, 1997), *Diez lecciones de cálculo numérico* (1998).

Sanz-Solé, Marta (n. 1952). Matemática española. Nació en Sabadell (Barcelona). Licenciada en matemáticas por la Universidad de Barcelona (1974), donde se doctoró (1978). Enseñó en la Universidad Politécnica de Barcelona (1974) y en la Autónoma de Barcelona (1979). Es profesora de la Universidad de Barcelona (1983). Ha investigado en el análisis del espacio de Wiener, en el cálculo Malliavin y sus aplicaciones, y en la teoría del potencial. Presidenta de la Sociedad Matemática Europea (2010, para el periodo 2011-2014), siendo la primera vez que un español ocupa ese puesto, y también la primera mujer que lo ocupará. Ha publicado *Cálculo Malliavin con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales parciales estocásticas* (2005), *Regularidad de Hölder de la solución a la ecuación de onda estocástica en tres dimensiones* (2009).

Sarasa, Alfons A. de (1618-1667). Matemático belga. Jesuita. Discípulo de Grégoire de Saint Vincent. Escribió *Solución del problema a propósito de Mersenne* (1649), donde observó que las áreas encerradas por la hipérbola rectangular, el eje de abscisas y las sucesivas ordenadas, pueden considerarse como logaritmos.

Sarrasin de Montferrier. V. Montferrier, Alexandre André Victor Sarrasin de.

Sarrasorda. V. Abenhiyya, Abraham.

Sarrus, Pierre-Frédéric (1798-1861). Matemático francés. Nació en Saint-Affrique (Aveyron). Estudió matemáticas en Montpellier. Fue profesor en la Universidad de Estrasburgo. Lleva su nombre una regla utilizada en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. En relación con el cálculo variacional, proporcionó la primera prueba correcta (1848) del conocido hoy como lema fundamental del cálculo de variaciones, y que en realidad es una condición necesaria pero no suficiente: $f_y - d(f_y)/dx = 0$.

Sarton, George (1884-1956). Historiador y erudito estadounidense, de origen belga. Nació en Gante. Estudió química, mecánica celeste y matemáticas en la Universidad de Gante, doctorándose en matemáticas (1911). Emigró a Estados Unidos en 1915. Fue nombrado investigador en la Carnegie Institution en Washington (1918). Fue profesor en la Universidad de Harvard (1920), y desde 1940 a 1951, fue profesor de historia de la ciencia. En 1931-1932, viajó a Siria, Egipto, Túnez, Argelia y Marruecos, para aprender el árabe y estudiar los manuscritos originales para su *Historia de la Ciencia*. Publicó *Introducción a la historia de la ciencia* (tres volúmenes, 1927-1947), *Simon Stevin de Brujas* (1934), *La primera explicación de las fracciones y medidas decimales, 1585* (1935), *Estudio de la historia de las matemáticas* (1936), *Évariste Galois* (1937), *Literatura científica transmitida a través de los incunables* (1938), *La personalidad de Lagrange* (1944), *Introducción a la historia de la ciencia* (1948), *Historia de la ciencia* (1952), *Guía de la historia de la ciencia* (1952), *Ciencia antigua y civilización moderna* (1954) y *Estudio de la historia de la ciencia* (1957).

Saunderson, Nicholas (1682-1739). Matemático inglés. Nació en Thurlstone (Yorkshire). A la edad de un año perdió la vista debido a la viruela. A pesar de ello, aprendió latín, francés, griego y matemáticas. Estudió en la Universidad de Cambridge, donde enseñó. Autor de *Elementos de álgebra*, que se editó cinco veces entre 1740 y 1792, y de *El método de las fluxiones*.

Sauveur, Joseph (1653-1716). Matemático y físico francés. Nació en La Flèche, en cuyo colegio de los jesuitas estudió. Trabajó en cuestiones de hidrostática, en Chantilly. Enseñó matemáticas a varios príncipes de la familia real francesa. Fue profesor en el Collège de France. Realizó importantes trabajos en acústica. Trabajó sobre los cuadrados mágicos (1710-1732). Sus experiencias con cuerdas vibrantes (hacia 1700) eran bien conocidas en Inglaterra.

Savasorda. V. Abenhiyya, Abraham.

Saviólov, A. A. (h. 1960). Matemático soviético. Escribió *Curvas planas* (1960).

Sayyid, Ibn. V. Ibn Sayyid.

Schauder, Juliusz Pawel (1899-1943). Matemático polaco. Nació en Lwow (hoy, Lviv, Ucrania). Estudió en la Universidad de Lwow, donde se doctoró en matemáticas (1923) y de donde fue profesor. Murió bajo el dominio nazi. Sus investigaciones sobre las propiedades topológicas de los espacios funcionales, están relacionadas con el cálculo de variaciones y la teoría de ecuaciones en derivadas parciales. Los teoremas de punto fijo fueron aplicados por Schauder (1930), y conjuntamente por Schauder y Leray (1934), para demostrar la existencia de soluciones de ecuaciones diferenciales. Un teorema clave en tales aplicaciones dice que si T es una aplicación continua de un conjunto cerrado compacto y convexo de un espacio de Banach en sí mismo, entonces T tiene un punto fijo. Un ejemplo del uso de estos teoremas es el siguiente: Se considera la ecuación diferencial $dy/dx = F(x,y)$, en el intervalo $0 \leq x \leq I$, y la condición inicial $y = 0$ en $x = 0$. La solución $\Phi(x)$ satisface la ecuación $\Phi(x) = \int_{0,x} F(x, \Phi(x)) dx$. Se puede definir la transformación general $g(x) = \int_{0,x} F(x, f(x)) dx$ donde $f(x)$ es una función arbitraria. Esta transformación asocia la función g a la f , y se puede demostrar que es continua sobre el espacio de las funciones continuas $f(x)$ definidas en $(0, I)$. La solución Φ que se busca es un punto fijo de este espacio de funciones. Si se puede demostrar que este espacio funcional

satisface las condiciones que garantizan la existencia de puntos fijos, entonces queda establecida la existencia de Φ , y esto es lo que garantizan los teoremas de punto fijo aplicables a espacios funcionales. Este método permite establecer la existencia de soluciones de las ecuaciones en derivadas parciales no lineales que aparecen usualmente en el cálculo de variaciones y en hidrodinámica.

Scheefer, Ludwig (1859-1885). Matemático alemán. Estudió generalizar el concepto de longitud de una curva, lo que también hicieron, por ejemplo, Du Bois, Peano y Jordan, para lo que utilizaron definiciones de integral más generales o conceptos geométricos. La definición más general de integral se alcanzó con la noción de medida, por medio de los trabajos de Borel, Lebesgue, Stieltjes, Radon, etc.

Scheiner, Christoph (1573/1575-1650). Matemático, físico, astrónomo y jesuita alemán. Nació en Markt Wald (Suabia; hoy, Baviera). Estudió en Augsburg y en Ingolstadt. Inventó un compás para el trazado de cónicas y el compás de proporciones (pantógrafo), que describió en 1631.

Schering, Otto (1901-1929). Matemático austríaco. Nació en Viena. Se doctoró en 1923 en la Universidad de Viena. Fue “privatdozent” de la Universidad de Hamburgo desde 1926 hasta su prematura muerte, debida a una septicemia. Escribió trabajos muy interesantes sobre álgebra y teoría de grupos.

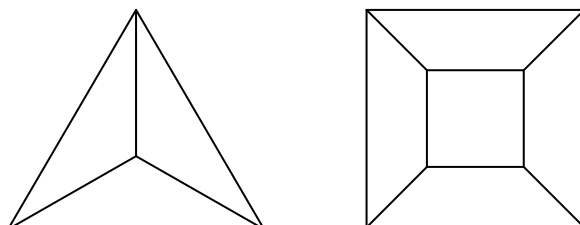
Scherk, Heinrich Ferdinand (1798-1885). Matemático y astrónomo alemán. Nació en Poznan (hoy, Polonia). Estudió en Breslau, Königsberg, Gotinga y Berlín, donde se doctoró. Fue catedrático de matemáticas y astronomía en Kiel. En su *Disertación matemática* (1825) aportó varias nuevas propiedades de los determinantes. Formuló las reglas para la adición de dos determinantes que tienen una columna o fila en común y para la multiplicación de un determinante por una constante. Estableció que el determinante de un cuadro que tiene como fila una combinación de dos o más filas es cero, y que el valor de un determinante triangular (todos los elementos inferiores o superiores de la diagonal principal son cero) es el producto de los elementos sobre, o debajo de, la diagonal principal. Obtuvo ejemplos de superficies mínimas reales (1830-1835), una de las cuales lleva su nombre. Estudió diversas cuestiones de teoría de números.

Scheybl, Johann (h. 1545). Matemático alemán. Profesor de Tübinga. Escribió el libro de aritmética *De numeris* (1545). Editó los seis primeros libros de Euclides (1550), estando sus enunciados escritos en griego y latín. De sus 315 páginas, las primeras 76 contienen “una breve descripción de las reglas del álgebra”, escrita por Scheybel.

Schickard, Wilhelm (1592-1635). Matemático alemán. Nació en Herrenberg (Baden-Württemberg). Estudió teología y lenguas orientales en la Universidad de Tübinga, donde enseñó matemáticas y astronomía. Al parecer fue el creador y constructor (1623) de la primera máquina de calcular (“reloj calculador”). Constaba de tres partes: instrumento sumador, instrumento multiplicador y mecanismo para la escritura de los resultados intermedios. Es posible que sólo Kepler y un estrecho círculo de amigos de Schickard conocieran el invento.

Schläfli, Ludwig (1814-1895). Matemático suizo. Nació en Grasswyl, cerca de Burgdorf. Estudió en Berna, en cuya Universidad enseñó. Investigó en geometría pluridimensional y en análisis de funciones de variable compleja. Fue el primero en simbolizar numéricamente los polígonos estrellados con la notación (p/d) , siendo p el número de sus vértices y d la densidad del polígono, medida como el número de lados que corta un rayo proveniente de su centro y que no pasa por uno de sus vértices. Realizó (1852) una exposición puramente geométrica de la geometría n -dimensional, con independencia de su aparato analítico. Expuso que si se colocan i hiperplanos en n dimensiones de manera que n de ellos tengan un punto común y $n + 1$ no lo tengan, el número de regiones en el que descomponen el espacio es $C_{i,0} + C_{i,1} + C_{i,2} + \dots + C_{i,n}$. Descubrió y estudió los seis polítopos regulares (análogos en cuatro dimensiones a los cuerpos platónicos), cada uno de ellos compuesto por un número finito de celdas sólidas en hiperplanos distintos, colocados de manera que toda cara de cada celda pertenece también a otra celda.

Schlegel, Victor (1843-1905). Matemático alemán. Nació en Hagen (Renania del Norte-Westfalia). Fue profesor en el Gimnasio Marienstifts de Stettin (hoy, Szczecin, Polonia). Diseñó (1883) el diagrama que lleva su nombre, para representar cuerpos. Hilbert y Cohn-Vossen, en su obra *Geometría e imaginación*, describen este diagrama de la siguiente forma: suponiendo el cuerpo definido exclusivamente por sus aristas, y si se observa en perspectiva desde una posición cercana al centro de una de sus caras, ésta aparece como un polígono grande que en su interior contiene a las demás caras. En el gráfico se representan los diagramas de Schlegel correspondientes al tetraedro y al cubo. Schlegel publicó *Sistema de geometría*.



Schlick, Moritz (1882-1936). Filósofo alemán. Nació en Berlín. Estudió física en Heidelberg, Lausana y Berlín, donde se doctoró (1910). Profesor en la Universidad de Rostock (1911), en la de Kiel (1921) y en la de Viena (1922), donde fue profesor de filosofía de las ciencias inductivas. En torno suyo y por iniciativa de Hahn, se creó el Círculo de Viena (movimiento neopositivista, con importante repercusión en la filosofía de las matemáticas), al que asistían filósofos como Rudolf Carnap y Otto Neurath, y matemáticos y científicos como Kurt Gödel, Philipp Frank, Gustav Bergmann y Hans Hahn. En 1929, el Círculo publicó su manifiesto *Concepción científica del mundo: el Círculo de Viena*. Muchos componentes del Círculo, obligados por la ocupación nazi a refugiarse en Estados Unidos, dieron vida al Círculo de Chicago. Schlick escribió *Naturaleza de la verdad según la lógica moderna* (1910), *Espacio y tiempo en la física contemporánea* (1919), *Teoría general del conocimiento* (1918), *Problemas de ética* (1930), *Filosofía de la naturaleza* (póstumo, 1948) y *Naturaleza y cultura* (póstumo, 1952).

Schlömilch, Oskar (1823-1901). Matemático alemán. Nació en Weimar (Turingia). Estudió matemáticas y filosofía en Jena, Berlín y Viena. Enseñó en Jena, y fue catedrático de matemáticas superiores y mecánica analítica en el Instituto Técnico de Dresde (1849). Fue director general de la enseñanza profesional en Sajonia, hasta 1885. Llevó a cabo un estudio riguroso de las funciones elementales. Publicó *Características de la representación científica de la geometría*, *Manual de cálculo diferencial e integral* (1847), *Cálculo de diferencias finitas* (1848), *Manual de análisis algebraico* (1851), *Geometría analítica* (1855), *Manual de mecánica analítica*, *Aforismos filosóficos de un matemático* (1877), *Manual de matemáticas* (1879-1881), *Compendio de análisis superior* (1881), *Geometría analítica del espacio* (1888).

Schlüssel, Clavius Christopher. V. Clavius, Christopher.

Schmeisser, Friedrich Gottlob (h. 1784-h. 1809). Matemático alemán. Nació en Zeitz (Sajonia, Prusia; hoy, Sajonia-Anhalt). Procedió geoméricamente en su intento de sustituir las fórmulas usuales trigonométricas por nuevas fórmulas fundamentales.

Schmidt, Erhard (1876-1959). Matemático alemán. Profesor en varias universidades alemanas. Simplificó la obra de Hilbert sobre ecuaciones integrales, para lo que utilizó métodos introducidos por H. A. Schwarz en teoría del potencial. Generalizó (1907) el concepto de autofunción para ecuaciones integrales con núcleo no simétrico. Schmidt y Fréchet dieron en 1907 el primer paso importante hacia una teoría abstracta de funcionales y operadores lineales. Hilbert en sus trabajos sobre ecuaciones integrales consideraba a una función como definida por los coeficientes de Fourier en su desarrollo con respecto a una sucesión ortonormal de funciones. Estos coeficientes, y los valores que asignaba a los x_i en su teoría de formas cuadráticas en infinitas variables, son sucesiones $\{x_n\}$ tales que $\sum_1^\infty x_n^2$ es finita. Schmidt y Fréchet consideraron cada sucesión $\{x_n\}$ como un punto, con lo que las funciones

quedaban representadas como puntos de un espacio de dimensión infinita. Schmidt consideraba también números complejos, además de reales, en las sucesiones $\{x_n\}$; un espacio de este tipo se ha llamado desde entonces un espacio de Hilbert. Seguidamente, Schmidt introdujo el concepto de subespacio (fuertemente) cerrado: Un subconjunto A del espacio considerado H se llama subespacio cerrado si es un subconjunto cerrado en el sentido de la convergencia y si además es cerrado algebraicamente, es decir, si dados dos elementos w_1 y w_2 de A entonces también $a_1w_1 + a_2w_2$ pertenece a A , siendo a_1 y a_2 dos números complejos cualesquiera. En un subespacio cerrado cualquiera A , Schmidt demuestra que si z es un elemento cualquiera del espacio, entonces existen elementos únicos w_1 y w_2 tales que $z = w_1 + w_2$, donde w_1 pertenece a A , y w_2 es ortogonal a A , lo que significa que w_2 es ortogonal a todo elemento de A . Este resultado se designa hoy con el nombre de teorema de la proyección: w_1 es la proyección de z sobre A . Fréchet y Schmidt observaron simultáneamente en 1907 que el espacio de las funciones de cuadrado sumable (con la integral de Lebesgue) tiene una geometría completamente análoga a la del espacio de Hilbert de las sucesiones.

Schnee, Walter (1885-1958). Matemático alemán. Nació en Rawtsch (hoy, Rawicz, Polonia). Estudió matemáticas (1904-1908) en la Universidad de Berlín, donde se doctoró (1908). Fue profesor en la Universidad de Breslau (1909-1916) y en la de Leipzig (1917-1954). Tras la publicación de Frobenius (1880) en la que definía la sumabilidad de las series divergentes, Hölder publicó (1882) su generalización que se conoce hoy como (H,r) -sumabilidad, y Cesàro (1890) dio su definición de sumabilidad conocida como (C,r) -sumabilidad. En 1907, Konrad Knopp demostró que la sumabilidad de Holder implica la de Cesàro, y en 1909, Schnee demostró el recíproco. Investigó en las series de potencias irregulares y series de Dirichlet, y en teoría de números.

Schoenfeld, Alan H. (h. 1985). Pedagogo y matemático estadounidense. Estudió en la Universidad Queens de Nueva York (1968), y se doctoró por la de Stanford (1973). Enseña en la Universidad de California en Berkeley. Fue crítico con el sistema educativo promovido por Pólya, estimando que las estrategias descritas por Pólya son etiquetas que designan familias de estrategias semejantes y, a diferencia de los algoritmos, no son prescriptivas sino que describen de manera general un procedimiento de resolución, añadiendo que el diálogo que propone Pólya es difícil de llevar a cabo en una clase, sobre todo si es numerosa o los alumnos no están motivados por las matemáticas. Plantea una estrategia directiva eficaz consistente en un esquema general que orienta a los expertos en el proceso de resolución de problemas: sus etapas, la selección de heurísticas en cada una de ellas y la toma de decisiones. Su modelo se puede representar mediante un diagrama de flujo con cinco grandes bloques correspondientes a las etapas del proceso: análisis, exploración, diseño, ejecución y verificación. Escribió *Resolviendo problemas matemáticos* (1985), *Historia breve y parcial de la resolución de problemas* (1987), *Ciencia cognitiva y la educación matemática* (1987), *Pólya, resolución de problemas y la educación* (1987), *El pensamiento matemático y la resolución de problemas* (1994). Es coautor de varias obras, entre ellas *La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a nivel universitario* (2001).

Schoenflies, Arthur Moritz (1853-1928). Matemático alemán. Nació en Landsberg an der Warthe (hoy, Gorzów, Polonia). Estudió en la Universidad de Berlín. Enseñó en Colmar. Estudió los grupos espaciales de cristalografía geométrica (1891), determinando, independientemente del cristalógrafo, mineralogista y matemático ruso Fiodorov, los 230 grupos espaciales cristalográficos, mediante los métodos de la teoría de grupos. Obtuvo (1900) una interpretación geométrica de la curva de Peano.

Scholes, Myron Samuel (n. 1941). Economista canadiense. Nació en Timmins (Ontario). Estudió en la Universidad de McMaster y en la de Chicago. Trabajó en el Massachusetts Institute of Technology y en la Universidad de Stanford. En 1973, Myron Scholes y Fischer Black enunciaron la teoría que lleva su nombre, que también fue desarrollada simultáneamente por Robert Merton, en relación con el comportamiento de cobertura en el mercado de capitales. Esta teoría, que les significó el Premio Nobel de economía en 1997, se concreta en la siguiente ecuación diferencial en derivadas parciales $\partial f(S,t)/\partial t = -\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \partial^2 f(S,t)/\partial S^2 - rS\partial f(S,t)/\partial S + rf(S,t)$, donde S representa el valor de la acción, t el tiempo, f el precio de una opción, r el tipo de interés del mercado de deuda, y σ la volatilidad de la acción, medida como la desviación estándar de los logaritmos de la cotización de la acción.

Schönemann, Theodor (1812-1868). Matemático alemán. Enseñó en el Gimnasio de Brandeburgo. Investigó sobre la teoría de las congruencias, demostrando (1846) el teorema que lleva su nombre, conocido también por criterio de Schönemann, o de Schönemann-Eisenstein. Escribió al respecto, en el Diario de Crelle, dos artículos: el primero, en 1845, titulado *Fundamentos de una teoría general de las congruencias superiores cuyo módulo es un número real primo*, y el segundo (1846), bajo el título *Módulos que son potencias de números primos*, y en el que obtiene su criterio de irreductibilidad, con prioridad sobre el trabajo de Eisenstein.

Schooten, Franciscus van (1615-1660). Matemático holandés. Enseñó matemáticas en la Universidad de Leiden, donde sucedió (1646) a su padre. Alrededor de él se formó el llamado grupo de Leiden, formado por Hudde, Huygens, Heuraet, Witt. Fue colaborador de Descartes y tradujo al latín (1649) su *Geometría*, acompañándola de aclaraciones. En posteriores ediciones procedió a difundir y perfeccionar el método de coordenadas; por ejemplo, para la edición de 1659-1661, escribió una introducción e incluyó las fórmulas para el cambio de ejes en coordenadas rectangulares. También se incluía la rectificación de la parábola semicúbica por medios euclídeos, descubierta por Heuraet, y los *Elementos de las curvas* de Witt. En las citadas aclaraciones, investigó algunas superficies por medio de dos coordenadas. Schooten, ante la potencia del método de Descartes, llegó a pensar que los geómetras griegos habían utilizado dicho método para obtener sus resultados (método analítico), que luego presentaban por otro medio (método sintético, menos transparente que el analítico). Escribió *Ejercicios de matemáticas* (1656), con nuevos resultados en la aplicación del álgebra a la geometría, y en donde hay una sección escrita por Hudde sobre el estudio de las coordenadas de una superficie de cuarto grado, lo que constituye una anticipación a la geometría analítica tridimensional. Para resolver la ecuación de cuarto grado, Schooten considera la ecuación $x^4 - px^2 - qx + r = 0$, y la escribe en la forma $(x^2 + yx + z)(x^2 - yx + v) = 0$, e igualando coeficientes obtiene: $z - y^2 + v = -p$, $-zy + vy = -q$, $vz = r$, $y^6 - 2py^4 + (p^2 - 4r)y^2 - q^2 = 0$, con lo que la reduce a una ecuación de tercer grado en y^2 . Publicó en 1646 un libro original sobre el trazado de las cónicas. Schooten trabajó también en teoría de números.

Schopenhauer, Arthur (1788-1860). Filósofo alemán. Nació en Danzig (Prusia, hoy Gdansk, Polonia). Estudió medicina en la Universidad de Gotinga (1809), humanidades y filosofía en la de Berlín (1811-1813), doctorándose en filosofía en la Universidad de Jena (1813). Vivió una temporada en Weimar con Goethe, en Dresde (1814-1818), viajó por Italia, enseñó en la Universidad de Berlín (1920-1921), volvió a Italia, estuvo un año en Munich, y de nuevo en Berlín (1925). Los últimos 28 años los pasó en Fráncfort del Meno, donde falleció. Concibió la realidad como manifestación de un principio irracional: la voluntad infinita y universal, que se halla en la raíz de todas las fuerzas que operan en la naturaleza. Manifestó en 1844 su sorpresa ante el hecho de que los matemáticos cuestionaran el postulado de las paralelas y no el axioma según el cual las figuras que coinciden son iguales, argumentando que o bien las figuras coincidentes son automáticamente idénticas o iguales y entonces no se necesita ningún axioma, o bien la coincidencia es algo completamente empírico, que no pertenece a la pura intuición sino a la experiencia sensorial externa. Además, el axioma presupone la movilidad de las figuras; pero lo que se puede mover en el espacio es materia, y queda por tanto fuera de la geometría. En el siglo XIX llegó a reconocerse generalmente que el método de superposición descansaba sobre axiomas no explicitados, o que debería reemplazarse por otro enfoque de la congruencia. Escribió, entre otras obras, *De la cuádruple raíz del principio de razón suficiente* (1813), *Sobre la visión de los colores* (1816), *El mundo como voluntad y representación* (1818), *Sobre la voluntad en la naturaleza* (1836), *Sobre los fundamentos de la moral* (1841), *Parerga y Paralipomena* (1851), *Ética* (1859), *Aforismos sobre la sabiduría de la vida* (póstuma), *Pensamientos y fragmentos* (póstuma).

Schoute, Pieter Hendrik (1846-1923). Ingeniero y matemático holandés. Nació en Wormerveer. Estudió en la Escuela Politécnica de Delft, doctorándose en Leiden, con una tesis sobre la homografía aplicada a la teoría de las superficies de las cuádras. Fue profesor en la Universidad de Groninga. Trabajó en geometría euclidiana y en politopos regulares. Profundizó (1910) en las transformaciones cuadráticas.

Schouten, Jan Arnoldus (1883-1971). Matemático holandés. Nació en Neuwer-Amstel (hoy, Amstelveen). Estudió en la Universidad de Delft. Trabajó en el desarrollo del cálculo tensorial. En el Congreso Mundial de Matemáticas de 1954, del que era presidente, comentó la importancia de las matemáticas: “Es ahora claro que prácticamente todos los ámbitos de las sociedades modernas, en guerra y en paz, necesitan matemáticas de todo tipo”. Esta idea venía motivada en gran parte por la importancia que la teoría de juegos y la investigación operativa, entre otros aspectos de las matemáticas, habían tenido durante la segunda guerra mundial.

Schreiber, Guido (h. 1825). Matemático y militar alemán. Fue oficial de artillería en el ejército del Gran Ducado de Baden. En 1825 fue el primer profesor de geometría descriptiva en la Escuela Politécnica de Karlsruhe. Escribió varios libros sobre geometría descriptiva.

Schreyber, Heinrich (1495-1525/1526). Matemático alemán, llamado Grammateus. Nació en Érfurt (Turingia). Estudió en Viena y Cracovia. Publicó una aritmética (1518) a la que añadió una breve sección sobre el “coss”, además de otra sobre contabilidad comercial.

Schröder, Friedrich Wilhem Karl Ernst (1841-1902). Matemático y lógico alemán. Nació en Mannheim (Baden-Württemberg). Estudió en las universidades de Heidelberg y Königsberg. Tras ejercer como profesor en la Escuela Politécnica de Zúrich (1865-1874), en Karlsruhe, Pforzheim y Baden, Schröder aceptó en 1874 enseñar en la Escuela Politécnica de Darmstadt, y en 1876 en la de Karlsruhe. En 1890 fue designado director de ésta última. Fue uno de los fundadores de la lógica matemática. Publicó *Álgebra de la lógica* (1890-1905), monumental obra en cuatro volúmenes que expone una estructura más rigurosa de la lógica misma.

Schrödinger, Erwin (1887-1961). Físico austríaco. Nació en Viena. Estudió en la Universidad de Viena en 1906, donde permaneció, con breves interrupciones, hasta 1920. Estuvo en Zúrich desde 1921 a 1927, pasando a la Universidad de Berlín (1927-1933). Ante la persecución contra los judíos, tomó la decisión de exiliarse, pasando los siguientes seis años entre Austria, Gran Bretaña, Bélgica, Roma y, finalmente (1940-1955) en el Dublín Institute for Advanced Studies, bajo la influencia de Eamon de Varela, que había sido matemático antes de dedicarse a la política. En 1956 se retiró a Viena como profesor emérito. Recibió el premio Nobel de física 1933. En 1926 presentó su teoría cuántica basada en la siguiente ecuación en derivadas parciales (que es independiente del tiempo): $-\hbar^2/2m_e (\delta^2\Psi/\delta x^2 + \delta^2\Psi/\delta y^2 + \delta^2\Psi/\delta z^2) + V(x,y,z)\Psi = E\Psi$, donde \hbar es la constante de Plank, m_e la masa de una partícula, Ψ una función de onda que varía con la posición, V su energía potencial en la posición x, y, z , y E la energía total de la partícula. Schrödinger demostró la identidad de su teoría con la teoría de matrices infinitas de Werner Heisenberg, que éste había aplicado (1925) a la teoría cuántica, profundizando en el paralelismo entre el aspecto ondulatorio y el corpuscular de los fenómenos físicos. Schrödinger escribió *¿Qué es la vida?, Naturaleza y los griegos* (1954), *Mi visión del mundo* (1961).

Schroeder, Friedrich Wilhem Karl Ernst. V. Schröder, Friedrich Wilhem Karl Ernst.

Schubert, Friedrich Theodor von (1758-1825). Astrónomo y matemático alemán. Nació en Helmstedt (Baja Sajonia). Académico de San Petersburgo. Dio una regla práctica (1798), pero no definitiva, para la determinación de todos los factores racionales de un polinomio de grado n -ésimo. Extendió al esferoide (1787) las investigaciones sobre la relación entre los números complejos con la proyección de Mercator. Estudió los círculos menores de la esfera. Al parecer fue el primero en utilizar el término *conforme*.

Schubert, Hermann Cäsar Hannibal (1848-1911). Matemático alemán. Nació en Potsdam (Brandeburgo). Publicó *Geometría enumerativa* (1879) donde mediante un complicado simbolismo desarrolló esta rama de la geometría que estudia la determinación de puntos, rectas y planos que cumplen ciertas condiciones.

Schulz, Carl Friedrich (h. 1828). Matemático alemán. Escribió un libro (1828) sobre esférica, de carácter puramente geométrico.

Schulz von Strasznicki, Leopold Karol (1803-1852). Matemático austríaco. Nació en Cracovia (hoy, Krakow, Polonia). Profesor de matemáticas en las Universidades de Lviv, Laibach y Viena. Investigó sobre la geometría del triángulo, siendo uno de los descubridores (1827) del punto K. Publicó diversos trabajos, entre ellos *Sobre la fórmula de Euler en los poliedros* (1835), *Cálculo de π por métodos geométricos* (1844), *Sobre la cisoide*.

Schumacher (h. 1810). Matemático alemán. Tradujo al alemán (1810) la *Geometría de posición* de Carnot.

Schur, Friedrich Heinrich (1856-1932). Matemático alemán. Nació en Maciejewo (Posen, Prusia Oriental; hoy, Polonia)). Estudió en las Universidades de Breslau, Berlín y Leipzig. Enseñó en Leipzig, Tartu, Aachen, Estrasburgo y Breslau. De acuerdo con el enfoque de Riemann de la noción de curvatura, Schur habla de la curvatura de una orientación en el espacio. Esta orientación está determinada por un haz de geodésicas $\mu\alpha + \lambda\beta$ donde α y β son las direcciones de las geodésicas que pasan por un punto. Este haz forma una superficie y tiene una curvatura de Gauss que Schur llama la curvatura riemanniana de la orientación. Schur establece en el teorema que lleva su nombre (1886) que si en cada punto la curvatura riemanniana del espacio es independiente de la orientación, entonces la curvatura riemanniana es constante en todo el espacio. La variedad es entonces un espacio de curvatura constante. Schur escribió su obra sobre geometría proyectiva (1902) siguiendo el enfoque marcado por Peano. También escribió *Fundamentos de geometría* (1909), y libros de texto sobre geometría analítica (1898) y estática gráfica (1915).

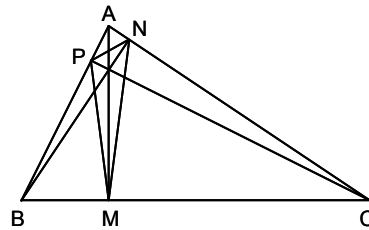
Schur, Issai (1875-1941). Matemático ruso. Nació en Mogilev (hoy, Bielorrusia). Estudió en Berlín y enseñó en Bonn y en Berlín. Siendo judío, fue despedido de su cátedra y emigró a Palestina, muriendo en la pobreza en Tel Aviv. Como Frobenius y Molien, Schur extendió la representación de grupos de sustituciones por transformaciones lineales de la forma: $x_i' = \sum_j a_{ij}x_j$, con $i = 1, 2, \dots, n$, al estudio de representaciones de todos los grupos finitos. Junto con Frobenius publicaron varios artículos entre 1897 y 1910, demostrando que sólo hay unas pocas representaciones irreducibles, con las que se componen todas las demás.

Schwab (h. 1813). Expuso (1813) el método de los isoperímetros para el cálculo del número π .

Schwartz, Laurent (1915-2002). Matemático francés. Nació en París. Estudió en la École Normale Supérieure. Profesor en la Universidad de Nancy y en la de París. Miembro del grupo Bourbaki. Galardonado con la medalla Fields 1950. Generalizó el concepto de diferenciación mediante la creación de nuevos entes (1945) que llama funciones generalizadas o distribuciones, cuyo estudio detallado presenta en su obra *Teoría de las distribuciones* (1950). La función delta de Dirac utilizada en física atómica había venido a demostrar que las funciones “patológicas” resultaban útiles en física. En los casos más difíciles, sin embargo, la diferenciabilidad desaparece, con los consiguientes problemas en la resolución de ecuaciones diferenciales, que son uno de los principales enlaces entre las matemáticas y la física, especialmente donde aparecen soluciones singulares. Para superar esta dificultad, Schwartz introdujo un concepto de diferenciabilidad más general, posible gracias al desarrollo de la teoría de espacios vectoriales generales. Un espacio vectorial es un conjunto L de elementos a, b, c, \dots , que satisfacen ciertas condiciones, entre las que está la exigencia de que si a y b son elementos de L , y α y β son números reales o complejos, entonces $\alpha a + \beta b$ es otro elemento de L . Si los elementos de L son funciones, el espacio vectorial se denomina un espacio vectorial funcional, y una aplicación lineal de este espacio en el cuerpo de los números reales o complejos, se llama un funcional lineal. Con esta nomenclatura, Schwartz entendía por una “distribución” un funcional lineal continuo sobre el espacio de las funciones que son diferenciables y satisfacen ciertas condiciones. La función de Dirac, por ejemplo, es un caso particular de distribución. Schwartz dio una definición adecuada de derivada de una distribución, de tal manera que esta derivada sea siempre otra

distribución, lo que proporciona una potente generalización del análisis, con aplicaciones inmediatas a la teoría de probabilidades y a la física.

Schwarz, Hermann Amandus (1845-1921). Matemático alemán. Nació en Hermsdorf (Silesia, entonces Prusia). Realizó sus estudios de química y matemáticas en Berlín. Discípulo de Weierstrass. Profesor en las universidades de Halle (1867), Escuela Politécnica de Zúrich (1869), Gotinga (1875) y Berlín (1892), donde sucedió a Weierstrass. Fue miembro de las academias de ciencias bávara y prusiana. Solucionó geoméricamente problemas de máximos y mínimos (demostró que el triángulo MNP de perímetro mínimo inscrito en el ABC es el triángulo órtico de éste, aunque hubo demostraciones anteriores a la suya).

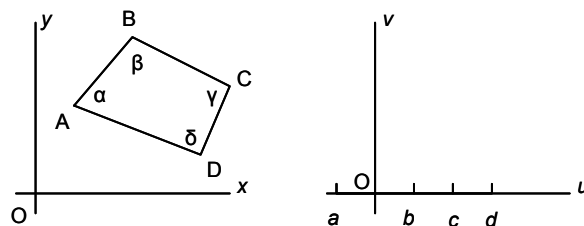


Se ocupó del cálculo de variaciones, en especial de superficies de área mínima, proporcionando una demostración rigurosa para el problema isoperimétrico en tres dimensiones (1884). La “desigualdad de Schwarz” es una generalización de la elemental propiedad del cálculo vectorial consistente en que el producto escalar de dos vectores no puede superar el producto de sus módulos. Realizó investigaciones en teoría de funciones y en teoría de grupos, estudiando las aplicaciones conformes.

Weierstrass sugirió a Schwarz el estudio de la existencia de una solución para el problema de Dirichlet, es decir, para $\Delta V = 0$. Schwarz proporcionó (1870) la primera prueba de su existencia en dos dimensiones (pero no del principio de Dirichlet de minimizar la integral de Dirichlet), bajo hipótesis generales acerca de la curva frontera y usando un proceso llamado procedimiento de la alternativa (o alternante).

En 1885, demostró la existencia de la primera función característica de $\Delta u + \zeta f(x,y)u = 0$, esto es, la existencia de una U_1 tal que: $\Delta U_1 + k_1^2 f(x,y)U_1 = 0$, y $U_1 = 0$ sobre la frontera del dominio considerado. Su método proporcionó un procedimiento para encontrar la solución y permitió el cálculo de k_1^2 . También demostró que cuando el dominio varía continuamente, el valor de k_1^2 , el primer número característico, también varía continuamente, y al mismo tiempo que el dominio se hace más pequeño, k_1^2 se incrementa sin límite. Así, una membrana pequeña da origen a un primer armónico superior.

Schwarz y Christoffel proporcionaron un teorema (1869) sobre aplicaciones conformes, mostrando cómo aplicar un polígono y su interior en el plano z , conformemente, dentro de la mitad superior del plano w . La aplicación está dada por: $z = C \int_{a,z} (w-a)^{(a/\pi)-1} (w-b)^{(\beta/\pi)-1} \dots dw + C'$, donde C y C' son determinables a partir de la posición del polígono y donde a, b, c, \dots , corresponden a A, B, C, \dots



Schwarz junto con Carl Gottfried Neumann, demostraron (1870) que era posible aplicar una región plana simplemente conexa sobre un círculo, pero no pudieron manejar dominios simplemente conexos con varias hojas.

Schwarzschild, Karl (1873-1916). Astrónomo alemán. Nació en Fráncfort del Meno. Profesor y director del Observatorio de Gotinga (1901) y director del Observatorio astrofísico de Potsdam (1909). Fue el primero en dar una solución exacta a las ecuaciones de la teoría general de la gravedad de Einstein. Esta solución se basaba en la métrica generada por un cuerpo provisto de simetría esférica, siendo el ejemplo más sencillo de espacio-tiempo curvo cuya parte espacial también es curva.

Esta solución y su generalización posterior a un cuerpo esférico con movimiento axial de rotación y carga eléctrica (métrica de Kerr-Newmann) constituyen el punto de partida de numerosos estudios, como la teoría de agujeros negros que él mismo planteó, y los teoremas de singularidades de Hawking.

Schwarzerd, Philipp. V. Melanchthon.

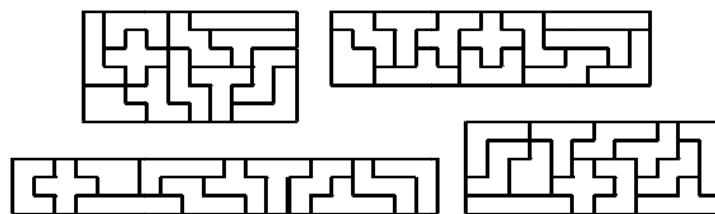
Schweikart, Ferdinand Karl (1780-1859). Jurista y matemático alemán. Nació en Erbach. Estudió en las Universidades de Marburgo y Jena. Enseñó en las Universidades de Giessen, Marburgo y Königsberg. Profesor de jurisprudencia, dedicaba su tiempo libre a las matemáticas. Trabajó sobre una geometría no euclídea a la que llamó astral porque pensaba que podía cumplirse en el espacio sideral. La identidad de los resultados logrados a este respecto, por él y por Bolyai, Lobachevski, Taurinus y Gauss, puede comprobarse si se considera que en todos ellos el núcleo central de los desarrollos analíticos es la expresión $ch(a/k) \cdot \text{sen } \pi(a) = 1$, donde a es la perpendicular entre dos paralelas, $\pi(a)$ es el llamado “ángulo de paralelismo” y k es la constante de Gauss, que en sus desarrollos Lobachevski tomó igual a la unidad. Para $\pi(a) = 45^\circ$, $\cosh(a/k) = 2^{1/2}$, $a/k = 0,88137$, que es la constante de Schweikart, que calculó Taurinus. Para $k = \infty$ y $\pi(a) = 90^\circ$, se tiene el caso de la geometría euclidiana de paralela única y de ángulo de paralelismo independiente de a . Si k pasa de real a imaginario, las fórmulas de la geometría no euclidiana que vinculan los ángulos de paralelismo con los lados, se convierten en las fórmulas de la trigonometría esférica.

Schwendenwein (h. 1832). Matemático alemán. Construyó junto con F. J. Richelot (1832), el polígono regular de 257 lados.

Schwenter, Daniel (1585-1636). Matemático, orientalista, inventor, poeta y bibliotecario alemán. Profesor en Altdorf. Publicó una extensa *Geometría práctica* (1618-1627) muy apreciada en Alemania. Obtuvo la propiedad de ser las reducidas de una fracción continua los valores racionales aproximados más simples de un número racional o irracional dado (1618).

Scott, Charlotte Angas (1858-1931). Matemática inglesa. Nació en Londres. Estudió en Cambridge. Fue la primera mujer en recibir el doctorado. Se trasladó a Estados Unidos, donde fue profesora de matemáticas en el Bryn Mawr College de Pensilvania. Publicó *Geometría analítica moderna* (1894), *Sobre las intersecciones de las curvas planas* (1897).

Scott, D. (h. 1958). Algunos matemáticos pensaron que, como la aritmética, la geometría podía plantear problemas recreativos. Dudenev, en 1909, planteó el siguiente problema: ¿Cuántas piezas formadas por cuatro cuadrillos unidos por al menos un lado común completo se pueden hacer? ¿Y con cinco cuadrillos (pentaminos)? ¿Se podrá tomar todas las piezas y colocarlas en forma de rectángulo? En 1958, Scott obtuvo los cuatro rectángulos de la figura, formados cada uno de ellos por los doce pentaminos existentes.



Seboth, Severo (h. 662). Escritor, matemático y astrónomo sirio. Obispo nestoriano. Tradujo las *Analíticas* de Aristóteles. Escribió sobre temas astronómicos, siendo el primer escritor que, fuera de la India, menciona las cifras hindúes: en una carta suya (662) habla “del método insuperable de calcular que tienen los indios empleando nueve cifras”.

Seco, Luis (h. 1989). Matemático español. Licenciado en matemáticas por la Universidad Autónoma de Madrid. Doctor por la Universidad de Princeton (1989). Profesor de matemáticas en la Universidad de Toronto (Canadá). Investiga en la gestión del riesgo financiero.

Seeber, Ludwig August (1793-1855). Matemático alemán. Escribió un libro sobre formas cuadráticas ternarias, del que apareció una reseña en la revista de Gotinga (1830). Sobre esta reseña, Gauss bosquejó la representación geométrica de las formas y de las clases de formas (Klein desarrolló posteriormente este bosquejo).

Seelhoff, P. (h. 1886). Matemático alemán. Investigó en teoría de números, sobre la que publicó varios trabajos como *Descomposición factorial de grandes números* (1886). En 1883 calculó el noveno número de Mersenne, $2^{61}-1$. Calculó en 1886 el noveno número perfecto, $2^{60}(2^{61}-1)$, que está formado por 37 cifras (este número había sido calculado por Pervusin en 1883, independientemente de Seelhoff).

Seggern, David H. von (h. 1992). Geofísico y matemático estadounidense. Estudió geofísica en la Universidad de San Luis (1966), y en la de Hawai (1968), doctorándose por la Universidad Estatal de Pensilvania (1982). Fue gerente (1992-2005) del Laboratorio Sismológico de la Red Sísmica de Nevada (Universidad de Nevada), del que es administrador emérito desde 2005. Además de sus múltiples trabajos sobre sismica, escribió *Curvas y superficies estándar* (1992), *Manual práctico de diseño y generación de curvas* (1994). Ha aplicado la teoría de los fractales al estudio de los terremotos.

Segner, Johann Andreas von (1704-1777). Matemático y físico alemán. Nació en Presburgo (Hungría; hoy, Bratislava, Eslovaquia). Profesor de matemáticas y física en Jena, Gotinga y Halle. Introdujo el concepto de tensión superficial de los líquidos. Escribió *Lecciones* (1747) y *Elementos* (1756) dedicados a la aritmética y geometría, y *Naturaleza de las superficies de los líquidos*.

Seidel, Philip Ludwig von (1821-1896). Matemático, óptico y astrónomo alemán. Nació en Zweibrücken (Renania-Palatinado). Enseñó, a partir de 1951, en la Universidad de Munich, donde fue profesor de Max Plank. Estudió (1848), como también Stokes, las propiedades de la convergencia uniforme de las series (descubrió este concepto mientras analizaba una demostración incorrecta de Cauchy). No llegó a obtener la formulación precisa de convergencia, pero sí demostró que si la suma de una serie de funciones continuas es discontinua en x_0 entonces existen valores de x cercanos a x_0 para los que la serie converge de manera arbitrariamente lenta. Tampoco relacionó la necesidad de la convergencia uniforme para la justificación de integrar una serie término a término. Descompuso la aberración monocromática de primer orden en cinco aberraciones que llevan su nombre. Uno de los cráteres de la Luna lleva su nombre.

Sejour, Achille-Pierre Dionis du (1734-1794). Matemático francés. Publicó (1756) junto con M. B. Goudin, un pequeño *Tratado de curvas algebraicas*, en donde indican que una curva de orden (grado) n no puede tener más de $n(n-1)$ tangentes con una dirección dada, ni más de n asíntotas, añadiendo, como lo había hecho ya Maclaurin, que una asíntota no puede cortar a la curva en más de $n-2$ puntos.

Seki, Kowa (1642-1708). Matemático japonés. Nació en Fujioka, en el seno de una familia samurai. Fue el matemático más importante de la escuela existente en Japón a principios del siglo XVIII, en la que se dedujeron especialmente desarrollos en serie de funciones ciclométricas como $(\arcsen x)^2$, y que conducían a valores muy exactos de π . Desarrolló una teoría de los determinantes.

Selberg, Atle (1917-2007). Matemático noruego. Profesor en la Universidad de Princeton. En 1949, Selberg y Erdős aunaron sus esfuerzos para conseguir una demostración completamente elemental (es decir, sin utilizar variables complejas) de la ley asintótica de distribución de los números primos. En 1950 recibió la medalla Fields por sus trabajos sobre los métodos de criba y sobre los ceros de la función *zeta* de Riemann.

Sellers, William D. (1930-2010). Matemático y climatólogo estadounidense. Enseñó en la Universidad de Arizona. En relación con la aplicación de las matemáticas al estudio del clima, tras los trabajos iniciales de M. I. Budyko (1956) y de Rudolf Geiger (1961), Budyko y Sellers introdujeron (1969), de forma independiente, los llamados “modelos difusivos unidimensionales”, en los que la

incógnita es un cierto promedio local de la temperatura superficial que conduce a una incógnita dependiente del tiempo y de la latitud. Sellers publicó *Climatología física* (1965).

Seluyanov, V. (h. 1985). Profesor de biomecánica soviético. Para el análisis dinámico de un sistema coordinado (el cuerpo humano) en movimiento, el hecho de conocer la localización de su centro de gravedad tiene especial relevancia. En la biomecánica deportiva es necesario definir el número de segmentos que componen el modelo humano, conocer la localización del centro de gravedad de cada segmento y determinar su peso, permitiendo la localización del centro de gravedad del sistema total. Con este objetivo, Seluyanov y Zatsiorsky utilizaron el escáner de rayos gamma. Seluyanov y Zatsiorsky escribieron *Estimación de las características de masa e inercia del cuerpo humano por medio de ecuaciones* (1985), y ambos, junto con Chugunova, *Estimación de las características de masa e inercia del cuerpo humano por medio de un escáner de rayos gamma* (1990). En 1991, Seluyanov publicó *Métodos para determinar las características de la masa inercial de los segmentos del cuerpo humano*.

Sereno de Antisa (o de Lesbos, o de Antinópolis) (s. VI). Geómetra griego. Difícil de ubicar en el tiempo y en el espacio, posiblemente posterior a Pappus, Proclo y Eutecio, que no lo citan. Se le deben dos escritos geométricos: uno, *Sobre la sección del cilindro*, en el que se propone probar, en contra de la creencia de algunos geómetras, que las secciones elípticas de un cilindro no difieren de las secciones elípticas de un cono; y otro, *Sobre las secciones del cono*, en el que estudia los triángulos obtenidos cortando un cono por planos que pasan por el vértice, abundando ambos escritos de interesantes cuestiones geométricas.

Serrano, Gonzalo Antonio (1670-1761). Médico, matemático y astrónomo español. Nació en Córdoba. Escribió *Tablas filípicas, católicas o generales de los movimientos eclipses, utilizando la Torre de la Malmuerta para sus observaciones, Astronomía universal teórica y práctica* (1735), *Apología pacífica medio práctica y rayos luminosos de Apolo* (1739), *Teatro supremo de Minerva con su católico decreto y sentencia definitiva a favor de la astrología* (1723), *Crisis astrológica*.

Serrano, Juan (h. 1652). Matemático español. Enseñó en Valencia, bajo el reinado de Felipe IV (1621-1665). Entre sus alumnos destaca el matemático Andrés Puig. En su obra *Aritmética especulativa y práctica y arte de álgebra* (1652), aparece por primera vez en España el estudio de las ecuaciones de grado superior al segundo.

Serre, Jean Pierre (n. 1926). Matemático francés. Nació en Bages (Pirineos Orientales). Estudió en la École Normale Supérieure de París, doctorándose por la Universidad de París. Trabajó en el Centre National de la Recherche Scientifique. Profesor en el Collège de France en París. Galardonado con la medalla Fields 1954. Miembro del grupo Bourbaki. Contribuyó a la geometría algebraica, teoría de números, topología homotópica y topología combinatoria.

Serret, Joseph Alfred (1819-1885). Matemático francés. Nació en París. Estudió en la École Polytechnique en París. Enseñó en el Collège de France y en la Sorbona. Demostró (1848) la existencia de superficies imaginarias con curvatura constante, comprendidas entre las superficies de Monge. Escribió un tratado de álgebra (1849) que contribuyó a la difusión de la teoría de Galois. Trabajó en la teoría de grupos de sustituciones. Se ocupó (1850) de la reducción a grado inferior de las ecuaciones de la división de la circunferencia en partes iguales. Estableció (1851) las llamadas fórmulas de Serret-Frenet, para la diferenciación de los cosenos directores de la tangente, normal principal y binormal y de sus derivadas respecto al arco.

Servais, Ch. (h. 1887). Matemático francés. Profundizó en las transformaciones cuadráticas (1887).

Servois, François-Joseph (1767-1847). Matemático francés. Nació en Mont-de-Laval (Doubs). Fue sacerdote y militar. Discípulo de Monge y de Lacroix. Introdujo en álgebra (1815) las expresiones “conmutativo” y “distributivo”. Hizo notar por primera vez (1814) la conservación de ciertas leyes formales en el cálculo con distintos símbolos operatorios. Trabajó en la búsqueda de un número

complejo tridimensional y de su álgebra. Contribuyó en la reconstrucción, sistematización y extensión de anteriores resultados en geometría proyectiva, aplicando aspectos de sus trabajos a problemas militares.

Seth Ward. V. Ward, Seth.

Severi, Francesco (1879-1961). Matemático italiano. Nació en Arezzo. Trabajó en geometría algebraica, geometría birracional, teoría de superficies algebraicas y de las curvas trazadas sobre ellas, teoría de espacios modulares, teoría de funciones de varias variables complejas.

Severo Seboth. V. Seboth, Severo.

Sevilla, Juan de. V. Juan de Sevilla.

Seydewitz, Franz (1807-1852). Matemático alemán. Nació en Erfurt (Turingia). Enseñó, desde 1834, en Heiligenstadt. Investigó en la teoría de cónicas y cuádricas, geometría sintética y proyectiva. Presentó todas las cuádricas (1847), incluso las no regladas, como engendradas por correspondencia unívoca de dos haces reales colineales. Estudió la construcción de una cuádrica definida por nueve puntos (1847). Profundizó en geometría proyectiva (1848) separándola por completo de la perspectiva, engendrando proyectivamente las curvas alabeadas, obteniendo todas las propiedades de estas curvas y clasificándolas atendiendo a la naturaleza de sus puntos en el infinito. Estudió en especial la correspondencia colineal. En relación con el problema de Castillon, sustituyó los puntos por cónicas que tienen un doble contacto con la cónica C (1844). Estudió (1849) las propiedades métricas de las cónicas de un haz. Publicó *Colección de funciones trigonométricas* (1840), *Teoría de puntos, líneas y planos homológicos en relación con un sistema de tres cónicas* (1842), *Estructura involutiva en el plano como principio de las propiedades individuales de las figuras* (1846).

Shafarievich, Igor Rostislavovich. (n. 1923). Matemático ruso. Nació en Zhytomyr (hoy, Ucrania). Enseñó en la Universidad Estatal de Moscú y en el Instituto Steklov de Matemáticas. Investigó en la teoría de números algebraicos y geometría algebraica. Trabajó en la generalización de la ley cuadrática de reciprocidad. Resolvió el denominado problema inverso de la teoría de Galois: Para cualquier grupo resoluble de cualquier orden, si el campo extendido k_0 de números algebraicos contiene una raíz n -ésima de la unidad, siempre existen cuantas extensiones K se quieran, que tienen sobre k_0 cualquier grupo resoluble prefijado de orden n .

Shamir, Adi. (n. 1952). Matemático y criptógrafo israelí. Nació en Tel Aviv. Estudió en la Universidad de Tel Aviv y en el Instituto Weizmann (Israel), donde es profesor de matemáticas y ciencias de la computación. Junto con L. Adleman y R. Rivest, idearon (1976) el cifrado de clave pública (basada en las funciones unidireccionales con trampa) más usado hoy en día (algoritmo RSA). Se basa en que es muy fácil multiplicar dos grandes números primos, pero es extremadamente difícil factorizar su producto.

Shanks, William (1812-1882). Matemático aficionado inglés. Vivió en Houghton-le-Spring (Durham). Basándose en la fórmula de Machin, $\pi/4 = 4\arctg(1/5) - \arctg(1/239)$, dio en 1874 el valor de π con 707 cifras (en 1944, Ferguson comprobó, empleando una calculadora mecánica, que sólo eran correctos los primeros 527 decimales). Shanks calculó también otras constantes como el número e y la constante C de Euler-Mascheroni, los logaritmos naturales de los números 2, 3, 5, y 10 con 137 dígitos, y publicó una tabla de números primos hasta 60.000.

Shannon, Claude Elwood (1916-2001). Ingeniero y matemático estadounidense. Nació en Michigan, en cuya Universidad estudió, siendo discípulo de Wiener. Trabajó en el Massachusetts Institute of Technology y posteriormente en los laboratorios de la Bell Telephone en Nueva York. Trabajando en estos laboratorios, publicó *Teoría matemática de la comunicación* (con Weaver, 1949), donde enunciaba su teorema de la digitalización, configurando una descripción matemática de lo que un canal de comunicación podía y no podía hacer, llegando a definir la cantidad de unidades de

información (o entropía) que, matemáticamente hablando, se interpreta como el logaritmo de la inversa de la probabilidad de ocurrencia del suceso contenido en el mensaje de información. Esta obra se suele editar acompañada por *Recientes contribuciones a la teoría matemática de la comunicación* de Warren Weaver (The Rockefeller Foundation). Se recuerda a Shannon como “el padre de la teoría de la información”. (V. Weaver, Warren).

Shao Tung, Wang. V. Wang Shao Tung.

Shashkin, Yu. (s. XX). Matemático soviético. Publicó *Característica euleriana*, sobre la fórmula de Euler, $C+V=A+2$, así como sobre sus fórmulas análogas y sus aplicaciones. También publicó *Puntos fijos*.

Shewhart, Walter Andrew (1891-1967). Ingeniero, físico y estadístico estadounidense. Nació en New Canton (Illinois). Estudió en las Universidades de Illinois y California, Berkeley, donde se doctoró. Realizó importantes trabajos en estadística en relación con la producción industrial. Introdujo el proceso gráfico simple a través de cuadros de control para detectar cambios en los procesos productivos, lo que probablemente sea la primera contribución a la detección de valores atípicos o de puntos de cambio, en un valor de una magnitud estudiada. Se le considera “padre del control estadístico de la calidad”. Publicó *Control de calidad económico del producto manufacturado* (1931).

Shih-Chieh, Chu. V. Chu Shih-Chieh.

Shikin, Eugene V. (h. 1995). Escribió *Manual y atlas de curvas* (1995), donde se describen las principales propiedades de las curvas tanto en el plano como en el espacio, *Manual de splines para el usuario* (con Alexander I. Plis, 1995), *Algunas cuestiones de geometría diferencial* (1996).

Shimura, Goro (n. 1930). Matemático japonés. Nació en Hamamatsu (Shizuoka). Estudió en la Universidad de Tokio. Profesor de matemáticas en la Universidad de Princeton. Entre los años 1950 y 1960, Shimura, Taniyama y Weil enunciaron la siguiente conjetura: Todas las curvas elípticas de ecuación $y^2 = x^3 + Ax^2 + Bx + C$, con coeficientes racionales y discriminante no nulo, son modulares, es decir, que existen dos funciones modulares $x(z)$, $y(z)$, definidas en el plano superior complejo con propiedades especiales de periodicidad, que la parametrizan: al ir tomando z distintos valores complejos con su parte imaginaria mayor que cero, el par $x(z)$, $y(z)$ va recorriendo los puntos de la curva. En 1994, Wiles demostró esta conjetura para algunas de las curvas del tipo anterior. Esta demostración supone un paso importante en el llamado Programa Langlands (V. Wiles). En 1999, la conjetura se demostró en su totalidad. Shimura ha publicado *Construcción de campos de clase y funciones zeta de curvas algebraicas* (1964), *Funciones automorfas y teoría de números* (1968), *Introducción a la teoría aritmética de las funciones automorfas* (1971), *Euler y productos de la serie de Eisenstein* (1997), *Variedades abelianas con complejo de multiplicación y funciones modulares* (1997), *Obras completas* (2003), *Aritmética y teoría analítica de las formas cuadráticas y grupos de Clifford* (2004), *Aritmética de las formas cuadráticas* (2010).

Shor, L. A. (s. XX). Publicó junto con Yu. I. Lyúbich, *Método cinemático en problemas geométricos*.

Sicilia Rodríguez, Joaquín (n. 1957). Matemático español. Nació en Santa Cruz de Tenerife. Se licenció en matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid y se doctoró por la Universidad de La Laguna (1986), en la que es catedrático de estadística e investigación operativa desde 1993. Investiga en teoría de juegos, optimización en redes, modelos de gestión de inventario y en planificación y secuenciación de tareas. Es autor de *Políticas centralizadas de inventario* (2009), *Planificación de pedidos en un sistema de distribución con demanda variable en el tiempo* (2007), *Una nueva estrategia para la resolución del problema del árbol generador multicriterio* (2003), *Estrategias óptimas de consumo e inversión en un juego diferencial económico* (1995), *Un modelo de inventario multivariable* (1990),

Sidel, Philip Ludwig, von. V. Seidel, Philip Ludwig von.

Siegel, Carl Ludwig (1896-1981). Matemático alemán. Nació en Berlín. Estudió en Berlín y Gotinga. Fue profesor de las universidades de Frankfurt (1922-1937) y Gotinga (1938-1940). Emigró a Estados Unidos (1940) escapando del régimen nazi. Fue profesor en Princeton (1940-1951). Volvió a la Universidad de Gotinga en 1951, jubilándose en 1959. Ha sido uno de los mayores especialistas de la teoría de números. Trabajó en el décimo problema de Hilbert (¿Existe un método universal que con un número finito de pasos, permita decidir si una ecuación diofántica dada tiene o no solución?), obteniendo un algoritmo para ecuaciones de grado 2 (se ha probado que no existe algoritmo para ecuaciones de grado 4 y está pendiente la existencia de un algoritmo para ecuaciones de grado 3; el problema en su generalidad lo resolvió el matemático ruso Yuri Matijasevich en 1970).

Sierpinska, Anna (h. 1985). Matemática canadiense. Es profesora de educación matemática en la Universidad de Concordia (Montreal, Québec). Brousseau introdujo el concepto de obstáculo en la didáctica de las matemáticas (V. Brousseau). Entre las investigaciones que han permitido observar la aparición de diversos obstáculos epistemológicos, se encuentra la realizada por Sierpinska (1985) sobre el concepto de límite. Escribió *Obstáculos epistemológicos relativos a la noción de límite* (1985), *Comprender en matemáticas* (1994).

Sierpinski, Waclaw (1882-1969). Matemático polaco. Enseñó en la Universidad de Varsovia. Fue uno de los fundadores en 1920 de la revista matemática *Fundamenta mathematicae*. Fue un gran maestro, y muchos de sus discípulos se hicieron famosos más tarde en la matemática estadounidense, cuando el círculo de matemáticos polacos fue dispersado en la segunda guerra mundial, y Sierpinski fue deportado por los alemanes. Al final de la guerra, Sierpinski regresó a Varsovia, reanudando la publicación de la revista. En 1934, Sierpinski publicó un libro con abundantes formulaciones equivalentes y consecuencias de la hipótesis del continuo. Una de estas consecuencias es la existencia de los ahora llamados conjuntos de Sierpinski, que son subconjuntos del conjunto de los números reales, que son no contables, de forma que su intersección con todo conjunto de medida cero es contable. Más tarde se comprobó que los conjuntos de Sierpinski tienen cardinal \aleph_1 . Luego la existencia de uno con cardinal c implicaría la hipótesis del continuo.

Sierpinski contribuyó con una gran cantidad de artículos y excelentes textos a la teoría de números, a la topología y a la teoría de conjuntos. Escribió *La inducción incompleta en teoría de números* (1967). Diseñó la curva llamada *tapiz de Sierpinski*.

Sierra Vázquez, Modesto (n. 1968). Matemático español. Licenciado en matemáticas por la Universidad de Valladolid (1974) y en ciencias de la educación por la de Salamanca (1982), por la que se doctoró (1989), siendo catedrático de matemáticas en esta universidad. Investiga en didáctica de las matemáticas. Ha publicado *Innovación en la recogida de datos para una investigación de carácter cualitativo* (2008), *El método de investigación histórico en la didáctica del análisis matemático* (2003), *Calculadoras gráficas para la enseñanza-aprendizaje de la geometría en la formación inicial de maestros* (2002), *Didáctica de la matemática e investigación* (2000).

Sigüenza y Góngora, Carlos de (1645-1700). Matemático español. Nació en México. Catedrático de matemáticas en la Universidad de México (1672) y cosmógrafo real (1680). Cultivó la astronomía, la cartografía y las matemáticas, renovando la enseñanza de estas disciplinas en la citada Universidad. Levantó el primer mapa completo del virreinato de Nueva España (1675). Publicó *Libra astronómica y filosófica* (1690) que incluye su trabajo sobre el paso del cometa de 1680.

Sigzi, Al. V. Alsizgi.

Silvestre II. V. Gerberto de Aurillac.

Simart, Georges (h. 1882). Militar y matemático francés. Capitán de fragata. Se doctoró en ciencias por la Universidad de París (1882). Fue profesor en la École Polytechnique en París. Durante el siglo XIX se había avanzado menos en la teoría de las superficies que en la de las curvas. Una de las razones para ello puede consistir en que las singularidades de las superficies son mucho más complicadas que las de las curvas. Un teorema de Simart y Picard dice que cualquier superficie algebraica (real) puede transformarse birracionalmente en una superficie sin singularidades, que debe

estar en un espacio de cinco dimensiones. De todas formas, este teorema, demostrado por Beppo Levi (1897), no resulta ser demasiado útil. Simart publicó *Teoría de funciones algebraicas de dos variables independientes* (1906).

Simon, Herbert Alexander (1916-2001). Científico estadounidense. Nació en Milwaukee (Wisconsin). Estudió en la Universidad de Chicago, donde se graduó (1936) y doctoró (1943). Tras ocupar varios puestos en ciencias políticas, fue profesor de administración y psicología en la Carnegie-Mellon University en Pittsburgh, donde más tarde fue profesor de ciencia de la computación y de psicología. Intentó con Newell diseñar (1956) un programa informático de inteligencia artificial que pretendía, manipulando heurísticas, producir alguna demostración original de teoremas y, aun más, algún teorema original. Es autor de varias obras sobre ordenadores, economía y dirección, como *Comportamiento administrativo* (1947).

Simón Abril, Pedro (1530-1595). Humanista, helenista, pedagogo y traductor español. Nació en Alcaraz (Albacete). En su obra *Apuntamientos de cómo se deben reformar las doctrinas y la manera de enseñarlas* (1589), dice: “No se les había de permitir a los hombres pasar a ningún género de ciencia sin que aprendiesen primero las doctrinas matemáticas”, así como “de no aprenderse matemáticas, viene a haber gran falta de ingenieros para las cosas de la guerra, para las navegaciones, y de arquitectos para los edificios y fortificaciones, lo cual es un gran perjuicio de la república y deservicio de la majestad real y afrente de toda la nación”.

Simplicio de Cilicia (490-560). Filósofo, matemático y escritor griego bizantino. Nació en Cilicia (hoy, Turquía). Estudió en Alejandría y en la Academia de Platón. Profesor de la Universidad de Atenas. Disuelta esta universidad como pagana por el emperador Justiniano (529), Simplicio emigró a Persia, a la corte del rey Cosroes, junto con Damascio, que fue el último jefe de la Escuela de Atenas, y otros cinco filósofos de dicho centro. En el tratado de 533 entre Justiniano y Cosroes, se permitió que los citados filósofos pudieran volver a Atenas, donde encontraron un ambiente más propicio a su filosofía que la existente en la corte de Cosroes. Simplicio realizó excelentes comentarios a la obra *Sobre el cielo* de Aristóteles. También realizó comentarios a los *Elementos* de Euclides. Se conoce parte de la obra de Hipócrates de Chios sobre la cuadratura de las lúnulas, por un fragmento de la *Historia de la matemática* de Eudemo, que Simplicio dice haber copiado literalmente. Simplicio también recogió un largo resumen, incluido en dicho fragmento, sobre el intento de Antifón de obtener la cuadratura del círculo. Basándose en obras de Aristóteles, Simplicio realizó algunos comentarios sobre Zenón.

Simpson, Thomas (1710-1761). Matemático e inventor inglés. Nació en Market Bosworth (Leicestershire). Matemático autodidacta. Elegido miembro de la Royal Society en 1745. En su *Nuevo tratado sobre las fluxiones* (1737), después de algunas definiciones preliminares, define así una fluxión: “La magnitud en que cualquier cantidad fluente sería uniformemente incrementada en una porción dada de tiempo con la celeridad generadora en una posición o instante dados (si permaneciese invariable desde entonces) es la fluxión de dicha cantidad en esa posición o instante”. En el lenguaje actual, Simpson está definiendo la derivada diciendo que es $(dy/dx)\Delta t$.

En sus *Disertaciones matemáticas* (1743) estableció un método para obtener valores aproximados del área de una figura plana, limitada por una curva cualquiera, utilizando arcos parabólicos, dando la fórmula que lleva su nombre: $S = h/3(E + 4I + 2P)$, donde h es el tamaño de los intervalos iguales entre abscisas, E indica la suma de las ordenadas extremas, I la de las ordenadas impares (no considerando las extremas) y P la de las pares. Publicó *Tratado de álgebra* (1745), y *Elementos de geometría plana* (1747), obras ambas de carácter elemental, pero que tuvieron mucha aceptación como libros de texto. Dio soluciones trigonométricas para algunos casos particulares de ecuaciones de segundo grado. Sobre la teoría de errores, indicó el método de la compensación de varias observaciones, en lugar de aceptar como verdadero el valor de una de ellas, considerada como la más precisa entre las efectuadas. En su excelente tratado *Trigonometría* (1748), publicó (independientemente de Opper) las dos fórmulas de Mollweide, demostradas geométricamente.

Simson, Robert (1687-1768). Matemático británico. Nació en West Kilbride (North Ayrshire, Escocia). Estudió en la Universidad de Glasgow y en Londres. Profesor de matemáticas en la universidad de Glasgow. Escribió sobre las propiedades de las cónicas. Su nombre está unido a uno de los lugares geométricos definidos en la geometría del triángulo (los pies de las perpendiculares trazadas desde cualquier punto de la circunferencia circunscrita a un triángulo sobre sus tres lados, están alineados en una recta llamada recta de Simson). Tradujo al inglés los *Elementos* de Euclides, traducción que se imprimió por primera vez en 1756, y que alcanzó por lo menos 24 ediciones. Publicó algunas “reconstrucciones” de obras perdidas, tales como los *Porismas* de Euclides y las *Secciones determinadas* de Apolonio.

Sina, Ibn. V. Avicena.

Sinai, Yakov Grigorevich (n. 1935). Matemático ruso. Nació en Moscú, en cuya Universidad Estatal se doctoró bajo la dirección de Kolmogórov. Profesor en la citada Universidad, en el Instituto Landau de Física Teórica y en la Universidad de Princeton. Trabajó en una versión rigurosa de la mecánica estadística del equilibrio. Sus trabajos sobre la teoría del caos, representan la culminación de esta teoría. Demostró que las probabilidades de ocupación de puntos en un sistema caótico se pueden describir y calcular con los métodos de la mecánica estadística. La llamada noción de entropía de Kolmogórov-Sinai es fundamental para la teoría del caos, y es el mismo objeto que aparece en la teoría de la información de Shanon (V. esta reseña).

Sinan, Ibrahim ibn. V. Ibrahim ibn Sinan.

Sing, Ling. V. Ling Sing.

Singer, Isadore V. Atiyah.

Singh, Avadesh Narayan (1901-1962). Matemático e historiador hindú. Publicó *El uso de las series en la matemática hindú* (1936), y junto con Bibhutibhusan Datta, *Historia de las matemáticas hindúes* (1935-1938).

Sitnikov, Kirill Aleksandrovich (n. 1926). Matemático soviético. Profesor en el Instituto Steklov de Matemáticas. Trabajó en la teoría homológica de la dimensión y en la teoría de dualidad.

Skemp, Richard R. (1919-1995). Psicólogo inglés. Nació en Bristol. Estudió en el Hertford College de Oxford, donde enseñó. Se doctoró en psicología por la Universidad de Manchester (1959), donde fue el primer profesor de psicología (1955-1973). Fue profesor de teoría educativa en la Universidad de Warwick (1973, hasta su jubilación en 1986). Trabajó en la elaboración de modelos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, siendo el primero en integrar matemáticas, psicología y educación. Publicó *Psicología del aprendizaje de las matemáticas* (1980).

Skinner, Burrhus Frederic (1904-1990). Pedagogo y psicólogo estadounidense. Nació en Susquehanna (Pensilvania). Se doctoró en la Universidad de Harvard (1931), donde permaneció hasta 1936. Pasó a la Universidad de Minnesota, Minneapolis. Fue profesor de psicología en la Universidad de Indiana, Bloomington (1945-1948), y en la de Harvard (1948), donde fue profesor emérito (1974). Desarrolló, como Gagné y Thorndike, la teoría del conductismo en la enseñanza (de las matemáticas), siendo su principio general el que la instrucción (matemática) debe basarse en la enseñanza directa y en la fragmentación del currículo en un número variable de partes aisladas que deben ser aprendidas con el esfuerzo apropiado. La enseñanza programada de Skinner fue la propuesta más extrema del conductismo. Escribió *Conducta de los organismos* (1938), *Ciencia y conducta humana* (1953), *Más allá de la libertad y la dignidad* (1971), *Recientes logros en el análisis de la conducta* (1989).

Skolem, Albert Thoralf (1887-1963). Matemático noruego. Nació en Sandsvaer. Estudió en la Universidad de Oslo. Tras un viaje de estudios a Sudán, perfeccionó su formación en Gotinga. Volvió a Oslo para dar clases (1916-1930 y 1938-1950). De 1930 a 1938 realizó investigaciones por su cuenta

en el Instituto Christian Michelsen de Bergen. Sus trabajos tratan sobre álgebra, teoría de números y lógica. En relación con los axiomas de Zermelo y las paradojas de Russell, tanto Skolem como Von Neumann, retomaron el axioma de fundación que elaboraba una idea de Mirimanov, quien en 1917, señalaba cómo en los “conjuntos normales” no existen cadenas de pertenencia descendentes infinitas: si se postula que todos los conjuntos son “normales”, ninguno puede pertenecer a sí mismo. A la luz del axioma de fundación, la antinomia de Russell se contrae hasta reducirse a una simple banalidad.

Slüse (Slüze), René François Walter, barón de (1622-1685). Matemático belga. Estudió en Lyon y en Roma. Canónigo, ciudadano de Lieja. Publicó en 1673, en *Philosophical Transactions* de la Royal Society, su método para hallar puntos de inflexión de una curva y para el trazado de tangentes a una curva dada por una ecuación de la forma $f(x,y)=0$, donde f es un polinomio, método que empleaba ya en 1662. Su regla define la subtangente como el cociente obtenido dividiendo los términos del polinomio que contengan la variable y , cada uno de ellos multiplicado por el exponente de la potencia de y que aparece, por los términos en que aparezca la variable x , multiplicado cada uno de ellos por el correspondiente exponente de x , y divididos todos ellos por x (esta regla equivale al cociente yf'_y/f'_x). En 1659 publicó *Sobre medias*, libro dedicado a la construcción geométrica de las raíces de ecuaciones, demostrando que las raíces de una ecuación cúbica o cuártica se pueden construir mediante la intersección de una cónica con una circunferencia.

Estudió las curvas *cicloide*, *concoide*, *kappa*, *la lemniscata* y una familia de curvas que Slüse introdujo en 1657-1658 en su correspondencia con Huygens y Pascal, y que éste llamó *perlas de Slüse* (su ecuación es $y^m = kx^n(a-x)^b$). También determinó métodos para la construcción de las curvas espirales.

Smale, Stephen (n. 1930). Matemático estadounidense. Nació en Flint (Michigan). Estudió en la Universidad de Michigan. Profesor en las Universidades de Chicago, California en Berkeley y Princeton. Galardonado con la medalla Fields 1966. Descubrió (1960) una nueva clase de atractores, que llamó “atractores extraños”, a añadir a las tres preexistentes: puntos singulares para estados estacionarios, curvas cerradas para ciclos periódicos, y toro para combinaciones de varios ciclos. La característica principal de los atractores extraños consiste en que, sobre ellos, la dinámica es caótica. Demostró (1960), como también Stallings (1960), Zeeman (1961) y M. H. A. Newman (1966), la conjetura generalizada de Poincaré, para $n \geq 5$ (la demostración de Smale se refería a variedades diferenciables, las de Stallings y Zeeman a variedades combinatorias, mientras que Newman completó la demostración en toda su generalidad). Poincaré, en 1904, había presentado la conjetura consistente en que toda variedad tridimensional cerrada, orientable y simplemente conexa es homeomorfa a la esfera de la misma dimensión, conjetura que fue generalizada de la siguiente forma: Toda variedad n -dimensional cerrada y simplemente conexa que tenga los mismos números de Betti y los mismos coeficientes de torsión que la esfera n -dimensional, es homeomorfa a ella.

A petición de V. I. Arnold, Smale preparó a finales del siglo XX, una lista de 18 grandes problemas matemáticos para el siglo XXI (lo que recuerda la lista de 23 problemas que Hilbert planteó en 1900). Para prepararla, se basó en la utilización de los tres criterios siguientes: enunciado simple (preferiblemente matemáticamente preciso y mejor si exige una respuesta de sí o no), conocimiento personal del problema y, por último, el deseo de que la cuestión tenga gran importancia para las matemáticas y su futuro desarrollo. Entre ellos, Smale incluyó algunos muy conocidos, como la hipótesis de Riemann, la conjetura de Poincaré y la conjetura del jacobiano.

Smidt, O. Ju. (h. 1916). Matemático soviético. Doctor en física y matemáticas. Demostró un teorema sobre grupos infinitos que fue punto de partida de muchas investigaciones. Publicó (1916) un libro sobre teoría de grupos, en la que los grupos finitos son considerados solamente como un caso especial.

Smirnov, Ju. M. (h. 1952). Matemático soviético. Trabajó en la metrizabilidad de un espacio topológico, encontrando las condiciones necesarias y suficientes bajo las que se puede definir una distancia entre los puntos del espacio, de modo que la topología del espacio se puede considerar como engendrada por esa distancia. Dicho de otro modo, tal que los puntos adherentes de todos los posibles conjuntos del espacio métrico obtenido son los mismos que los definidos inicialmente en el espacio topológico dado. Ha publicado diversos trabajos en topología, como *Sobre espacios próximos* (1952), *Sobre la completitud de espacios próximos* (1957).

Smirnov, Stanislav (n. 1970). Matemático ruso. Nació en Leningrado (hoy, San Petersburgo). Estudió en la Universidad Estatal de San Petersburgo. Se doctoró en el Instituto de Tecnología de California con una tesis sobre el análisis espectral de los conjuntos de Julia. Ha trabajado en la Universidad de Yale, el Instituto Max Plank de matemáticas en Bonn, el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton y en el Instituto Real de Tecnología de Estocolmo. Es profesor de análisis, física matemática y probabilidad en la Universidad de Ginebra. Investiga en los campos del análisis complejo, los sistemas dinámicos, la teoría de la probabilidad y la teoría de la percolación, relacionada con la física estadística. Galardonado con la medalla Fields 2010 por sus trabajos sobre los fundamentos matemáticos de la física estadística, concretamente por los modelos de red finita.

Smith, David Eugene (1860-1944). Matemático, pedagogo e historiador estadounidense. Por sugerencia suya, se creó en 1905, la Comisión Internacional de Educación Matemática, cuyo primer presidente fue Félix Klein. Escribió *Historia de las matemáticas* (dos volúmenes, 1910), *Libro fuente en matemáticas* (1958), *Números y numerales* (con Jekuthiel Ginsburg, 1958).

Smith, Henry John Stephen (1826-1883). Matemático irlandés. Nació en Dublín. Vivió en Oxford desde 1840. Estudió en el Balliol College. Fue elegido profesor de geometría en 1860 y dirigió el museo de la universidad a partir de 1874. Miembro de la Royal Society en 1861 y presidente del consejo meteorológico de Londres en 1877. Se ocupó de teoría de números, participando en 1882 en el gran premio de ciencias de la Académie de París que había propuesto como tema, la descomposición de un número en suma de cinco cuadrados. Smith presentó una memoria con resultados logrados por él unos 15 años antes, compartiendo el premio (póstumo) con Minkowski. Completó las demostraciones que sobre las formas cuadráticas ternarias y las cúbicas binarias, quedaron incompletas tras los trabajos al respecto de Eisenstein. En la resolución de los sistemas de m ecuaciones lineales con n incógnitas, por medio de determinantes, Smith introdujo los términos menor aumentado (o ampliado) y no ampliado, para discutir la existencia y número de soluciones. También se ocupó de estudiar propiedades de las cónicas.

Smogorzhevski, A. S. (h. 1982). Matemático soviético. Publicó *Acerca de la geometría de Lobachevski* (1982), *La regla en construcciones geométricas* (1988).

Snedecor, George Waddel (1881-1974). Matemático y estadístico estadounidense. Nació en Memphis (Tennessee). Investigó en los fundamentos del análisis de la varianza. Creó el primer departamento académico de estadística en Estados Unidos en la Universidad de Iowa.

Snell van Royen, Willebrord (Snellius de Leyde, Willebrordus) (1580-1626). Matemático, físico y astrónomo holandés. Nació en Leiden, en cuya Universidad estudió. Escribió un importante tratado de trigonometría titulado *Doctrina canónica de los triángulos* (póstuma, 1627), en la que hay una serie de fórmulas útiles destinadas a abreviar de un modo considerable el cálculo de las funciones circulares. En esta obra se define expresamente el triángulo polar y se demuestra por primera vez el teorema de las cotangentes. Resolvió con toda generalidad el problema que luego se llamó de Hansen, que éste publicó en su obra *Astronomía* (1851), consistente en, dada una base AB y los ángulos que con ella forman las visuales dirigidas a dos puntos C y D, hallar la distancia entre éstos. En su obra *Eratóstenes bátavo* (1617), Snell dio a conocer los resultados de la primera medición del grado terrestre hecha por medio de una triangulación, y resolvió el problema que luego se llamó de Pothenot, que fue enunciado por éste en 1692 e impreso en 1730 (V. Pothenot). En los escritos de Snell figura la fórmula que da la suma de senos y cosenos de arcos en progresión aritmética, que Arquímedes había dado en forma geométrica. Dio el nombre de loxodroma esférica (1624) a esta curva descubierta por Pedro Nunes en 1537. En su obra *Ciclométrico* (1616) dedicada a simplificar los formidables cálculos que había realizado Ceulen para la obtención de π , quien llegó al polígono de $15 \cdot 2^{31}$ lados, perfeccionó también el método de rectificación de Cusano, aplicándolo a dicha obtención. Snell, como Viète, Ghetaldi y otros matemáticos, emprendieron la reconstrucción del perdido libro VIII del *Tratado de las cónicas* de Apolonio. El nombre de Snell está ligado principalmente a las leyes de la refracción de la luz, que había descubierto antes de 1626, pero que no había publicado, lo que motivó cierta discusión sobre si Descartes las había descubierto (1637) de manera independiente.

Snellius de Leyde, Willebrordus. V. Snell van Royen, Willebrord.

Socas Robayna, Martín Manuel (h. 1999). Matemático español. Catedrático de análisis matemático en la Universidad de La Laguna. Investiga en pensamiento numérico y algebraico, y formación de profesores de matemáticas. Ha publicado *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria* (2008), *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas* (2008), *Conocimiento matemático y enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria* (2003), *Perspectivas de investigación en pensamiento algebraico* (1999).

Sochozki, Yulian-Karol Vasielievich (1842-1927). Matemático polaco. Nació en Varsovia (Polonia, Imperio Ruso). Se graduó en física y matemáticas en la Universidad de San Petersburgo (1864), doctorándose en 1873. Estudió el comportamiento de las funciones en el entorno de un punto singular aislado. En 1879, Picard extendió este estudio, demostrando que en cualquier entorno de un punto singular esencial aislado, una función toma todos los valores, a excepción de a lo más un valor (finito). Sochozki publicó *Teoría del cálculo integral con algunas aplicaciones* (1868), *Sobre integrales definidas* (1873), *Sobre las sumas de Gauss y la ley de reciprocidad de Legendre* (1877), *Álgebra superior* (1882), *Teoría de números* (1888).

Sócrates (470-399 a.C.). Filósofo griego. Nació en Atenas, donde vivió casi siempre enseñando a los jóvenes. Acusado de irreligiosidad y de corrupción de la juventud, fue procesado y condenado a beber la cicuta. No dejó obras escritas. Sus enseñanzas se reconstruyen por medio de Jenofonte (*Apología de Sócrates*), Platón (*Diálogos*) y Aristóteles. Adoptó el método dialéctico de Zenón y rechazó el pitagorismo de Arquitas. Sócrates reconocía que en su juventud se había visto atraído por cuestiones tales como por qué la suma $2+2$ era igual al producto $2\cdot 2$, y también por la filosofía natural de Anaxágoras, pero cuando se convenció de que ni la matemática ni la ciencia en general podían llegar a satisfacer su deseo de conocer la esencia de las cosas, se entregó únicamente a la búsqueda del bien.

En la *República* de Platón, Sócrates dice a Glaucón: “Y toda la aritmética y el cálculo (logística) tienen que ver con el número... Entonces éste es un conocimiento del tipo que estamos buscando, que tiene un doble uso, militar y filosófico; pues el hombre de guerra debe aprender el arte de los números o no sabrá cómo disponer sus tropas, y el filósofo también, porque tiene que salir del mar del cambio y buscar el verdadero ser, y por lo tanto debe ser un verdadero aritmético... Por lo tanto éste es un tipo de conocimiento que la legislación puede prescribir adecuadamente, y debemos intentar persuadir a los que estén destinados a ser hombres principales de nuestro Estado para que aprendan aritmética, pero no sólo como aficionados, sino que deben proseguir ese estudio hasta ver la naturaleza de los números sólo con la mente; y no, una vez más, como los mercaderes y los tenderos al por menor, con la vista puesta en comprar y vender, sino por su utilidad militar y para el alma misma, debido a que éste será el camino más fácil para ella de pasar del cambio a la verdad y el ser... Entiendo, como estaba diciendo, que la aritmética tiene un gran efecto de elevación, impulsando al alma a razonar sobre el número abstracto, y rechazando la introducción de objetos visibles o tangibles en el razonamiento...”.

En el *Fedón* de Platón, diálogo donde se describen las últimas horas de Sócrates, se patentizan las dudas metafísicas tan profundas que obstaculizaron el interés de Sócrates por la matemática o la ciencia natural: “... Pues me resisto a admitir siquiera que cuando se agrega una unidad a una unidad, sea la unidad a la que se ha añadido la otra la que se ha convertido en dos, o que sea la unidad añadida, o bien que sean la agregada y aquélla a la que se le agregó la otra las que se conviertan en dos por la adición de la una a la otra. Porque si cuando cada una de ellas estaba separada de la otra constituía una unidad y no eran entonces dos, me extraña que, una vez que se juntan entre sí, sea precisamente la causa de que se conviertan en dos, a saber: el encuentro derivado de su mutua yuxtaposición. Y tampoco puedo convencerme de que cuando se divide una unidad sea, a la inversa, la división la causa de que se produzcan dos, pues ésta es contraria a la causa anterior de que se produjeran dos; porque entonces fue el hecho de juntar y de añadir lo uno a lo otro, y ahora lo es el de separar y retirar lo uno de lo otro. Y así mismo ya no puedo convencerme a mí mismo de que sé en virtud de qué se produce la unidad, ni, en una palabra, el porqué se produce, perece o es ninguna otra cosa, según este método de investigación”.

Soddy, Frederick (1877-1956). Físico, químico y matemático inglés. Nació en Eastbourne (Sussex). Estudió en Gales y en la Universidad de Oxford. Trabajó en McGill University, Montreal (1900-1902) y en la University College, Londres. Fue profesor de química en Escocia y en Oxford (1919-1936). Premio Nobel de química (1921). Profundizó en la geometría de las circunferencias (círculos de Soddy) y esferas (redescubrió el teorema del círculo de Descartes). Se ocupó de la radiactividad de los isótopos. Escribió *Ciencia y vida* (1920).

Sohncke, Leonhard (1842-1897). Matemático y científico alemán. Nació en Halle. Estudió en la Universidad de Halle y en la de Königsberg. Enseñó en Karlsruhe, Jena y Munich. Investigó en la física del estado sólido. Estudió los grupos espaciales de cristalografía geométrica (1874).

Solano, Jaime Salvador (1525-1580). Matemático, filósofo, teólogo, humanista y poeta español. Nació en Murcia. Estudió artes y teología en la Universidad de Salamanca. Trasladado a Roma, consultó y cotejó los códices de la Biblioteca Vaticana para preparar ediciones sobre opúsculos de naturaleza teológica y sobre la obra de poetas cristianos tardíos y medievales. Fue catedrático de teología en Salamanca y Roma, y canónigo de la catedral de Orvieto. Escribió múltiples trabajos poéticos de muy diversa naturaleza.

Soldner, Johann Georg von (1776-1833). Geodesta alemán. Nació en Feuchwangen (Ansbach, Baviera). Trabajó en Berlín con el astrónomo Johann Elert Bode, y en Munich en trigonometría y topografía. Dirigió el Observatorio de Bogenhausen en Munich. Llamó “logaritmo integral” (L_i), a la expresión $L_i(x) = \int_{0,x} dx/\log x$, de donde se tiene para $x \rightarrow \infty$, que: $\lim [L_i(x) - L_i(2)] = \lim x/\log x$. Al estudio de este logaritmo integral dedicó Soldner su obra *Teoría y tablas de una nueva función trascendente* (1809).

Solovay, Robert Martin (n. 1938). Matemático y lógico estadounidense. Se doctoró en la Universidad de Chicago. Profesor en la Universidad de California en Berkeley. En relación con la teoría de conjuntos, Solovay probó (1971) que la existencia de conjuntos no medibles sólo se puede deducir si se usa el axioma de elección y no directamente de la teoría axiomática de conjuntos. Este hecho es el responsable de que suceda todo tipo de situaciones insólitas cuando se hacen construcciones con conjuntos que no son medibles.

En 1948, Kaplansky conjeturó que toda norma que hace álgebra normada al espacio $C(K)$ de las funciones complejas continuas en un compacto K , es equivalente a la norma del supremo. Anteriormente había probado que el resultado es cierto si $C(K)$ es completo con esa norma. Se obtuvieron muchos resultados parciales hasta que Dales y Esterle, de forma independiente, demostraron (1976), utilizando la hipótesis del continuo, que la conjetura de Kaplansky era falsa. Posteriormente, Dales, en su obra *Introducción a la independencia de los analistas* (con W. Woodin, 1987), demostró la conjetura de Kaplansky suponiendo que la hipótesis del continuo fuera falsa. Se pensó que el uso de la hipótesis del continuo era accidental, pero poco después, Solovay probó que dicha conjetura es cierta a partir de una negación de la hipótesis del continuo. Éste es uno de los ejemplos de que la solución de problemas de diversas ramas de las matemáticas depende de que se admita o no la hipótesis del continuo.

Sommerville, Duncan M'Laren Young (1879-1934). Matemático inglés. Nació en Beawar (Rajastán, India). Estudió en la Universidad de St. Andrews (1902). Fue profesor de matemáticas puras y aplicadas en la Universidad Victoria (Wellington, Nueva Zelanda). Publicó *Bibliografía de las geometrías no euclídeas* (1911), *Elementos de geometría no euclídea* (1914), *Introducción a la geometría de n dimensiones* (1929).

Somov, Osip Ivanovich (1815-1876). Matemático ruso. Profesor de la Universidad de San Petersburgo. Publicó *Fundamentos de la teoría de las funciones elípticas* (1850), *Geometría analítica* (1852).

Sonin (Sonine), Nikolai Yakovlevich (1849-1915). Matemático ruso. Nació en Tula (Tula). Estudió matemáticas y física en la Universidad de Moscú (1865-1869), obteniendo la maestría en 1871. Enseñó en Varsovia, donde se doctoró en 1874. Profesor en la Universidad de San Petersburgo (1894).

Trabajó en funciones especiales, en particular en funciones cilíndricas, polinomios de Bernoulli, cálculo aproximado de integrales definidas, integración numérica. En relación con la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias sobre intervalos infinitos o intervalos semi-infinitos y con la obtención de expansiones de funciones arbitrarias sobre esos intervalos, se crearon funciones especiales como las funciones de Hermite, introducidas por primera vez en 1864 por Hermite, y por Sonin en 1880.

Sonnet, Michel Louis Joseph Hippolyte (1803-1879). Matemático francés. Nació en Nancy (Meurthe-et-Moselle). Estudió en la École Normale Supérieure. Enseñó en diversos colegios y en la École Centrale des Arts et Manufactures en París. Fue inspector de la Academie de París. Publicó, entre otras obras suyas, *Nueva geometría* (1839), *Primeros elementos de mecánica aplicada* (1843), *Nociones de física y química* (1846), *Elementos de geometría analítica* (con G. Frontera, 1854), *Álgebra elemental* (1854), *Geometría teórica y práctica* (1856), *Problemas y ejercicios de aritmética y álgebra* (1858), *Diccionario de matemáticas aplicadas* (1860), *Primeros elementos de cálculo infinitesimal* (1869).

Sorlin (h. 1825). Matemático francés. Enunció por primera vez (1825) de un modo explícito la polaridad que domina por completo toda la trigonometría esférica, destacando en especial la permutación circular, que incidentalmente había ya empleado Leibniz.

Speidell, John (h. 1619). Matemático inglés. Profesor de matemáticas. Calculó los logaritmos naturales (neperianos) de las funciones trigonométricas, para lo que no hizo sino tomar los complementos de los logaritmos de Napier, publicándolos en *Nuevos logaritmos* (1619).

Speiser, Andreas (1885-1970). Matemático y filósofo de la ciencia suizo. Desde 1904 estudió en Gotinga. Tuvo como profesores a Hilbert, Klein y Minkowski. Enseñó en la Universidad de Zurich (1917) y en la de Basilea. Publicó, entre otras obras, *Elementos de filosofía y matemáticas* (1952), *Teoría de grupos* (1956), acerca de los grupos de simetría infinitos unidimensionales.

Spottiswoode, William H. (1825-1883). Matemático y físico inglés. Nació en Londres. Estudió en Eton College, Harrow y Oxford. Trabajó en la imprenta de la familia. Investigó en la polarización de la luz. Escribió una pequeña introducción a la teoría de los determinantes (1851).

Spranger, (Franz Ernst) Eduard (1882-1963). Filósofo y pedagogo alemán. Nació en Berlín. Profesor de filosofía en Leipzig (1911-1920), Berlín (1920-1945), Tubinga (desde 1946) y en Japón (1937-1938). Estudió los efectos de la cultura y la historia sobre el comportamiento humano. Calificó los inicios de las matemáticas como “semijuego y semirreligiosidad”. Escribió *Tipos de hombres* (1914), *Psicología de la juventud* (1924).

Sridhara (h. 870-h. 930). Matemático hindú. Probablemente nació en Bengala. En sus trabajos añadió poco nuevo al capítulo matemático de la obra sobre astronomía de Brahmagupta. Fue uno de los primeros matemáticos en dar una fórmula para resolver la ecuación de segundo grado. Escribió *Trisatika* y *Patiganita* (o *Patiganitasara*), que son aplicaciones prácticas del álgebra. Se le atribuyen *Bijaganita*, *Navasati*, *Brhatpati* y, quizá, *Ganitapanjavimsi*.

Stainer, Jakob. V. Steiner, Jakob.

Stallings, John Robert (1935-2008). Matemático estadounidense. Nació en Morrilton (Arkansas). Estudió en la Universidad de Arkansas, donde se licenció (1956), doctorándose en Princeton (1959). Trabajó en las Universidades de Oxford, Princeton y California en Berkeley (desde 1967, y donde se jubiló en 1994, siendo nombrado profesor emérito). Investigó en la teoría de grupos y en topología de tres dimensiones. Demostró (1961), como también Smale (1960) y Zeeman (1961), la conjetura generalizada de Poincaré, para $n \geq 5$. Éste, en 1904, había presentado una conjetura consistente en que toda variedad tridimensional cerrada, orientable y simplemente conexa es homeomorfa a la esfera de la misma dimensión, conjetura que fue generalizada de la siguiente forma: Toda variedad

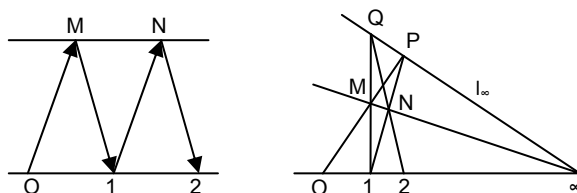
n -dimensional cerrada y simplemente conexa que tenga los mismos números de Betti y los mismos coeficientes de torsión que la esfera n -dimensional, es homeomorfa a ella.

Stanhope, Charles, conde de (1753-1816). Político y científico inglés. Nació en Londres. Estudió en Eton. Fue miembro de la Cámara de los Comunes desde 1780. Inventó, entre otras cosas, dos máquinas de calcular. Una de ellas para resolver silogismos (hoy se diría que era una máquina de cálculo simbólico). Escribió, entre otras obras, *Consideraciones sobre los medios de prevención de las prácticas fraudulentas en la acuñación de oro* (1775), *Principios de electricidad* (1779).

Stark, Harold Mead (n. 1939). Matemático estadounidense. Nació en Los Ángeles. Estudió en el Instituto de Tecnología de California, y se doctoró en la Universidad de California en Berkeley. Enseñó en la Universidad de Michigan, en el Massachusetts Institute of Technology y en la Universidad de California en San Diego. Ha investigado en teoría de números, habiendo publicado *Introducción a la teoría de números* (1978). En su trabajo *Sobre el problema de la factorización única en campos complejos cuadráticos* (1969), demostró que para los dominios de la forma $a + b(-D)^{1/2}$, donde D puede tener cualquier valor entero positivo no divisible por un cuadrado, el teorema de factorización única es válido sólo para $D = 1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67$ y 163 , al menos para D hasta 10^9 .

Staudt, Karl Georg Christian von (1798-1867). Matemático alemán. Nació en Rothenburg (Baviera). Fue profesor de matemáticas en la Escuela Politécnica de Nuremberg (1827-1835) y en la Universidad de Erlangen (desde 1835). Publicó *Geometría de la posición* (1847) y *Contribuciones a la geometría de la posición* (1856, 1857, 1860), donde no hacía uso de la longitud ni de la medida de los ángulos, dando a la geometría proyectiva fundamentos independientes de la geometría métrica, construyéndola como geometría de la posición (demuestra el teorema de Desargues sobre triángulos proyectivos). Definió la proyectividad como correspondencia que conserva las formas armónicas, definiendo éstas gráficamente mediante el cuadrilátero completo sin el fundamento métrico de la razón doble. En las *Contribuciones* dio también una teoría rigurosa y puramente geométrica de los elementos imaginarios, que definió como elementos dobles de las involuciones elípticas. Extendió los elementos imaginarios a los espacios de más de una dimensión.

Definió las coordenadas proyectivas: Sobre una recta se toman tres puntos, a los que se les asigna los símbolos $0, 1, \infty$, y a continuación, por medio de una construcción geométrica (un “lanzamiento”), que de hecho procede de Möbius, se asocia un símbolo numérico a cualquier punto arbitrario.



En geometría euclídea la construcción comienza con los puntos etiquetados 0 y 1 sobre una línea recta (figura de la izquierda); por el punto M situado sobre una paralela se trazan OM y IN paralela a OM ; ahora se trazan IM y $N2$ paralela a IM ; se tiene $01 = 12$. Es decir, se ha trasladado 01 a 12 . En el caso proyectivo (figura de la derecha) se empieza con tres puntos alineados $0, 1, \infty$. Este último punto yace sobre l_∞ (la recta del infinito), que en geometría proyectiva es una recta ordinaria. Se escoge un punto M y se traza por él una “paralela” a la recta 01 en ∞ , es decir $M\infty$. Se traza OM y se prolonga hasta P en l_∞ . Se traza IP , paralela a OM , que determina el punto N sobre $M\infty$. Se prolonga IM hasta Q en l_∞ . La recta que pasa por N y es paralela a IM es QN , que corta a 01 en 2 . De esta forma se asocian “coordenadas racionales” a los puntos de la recta 01∞ (para asignar números irracionales a puntos sobre esta recta se debe introducir un axioma de continuidad, concepto que entonces no estaba bien definido). Sobre la base de los conjuntos armónicos de cuatro puntos (cuya razón doble es -1), aportó la definición fundamental de que dos haces de puntos están relacionados proyectivamente cuando bajo una correspondencia uno-a-uno de sus elementos, a un conjunto armónico corresponde un conjunto armónico. Cuatro rectas concurrentes forman un conjunto armónico si los puntos en los que cortan a una transversal arbitraria constituyen un conjunto armónico de puntos. Así se puede también definir la proyectividad de dos haces de rectas. Una definición completamente general del sistema polar le

permitió además concebir simultáneamente las cónicas como sistemas de puntos y como sistemas de tangentes, incluyendo entre ellas la cónica imaginaria que tiene un sistema polar real, evitando en lo posible los conceptos de continuidad y de límite. Estudió el haz de cónicas atendiendo a las relaciones de realidad (1847). Conocía la importancia y significación de la cónica armónica de dos cónicas, consideradas ya como lugar de puntos, ya de rectas. Estudió el método de los rayos vectores recíprocos, Resolvió (1847) el problema propuesto por Lamé, consistente en construir una cuádriga dados una cónica y cuatro puntos. Extendió a las curvas alabeadas, la idea de Plücker sobre la generación de una curva mediante tangentes y puntos de contacto. Demostró (1842) varios teoremas generales sobre las áreas de polígonos y poliedros. Realizó contribuciones importantes a la geometría del tetraedro. Construyó (1842) el polígono regular de 17 lados mediante regla y un círculo fijo dado. Dio una demostración (1845) del teorema fundamental del álgebra siguiendo los teoremas fundamentales de la segunda demostración de Gauss.

Steen, Lynn Arthur (n. 1941). Matemático estadounidense. Nació en Chicago (Illinois). Se graduó en el Luther College, doctorándose en matemáticas por el Massachusetts Institute of Technology. Profesor en el St. Olaf College en Northfield (Minnesota), de donde es profesor emérito de matemáticas desde 2009. Ha escrito numerosos libros sobre la enseñanza de las matemáticas. Denominó al ordenador, “intruso en el ecosistema matemático”. Ha publicado *Contraejemplos en topología* (1978), *Todo el mundo cuenta* (1989), *A hombros de gigantes: nuevos enfoques de la aritmética* (1990), *Por qué cuentan los números* (1997), *Matemáticas y democracia* (2001), *Matemáticas y bio 2010* (2005).

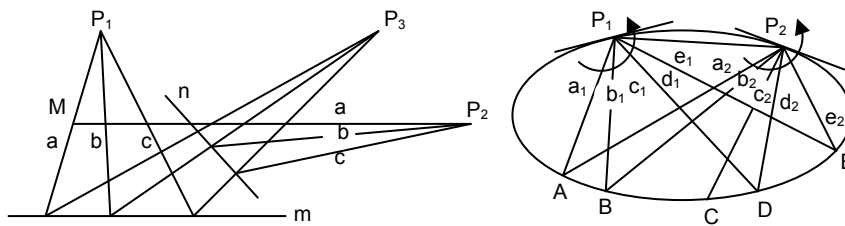
Stegun, Irene Anne (1919-2008). Matemática estadounidense. Trabajó en el National Bureau of Standards. Escribió con Milton Abramowitz, *Manual de funciones matemáticas con fórmulas, gráficos y tablas matemáticas* (1964). Cuando Abramowitz murió de un ataque al corazón en 1958, el libro no estaba terminado, continuando y acabando Stegun la obra (1964) con la asistencia de Philip J. Davis, responsable de Análisis numérico del National Bureau of Standards. Como los autores de este Manual son empleados de la administración estadounidense, no está sujeto a derechos de autor, pudiéndose solicitar a la Government Printing Office.

Steiger, Otto (1858-1923). Ingeniero suizo. Nació en Sankt Gallen. Residió en Munich. Patentó en 1892 la máquina eléctrica de calcular llamada la “Millonaria”. Esta máquina, basada en la técnica del español Ramón Verea (1878) y Léon Bollée, multiplicaba directamente, es decir que no lo hacía mediante sumas sucesivas, sino de forma que cada dígito del multiplicador o del cociente se procesaba mediante una sola vuelta de manivela. La produjo en serie (unas 4.700 unidades, entre 1895 y 1935) el ingeniero suizo Hans W. Egli.

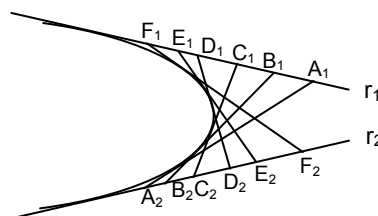
Steiner, Hans Georg (1928-2004). Pedagogo alemán. Nació en Witten ad Ruhr (Renania del Norte-Westfalia). Estudió en la Universidad de Münster. Trabajó especialmente en el ámbito de la educación matemática tanto en Europa como en Estados Unidos. Dio sentido al término “educación matemática”, al presentarlo (1990) como una interpretación global dialéctica en el sentido de disciplina científica y de sistema social interactivo que comprende teoría, desarrollo y práctica. Incardinó el citado término en un complejo sistema de relaciones de disciplinas situadas dentro de grandes epígrafes como *educación matemática y su enseñanza* (formación del profesorado, desarrollo del currículo, la clase de matemáticas,...), *las ciencias referenciales para la educación matemática* (epistemología y filosofía de las matemáticas, historia de las matemáticas, psicología, sociología, pedagogía,...) y por último *otras áreas de interés para la didáctica de las matemáticas* (nuevo aprendizaje en la sociedad, la educación en ciencias experimentales,...). Para Steiner, la educación matemática ha de situarse en el plano más exterior de todos, dado que debe contemplar y analizar en su totalidad el rico sistema global. Publicó *Teoría de la educación de las matemáticas* (1984), *Fundamentos y metodología de la educación matemática* (1988).

Steiner (o Stainer), Jakob (1796-1863). Matemático suizo. Nació en Utzenstorf. Hijo de un granjero suizo, trabajó en la granja hasta la edad de 19 años, aprendiendo a leer y escribir a esa edad. Trabajó como maestro en la escuela de Pestalozzi en Yverdon, impresionándose ante la importancia que

revestía incrementar la intuición geométrica. El principio de Pestalozzi consistía en hacer que el estudiante creara las matemáticas con la guía del maestro, siguiendo el método socrático. Steiner radicalizó este método: enseñaba geometría pero no usaba figuras, y al preparar a los candidatos al doctorado oscurecía la sala. En su trabajo posterior, tomaba de diversas revistas teoremas y demostraciones publicados en inglés, no indicando en sus propios escritos que los resultados que presentaba ya habían sido obtenidos. Estudió en Heidelberg y en Berlín, llegando sin aprender nada de latín, y gracias al apoyo de Jacobi, al cargo de profesor ordinario de la Universidad de Berlín (1834), cargo que mantuvo hasta su muerte. En 1832, la Universidad de Königsberg (hoy, Kaliningrado, Rusia) le otorgó el doctorado honorífico. Se le considera generalmente como el más grande de los géometras modernos. Encabezó la orientación sintética de las matemáticas. En la rivalidad existente entre géometras puros y analistas, Steiner llegó a amenazar con no publicar en el *Diario de Crelle* si continuaba publicando los artículos analíticos de Plücker (V. Plücker). Es el primero de la escuela de géometras alemanes que adoptó ideas francesas, especialmente de Poncelet. Sus *Lecciones sobre geometría sintética* que había explicado desde el año 1833, se publicaron póstumas en 1867. Estudió la geometría de la esfera y los máximos y mínimos de las figuras planas, así como la geometría del triángulo y las cónicas, las transformaciones cuadráticas y la geometría proyectiva. Escribió *Desarrollo sistemático de la dependencia de las formas geométricas una de otra* (1832), en el que “descubre los órganos mediante los cuales las más diferentes formas del mundo espacial se conectan entre sí”. Esta obra sólo contuvo uno de los cinco capítulos planeados, pero, no obstante, introdujo innovaciones radicales, siendo la más importante la definición de las figuras fundamentales (serie de puntos, haz de rectas, haz de planos, radiación, etc.) de las que dedujo por medio de relaciones proyectivas, las figuras superiores (generación por haces proyectivos), empleando sistemáticamente el principio de dualidad. Con ello, la teoría de las cónicas y de las superficies de segundo orden quedó planteada sobre fundamentos nuevos, ocupándose también de curvas y superficies de orden superior.

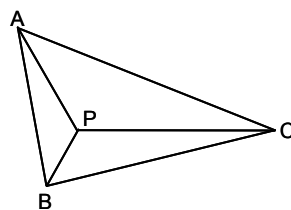


Para definir las cónicas, Steiner comienza con dos haces de rectas (ver figura de la izquierda), por ejemplo, P_1 y P_3 que están relacionados perspectivamente a través de un conjunto de puntos situados sobre la recta m , y los haces P_2 y P_3 que lo están a través de puntos de la recta n . Luego los haces P_1 y P_2 están, por tanto, relacionados proyectivamente, siendo correspondientes en esta proyectividad, por ejemplo, las rectas marcadas a , que definen el punto M que está sobre una cónica. En la figura de la derecha se describe dicha cónica, que además pasa por P_1 y P_2 . Más abajo se ha representado una cónica de rectas que se construye uniendo los puntos correspondientes de dos conjuntos de puntos situados cada uno de ellos en una recta. Las tangentes a una curva de puntos constituyen una curva de rectas, curva dual de la de puntos.



Le preocupó el “fantasma del imaginarismo”, esto es, las cuestiones que planteaba la introducción de los elementos imaginarios en geometría, pero los utilizaba sin dar una definición precisa de ellos. Demostró que los focos de las cónicas son puntos dobles de una determinada involución de puntos sobre cada uno de los ejes. Dedujo el haz de cónicas del haz de rectas por medio de una transformación cuadrática llamada “rotación proyectiva”. Descubrió (1824) la transformación geométrica conocida como “inversión” (dos puntos son inversos respecto a otro punto llamado centro alineado con ellos, si el producto de las distancias de dichos dos puntos al centro, es constante), siendo

esta transformación conforme, es decir, que conserva los ángulos entre curvas. Dedujo numerosos teoremas sobre la “cónica de los nueve puntos”. Investigó sintéticamente la naturaleza de las cónicas de una serie. Enunció diversos teoremas sobre series de parábolas (1828), como: Los focos describen la circunferencia circunscrita al triángulo que sirve para definir la serie y las directrices pasan por su ortocentro, o como los ortocentros de los cuatro triángulos formados por cuatro rectas están sobre la directriz de la parábola determinada por ellas. También dedicó su atención a la serie de cónicas que tienen entre sí un doble contacto. Estudió el sistema mixto “3 puntos, 1 recta”, mediante un procedimiento análogo a la rotación proyectiva, deduciéndolo del sistema de tangentes a una cónica. También, y en forma dualista o correlativa, estudió el sistema “3 rectas, 1 punto”. También estudió el caso en que dos rectas son sustituidas por un foco, como también el sistema de los círculos doblemente tangentes a una cónica, de los cuales son los polos un caso particular. Igualmente estudió el sistema de las cónicas semejantes circunscritas a un triángulo, y el correspondiente de las cónicas semejantes inscritas en un triángulo. También estudió las redes de cónicas y sus figuras correlativas, con las correspondientes cúbicas. El fundamento de sus razonamientos consiste en la propiedad de que cuatro elementos fijos (puntos o tangentes) de una cónica producen razones dobles iguales con una quinta figura móvil. Consideró las generatrices de las cuádricas como rectas de unión de los pares de puntos homólogos de dos series proyectivas y como rectas de intersección de pares de planos homólogos de haces proyectivos. Demostró que las cuatro alturas de un tetraedro pertenecen a un hiperboloide. Extendió el problema de contacto de Apolonio a las secciones planas de esferas. Estudió la construcción de una cuádrica definida por 9 puntos. Demostró que una superficie de tercer orden sólo puede contener 27 rectas. Estudió la proyección estereográfica de las cuádricas en general (1826). Desarrolló la teoría de las polares en las curvas de orden superior (1848). Obtuvo para las curvas de orden superior la curva correlativa de la de Hesse, cortando a aquéllas en los puntos de inflexión. Engendró curvas generales mediante haces de curvas proyectivas. Demostró multitud de teoremas sobre el cuadrilátero completo. Estudió diversas cuestiones sobre el tetraedro, en especial sobre las ocho esferas inscritas. En su obra *Construcciones geométricas realizadas por medio de regla y un círculo fijo* (1833), aplicó de forma sistemática la construcción de los elementos dobles de una involución (ideada por Poncelet, aunque Steiner dio otros dos procedimientos distintos de aquél), estableciendo la diferencia entre construcciones lineales y cuadráticas, demostrando que todas las construcciones con regla y compás pueden realizarse con regla y un círculo fijo. Extendió el teorema de Pascal a sistemas de hexágonos de Pascal (1832), estudiando el “exagrama místico” formado por los 60 hexágonos de Pascal que se obtienen tomando 6 puntos de una cónica, y por todas las rectas y puntos vinculados con ellos, y cuyas 60 rectas de Pascal se cortan tres a tres en los llamados 20 puntos de Steiner. Estudió una de las primeras transformaciones generales cuadráticas: Si se tienen dos rectas a y b no coplanarias, dos planos p y q que no las contienen y una recta c que se apoya constantemente sobre ellas, cuando c describe en un plano una recta en el otro describe una cónica. Estudió el problema de construir un polígono de n lados inscrito en una cónica dada C y circunscrito a otra también dada C' , cuando las cónicas son círculos, con $n = 4, 5, 6, 7$ y 8 . En su obra *Sobre una determinada curva de tercer grado*, investigó la curva *deltoide*, que también se llama hipocicloide de Steiner. Enunció (1839) una serie de problemas y teoremas de máximo y mínimo (por ejemplo, sobre isoperímetros), resolviéndolos en forma geométrica, a veces no rigurosa, que exigen analíticamente los recursos del cálculo de variaciones, y cuyas completas demostraciones llevó a cabo Minding. Por ejemplo, demostró que dados tres puntos A, B y C , el punto P para el que $PA + PB + PC$ es mínimo, es tal que los ángulos APB, BPC y CPA son iguales a 120° .



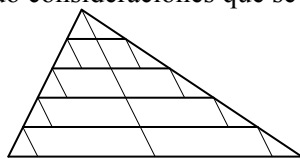
Steinitz, Ernst (1871-1928). Matemático alemán. Nació en Laurahütte (Silesia, Alemania; hoy, Huta Laura, Siemianowice Slaskie, Polonia). Estudió en las Universidades de Breslau y Berlín, doctorándose en la de Breslau. Enseñó en las Universidades de Breslau y Kiel. La variedad creciente de cuerpos definidos en la teoría de grupos, indujo a Steinitz, que estaba muy influenciado por la obra

de Weber, a emprender un estudio sistemático de los cuerpos abstractos, lo que hizo en su trabajo *Teoría algebraica de los cuerpos* (1910, impresa en 1930). Todos los cuerpos, según Steinitz, pueden dividirse en dos tipos principales. Sea K un cuerpo y consideremos todos los subcuerpos de K (por ejemplo, los números racionales son un subcuerpo de los números reales). Los elementos comunes a todos los subcuerpos constituyen un subcuerpo llamado subcuerpo primo P de K . Hay dos tipos posibles de cuerpos primos; el elemento unidad e está contenido en P y, por tanto, lo están $e, 2e, 3e, \dots, ne, \dots$. Estos elementos, o bien son todos distintos o existe un entero p tal que $pe = 0$. En el primer caso, P tiene que contener todas las fracciones ne/me y, dado que estos elementos forman un cuerpo, P ha de ser isomorfo al cuerpo de los números racionales, y se dice que K tiene característica 0 . Si en cambio se tiene $pe = 0$, es fácil demostrar que el más pequeño p que cumpla esta condición tiene que ser primo, y el cuerpo es isomorfo al de los restos de los enteros módulo p , es decir $0, 1, 2, \dots, p-1$. Entonces se dice que K es un cuerpo de característica p y cualquier subcuerpo suyo tiene la misma característica. En este caso $pa = pea = 0$, es decir, todas las expresiones en K pueden reducirse módulo p . A partir del cuerpo primo P , en cualquiera de los dos casos anteriores, se puede obtener el cuerpo original K por un proceso de adjunción de elementos (las adjunciones pueden ser elementales, trascendentes y algebraicas). Un teorema fundamental de Steinitz afirma que todo cuerpo se puede obtener a partir de su cuerpo primo haciendo primero una serie de adjunciones trascendentes (posiblemente infinitas), y a continuación una serie de adjunciones algebraicas al cuerpo trascendente. Steinitz estudió también el problema de determinar en qué cuerpos se verifica la teoría de Galois. Este proceso de abstracción elimina toda referencia a entes concretos y prescinde por completo de la “naturaleza” de lo que en él interviene, para dejar sólo el esquema formal de los entes y relaciones abstractas que definen la estructura y convertir la matemática, según Bourbaki, en “el estudio de las relaciones entre objetos que, en forma deliberada, no se conocen y sólo se describen por algunas de sus propiedades, precisamente aquéllas que se adoptan como axiomas básicos de su teoría”.

Stern, Moritz Abraham (1807-1894). Matemático alemán. Fue profesor en la Universidad de Gotinga, siendo el primer profesor judío a tiempo completo en una universidad alemana. Trabajó sobre análisis combinatorio y determinantes.

Stevin (o Stevino), Simon (también conocido como Simón de Brujas) (1548-1620). Comerciante, matemático, físico e ingeniero flamenco. Nació en Brujas. Hijo ilegítimo de dos personajes de familias ricas de Brujas. Apoyó a Guillermo de Orange en su lucha contra Felipe II. Con Mauricio de Nassau ocupó el cargo de intendente general y de comisario de obras públicas, y durante cierto tiempo fue tutor del príncipe en matemáticas. Fue en gran medida responsable de la introducción en los Países Bajos de la contabilidad por partida doble. En 1583 se inscribió en la Universidad de Leiden. Publicó en 1582 unas tablas de intereses y en 1585 *La décima*, que es la primera exposición sistemática de las operaciones con fracciones decimales, en oposición al sistema sexagesimal. En el subtítulo se agrega que el tratado “enseña cómo todos los cálculos que se presentan en los negocios pueden realizarse con enteros solamente, sin ayuda de fracciones”. Consta de dos partes: en la primera define los números decimales; en la segunda enuncia las reglas para realizar con ellos las operaciones elementales, agregando aplicaciones a la astronomía, la agricultura, el comercio, para terminar haciendo una invitación a los gobiernos de todos los países para que adopten un sistema decimal de monedas, pesas y medidas. El simbolismo que utiliza al escribir, después de cada cifra decimal, el exponente de la potencia de 10 del denominador encerrado en un pequeño círculo no fue feliz, pues pocos años después se advirtió que para representar los números decimales bastaba separar de alguna manera la parte entera de la fraccionaria (con una coma según Magini, con un punto según Napier). Resolvió (1585) el problema de la eliminación o formación de la resultante, en algunos casos particulares de sistemas de dos ecuaciones, empleando el método de las divisiones sucesivas de Euclides. Se le debe la idea del método de aproximación de las raíces mediante aproximaciones sucesivas, señalando que si la diferencia entre los valores numéricos de ambos miembros de la ecuación cambia de signo para dos valores numéricos de la incógnita, la raíz está comprendida entre dichos dos valores. Así, en la ecuación $x^3 = 300x + 33915024$, da a x los valores $10, 100, 1000$, y comprueba que x está entre 100 y 1000 ; al darle luego los valores $100, 200, 300, 400$, comprueba que está entre 300 y 400 , y así sucesivamente. Fue el primero en demostrar que los seis teoremas referentes a los triángulos esféricos comprendían todos los casos posibles. Fue el iniciador de una trigonometría. En su obra *Estática*

(1586) empleó la ley del paralelogramo, demostró que el centro de gravedad de un triángulo está situado sobre las medianas, apareciendo consideraciones que se pueden calificar de paso al límite.



Al respecto, Stevin dice que han de inscribirse en el triángulo un cierto número de paralelogramos de la misma altura y cuyos lados sean dos a dos paralelos a uno de los lados del triángulo y a la mediana trazada desde el vértice opuesto a dicho lado. Continúa diciendo que el centro de gravedad de la figura formada por el conjunto de los paralelogramos inscritos está situado sobre la mediana, por el principio arquimediano de que figuras bilateralmente simétricas están en equilibrio. Como se puede inscribir un número infinito de paralelogramos, y como a mayor número de éstos menor será la diferencia entre la figura inscrita y el triángulo, diferencia que puede hacerse tan pequeña como se quiera, Stevin concluye que el centro de gravedad del triángulo está sobre la mediana.

Para determinar el centro de gravedad de un paraboloides de revolución, Stevin le circunscribe un número de cilindros de igual altura que va duplicando, y comprueba que el centro de gravedad de esos cilindros, fácil de determinar, se acerca indefinidamente a un punto fijo, que es el centro de gravedad buscado. Este método guarda semejanza con el método que utilizó Arquímedes en la determinación geométrica, no mecánica, de la cuadratura de la parábola. En ambos casos el resultado, que se admite conocido, es el valor límite de una sucesión convergente, pero mientras Stevin se limita a comprobar, sobre la base de los tres o cuatro primeros términos de la sucesión, que su límite es cero, Arquímedes, sobre la base del valor de la suma de un número finito de términos de una progresión geométrica de razón menor que la unidad, llega al resultado mediante el riguroso método de exhaustión. Por otra parte, estudió las loxodromas y enunció el principio fundamental de la hidrostática que lleva su nombre.

Stewart, B. Matthew (1717-1785). Matemático británico. Nació en Rothesay (Isla de Bute, Escocia). Estudió en las Universidades de Glasgow y Edimburgo. Fue profesor de matemáticas en esta última Universidad. Escribió la obra *Teoremas generales* (1746), *Tratados de física y matemáticas* (1761).

Stickelberger, Ludwig (1850-1936). Matemático suizo. Nació en Buch (Schaffhausen). Estudió en las Universidades de Heidelberg y Berlín, donde se doctoró bajo la dirección de Weierstrass, con una tesis sobre la transformación de las formas cuadráticas. Fue profesor en Zurich y Friburgo. Investigó en álgebra lineal y teoría de números. En un artículo conjunto con Frobenius (1879) expusieron que el concepto abstracto de grupo incluye las congruencias y la composición de formas de Gauss, así como los grupos de sustituciones de Galois. En dicho artículo se menciona también la existencia de grupos de orden infinito.

Stieltjes, Thomas Jan (1856-1894). Matemático y astrónomo francés de origen holandés. Nació en Zwolle (Holanda). Estudió en Delft. Trabajó seis años en el observatorio de Leiden, pasando luego a la Universidad de Groninga. Se trasladó a Francia (1885), doctorándose en 1886 y llegando a ser profesor en la Universidad de Toulouse, donde permaneció el resto de su vida. Se ocupó de series, en especial de series divergentes y condicionalmente divergentes. En 1894 dio una extensión de la integral definida en la dirección en la que más tarde (1902) seguirá Lebesgue. Stieltjes y Poincaré lograron en 1886, de manera independiente, una definición formal y una caracterización completa de aquellas series divergentes que resultan útiles para la representación y cálculo de funciones. Stieltjes llamó a estas series semiconvergentes, mientras que Poincaré las llamó asintóticas. Stieltjes abordó este estudio en su tesis de 1866, y continuó el estudio de los desarrollos en fracción continua de series divergentes, escribiendo dos famosos artículos sobre el tema en 1894 y 1895. Estos trabajos, que constituyen el origen de la teoría analítica de fracciones continuas, estudian cuestiones de convergencia y las relaciones con las integrales definidas y series divergentes. En estos artículos fue donde Stieltjes introdujo la integral que lleva su nombre. Para ello, Stieltjes parte de la siguiente

fracción continua: $F = 1/a_1z + 1/a_2 + 1/a_3z + 1/a_4 + \dots + 1/a_{2n} + 1/a_{2n+1}z + \dots$, donde los a_n son números reales positivos y z es una variable compleja. La fracción continua F puede desarrollarse formalmente en serie, teniéndose $S = C_0/z - C_1/z^2 + C_2/z^3 - C_3/z^4 + \dots$, con los C_i positivos. La correspondencia entre F y S es recíproca (con algunas restricciones); a toda serie S le corresponde una fracción continua F con los a_n positivos. Stieltjes mostró cómo calcular los C_i a partir de los a_n , y en el caso de que $\sum a_n$ sea divergente, demostró que el cociente C_n/C_{n-1} aumenta; si tiene un límite finito λ , la serie converge para $|z| > \lambda$, pero si el cociente crece indefinidamente la serie diverge para todo z . La relación entre la serie S y la fracción continua F es más complicada. Aunque F converge si lo hace S , el recíproco no es cierto. Cuando S diverge hay que distinguir dos casos, según que $\sum a_n$ sea divergente o convergente. Si es divergente, F da uno y sólo un equivalente funcional, que puede tomarse como la suma de S . Si es convergente, se obtienen dos funciones distintas de F , una de los convergentes pares y la otra de los convergentes impares. Pero a la serie S (ahora divergente) corresponden infinitas funciones, cada una de las cuales tiene dicha serie como desarrollo asintótico. Estos trabajos revelaban una clasificación de las series divergentes en dos clases al menos; aquellas series para las que propiamente había un único equivalente funcional cuyo desarrollo era dicha serie, y aquéllas para las que había al menos dos equivalentes funcionales cuyo desarrollo era la serie. La fracción continua es sólo el intermediario entre serie e integral; es decir, dada la serie, se obtiene la integral a través de la fracción continua. Stieltjes también planteó y resolvió un tipo de problema inverso, llamado problema de los momentos. Cuando la serie $\sum a_n$ diverge, F converge a una función $F(z)$ que es analítica en todo el campo complejo excepto a lo largo del eje real negativo junto con el origen, siendo $F(z) = \int_{0,\infty} d\Phi(u)/(u+z)$; si $\Phi(u)$ es diferenciable, se puede escribir $F(z) = \int_{0,\infty} f(u)du/(u+z)$.

A la serie divergente S , y en el caso en que $\sum a_n$ diverge, corresponde una integral de este tipo. El problema recíproco es dada la serie, hallar $f(u)$. Este problema de los momentos, no admite solución única, dando Stieltjes como una solución la función $f(u) = e^{-u/4} \operatorname{sen} u^{1/4}$, que hace $C_n = 0$ para todo n . Si se impone la condición suplementaria de que $f(u)$ sea positiva entre los límites de integración, sólo es posible una única solución $f(u)$. Stieltjes utilizó en su obra la integral que lleva su nombre, pero no investigó más sobre el concepto mismo de integral, excepto para definir de manera obvia, para el intervalo $(0, \infty)$, que $\int_{0,\infty} f(x) d\Phi(x) = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_{0,b} f(x) d\Phi(x)$. Este concepto de integral no fue adoptado por los matemáticos hasta mucho más tarde, cuando se le encontraron gran cantidad de aplicaciones.

Stifel, Michael (1486-1567). Matemático alemán. Nació en Esslingen. Fraile agustino en Essling, siendo ordenado sacerdote en 1511. Discípulo de Lutero, se convirtió en predicador luterano itinerante, Ingresó en la Universidad de Wittenberg en 1535. Dio clases de teología y matemáticas en las universidades de Königsberg y Jena. Se inició en el estudio de las matemáticas con motivo de sus especulaciones sobre ciertos números del *Apocalipsis*. Predijo el fin del mundo para una fecha determinada, a causa de una falsa interpretación de un texto de San Juan. Durante cierto tiempo fue profesor de matemáticas en Jena. Escribió la obra más importante sobre el “coss” alemán, a la que por consejo de un amigo tituló *Aritmética íntegra* (1544), porque debía comprender todo lo referente a esta ciencia: teoría de números, operaciones aritméticas, proporciones, cantidades irracionales, series y álgebra propiamente dicha. En este libro aparece por primera vez la relación recurrente entre los términos del “triángulo aritmético”, que Stifel extiende hasta el orden 17. En la teoría de ecuaciones se separó de las normas seguidas hasta entonces, resolviendo con una solución única los siete problemas, según unos, y hasta 23 según otros, que conducían a una ecuación de segundo grado; falta todavía el caso en que las dos raíces son negativas. Muestra cierta preferencia por las ecuaciones de segundo grado con varias incógnitas. Se acerca al concepto de logaritmo, no limitándose solamente a apreciar una progresión aritmética y otra geométrica, sino también explicando la importancia práctica de esta asociación (llamó “exponentes” a los números de la serie aritmética). Así dice: “A la suma, resta, multiplicación y división por un número de los elementos de la progresión aritmética, corresponden, respectivamente, la multiplicación, división, potenciación y extracción de raíces de los elementos de la serie geométrica”. En la teoría de proporciones utilizó para resolver ecuaciones exponenciales, la idea de los exponentes fraccionarios. En relación con la expresabilidad de los irracionales en notación decimal, Stifel argumenta por una parte: “Dado que al analizar figuras geométricas, cuando nos fallan los números racionales toman su lugar los irracionales y prueban exactamente las cosas que los números racionales no pudieron probar... nos vemos movidos y obligados a afirmar que son verdaderamente números; obligados, esto es, por los resultados que se siguen de su uso, resultados que

percibimos como reales, ciertos y constantes. Por otra parte, otras consideraciones nos obligan a negar que los números irracionales sean números en absoluto. Esto es, cuando tratamos de someterlos a numeración (representación decimal)... hallamos que se escapan continuamente, de forma que ninguno de ellos puede ser aprehendido precisamente en sí mismo... Y nada de tal naturaleza carente de precisión puede llamarse número... Por consiguiente, de la misma forma que un número infinito no es un número, un número irracional no es un número verdadero, sino que yace oculto en una especie de nube de infinitud". A continuación, argumenta que los números son enteros o fraccionarios; obviamente, los irracionales no son ni una cosa ni otra, luego no son realmente números. El prólogo para la citada obra, lo escribió el reformador Melanchthon, donde éste exponía la utilidad de los estudios matemáticos.

Stifel también escribió dos libros populares de aritmética. Editó el *Coss* de Rudolff (V. Rudolff), en donde incluyó las reglas de Cardano para la resolución de las ecuaciones de tercer grado, añadiendo algunos ejemplos.

Stillwell, John (n. 1942). Matemático australiano. Nació en Melbourne. Se doctoró en el Massachusetts Institute of Technology. Escribió diversas obras matemáticas y libros de texto, como: *Matemáticas y su historia* (1989), *Los cuatro pilares de la geometría*, *Geometría de superficies*, *Números y geometría*, *Topología*, *Combinatoria*, *Teoría de números*.

Stirling, James (1692-1770). Matemático escocés. Nació en Garden (Stirling). Fue expulsado de la Universidad de Oxford por su relación con los Jacobitas, que apoyaban las reivindicaciones de los Estuardo al trono inglés. Viajó a Venecia (1715), donde descubrió los secretos de los artesanos del cristal. En 1725 regresó a Londres, siendo elegido miembro de la Royal Society. En 1735 fue director de la Scots Mining Company, Leadhills. Fue amigo de Newton. En su obra *Líneas de tercer orden de Newton* (1717) estudió las intersecciones de curvas y rectas, completando las demostraciones que faltaban en la obra de Newton *Enumeración de líneas de tercer grado* (1704), y en la que tomaba como base los desarrollos en serie según el paralelogramo de Newton. Aumentó en cuatro el número de las cúbicas dadas por Newton (72) y estudió las propiedades generales de las curvas algebraicas aplicándolas a las de segundo y tercer grado. Demostró que si el eje de ordenadas es una asíntota de una curva de orden n , entonces la ecuación de la curva no puede contener términos en y^n , y una asíntota no puede cortar a la curva en más de $n-2$ puntos. Para las curvas cuya ecuación es una función racional $y=f(x)/g(x)$, Stirling halla las asíntotas verticales haciendo $g(x)=0$. Para las secciones cónicas da un tratamiento para determinar analíticamente los ejes, vértices y asíntotas a partir de la ecuación general de segundo grado con respecto a unos ejes de coordenadas oblicuos. Redujo la ecuación general de segundo grado en x e y a las diversas formas canónicas. Demostró que una curva algebraica de grado n (en x e y) está determinada por $n(n+3)/2$ de sus puntos, ya que tiene ese número de coeficientes esenciales. También afirmó que dos rectas paralelas cualesquiera cortan a una curva en el mismo número de puntos, reales o imaginarios, y probó que el número de ramas de una curva que se extiende al infinito es par. En su obra *Método diferencial* (1730) se ocupó de diferencias finitas, con sumas o series de términos que son polinomios de factoriales de grado positivo o negativo, así como la fórmula que lleva su nombre para $n!$ cuando n es muy grande, $n! \approx n^n e^{-n} (2\pi n)^{1/2}$. En realidad esa fórmula la obtuvo continuando los trabajos de Moivre sobre el desarrollo en serie del logaritmo de $n!$ (expuso la serie semiconvergente que lleva su nombre, y que comprende la de Moivre como un caso particular), de ahí que a veces se la cita como fórmula de Moivre-Stirling. Utilizando dicha serie, Stirling obtuvo $\log_{10} 1000! = 2567,6$ con diez decimales exactos, utilizando sólo unos pocos términos de su serie. Stirling también escribió *Sobre la forma de la Tierra y sobre la variación de la fuerza de la gravedad en su superficie* (1735).

Stoker, James Johnston (1905-1992). Ingeniero de minas y matemático estadounidense. Nació en Pittsburgh (Pensilvania). Se doctoró en el Instituto Federal de Tecnología de Zurich. En 1936, la Universidad de Nueva York situó a Courant al frente de su Centro de Matemáticas para Graduados, con un mínimo presupuesto, estando su dotación inicial formada por los matemáticos J. J. Stoker y K. O. Friedrichs. Tras la jubilación de Courant, Stoker le sucedió como director del citado Centro, que se transformó en el Instituto Courant de Ciencias Matemáticas (1965). Publicó *Ondas de agua*. *Teoría matemática con aplicaciones* (1957), *Geometría diferencial* (1989).

Stokes, George Gabriel (1819-1903). Matemático y físico irlandés. Nació en Skreen (Sligo). Profesor en la Universidad de Cambridge (1849). Miembro de la Royal Society (1851), de la que fue secretario y presidente. En sus trabajos matemáticos llegó al concepto de convergencia uniforme (1848). En su ensayo *Sobre las teorías de la fricción interna de los fluidos en movimiento* (1849) presentó las ecuaciones del movimiento de un fluido, encontradas por él en 1845, y que antes que él fueron obtenidas por Navier (1821) y Poisson (1829). Stokes se propuso explicar la acción de la fricción en todos los líquidos conocidos, lo que es la causa de que el movimiento ceda al convertirse la energía cinética en calor. Los fluidos, en virtud de su viscosidad, se adhieren a las superficies de los sólidos y de esta manera ejercen fuerzas tangenciales sobre ellos. En un artículo leído en 1850, Stokes estudió el valor de la integral de Airy, que representa la intensidad de la luz difractada en las proximidades de una cáustica: $W = \int_{0,\infty} \cos \pi/2 (w^3 - mw) dw$, para $|m|$ grande. Airy había dado una serie para W en potencias de m que, a pesar de ser convergente para todo m , no resultaba útil para el cálculo de $|m|$ grande. El método que aplicó Stokes consistió en construir una ecuación diferencial de la que la integral fuera una solución particular, y después resolver dicha ecuación diferencial en términos de series divergentes (las llamó semiconvergentes) que pudieran ser útiles para el cálculo. Obtuvo la serie en función de $n = (\pi/2)^{2/3}m$, valor que podía ser positivo o negativo. Las dos series, correspondientes a n positivo y a n negativo, se comportan como series convergentes para cierto número de términos, pero de hecho divergen, siendo útiles para el cálculo aproximado de W . Pero como para $n = 0$, dicha serie no tenía sentido, no se podía pasar de la serie con n positivo a la de n negativo haciendo que n pasara a través de cero. Stokes comprobó que si para un cierto dominio de la amplitud de n , se construía una solución general como combinación lineal de dos series asintóticas, cada una de ellas solución de la integral de Airy, resultaba que tal combinación lineal no necesariamente correspondía a una solución general en un determinado entorno del citado dominio de amplitudes, pues las constantes de la combinación lineal cambiaban abruptamente cuando se atravesaban las curvas para valores constantes de n , ahora llamadas curvas de Stokes. Interesado en principio en el cálculo de integrales, Stokes comprobó que se podían utilizar las series divergentes para resolver ecuaciones diferenciales, dando varios ejemplos de ello en sus artículos de 1856 y 1857. Como Ludwig Sidel (1848), dedujo el concepto de convergencia uniforme. También estudió el fenómeno producido por la fluorescencia de los rayos ultravioleta. Publicó sus trabajos matemáticos y físicos en cinco volúmenes. Escribió también, *Sobre la luz* (1887) y *Teología natural* (1891).

Stolz, Otto (1842-1905). Matemático austríaco. Nació en Hall in Tirol. Estudió en Innsbruck, Viena y Berlín. Fue profesor de matemáticas en Innsbruck. Investigó en geometría y análisis de funciones. En sus *Lecciones sobre aritmética general* (1886) mostró que cada número irracional puede representarse como un decimal no periódico, lo que puede utilizarse como propiedad definitoria. En sus trabajos sobre teoría de funciones, propuso (1884) una definición de contenido (exterior), extendiendo esta definición a conjuntos de dos y más dimensiones utilizando, en lugar de intervalos, rectángulos, paralelepípedos, etc. En 1893 publicó un fundamental y riguroso tratado sobre cálculo, donde dio un criterio que lleva su nombre, que es correlativo de la regla de L'Hôpital para límites indeterminados. También en el campo complejo propuso el teorema que lleva su nombre, que es generalidad del de Abel sobre convergencia de series.

Stone, Marshall Harvey (1903-1989). Matemático estadounidense. Nació en Nueva York. Estudió en Harvard, doctorándose en la Universidad de Alberta (1926). Enseñó en Columbia, Harvard, Yale y Stanford. Dirigió (1946-1952) el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Chicago, donde permaneció hasta 1968. Posteriormente enseñó en la Universidad de Massachusetts hasta 1980. Ha investigado en análisis real, análisis funcional y álgebras de Boole. Publicó *Transformaciones lineales en el espacio de Hilbert* (1932), donde presenta la teoría espectral de operadores autoadjuntos en espacios de Hilbert, con aplicaciones al análisis clásico, y un largo capítulo final sobre ecuaciones integrales y diferenciales.

Stourgeon, Elizabeth le (1881-1971). Matemática estadounidense. Enseñó en el Carleton College (Northfield, Minnesota) y en las Universidades de Michigan y de Kentucky en Lexington. Dio (1920) las formulaciones finales correspondientes a las definiciones básicas de las propiedades de los

funcionales necesarias en el cálculo de variaciones. El concepto clave, el de diferencial de un funcional, es una modificación del de Fréchet: Se dice que el funcional $F(y)$ tiene una diferencial en $y_0(x)$ si existe un funcional lineal $L(\eta)$ tal que para todos los arcos $y_0 + \eta$ en un entorno de y_0 , se verifica la relación: $F(y_0 + \eta) = F(y_0) + L(\eta) + M(\eta) \cdot \varepsilon(\eta)$, donde $M(\eta)$ es el máximo del valor absoluto de η y η' sobre el intervalo (a,b) , y $\varepsilon(\eta)$ tiende a cero con $M(\eta)$. También definió las diferenciales segundas. Tanto Stourgeon como Fischer obtuvieron, a partir de sus definiciones de diferenciales, condiciones necesarias para que un funcional admita un mínimo, que esta vez sí eran aplicables a los problemas del cálculo de variaciones. Por ejemplo, una condición necesaria para que un funcional $F(y)$ tenga un mínimo para $y = y_0$, es que $L(\eta)$ se anule para toda $\eta(x)$ que sea contigua y tenga derivada primera continua en (a,b) y tal que $\eta(a) = \eta(b) = 0$. Se puede deducir la ecuación de Euler de la condición de que se anule la diferencial primera, y usando una definición adecuada de la diferencial segunda de un funcional, es posible deducir la necesidad de la condición de Jacobi del cálculo de variaciones.

Strogatz, Steven Henry (n. 1959). Matemático estadounidense. Estudió en Princeton, Cambridge y Harvard, donde se doctoró con una tesis sobre el ciclo sueño-vigilia humano. Enseñó en Harvard, en el Massachusetts Institute of Technology y en la Universidad de Cornell. Strogatz y Watts desarrollaron un modelo de grafos para la web, formado de la siguiente manera: Partiendo de un ciclo se conectan todos los nodos a distancia menor o igual a una dada t , y se añade una componente de aleatoriedad en el diseño, de manera que, con una probabilidad dada p , cada arista se redirige hacia otro nodo elegido uniformemente de entre el resto de nodos del grafo. Estas aristas servirán como atajos para reducir distancias. Este modelo presenta un problema estructural, ya que, para valores razonables de p , con alta probabilidad el grafo resultante no es conexo. El modelo se puede modificar, bien añadiendo aristas en lugar de redirigirlas, bien considerando otras estructuras de partida que sustituyan al ciclo, como mallas bidimensionales. Strogatz publicó *Dinámica colectiva de redes small-world* (con Watts, 1998).

Strömberg, Jan-Olov (h. 1983). Matemático sueco. Profesor de análisis armónico computacional en el Real Instituto de Tecnología en Estocolmo. Las primeras referencias sobre ondículas, aunque no con este nombre, se deben a Haar (1910), Calderón y Strömberg (hacia 1983). Una ondícula es cualquier función, definida en el conjunto de los números reales, que verifique que su familia de traslaciones y dilataciones constituye una base ortogonal de la clase de funciones de cuadrado integrable.

Struik, Dirk Jan (1894-2000). Matemático holandés. Nació en Rotterdam. Estudió en la Universidad de Leiden, en la que se doctoró con una tesis sobre la aplicación del análisis tensorial en las variedades de Riemann. Enseñó en Utrecht y trabajó seguidamente en Roma y Gotinga. Se trasladó al Massachusetts Institute of Technology, donde pasó el resto de su vida académica. Siendo marxista y afiliado al partido comunista holandés desde 1919, fue suspendido de empleo, pero no de sueldo, durante cinco años, bajo la acusación de espía soviético que negó rotundamente, siendo reinstaurado en su cátedra en 1956. Cuando se le preguntó por el secreto de su longevidad cuando cumplió cien años, contestó que se basaba en las tres emes: matrimonio, matemáticas y marxismo. Publicó *Geometría diferencial clásica* (1961), así como *Historia concisa de las matemáticas* (1948).

Strutt, John William. V. Rayleigh, lord.

Stubbs, J. W. (h. 1843). Propuso (1843) el método de transformación por rayos vectores recíprocos, que utilizó para deducir de una cuádriga una superficie bicircular de cuarto orden. Publicó *Geometría de curvas y superficies* (1855).

Student. V. Gosset, William Sealy.

Study, Eduard (1862-1930). Matemático alemán. Nació en Coburgo (Sajonia-Coburgo-Gotha, Turingia). Estudió en Jena, Estrasburgo, Leipzig y Munich, donde se doctoró. Enseñó en Marburgo, Gotinga y Bonn. Investigó en la teoría de invariantes de las formas ternarias. En un artículo conjunto con Caratheodory (1909), encontraron la solución de problemas de máximos y mínimos por métodos

geométricos, rigORIZANDO las demostraciones de Steiner sin emplear el cálculo. Atacó los métodos analíticos en geometría, diciendo, en referencia al proceso “mecánico” de la geometría con coordenadas, que era como el “estruendo del molino coordinado”.

Sturm, Jacques Charles François (1803-1855). Matemático francés. Nació en Ginebra. Fue tutor de la familia de Broglie en París, lo que le permitió conocer a muchos matemáticos y científicos. Fue amigo de Liouville. En 1836 fue elegido miembro de la Académie, en 1838 fue profesor de matemáticas en la École Polytechnique en París, y en 1840, de mecánica en la Sorbona. Obtuvo (1829) el teorema referente al número de raíces de una ecuación algebraica en cada intervalo de la incógnita: El número de raíces de $f(x)$ comprendidas en el intervalo (a,b) coincide con el número de veces que la función $f'(x)/f(x)$ pasa de $-\infty$ a $+\infty$, y este número coincide con el exceso de dicha función.

Los problemas de la física matemática que implican ecuaciones diferenciales parciales, contienen comúnmente condiciones de frontera. Cuando el método de separación de variables se aplica a una ecuación diferencial en derivadas parciales, esta ecuación se descompone en dos o más ecuaciones diferenciales ordinarias, y las condiciones de frontera sobre la solución deseada se convierten en condiciones de frontera sobre una ecuación diferencial ordinaria. Esta ecuación contiene, en general, un parámetro, y las soluciones se obtienen para valores particulares de dicho parámetro. A estos valores se les llama valores propios o característicos, y la solución para cualquier valor propio se llama una función propia. Los problemas de determinar los valores propios, las funciones propias y desarrollar una función dada en términos de una serie infinita de funciones propias, se hicieron más relevantes con las necesidades de la física. Desde 1883, Sturm trabajaba en problemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, principalmente sobre el flujo de calor en una barra de densidad variable, y de ahí que fuera completamente consciente de los problemas citados. Las ideas matemáticas que aplicó a su resolución (1836) están estrechamente relacionadas con sus investigaciones de la “realidad” y distribución de las raíces de las ecuaciones algebraicas. Sus ideas en ecuaciones diferenciales, según dice él mismo, provinieron de su estudio de ecuaciones en diferencias y de un paso al límite. Liouville, informado por Sturm de los problemas sobre los que estaba trabajando, se dedicó a la misma materia (1836). Los dos autores escribieron varios artículos sobre sus trabajos sobre la ecuación diferencial general de segundo orden $Ly'' + My' + \lambda Ny = 0$, donde L, M, N son funciones continuas de x , L no es cero y λ es un parámetro. Obtuvieron resultados fundamentales, aunque no fueron satisfactorios en todos sus aspectos. Por ejemplo, su demostración de que la función solución $f(x)$ puede ser representada como una suma infinita de las funciones propias, fue inadecuada, aunque en algunos casos Liouville sí proporcionó demostraciones de convergencia, usando la teoría desarrollada por Cauchy y Dirichlet.

En 1826, Sturm, con el ingeniero suizo Daniel Colladon, realizaron la primera medición exacta de la velocidad del sonido en el agua. En 1841, Sturm estudió la ruleta que lleva su nombre. Escribió *Curso de análisis de la École Polytechnique* (dos volúmenes, 1857-1863) y *Curso de mecánica de la École Polytechnique* (dos volúmenes, 1861).

Sturm, Leonhard Christoph (1669-1719). Escritor, matemático, teórico de la arquitectura y teólogo alemán. Nació en Altdorf (Nuremberg, Baviera). Estudió en la Universidad de Altdorf. Enseñó en Jena, Leipzig, en la Academia Militar de Wolfenbütel y en Fráncfort del Óder. Publicó, además de varias obras sobre teoría de la arquitectura, unos principios en su obra *Noción abreviada de todas las matemáticas* (1707), en donde defendía el saber el porqué de las reglas matemáticas.

Subirás Barra, Francisco (m. h. 1783). Jurisconsulto, arquitecto y matemático español. En 1764 fue uno de los dieciséis fundadores de la Conferencia Físico-Matemática Experimental, de la que fue nombrado director “por considerarlo el más impuesto en las Ciencias Físicas y Matemáticas”. Al año siguiente la Conferencia fue reconocida como Real Conferencia Física. Trasladado a Madrid, obtuvo el título de arquitecto en la Real Academia de San Fernando. Tras la expulsión de los jesuitas fue nombrado director del Colegio de Cordelles de Barcelona. Reclamado por Jorge Juan, volvió a Madrid (1770), donde enseñó matemáticas en el Colegio de Nobles.

Subnikov (Shubnikov), Alexei Vasilievich (1887-1970). Matemático soviético. Nació en Moscú. Se graduó en la Escuela de Comercio de Moscú (1906). En 1908 ingresó en la facultad de ciencias físico-matemáticas de la Universidad de Moscú, especializándose en cristalografía. Fue fundador y primer

director del Instituto de Cristalografía de la Academia Rusa de Ciencias. Publicó *Simetría y antisimetría de figuras finitas* (1951).

Suisset (Suiseth), Richard. V. Swineshead, Richard (o Roger) (llamado *Calculator*).

Sulvasutra (entre s. VIII y II a.C.). En los rituales brahmánicos de esas fechas, aparecían reglas para la ubicación y forma de los altares de los sacrificios, y en un complemento, el *Sulvasutra*, se daban las reglas para la construcción de cuadrados y rectángulos, relaciones entre la diagonal y el lado de un cuadrado, y equivalencias entre el rectángulo, el cuadrado y el círculo. Se conservan tres versiones, todas ellas en verso, de los *Sulvasutra*, de las que la más conocida es la de Apastamba (V. su reseña). Además de algunas aplicaciones del teorema de Pitágoras para transformar un rectángulo en un cuadrado equivalente, aparece una expresión racional de la diagonal del cuadrado en función del lado, que equivale a la igualdad aproximada $2^{1/2} = 1 + 1/3 + 1/3 \cdot 4 - 1/3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4$, que proporciona un valor exacto hasta la quinta cifra decimal. Este valor se utiliza para resolver aproximadamente el problema inverso de la cuadratura del círculo, es decir, para obtener el diámetro de un círculo equivalente a un cuadrado dado. La solución hindú consiste en tomar como diámetro el lado del cuadrado más el tercio de la diferencia entre la diagonal y el lado, lo que da para π el valor poco aproximado de 3,0883. Más aproximado es el valor $3^{1/8}$ que aparece en otro problema (valor ya conocido por los babilonios), al tomar como diámetro del círculo los $4/5$ de la diagonal del cuadrado equivalente. Son menos aproximadas las reglas que dan, para el lado del cuadrado, fracciones como $7/8$ ó $13/15$ del diámetro del círculo equivalente.

Sun Tzi (s. III). Matemático chino. Resolvió el problema de un sistema lineal de congruencias con módulos primos. Es el caso de hallar los números que divididos por 3, 5 y 7 dan de resto respectivamente 2, 3, 2. Sun Tzi busca los números auxiliares A, B, C , de forma que, con la simbología actual, $5 \cdot 7 \cdot A \equiv 1 \pmod{3}$, $7 \cdot 3 \cdot B \equiv 1 \pmod{5}$, $3 \cdot 5 \cdot C \equiv 1 \pmod{7}$, de donde $A = 2, B = 1, C = 1$. Obteniendo: $x \equiv (2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 + 1 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 + 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2) \pmod{3 \cdot 5 \cdot 7}$, es decir, $x \equiv 233 \pmod{105}$, luego $x = 233 - 105t$, siendo 23 el menor valor de x para $t = 2$.

Suslin, Mijail Yakovlevich (1894-1919). Matemático ruso. Nació en Krasavka (Saratov Oblast). Murió de tifus en la epidemia de 1919 en Moscú, tras la Guerra Civil Rusa. Investigó en el campo de la topología general y la teoría de conjuntos descriptiva. Demostró, como también Paul S. Alexandrov, que la hipótesis del continuo es cierta para conjuntos de Borel y para conjuntos analíticos. Estudió los espacios topológicos llamados separables (un espacio separable contiene un conjunto contable de puntos tal que cada conjunto abierto en el espacio contiene algún punto del conjunto contable).

Sussman, Hector J. (h. 1978). Matemático estadounidense. Enseñó en Rutgers, Universidad Estatal de New Jersey. Presentó una crítica sobre la teoría de catástrofes, en su trabajo *Teoría de catástrofes aplicada a las ciencias sociales y biológicas: una crítica* (con Zahler, 1978)

Suter, Heinrich (1848-1922). Matemático e historiador suizo. Nació en Hedingen (cantón de Zurich). Estudió en Zurich y en Berlín, donde tuvo como maestros a Kronecker, Kummer y Weierstrass. Se doctoró en Zurich (1871) con la tesis *Historia de las ciencias matemáticas desde los primeros tiempos hasta finales del siglo XVI*. Enseñó física y matemáticas en las escuelas cantorales de Schaffhausen, Aarau y Zurich, donde se jubiló en 1918. En 1886, estando en la escuela cantonal de Zurich, empezó a estudiar el árabe, convirtiéndose en el mejor experto de su tiempo en la ciencia de los países árabes, comenzando a escribir un importante trabajo sobre la historia medieval de las matemáticas y la astronomía islámica. Entre otras obras, publicó *Matemáticos y astrónomos árabes y sus trabajos* (1900).

Swineshead (o Suisset), Richard (o Roger) (llamado *Calculator*) (h. 1340). Teólogo, lógico, matemático y mecánico inglés. Maestro del colegio de Merton de Oxford (posiblemente desde 1340). En virtud del título de su obra *Liber calculationum* (póstuma, 1477), se le apodó *Calculator*. En esta obra, como en otra semejante de Heytesbury, se demuestra en forma retórica, comparando movimientos uniformes y uniformemente variados, la llamada regla de Merton: El espacio recorrido

en un movimiento uniformemente variado es igual al espacio recorrido en el mismo tiempo por un movimiento uniforme, cuya velocidad es la velocidad media entre las velocidades inicial y final del movimiento variado. En efecto, con nuestra simbología, sea t el tiempo transcurrido y sea v_m la velocidad media entre v_i y v_f , velocidades inicial y final del movimiento variado, siendo e el espacio recorrido en ambos movimientos, se tiene que $e = v_m t = 1/2(v_i + v_f)t$, pero por la ley del movimiento variado $v_f = v_i + gt$, siendo g una constante, luego $e = v_i t + 1/2gt^2$, que es la ley de dicho movimiento respecto del tiempo (V. Oresme). A este importante resultado de índole cinemática, *Calculator* agrega un resultado no menos interesante de índole infinitesimal, al considerar movimientos arbitrarios de ley artificial y tales que el cálculo de los espacios recorridos presupone la determinación de la suma de una serie convergente. Al respecto considera una serie de movimientos uniformes tales que los intervalos de tiempos forman una progresión geométrica de primer término y razón $1/2$ (es decir: $1/2, 1/4, 1/8, \dots$), mientras que las velocidades son los términos de una progresión aritmética de primer término y razón la unidad (es decir: $1, 2, 3, 4, \dots$), llegando a la conclusión de que el espacio total recorrido por este movimiento, que es: $1/2 \cdot 1 + 1/4 \cdot 2 + 1/8 \cdot 3 + \dots = 2$, es el cuádruplo del espacio recorrido por el primer movimiento que es: $1/2 \cdot 1 = 1/2$, es decir, $2 = 4 \cdot 1/2$.

Syow, Ludvig Mejdell Peter (1832-1918). Matemático noruego. Nació en Cristianía (hoy, Oslo). Profesor de matemáticas en Halden y Cristianía. Investigó en la teoría de grupos. Cauchy había demostrado que todo grupo cuyo orden es divisible por un número primo p debe contener uno o más subgrupos de orden p . Syow amplió este teorema de Cauchy, demostrando (1872) que si el orden de un grupo es divisible por el número primo p , pero no por $p^{\alpha+1}$, entonces el grupo contiene uno y sólo un sistema de subgrupos conjugados de orden p^α (si H es un subgrupo de G , y q es cualquier elemento de G , entonces $q^{-1}Hq$ es un subgrupo conjugado de H ; se dice que H y todos sus conjugados forman un sistema de subgrupos conjugados de G , o un conjunto completo conjugado de subgrupos). En el mismo trabajo, Syow demostró que todo grupo de orden p^α es resoluble, esto es, que los índices de una sucesión de subgrupos maximales invariantes son primos.

Sylvester, James Joseph (1814-1897). Matemático inglés. Nació en Londres. Estudió en el St. John College de Cambridge, donde ganó el segundo “wrangler” en los exámenes matemáticos (“trijos”), no pudiéndose graduar por ser judío. En el periodo 1838-1841 enseñó filosofía natural en el University College de Londres, donde fue compañero de su antiguo maestro Morgan. Aceptó un puesto de profesor de matemáticas en la Universidad estadounidense de Virginia, Charlottesville (1841-1845), pero problemas de disciplina que le disgustaron hicieron que volviera a Inglaterra, donde habiendo estudiado derecho en el Inner Temple, se dedicó a los negocios como actuuario y abogado (1850-1855). Conoció a Cayley (1850) con el que mantuvo una gran amistad. Abandonado el derecho, Sylvester consiguió un puesto de profesor de matemáticas en la Royal Military Academy en Woolwich, Inglaterra, donde estuvo hasta 1871. Tras dedicarse a diversas actividades, en 1876 volvió a Estados Unidos a enseñar en la recién creada Johns Hopkins University (donde fundó en 1878, la primera revista de matemáticas en los Estados Unidos, *American Journal of Mathematics*), universidad en la que permaneció hasta los 70 años, cuando aceptó (1884) un puesto de profesor en la Universidad de Oxford, puesto que ocupó hasta su muerte. Fue una persona vivaz, sensible, apasionada, estimulante, presentando sus ideas con entusiasmo y escribiendo con un lenguaje brillante. En sus artículos introdujo mucha terminología nueva, bromeando sobre ello: “Quizá pueda, sin inmodestia, reclamar para mí mismo la denominación de Adán Matemático, porque creo que he dado más nombres (que han pasado a ser de uso general) a criaturas de la razón matemática que todos los restantes matemáticos de la época juntos”. Se dedicó al estudio de la teoría de determinantes durante un periodo de cincuenta años. Trabajó en la resolución de la ecuación de quinto grado por el método de Jerrard. Obtuvo el método dialítico (1840) que lleva su nombre, para la eliminación de una incógnita entre dos ecuaciones polinómicas. Este método consiste en multiplicar una o las dos ecuaciones por la incógnita que se quiere eliminar, repitiendo el proceso si es necesario, hasta que el número total de ecuaciones sea uno más que el número de potencias de la incógnita. De este conjunto de $n+1$ ecuaciones se pueden eliminar entonces todas las n potencias, considerando cada potencia como una incógnita distinta. Cooperó científicamente con Cayley (Cayley y Sylvester fueron alguna vez socios, Cayley como abogado y Sylvester como actuuario) en el estudio sistemático de las formas algebraicas y los invariantes (1845). En su obra *Sobre la expresión de las curvas generadas por cualquier tipo de*

relación bajo la forma de un determinante irreducible (1864), estudió los invariantes algebraicos. Denominó “jacobiano” a uno de los determinantes funcionales estudiados por Jacobi. Dedujo por inducción (1851) los trece casos posibles correspondientes al problema del contacto de dos cuádricas. En la clasificación y determinación de las formas canónicas de las familias de las cuádricas, introdujo la noción de divisor elemental, que luego utilizó Weierstrass. En 1852, presentó su ley de inercia de las formas cuadráticas en n variables, que establece que el número de sus términos positivos y negativos es siempre el mismo, cualquiera que sea la transformación real aplicada sobre dichas formas (considerando la ley como autoevidente, Sylvester no proporcionó prueba alguna). Desarrolló la geometría asociada con la teoría de las uniones. En los años 1880 y 1890 se pensó en la teoría de los invariantes (término acuñado por Sylvester) como unificadora de muchas áreas de las matemáticas. Esta teoría fue el “álgebra moderna” del periodo. En 1864, Sylvester dijo: “De la misma manera que todos los caminos conducen a Roma, así encuentro, en mi propio caso al menos, que todas las investigaciones algebraicas, tarde o temprano, van a dar al Capitolio del álgebra moderna sobre cuyo pórtico brillante se inscribe la teoría de los invariantes” (V. Cayley). En la identificación de matemática y lógica promovida por Russell, Sylvester discrepaba totalmente con Huxley, inclinándose por una concepción intuicionista de la matemática, puesto que consideraba como el objetivo de la matemática pura “el desvelamiento de las leyes de la inteligencia humana”. Defendía la prominencia del análisis sobre la geometría, diciendo: “Aparentemente, en ocasiones, la geometría puede tomar ventaja sobre el análisis, pero de hecho lo precede únicamente como un sirviente cuando adelanta a su amo para limpiar el recorrido e iluminarlo en su camino”. Sylvester escribió *Tratado de las funciones elípticas* (1876).

Szemerédi, Endre (n. 1940). Matemático húngaro. Nació en Budapest. Profesor de ciencias de la computación en la Universidad de Rutgers. Sus trabajos se han centrado sobre todo en el ámbito de la combinatoria. Algunos de los problemas estudiados por Erdős, están relacionados con la densidad de conjuntos de números, en especial sobre el teorema de Van der Waerden (1936). Sus trabajos sobre ello, llevó a importantes descubrimientos por parte de Roth, Szemerédi, Furstenberg y Gowers.

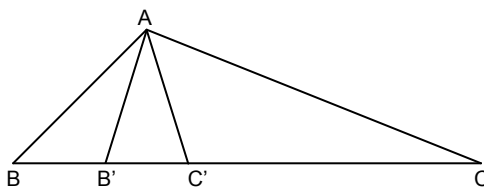
Szeminska, Alina (1907-1986). Psicóloga polaca. Estudió en la Universidad de Berlín, doctorándose en Ginebra. Los estudios de Piaget, Szeminska e Inhelder sobre la evolución de las ideas de aleatoriedad y probabilidad en niños y adolescentes, influyeron importantemente en la educación estadística de los años 1960-1980. Consideraron que la comprensión de la idea de probabilidad requería el razonamiento proporcional y combinatorio, por lo que la enseñanza de la probabilidad y la estadística se retrasaba hasta los 14 ó 15 años e incluso a los estudios universitarios. Tanto Szeminska como Inhelder colaboraron con Piaget en los estudios sobre cantidad, número, lógica, movimiento, tiempo, velocidad, medición, probabilidad, espacio y geometría, en relación con los estudios sobre enseñanza de las matemáticas. Publicó *Geometría espontánea en el niño* (1949) y con Piaget, *Génesis del número en el niño*.

Szmielew, Wanda (1918-1976). Matemática y lógica polaca. Nació en Varsovia. Estudió en las Universidades de Varsovia, Lodz y California en Berkeley, donde se doctoró con la tesis *Propiedades elementales de los grupos abelianos* (1950). Enseñó en la Universidad de Varsovia. Trabajó en los fundamentos metamatemáticos del álgebra y la geometría, y en la teoría de conjuntos. Publicó junto con K. Borsuk, *Fundamentos de geometría* (1960).

T

Taber, Henry (1860-1936). Matemático estadounidense. Enseñó en la Universidad de Clark (Worcester, Massachusetts). Afirmó en un ensayo (1890) como evidente que si la ecuación $x^n - m_1x^{n-1} + m_2x^{n-2} - \dots \pm mn = 0$ es la ecuación característica de cualquier matriz cuadrada M , entonces el determinante M es mn , y si se entiende por menor principal de una matriz el determinante de un menor cuya diagonal es parte de la diagonal principal de M , entonces m_i es la suma de los i menores principales. En particular, entonces, m_1 , que es también la suma de las raíces características, es la suma de los elementos de la diagonal principal. Esta suma se llama traza de la matriz. Metzler demostró en 1891 las afirmaciones de Taber, Escribió *Sistemas de números hipercomplejos* (1904).

Tábit ibn Qurra (827-901). Matemático, físico y astrónomo. Nació en la Mesopotamia septentrional. Estuvo al servicio de la familia de los tres hermanos Banu Musa que protegían a la ciencia y a los sabios. Sus trabajos se relacionan especialmente con la matemática griega. Fundó una escuela de traductores, particularmente del griego y del sirio. Tradujo obras de Apolonio, Arquímedes, Eutocio, Teodosio y otros. Se ocupó del escrito de Arquímedes *De los esferoides y de los conoides*, y de los teoremas de Menelao que pasaron por esta vía a Occidente con el nombre de “regula sex quantitatum”. Su versión de los libros quinto a séptimo de *Cónicas* de Apolonio es importante pues sólo por ella se conocen estos libros. Revisó la versión de los *Elementos* realizada por Ishaq b. Hunayn. Demostró el teorema de Pitágoras mediante desplazamientos de triángulos, y dio una generalización de dicho teorema aplicándolo a todos los triángulos, rectángulos, acutángulos u obtusángulos.



En la figura se tiene el triángulo obtusángulo ABC ; se trazan las rectas AB' y AC' de forma que los ángulos $AB'B$ y $AC'C$ sean iguales al BAC . Entonces se tiene que $AB^2 + AC^2 = BC(BB' + CC')$. Se le debe un método para hallar números amigos (pares de números que cada uno de ellos es suma de los divisores del otro, como 220 y 284), siendo el único método que se conoce para tal determinación. Este método es el siguiente, expuesto con los símbolos actuales: Si para $n > 1$, los números $a = 3 \cdot 2^{n-1} - 1$, $b = 3 \cdot 2^n - 1$, $c = 3^2 \cdot 2^{2n-1} - 1$, son primos, los números $A = 2^n ab$, $B = 2^n c$, son amigos. Basta comprobar que si S_A y S_B representan las sumas de los divisores de A y B respectivamente se cumple $S_A + a = S_B + b = A + B$, de donde $S_A = B$ y $S_B = A$. Para $n = 2$ se tiene que $a = 5$, $b = 11$, $c = 71$ y, por tanto, $A = 4 \cdot 5 \cdot 11 = 220$, $B = 4 \cdot 71 = 284$, que ofrecen la pareja más antigua de números amigos (la dio Pitágoras). Para $n = 3$, c no es primo; para $n = 4$ se obtiene una nueva pareja $A = 17.296$, $B = 18.416$, calculada por Fermat; para $n = 5$, b no es primo; para $n = 6$, a no es primo; para $n = 7$, Descartes dio una nueva pareja: 9.363.584 y 9.437.056. Tábit justificó geoméricamente soluciones de algunas ecuaciones cúbicas. Utilizó los senos en trigonometría. Publicó trabajos originales sobre la cuadratura de la parábola y del paraboloide. Fue el primero en estudiar los cuadrados mágicos. Expuso nuevas teorías astronómicas, como añadir una novena esfera a las ocho que se utilizaban en las versiones simplificadas de las teorías astronómicas de Aristóteles y Ptolomeo, y en lugar de la precesión de los equinoccios de Hiparco en una dirección o en un sentido único, propuso una “trepidación de los equinoccios” mediante un tipo de movimiento alternativo.

Tacquet, André (1612-1660). Matemático flamenco, jesuita. Nació en Amberes (hoy, Bélgica). Estudió en Lovaina. Fue uno de los precursores del cálculo infinitesimal. En su obra *Cylindrica et*

annularia (1651) presenta cómo un punto en movimiento genera una curva, y las teorías del cálculo de áreas y volúmenes, y en *Geometría* (1654) analiza las progresiones geométricas.

Tait, Peter Guthrie (1831-1901). Matemático y físico escocés. Nació en Dalkeith (Midlothian). Profesor en el Peterhouse College de Cambridge (1852-1854) y de matemáticas en el Queen's College de Belfast. Posteriormente profesor de filosofía natural en la Universidad de Edimburgo (desde 1860). Amigo de Hamilton, a quien apoyó de manera entusiasta. En muchos de sus artículos, Tait motivó a los físicos a adoptar los cuaternios de Hamilton como herramienta básica de su trabajo, e incluso se vio envuelto en largas discusiones con Cayley, quien había adoptado una postura tibia sobre ellos. Por otra parte, y ante la dedicación de Cayley a los invariantes, Tait observó: “¿No es una vergüenza que ese hombre tan sobresaliente dedique sus habilidades a tales cuestiones totalmente inútiles?”. Escribió *Tratado elemental de los cuaternios* (1867), *Introducción a los cuaternios* (1873), *Tratado de filosofía natural* (1867), *El universo oculto* (con Balfour Stewart, 1867) y *Filosofía paradójica* (1878).

Talbot, William Henry Fox (1800-1877). Físico, matemático y arqueólogo inglés. Nació en Melbury Abbas (Dorset). Estudió en Harrow y en el Trinity College en Cambridge. Pionero de la fotografía, inventó el sistema negativo-positivo sobre papel. Estudió (1821) la curva que lleva su nombre, que es una séxtica racional, podría negativa de la elipse respecto de su centro.

Tales de Mileto (h. 624-h. 546 a.C.). Filósofo, matemático y astrónomo griego. Probablemente nació en Mileto. Viajó mucho: se dice (Proclo lo dice en su comentario al primer libro de los *Elementos*) que Tales aprendió geometría en Egipto (donde desarrolló actividades comerciales y aprendió su matemática), y que en Babilonia, bajo el reinado del ilustrado rey caldeo Nabucodonosor, probablemente tomó contacto con las tablas y otros instrumentos astronómicos. Parece que fue un astuto comerciante que, aprovechando una buena cosecha de aceitunas, alquiló todas las almazaras de Mileto y Chíos para realquilarlas después a un precio más alto. Considerado por la tradición como uno de los “siete sabios de Grecia” y el más antiguo filósofo. Se le consideró sabio por estudiar los secretos de la naturaleza y dar a conocer sus investigaciones. Fue un filósofo de la naturaleza, un “fisiólogo”, que por sus observaciones empíricas sobre los seres, las cosas y los fenómenos, en especial los meteorológicos, llegó a la idea de que el universo está sujeto a una continua transformación como si algo vivo lo habitase (“todo está lleno de dioses”) y cuyo origen es el agua (“el agua es el principio de todas las cosas, pues todo proviene del agua y todo se reduce a ella”). Fundó la escuela jónica, que sólo merece una breve mención por su aportación a la matemática propiamente dicha, pero que su importancia para la filosofía, y la filosofía de la ciencia en particular, fue enorme. Los filósofos Anaximandro y Anaxímenes fueron discípulos de Tales. Se supone que Pitágoras pudiera haber aprendido matemáticas con Tales. Se atribuye a Tales la frase “Conócete a ti mismo”. Puede decirse que Tales y Pitágoras jugaron un papel respecto a las matemáticas, similar al que Homero y Hesíodo jugaron respecto a la literatura. De las obras de Tales (*Astrología náutica*, *Sobre los principios*, *Sobre el solsticio*, *Sobre el equinoccio*) no queda ningún fragmento. Sobre él se dispone de escasas referencias debidas a comentaristas muy posteriores, que le atribuyen conocimientos astronómicos y matemáticos. Entre aquéllos se le atribuye la predicción del eclipse de sol que los actuales astrónomos datan en 28 de mayo de 585 a.C., aunque se duda de que pudiera haber realizado tal predicción. Es probable que sus conocimientos matemáticos (mejor, geométricos) procedieran de alguna forma de los babilonios (la ciudad de Mileto está situada en la Jonia, en Asia Menor) y de los egipcios (es casi seguro que vivió algún tiempo en Egipto). Se le atribuye la transformación de la matemática en una ciencia abstracta, y haber dado demostraciones deductivas de algunos teoremas, pero ambas cosas son dudosas. Se le atribuyó el invento y la demostración de los siguientes teoremas (según Proclo): Todo diámetro biseca a la circunferencia; los ángulos en la base de un triángulo isósceles son iguales; ángulos opuestos por el vértice son iguales; los ángulos inscritos en una semicircunferencia son rectos, proposición esta última que recibe el nombre de teorema de Tales. Y la resolución de los siguientes problemas: Determinar la distancia de una nave al puerto y determinar la altura de una pirámide conociendo la sombra que proyecta, lo que exigía el conocimiento de ciertos casos de igualdad y semejanza de triángulos. En las referencias disponibles no aparece nada sobre la posible demostración sobre semejanza e igualdad de triángulos por parte de Tales, aunque la tradición dice que Tales demostró que si dos triángulos son tales que dos ángulos y

un lado de uno de ellos son respectivamente iguales a dos ángulos y un lado del otro, entonces los dos triángulos son congruentes. En la resolución de los problemas citados, a lo sumo se indica el método utilizado, por ejemplo midiendo la sombra proyectada por la pirámide en el instante en que la propia sombra del operador era igual a la altura de su cuerpo (según Diógenes Laercio, Plinio y Plutarco). Un teorema sobre rectas paralelas cortadas por dos transversales lleva su nombre en los textos elementales de geometría, pero cuya primera demostración, nada fácil, aparece en el libro sexto de los *Elementos* de Euclides, por lo que nada prueba que Tales lo hubiera demostrado. Se le ha atribuido a Tales haber utilizado su matemática para mejorar la navegación, así como también se le atribuye el descubrimiento del poder de atracción de los imanes y el de la electricidad estática.

Taniyama, Yutaka (1927-1958). Matemático japonés. Nació en Kisai (Saitama). Estudió en la Universidad de Tokio, donde luego enseñó. Investigó en teoría de números y publicó en japonés *Teoría moderna de números* (1957). Entre los años 1950 y 1960, Taniyama, Shimura y Weil enunciaron la siguiente conjetura: Todas las curvas elípticas de ecuación $y^2 = x^3 + Ax^2 + Bx + C$, con coeficientes racionales y discriminante no nulo, son modulares, es decir, que existen dos funciones modulares $x(z)$, $y(z)$, definidas en el plano superior complejo con propiedades especiales de periodicidad, que la parametrizan: al ir tomando z distintos valores complejos con su parte imaginaria mayor que cero, el par $x(z)$, $y(z)$ va recorriendo los puntos de la curva. En 1994, Wiles demostró esta conjetura para algunas de las curvas del tipo anterior. Esta demostración supone un paso importante en el llamado Programa Langlands (V. Wiles).

Tannery, Jules (1848-1910). Matemático francés. Nació en Mantes-sur-Seine. Hermano menor de Paul Tannery. Estudió en París, doctorándose con la tesis *Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes variables*. Descubrió una superficie de cuarto orden en la que todas sus líneas geodésicas son algebraicas. Es comentario suyo, el siguiente: “Los matemáticos están tan acostumbrados a sus símbolos y a divertirse mucho con ellos, que a veces es necesario quitarles sus juguetes para obligarles a pensar”. Completó en 1910 la publicación de los escritos de Galois, con su obra *Manuscritos y papeles inéditos de Galois*.

Tannery, Paul (1843-1904). Ingeniero, matemático e historiador francés. Nació en Mantes-sur-Seine. Hermano mayor de Jules Tannery. Estudió en la École Polytechnique en París. Trabajó como ingeniero en la industria del tabaco en Lille. Se trasladó a París (1867) y sirvió como capitán de artillería en la guerra francoprusiana. Siguió dedicándose a la industria del tabaco en Périgord, Burdeos, Le Havre y París, donde comenzó sus trabajos de historia de las matemáticas. Fue uno de los fundadores de la historia de la ciencia en el sentido actual. Publicó *La geometría griega* (1887), *Investigaciones sobre la historia de la astronomía antigua* (1893), *Memorias científicas* (17 volúmenes, 1912-1950), donde trata numerosos temas de historia de la matemática antigua, medieval y del siglo XVII.

Tao, Terence (n. 1975). Matemático australiano. Sus campos de investigación son el análisis armónico, las ecuaciones en derivadas parciales, teoría analítica de números y combinatoria. Profesor en la Universidad de California en Los Ángeles. Galardonado con la medalla Fields 2006.

Tarazona y Blanch, Antonio (1843-1906). Matemático y astrónomo español. Nació en Sedavi (Valencia). Estudió en las Universidades de Valencia y Central de Madrid. Se licenció en derecho y ciencias exactas. Profesor de la Escuela de ingenieros de caminos, y de astrofísica en la Universidad Central. Fue astrónomo del Observatorio de Madrid. Tradujo la *Aritmética decimal* de Cauchy (traducción libre, según advierte en la portada), en el que incluyó dos apéndices de autores españoles. El primero es de él mismo, titulándose *La división abreviada*. El segundo es de Manuel Vázquez Prada, siendo su título *Nuevo procedimiento para extraer raíces de los números enteros*. Este último artículo había sido publicado en el Anuario de la *Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales* en 1891, y sobre el que se dice en el mismo Anuario: “...¿Quién con una tabla de logaritmos a los alcances de la mano, ha de extraer la raíz quinta de un número de quince cifras por el procedimiento acabado de exponer...?”, y sigue: “...Muy despreocupado ha de estar quien se proponga imitarle...”). Publicó diversas obras de astronomía.

Tarry, Gaston (1843-1913). Matemático francés. Nació en Villefranche de Rouergue (Aveyron). Matemático aficionado, su logro más famoso consistió en la confirmación de la conjetura de Euler sobre la imposibilidad de un cuadrado grecolatino de 6×6 . Resolvió problemas referentes a las condiciones de varias circunferencias y a las propiedades generales de tres figuras semejantes (1882).

Tarski, Alfred (1902-1983). Lógico polaco, nacionalizado estadounidense. Nació en Varsovia. Se doctoró en la Universidad de Varsovia (1923), donde enseñó hasta 1939, cuando emigró a Estados Unidos, obteniendo (1945) la nacionalidad estadounidense. Profesor de matemáticas de la Universidad de California, Berkeley (1942), y de investigación en el Miller Institute of Basic Research in Science (1958-1960). Ha contribuido a la teoría de conjuntos y a las investigaciones sobre los fundamentos de las matemáticas. Fundador de la semántica moderna y uno de los creadores de la teoría de modelos. En 1925, Tarski planteó el siguiente problema: ¿Es posible cortar un disco circular en un número finito de piezas que luego se puedan ensamblar para formar un cuadrado? Este problema fue resuelto por Laczkovich en 1990 (V. Laczkovich). Se denomina paradoja de Banach-Tarski (1924) a la siguiente: La bola sólida en el espacio tridimensional puede cortarse en un número finito de piezas que luego se pueden ensamblar para formar dos bolas exactamente iguales a la inicial. La demostración de esta paradoja depende del axioma de elección, con lo que se puede argumentar que ésta es una buena razón para eliminarlo de la teoría axiomática. Sin embargo, la comunidad matemática que defiende dicho axioma, expone que éste es un maravilloso axioma (V. Zermelo).

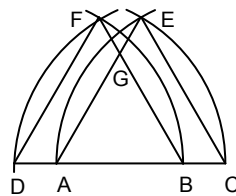
Tartaglia, Niccolò Fontana (1499-1557). Ingeniero y matemático italiano. Natural de Brescia, entonces República de Venecia. De origen muy humilde, sufrió en su niñez un sablazo en la toma de Brescia por los franceses (1512) cuyas heridas le dificultaban el habla, de ahí el apodo de “tartaglia” (tartamudo), que le quedó como apellido. Educado en la pobreza, se enseñó a sí mismo latín, griego y matemáticas. Se ganaba la vida dando clases de ciencias en Brescia y Venecia. Tradujo los *Elementos* del latín al italiano. Estudió la construcción del pentágono regular para el diseño de fortificaciones. Hizo suya (1534) la solución de la ecuación de tercer grado cuya invención se atribuye a Scipione dal Ferro (en la forma: $x^3 + px = q$), quien no la publicó, aunque la comunicó a un amigo (hacia 1506), de quien la aprendió Tartaglia. En 1535 se produce un desafío matemático entre Fior y Tartaglia, Tartaglia resolvió las 30 cuestiones que le propuso Fior (en dos horas, según afirma Tartaglia) mientras Fior no resuelve ninguna de las cuestiones que, en igual número e índole, le propone Tartaglia. A petición de Cardano, Tartaglia le reveló (1539), mediante unos tercetos, la solución de la ecuación de tercer grado, a condición de no publicarla antes de que lo hiciera él. Como Tartaglia se demoró varios años en su publicación, Cardano la publicó (1545) en su *Ars magna*. Esto hizo que Tartaglia incluyese ciertas opiniones sobre Cardano en su *Quesiti* (1546), lo que provocó una polémica nada edificante entre Ferrari, representante de Cardano, y Tartaglia, mediante carteles (seis de Ferrari) y contracarteles (seis de Tartaglia) en respuesta de los anteriores, que contenían cuestiones matemáticas que se proponían al adversario mientras se imprimían y difundían con profusión, polémica que no aportó nada positivo a la resolución de la ecuación de tercer grado. En efecto, quedaba pendiente de resolución el caso en que, al aplicar las reglas de Tartaglia, aparecían por parejas raíces cuadradas de radicandos negativos sin interpretación real (esta dificultad la salvará, para casos particulares, Rafael Bombelli). La primera obra impresa de Tartaglia fue *Nova scientia inventa* (1537), dedicada a la balística. En 1546 escribió *Quesiti et inventioni diverse* que, en forma dialogada y numerosas notas autobiográficas y de carácter general, considera distintas cuestiones que le habían sido planteadas, siendo las más numerosas las referentes a ingeniería y arte militar, aunque también abundan las de matemáticas (la ley del plano inclinado). Entre éstas son importantes sus referencias a la resolución de la ecuación de tercer grado, siendo en 1530 cuando, dice, le presentaron las primeras cuestiones que llevaban a una ecuación cúbica. También expone que en 1535 le plantearon una cuestión que llevaba a una ecuación de cuarto grado, precisamente la que Ferrari resolverá más adelante. También figuran en dicha obra las incidencias del desafío con Fior, comentadas más arriba. Expone también en esta obra los tercetos que remitió a Cardano, que traducidos son los siguientes (se incluye su interpretación con los símbolos actuales):

“Cuando el cubo más las cosas es igual a un número ($x^3 + px = q$), debes buscar dos números cuya diferencia sea este número ($u - v = q$) y cuyo producto sea igual al cubo de la tercera parte de las cosas conocidas ($uv = (p/3)^3$); la diferencia de sus raíces cúbicas es la cosa principal ($u^{1/3} - v^{1/3} = x$). Cuando,

en cambio, el cubo está solo ($x^3 = px + q$) debes seguir esta regla: Dividirás el números en dos partes ($u + v = q$) tales que el producto sea igual al cubo del tercio de las cosas ($uv = (\frac{p}{3})^3$), y entonces la suma de las raíces cúbicas de esas partes dará lo que buscas ($u^{1/3} + v^{1/3} = x$). El tercer caso, si bien miras, se resuelve como el segundo, al cual mucho se parece ($x^3 + q = px$). He encontrado estas cosas en 1534, con sólidos fundamentos, en Venecia.”

Mientras el primer caso, que siempre tiene una sola raíz positiva, no ofrece mayor dificultad y la regla de Tartaglia siempre es válida, en el segundo caso puede fallar esta regla en el llamado más tarde “caso irreducible” ($27q^2 < 4p^3$). Cuando Cardano plantea a Tartaglia un ejemplo que lleva a este caso, Tartaglia no contesta. Más discutible aún es lo referente al tercer caso, pues, o bien la regla no es aplicable por aparecer el caso irreducible, o bien al aplicarse la regla del segundo caso, si $27q^2 > 4p^3$, no se obtiene más que el valor absoluto de la raíz, que ahora es negativa, por lo que no satisface la ecuación y además los números negativos no estaban admitidos en aquel entonces. Tampoco hay ninguna referencia al caso general de la ecuación cúbica completa.

Volvió a ocuparse de las cuestiones anteriores en su obra *La travagliata inventione* (1551), así como en su obra máxima *Tratado general de números y medidas* que empezó a publicar en 1556. De los seis volúmenes aparecidos, los últimos cuatro son póstumos, habiendo redactado el último un “docto matemático” sobre la base de los apuntes de Tartaglia. Este tratado es una obra enciclopédica, del tipo de la *Summa* de Pacioli. Los dos primeros volúmenes se refieren a la aritmética teórica y práctica; entre sus problemas está el de determinar la naturaleza del menor número de pesas diferentes con las que se puede pesar desde 1 hasta 40 libras, problema que se funda en la propiedad de descomponerse todo número en sumas de potencias de 2, o en suma algebraica de potencias de 3. Los tres volúmenes siguientes se refieren a geometría, tratando al final las construcciones geométricas con una sola abertura de compás. Por ejemplo, la primera proposición de los *Elementos*: Construir un triángulo equilátero de lado AB dado, Tartaglia la resuelve de esta manera con la abertura de compás $r > AB$. Sobre las prolongaciones de AB y BA , respectivamente, toma los puntos C y D tales que $AC = DB = r$. Con este radio y con centros A, B, C, D traza arcos de circunferencias que determinan los triángulos equiláteros ACE y DBF ; la intersección de AE con BF determina el punto G que, con AB , da el triángulo pedido.



La última parte del *Tratado* se refiere al álgebra, en la que aunque no figuran las ecuaciones de tercer grado, sí contiene gran abundancia de materia expuesta con originalidad en su forma y en sus detalles. También escribió sobre el juego de dados. Lleva el nombre de triángulo de Tartaglia una regla para el cálculo de los coeficientes del desarrollo de la potencia de un binomio. Realizó la primera edición italiana de los *Elementos* (1543), así como ediciones y versiones de obras de Arquímedes y Jordanus Nemorarius.

Tauber, Alfred (1866-1942). Matemático eslovaco. Nació en Bratislava (entonces Imperio Austrohúngaro; hoy, Eslovaquia). Murió en el campo de concentración de Theresienstadt. Se denominan teoremas tauberianos a los que definen las condiciones adicionales que hay que imponer a una determinada serie sumable por un cierto método, para que dicha serie sea convergente en el sentido de Cauchy. Por ejemplo, Tauber demostró (1897) que si $\sum a_n$ es sumable en el sentido de Abel a s , y na_n tiende a cero cuando n tiende a infinito, entonces $\sum a_n$ converge a s .

Taurinus, Franz Adolf (1794-1874). Matemático alemán. Nació en Bad König (Odenwald, Hesse). Estudió en Heidelberg, Giessen y Gotinga. Sobrino de Schweikart, siguiendo la sugerencias de su tío de estudiar la geometría astral, se inspiró en los trabajos de éste y en los de Gauss, desarrollando (1824) la geometría correspondiente a la suma de ángulos menor de dos rectos (hipótesis del ángulo agudo de Lambert), que obtenía con sólo sustituir en las fórmulas de la trigonometría esférica, el valor del radio por un número imaginario puro, y a la que llamó “geometría logaritmo-esférica”, pues al pasar del radio real al imaginario las funciones circulares se transforman en hiperbólicas que, a su vez,

son combinaciones de exponenciales, inversas de las logarítmicas. Así, dedujo la trigonometría esférica completa para una esfera de radio imaginario. En esta geometría aparece la constante de Gauss que, al variar de valores reales a imaginarios pasando por el infinito, permitía pasar de la geometría esférica a la nueva geometría pasando por la euclidiana (V. Bolyai, János). Escribió *Primeros elementos de geometría* (1826) donde Taurinus, aun reconociendo la compatibilidad lógica de las proposiciones de esta geometría logaritmo-esférica, no admitía su validez en el plano pues, impregnado de la verdad absoluta de la geometría de Euclides y de las ideas entonces dominantes de la filosofía de Kant, que hacía del espacio euclidiano una intención pura a priori, veía precisamente en la indeterminación de esa constante un argumento en contra de una geometría que reputaba única y absoluta.

Taylor, Brook (1685-1731). Matemático inglés. Nació en Edmonton (Middlesex). Graduado por la Universidad de Cambridge. Secretario de la Royal Society (1714-1718). Entusiasta admirador de Newton. Se ocupó de física y matemáticas. Lleva su nombre la fórmula de desarrollo de una función en la que intervienen sus sucesivas derivadas, cuyo invento lo comunicó por carta a su profesor John Machin (1712), publicándola después (sin hacer ninguna consideración sobre su convergencia) en su obra sobre diferencias finitas titulada *Método de los incrementos directos e inversos* (1715), donde intentó escribir el primer tratado sistemático de esta rama del cálculo. Para deducir su serie, partió de la fórmula de Newton que expresa una función mediante las diferencias finitas, es decir: $f(x + n \Delta x) = y + n \Delta y + n(n-1)/2 \Delta^2 y + \dots$, y haciendo $u = n \Delta x$, $u' = (n-1) \Delta x$, $u'' = (n-2) \Delta x, \dots$, se obtiene $f(x + u) = y + u \Delta y/\Delta x + uu'/1.2 \Delta^2 y/\Delta x^2 + uu'u''/1.2.3 \Delta^3 y/\Delta x^3 + \dots$. Haciendo Δx pequeño y n grande para que $u = u' = u''$, se tiene la serie de Taylor, cuya expresión es la siguiente: $f(x + u) = y + u dy/dx + u^2/2! d^2y/dx^2 + u^3/3! d^3y/dx^3 + \dots$, o bien, $f(x + u) = f(u) + f'(u)x + f''(u)x^2/2! + \dots$. También Taylor llega a esta serie en la forma dada por Johann (I) Bernoulli, pero partiendo del método de integración por partes y no de la identidad de la que había partido Bernoulli. Sin embargo, fue Gregory quien se adelantó en el descubrimiento de esta serie, tanto a Taylor como a Bernoulli. Taylor dio el primer método para la integración de la ecuación general lineal en diferencias finitas. También dio a conocer el caso particular que hoy se conoce, impropriamente, con el nombre de serie de Maclaurin, para lo cual en la serie anterior se hace $u = 0$, teniéndose en este caso, la siguiente expresión: $f(x) = f(0) + f'(0)x + f''(0)x^2/2! + \dots$.

Obtuvo fórmulas para el cambio de variable independiente e investigó sobre ecuaciones diferenciales y sobre la resolución aproximada de ecuaciones. Considerando la siguiente ecuación $4x^3 - 4x^2 = (1 + z^2)^2 (dx/dz)^2$, mediante la sustitución $x = u/y^2$, $u = 1 + z^2$, la ecuación queda de la siguiente forma: $y^2 - 2zyy' + uy'^2 = 1$. Diferenciando, $2y''(uy' - zy) = 0$. Luego, $uy' - zy = 0$. Introduciendo $y' = zy/u$, Taylor obtuvo $y^2 = u$, $x = 1$, a la que denominó "cierta solución singular del problema", pues no estaba contenida en la solución general. Planteó el problema de las cuerdas vibrantes (1713-1715), que constituyó la preocupación de los matemáticos durante todo el siglo XVIII, para lo que partió de la condición de que la aceleración de un punto de la cuerda, o sea, $\partial^2 y/\partial t^2$, es inversamente proporcional al radio de curvatura, es decir, $\rho = [1 + (\partial y/\partial x)^2]^{1/2}/(\partial^2 y/\partial t^2)$. Para pequeñas oscilaciones $\partial^2 y/\partial t^2 = a^2(\partial^2 y/\partial x^2)$. Y si todos los puntos de la cuerda vibrante regresan simultáneamente al eje de abscisas, se tiene que $\rho = b^2/y$, y por tanto, $\partial^2 y/\partial x^2 = -b^2/y$, $\partial^2 y/\partial t^2 = -(ab)^2 y$.

Estudió el problema que se llama isoperimétrico, al que dio una solución menos complicada que la dada por Jacob Bernoulli. Descubrió la curva posteriormente llamada de Ribaucour. Publicó dos libros sobre perspectiva, *Perspectiva lineal* (1715) y *Principios de perspectiva lineal* (1719), en éste último dio la primera formulación general del principio de los puntos de fuga.

Taylor, Richard Lawrence (n. 1962). Matemático inglés. Se doctoró en Princeton con la tesis *Congruencias entre las formas modulares*. Profesor en Oxford y Harvard. Demostró junto con Breuil, Conrad y Diamond (1999), la conjetura de Taniyama-Shimura-Weil para todas las curvas elípticas (V. Taniyama). Esta demostración tiene una aplicación de interés en el Programa Langlands consistente en asociar a una estructura algebraica (en este caso, una curva elíptica), un tipo específico de serie infinita construida a partir de datos concretos de la estructura y estudiar la información que la una brinda sobre la otra. Junto con Andrew Wiles escribió *Curvas elípticas modulares y el último teorema de Fermat*.

Tchebichev, Pafnuti Libovich. V. Chebichev, Pafnuti Libovich.

Teeteto de Atenas (h. 415-h. 369 a.C.). Matemático griego, condiscípulo de Platón. Murió en Atenas a causa de disentería y de las heridas recibidas en una batalla contra los corintios. Fue inmortalizado en el diálogo de Platón que lleva su nombre, en el que Teeteto discute con Sócrates y con Teodoro la naturaleza de las magnitudes inconmensurables. Junto con Arquitas de Tarento y Leodamas de Taso, aumentaron, tras las obras de Hipócrates de Quíos, el número de teoremas de geometría, dándoles una forma más científica. Realizó trabajos importantes que sirvieron de base para la teoría de los números irracionales, que posteriormente se recogieron en el libro décimo de los *Elementos* de Euclides, donde se establecen distinciones no sólo entre las magnitudes conmensurables e inconmensurables, sino también entre aquéllas que siendo inconmensurables en longitud, son o no son conmensurables en cuadrado. Estudió por primera vez el octaedro y el icosaedro regulares.

Temme, Nico M. (n. 1940). Matemático holandés. Nació en Grootebroek. Ha investigado en los aspectos numéricos y asintóticos de las funciones especiales. Ha trabajado en el Centro Wiskunde de Informática en Amsterdam. Escribió *Funciones especiales en física matemática* (1990) y con A. Gil y J. Segura, *Métodos numéricos para funciones especiales* (2007).

Teodoro de Cirene (h. 456-h. 398 a.C.). Matemático y filósofo griego. Nacido en Cirene (norte de África). Los conocimientos matemáticos de Platón los adquirió de Teodoro. Se le atribuye la demostración de la inconmensurabilidad de una serie de segmentos cuyas medidas son raíces cuadradas de los números que no son cuadrados perfectos, hasta el 17 inclusive. Descubrió la espiral que lleva su nombre.

Teodosio de Bitinia (llamado también Teodosio de Trípoli) (h. 107 a.C. -h. 43 a.C.). Matemático y astrónomo griego. Estrabón lo cita entre los sabios de Bitinia, a orillas del Ponto Euxino, hoy Mar Negro. Fijó su residencia en Trípoli, Fenicia, donde estudió geometría e hizo observaciones astronómicas. Fue contemporáneo de Sosígenes, el astrónomo alejandrino a quien César encargó la reforma del calendario el año 47 a.C. Escribió el *Tratado de las esféricas*, más bien elemental, pero es el primero en sistematizar esta rama de la geometría del espacio, siendo la obra más antigua sobre este tema que haya sobrevivido, siendo muy leída durante la Edad Media, habiendo inspirado muchos teoremas en los siglos XIV y XV (por ejemplo, en obras de Bradwardine y Regiomontano). En ella, Teodosio expone diversas propiedades de los círculos máximos de la esfera. También escribió *Sobre las habitaciones*, que contiene los fenómenos celestes que pueden observar los habitantes de diversos lugares de la Tierra, y *Sobre los días y las noches*, ambas obras más astronómicas que matemáticas. Se le atribuye un tratado de planos de arquitectura y un comentario sobre *El método* de Arquímedes.

Teón de Alejandría (h. 370). Matemático griego. Nació en Alejandría, de cuyo Museo formó parte. Padre de la matemática Hipatia. Escribió un comentario (h. 370) sobre el *Almagesto* de Ptolomeo. Los *Elementos* de Euclides como los conocemos hoy en día, se deben a una redacción de Teón, que pudo ser completada posteriormente con la ayuda de papiros y manuscritos antiguos, algunos anteriores a Teón, y aunque la redacción de éste es bastante completa y revisada, hay que tener en cuenta que es posterior en seis siglos a la redacción original. Quizá escribió una *Catóptrica* que a veces se atribuye a Euclides.

Teón de Esmirna (h. 125). Astrónomo y matemático griego, neopitagórico. Contemporáneo de Plutarco. Compuso una obra análoga a la de Nicómaco, menos extensa y quizá anterior a ella, llamada *Sobre los conocimientos matemáticos útiles para la lectura de Platón* (h. 125), en la que no se incluyen demostraciones, enunciándose las proposiciones acompañadas de ejemplos numéricos. Algunas de éstas son originales, no tratadas por Nicómaco, como que todo cuadrado es múltiplo de 3 o de 4, o múltiplo de esos números más 1, y como consecuencia, ningún cuadrado es múltiplo de 3 o de 4 menos 1, o múltiplo de 4 más o menos 2. Más interesante es la correspondencia que expone entre dos series de números que obtiene geoméricamente partiendo de una sucesión de cuadrados, en cada uno de ellos el lado es la suma del lado más la diagonal del anterior. Llama a estos números “laterales” y “diametrales”, enunciando algunas relaciones simples entre ellos. También escribió *Tratado de astronomía cósmica*, de gran importancia histórica por sus informaciones sobre filosofía y literatura griegas, con abundancia de citas de prosistas y poetas.

Terquem, Orly (1782-1862). Matemático francés. Trabajó sobre análisis combinatorio y determinantes, y profundizó en la geometría del triángulo. Demostró el teorema que lleva su nombre, sobre el círculo y los puntos de Terquem. Estudió las curvas podarias. Demostró (1845) que los focos de las cónicas de una serie, satisfacen la ecuación de una cúbica.

Terradas e Illa, Esteban (1883-1950). Matemático español, ingeniero industrial, ingeniero de caminos, académico de ciencias, académico de la lengua. Nació en Barcelona. Estudió en Berlín, Barcelona y Madrid. Profesó en la Facultad de ciencias exactas de la Universidad de Barcelona, en la Universidad Central en Madrid y en las Universidades de Zaragoza, Buenos Aires y Montevideo. Fue miembro de la Real Academia de la Lengua Española. Julio Palacios le consideró “el primer maestro de física teórica en España”. Einstein le describe como “Es uno de los seis primeros cerebros mundiales de su tiempo y uno de los pocos que pueden comprender hoy en día la teoría de la relatividad”. Ha sido considerado como el español con el coeficiente intelectual más alto de la historia y con una memoria capaz de memorizar hasta 300 páginas en un día. Fue elegido vocal de la *Unión Matemática Internacional* (1932). Colaboró en la *Revista matemática hispano-americana* y en la *Revista de la Sociedad Matemática Española*, con artículos como los dos que se titulan *Sobre la figura geométrica realizada por un hilo en movimiento estacionario puro* (1911). Publicó *Elementos discretos de la materia y la radiación* (1910), *Corrientes marinas* (1941), *Neologismos y arcaísmos en el lenguaje de los ingenieros* (1946).

Teudio de Magnesia (s. IV a.C.). Matemático y filósofo griego, platónico. Gozó de gran renombre. Posiblemente escribió una obra geométrica anterior a los *Elementos*, que fue reemplazada por éstos por su calidad. Según Proclo, Teudio gozó de gran renombre tanto en matemática cuanto en doctrina filosófica, pues ordenó los *Elementos* y generalizó muchas cuestiones particulares.

Thabit Ibn-Qurra. V. Tábit ibn Qurra.

Thom, René (n. 1923). Matemático francés. Profesor en la Universidad de Estrasburgo. Galardonado con la medalla Fields 1958. Miembro del grupo Bourbaki. Fundador de la teoría de las catástrofes, que permite utilizar la teoría de singularidades de aplicaciones diferenciables en la construcción de modelos de la naturaleza.

El artículo fundacional de dicha teoría, lo publicó Thom en el libro de biología teórica *Hacia una biología teórica* (1970). Algo modificado, se publicó con el título *Modelos topológicos en biología* (1969). El artículo comienza así: “El problema de la morfogénesis, entendido en el sentido más amplio como el origen de la evolución de estructuras biológicas, es una de las cuestiones relevantes de la biología en la actualidad”. Observa Thom que todo proceso morfológico involucra por definición alguna discontinuidad de las propiedades fenomenológicas del medio estudiado. Así llega a la esencia de su teoría: construcción de los modelos matemáticos de la evolución de fenómenos, que dependen de unos estados internos al variar unos parámetros que los controlan, cuyo comportamiento cualitativo cambia bruscamente bajo pequeñas variaciones de los parámetros de control, es decir, fenómenos discontinuos en su evolución.

El artículo se publicó como libro en 1972 con el título *Estabilidad estructural y morfogénesis*. La tardanza en la publicación del libro se debió a que el teorema matemático soporte de la teoría no estaba demostrado. Thom movilizó a todos los especialistas en teoría de singularidades de aplicaciones diferenciables, con el objeto de que consiguieran la demostración de su teorema. A finales de los años sesenta los trabajos de J. Mather fueron decisivos para obtener una primera demostración de dicho teorema, que ahora lleva el nombre de Thom. A partir de un artículo de Zeeman, la teoría de Thom pasó a llamarse “teoría de catástrofes”.

Thomae, Karl Johannes (1840-1921). Matemático alemán. Nació en Laucha (Unstrut). Estudió en las Universidades de Halle y Gotinga, donde se doctoró (1864). Estudió en Berlín las funciones elípticas con Weierstrass. Tras escribir *Sobre la introducción de números ideales* (1866), comenzó a enseñar en Gotinga. Tras la guerra de las siete semanas entre Austria y Prusia, Thomae siguió enseñando en Gotinga, pasando luego a Halle, Friburgo y Jena, y definitivamente a Friburgo, donde mantuvo una fructífera relación con Frege. Extendió (1876) la teoría de Riemann sobre integración a funciones de

dos variables. En 1878 dio un ejemplo sencillo de una función acotada para la que la segunda integral existe, pero la primera carece de significado.

Thomas de Lavernède, J. E. V. Lavernède, J. E. Thomas de.

Thomaz, Álvaro. V. Tomás (Thomaz), Álvaro.

Thompson, D'Arcy Wentworth (1860-1948). Zoólogo escocés. Nació en Edimburgo. Estudió en la Universidad de Edimburgo y en el Trinity College de Cambridge. Profesor de biología en el University College en Dundee, y de filosofía natural en St. Andrews University. Publicó *Sobre crecimiento y forma* (1917), donde estudió la espiral logarítmica en la naturaleza.

Thompson, John Griggs (n. 1932). Matemático estadounidense. Nació en Ottawa Country (Kansas). Se graduó por la Universidad de Yale (1955), doctorándose por la de Chicago (1959). Enseñó en la Universidad de Cambridge. Profesor emérito de matemática pura por esta Universidad, y de matemáticas por la de Florida. Galardonado con la medalla Fields 1970 por sus logros en el campo del álgebra y, en particular, por sentar las bases de la moderna teoría de grupos. Junto con Feit, obtuvieron (1963) que todos los grupos finitos de orden impar son resolubles (el problema general de investigar qué grupos son resolubles forma parte del problema más general de determinar la estructura de un grupo dado).

Thomson Kelvin, William (lord Kelvin) (1824-1907). Ingeniero, físico y matemático británico. Nació en Belfast. Estudió en la Universidad de Glasgow y se graduó en la de Cambridge (1845). Profesor de filosofía natural en Glasgow (1846) donde permaneció toda su carrera. Presidente de la Royal Society. Investigó en varios campos de la física matemática. Introdujo la escala absoluta de las temperaturas, llamada también escala Kelvin. Propuso el método de principio de las imágenes, basado en el método de los rayos vectores recíprocos. Estudió la transformación por inversión, a la que llegó a través de la física, aplicándola a problemas de electrostática (1845). Descubrió en 1846 el olvidado teorema de Green (V. esta reseña) que éste había descubierto en 1828. En 1887 formuló explícitamente el principio de la fase estacionaria, referente a la propagación de las ondas, aunque su primera demostración satisfactoria la dio Watson (1918). En relación a los cuaternios y a la teoría vectorial, Thomson dijo: “Los cuaternios fueron descubiertos por Hamilton, después de haber realizado su obra realmente importante y, aunque ingeniosamente bellos, han sido un demonio ambiguo para aquéllos que los han tocado de alguna manera... El vector es un superviviente inútil, o una derivación de los cuaternios y nunca ha sido de la menor utilidad para criatura alguna”. En relación con las matemáticas en general, dijo: “Cuando puede medirse aquello de lo que se habla y expresarlo en números, se sabe algo acerca de ello. Pero cuando no es posible, el conocimiento es magro e insatisfactorio”. Publicó *Tratado de filosofía natural* (1888).

Thorndike, Edward Lee (1874-1949). Psicólogo estadounidense. Nació en Williamsburg (Massachusetts). Estudió en la Universidad de Harvard (1895-1897) y en la de Columbia, donde se doctoró (1898) y donde fue profesor (1904-1940). Desarrolló, como Gagné y Skinner, la teoría del conductismo en la enseñanza (de las matemáticas), siendo su principio general el que la instrucción (matemática) debe basarse en la enseñanza directa y en la fragmentación del currículo en un número variable de partes aisladas que deben ser aprendidas con el esfuerzo apropiado. Escribió, entre otras obras, *Principios de la enseñanza basada en la psicología* (1906), *Psicología educacional* (3 volúmenes, 1913-1914), *Naturaleza humana y orden social* (1940).

Thureau-Dangin, François (1872-1944). Científico, asiriólogo, arqueólogo y epigrafista francés. Nació en París. Estudió los cursos de asiriología (1895), convirtiéndose en adjunto para los cursos del Louvre (1902). Trabajó en las inscripciones sumerias, primera forma conocida de la escritura cuneiforme. En 1905 publicó *Las inscripciones de Sumer y Akkad*, libro que contiene una transcripción y traducción de las inscripciones mesopotámicas desde el periodo arcaico de Sumer (segundo milenio a.C.). En 1926 publicó *Silabario acadico*, y en 1929 *Homomorfismos sumerios*. Se hizo cargo de las excavaciones de Arsian Tash y Dile Ahmar. Con sus trabajos de desciframiento de

textos cuneiformes (1938), y con los de Neugebauer (V. esta voz), quedó patente la matemática sexagesimal babilonia, publicando al respecto *Textos matemáticos babilonios transcritos y traducidos* (1938).

Thurston, William Paul (n. 1946). Matemático estadounidense. Se doctoró en la Universidad de California, Berkeley. Profesor en la citada Universidad y en las de Davis, Cornell y Princeton (1974). Galardonado con la medalla Fields 1982. Es un pionero en el campo de la topología geométrica. Investigó sobre la clasificación de las variedades compactas de dimensión tres (esta clasificación no podía realizarse completamente hasta que no se resolviera de forma definitiva la conjetura de Poincaré, lo que ya se ha logrado).

Tietz, Johann Daniel (Titius) (1729-1796). Astrónomo y matemático alemán. Nació en Konitz (Prusia; hoy, Chojnice, Polonia). Estudió en Danzig e ingresó en 1748 en la Universidad de Leipzig, graduándose con un tesis sobre la teoría de Euler de la luz de la Luna. Fue profesor en la Universidad de Leipzig (1755) y de matemáticas en la de Wittenberg (1756), donde llegó a ser su rector. Publicó (1766) la ley empírica de las distancias entre los planetas y el sol (ley de Titius y Bode). En la actualidad, la expresión de esta ley es: $D = 0,4 + 0,3 \cdot k$, donde D es la distancia en unidades astronómicas (UA, distancia media entre la Tierra y el Sol) y k adopta los valores 0 (para Mercurio: 0,4 UA; 0,39 UA la distancia real), $2^0 = 1$ (para Venus: 0,7 UA; 0,72 UA real), $2^1 = 2$ (para la Tierra: 1,0 UA), $2^2 = 4$ (para Marte: 1,6 UA; 1,52 UA real), $2^3 = 8$ (para Ceres: 2,8 UA; 2,77 UA real), $2^4 = 16$ (para Júpiter: 5,2 UA; 5,20 UA real), $2^5 = 32$ (para Saturno: 10 UA; 9,54 UA real), $2^6 = 64$ (para Urano: 19,6 UA; 19,2 UA real), $2^7 = 128$ (para Plutón: 38,8 UA; 39,44 real). Esta fórmula no es aplicable para Neptuno, cuya distancia real es 30,06 UA. Bode confirmó esta ley en 1772.

Tietze, Heinrich Franz Friedrich (1880-1964). Matemático austriaco. Nació en Schlein. Estudió en Viena y Munich. Presentó su tesis sobre los invariantes topológicos. Fue profesor en Brünn (hoy, Brno, República Checa). Tras la Primera Guerra Mundial fue profesor en Erlangen y Munich. Investigó en el campo de la topología. Estudió el mapa de seis colores sobre la cinta de Möbius. Expuso el teorema de extensión que lleva su nombre, así como las transformaciones Tietze, siendo el primero en plantear el problema de isomorfismo de grupos.

Tihonov, Andrei Nikolaievitch (1906-1993). Matemático soviético. Nació en Gjatsk (Smolensk; desde 1968 el nombre de esta ciudad es Gagarin, en honor del cosmonauta Yuri Gagarin). Estudió en la Universidad Estatal de Moscú, de la que fue profesor. Trabajó en la teoría de espacios topológicos, análisis funcional y en la física matemática. Escribió con A. A. Samarski, *Ecuaciones de la física matemática*.

Tilly, Joseph Marie De (1837-1906). Militar y matemático belga. Nació en Ypres. Se introdujo en las matemáticas al ser asignado para enseñar un curso de matemáticas en la escuela de su regimiento (1858). Se interesó por el quinto postulado de Euclides lo que le llevó a la geometría no euclídea. Escribió en 1860, cuando todavía no conocía la existencia de Lobachevski, *Investigaciones sobre los elementos de geometría*, donde llegaba a resultados similares a los de éste. En 1866, se enteró de sus trabajos, publicando en 1870, *Estudios sobre mecánica abstracta en el espacio de Lobachevski*, siendo el primero en tratar la mecánica no euclidiana, inventada por él. Seguidamente escribió *Ensayo sobre los principios fundamentales de la geometría y de la mecánica* (1879), donde estudió las geometrías no euclídeas. En 1892 publicó *Ensayo general de geometría analítica*, donde expuso que “la geometría es la física matemática de las distancias”. Un inspector de la escuela militar indicó que Tilly no tenía permiso para enseñar el uso de diferenciales y que debía cesar inmediatamente de mencionar lo infinitamente pequeño. En consecuencia, Tilly fue despedido de su cargo y obligado a retirarse (1900). En contraposición con esta postura de los militares, sus colegas matemáticos le consideraban como uno de los matemáticos belgas más profundos de todos los tiempos.

Timaridas de Paros (s. IV a.C.). Matemático griego. Antiguo pitagórico de quien da noticia Jámblico. Se le atribuye la resolución de un problema algebraico que implica un sistema de ecuaciones lineales que se resuelve con una regla que más tarde se llamó “superfloraciones (epantema) de Timaridas”, y

que consiste en determinar un número, conociendo sus sumas con cada uno de n números desconocidos y con la suma de todos ellos.

Timeo de Locri. Interlocutor principal de Platón en el diálogo *Timeo*. No se sabe si este pitagórico existió realmente o si fue un invento de Platón.

Tinseau, D'Amoudans Charles de (1748-1822). Ingeniero militar y matemático francés. Nació en Besançon. Estudió en la Escuela militar de Mézières, donde Monge le animó en el estudio de las matemáticas. Tras la toma de la Bastilla (1789), el duque de Borbón y el príncipe de Condé se establecieron en Worms (1791), donde también lo hizo Tinseau. Fue edecán de Carlos-Felipe, futuro Carlos X. Exiliado en Inglaterra, volvió a Francia en 1816. Estableció la distinción entre las dos especies de curvatura en las curvas alabeadas. Encontró, al mismo tiempo que Monge (1780), la ecuación del plano tangente a una superficie cualquiera. En 1772 publicó, sobre geometría infinitesimal, *Solución a algunos problemas relativos a la teoría de superficies alabeadas y curvas con doble curvatura*, y *Sobre algunas propiedades de los sólidos limitados por superficies definidas por líneas rectas*.

Titchmarsh, Edward Charles (1899-1963). Matemático inglés. Nació en Newbury (Berkshire). Fue profesor en Londres (1923), Liverpool (1929) y Oxford (1931). Realizó importantes investigaciones en la teoría de las integrales de Fourier, de la función zeta de Riemann, en el campo de las funciones complejas y en la resolución de las diferencias existentes entre la teoría general de la mecánica cuántica y los métodos utilizados en la solución de problemas particulares en dicha teoría. Publicó *La función zeta de Riemann* (1930), *Teoría de funciones* (1932), *Introducción a la teoría de las integrales de Fourier* (1937), *Matemáticas para un lector corriente* (1943), *Teoría de la función zeta de Riemann* (1951), *Expansiones de la función de Eigen asociadas con ecuaciones diferenciales de segundo orden* (1946-1958).

Titius. V. Tietz, Johann Daniel.

Tits, Jacques (n. 1930). Matemático francés de origen belga. Nació en Uccle (Bruselas), nacionalizándose francés. Ha sido profesor en las Universidades de Bruselas, Bonn y el Collège de France en París. Miembro del grupo Bourbaki, donde dio a conocer el trabajo de Coxeter, introduciendo los conceptos de número Coxeter, grupo Coxeter y gráfico de Coxeter. Ganador del premio Abel de matemáticas (2008) por sus logros en el campo del álgebra y, en particular, por sentar las bases de la moderna teoría de grupos.

Toeplitz, Otto (1881-1940). Matemático alemán. Estudió en la Universidad de Breslau, doctorándose en geometría algebraica. Trabajó en la Universidad de Gotinga y en la de Kiel. Siendo judío, fue despedido de su cargo (1935) por el régimen nazi. Emigró a Palestina (1939), muriendo de tuberculosis en Jerusalén. Escribió *Aproximación genética al cálculo* (1920, que quedó inconclusa), y junto con H. Rademacher, *El placer de las matemáticas* (1930).

Tofiño y Vandewale, Vicente (1732-1795). Marino, astrónomo, cartógrafo y matemático español. Nació en Cádiz y murió en la Isla de León (Cádiz). Siguió la carrera militar, siendo destinado a la Academia de Artillería de Segovia. Jorge Juan le nombró tercer maestro de matemáticas de la Academia de Guardias Marinas de Cádiz, de la que fue director. Publicó un *Compendio de geometría y trigonometría* para los estudios en la citada Academia. Fue comisionado para levantar la cartografía de las costas españolas, denominado *Atlas marítimo de España*, trabajos en los que colaboraron Dionisio Alcalá Galiano, José Espinosa y Tello, Alejandro Belmonte, Julián Canelas, José de Vargas Ponce y José María de Lanz. Puede decirse que estos trabajos marcaron el comienzo de la moderna cartografía española. Fue miembro de la Real Academia de Historia y socio correspondiente de la de Ciencias de Lisboa.

Toledo y Zulueta, Luis Octavio de (1857-1934). Matemático español. Nació en Madrid. Estudió ciencias exactas en la Universidad Central en Madrid. Catedrático de geometría analítica en la Universidad de Sevilla (1890), de análisis matemático en la de Zaragoza (1893) y en la de Madrid

(1898). Fue uno de los promotores de la Sociedad Matemática Española (1911), de la que fue presidente (1924) tras la muerte de García de Galdeano. Colaboró en la *Revista matemática hispano-americana* con artículos como *Propiedades del wronskiano* (1911). Publicó *Elementos de la teoría de formas* (1889), *Elementos de aritmética universal* (1900-1902), que introdujo la teoría de números y conjuntos, *Tratado de álgebra* (1905), *Tratado de trigonometría rectilínea y esférica* (1905), *Elementos de análisis matemático* (1907), *Coordinatoria, determinantes, algoritmos ilimitados* (1916).

Tolomeo, Claudio. V. Ptolomeo, Claudio.

Tomás (Thomas), Álvaro (h. 1509). Polígrafo, matemático, filósofo, teólogo portugués. Nació en Lisboa (quizá en París). Estudió en la Sorbona. Es uno de los pocos matemáticos ibéricos del siglo XVI. Fue regente del Colegio Coquerett, de París. En *Libri de triplici motu* (1509) calcula exactamente series geométricas o reducibles a geométricas. También da el valor bastante aproximado de series convergentes, cuyo cálculo exige el conocimiento de funciones trascendentes. Dos series combinaciones lineales de series geométricas, calculadas correctamente por Tomás, son las siguientes: $1 + 7/4 \cdot 1/2 + 11/8 \cdot 1/4 + 19/16 \cdot 1/8 + \dots = 5/2$ y $1 + 4/3 \cdot 1/2 + 7/6 \cdot 1/4 + 13/12 \cdot 1/8 + \dots = 20/9$. Calcula sólo aproximadamente, la serie que es combinación de una serie geométrica y otra serie logarítmica: $1 + 2/1 \cdot 1/2 + 3/2 \cdot 1/4 + 4/3 \cdot 1/8 + \dots$, diciendo que su suma está comprendida entre 2 y 4 (su valor es $2 + L2 = 2,693\dots$). En el citado libro, Álvaro Tomás demuestra con toda minuciosidad el siguiente teorema atribuido a Galileo: “El camino recorrido en el movimiento uniformemente acelerado es igual al camino recorrido en el mismo tiempo por un móvil con movimiento uniforme y velocidad igual al promedio entre las velocidades inicial y final”. También considera el movimiento variado cualquiera, y enuncia con toda precisión el teorema del valor medio, según el cual, “existe una velocidad media tal que un móvil recorrería en el mismo tiempo el mismo espacio que aquél otro con su movimiento arbitrario”. (Rey Pastor indica que por el solo mérito de demostrar el teorema atribuido a Galileo, le corresponde a Álvaro Tomás un puesto de honor al lado de Oresme en la historia del cálculo infinitesimal).

Tomás de Aquino, Santo (1225-1274). Filósofo y teólogo italiano. Dominicano, discípulo de san Alberto Magno. Significa en la historia de la escolástica el intento de integrar el cristianismo con el aristotelismo. En sus escritos, como en los de Alberto Magno y en las discusiones sobre el continuo y especialmente sobre los infinitamente grandes e infinitamente pequeños, están los gérmenes filosóficos de la teoría de los indivisibles, con la que inició más tarde Cavalieri las modernas matemáticas.

Tommaso di ser Giovanni Cassai. V. Masaccio.

Tonelli, Leonida (1885-1946). Matemático italiano. Profesor de las universidades de Bolonia y Pisa. Tras escribir un gran número de artículos desde 1911 dedicados al cálculo de variaciones, publicó su obra *Fundamentos del cálculo de variaciones* (2 volúmenes, 1922, 1924), donde enfoca el tema desde el punto de vista de los funcionales. La teoría clásica del cálculo de variaciones se basaba principalmente en la teoría de ecuaciones diferenciales, mientras que Tonelli reemplaza los teoremas de existencia para ecuaciones diferenciales por los de existencia para minimizar integrales de curvas. En su obra, el concepto de semicontinuidad inferior de un funcional es el concepto fundamental, porque los funcionales no pueden ser continuos. Tonelli considera en primer lugar conjuntos de curvas y da teoremas que aseguran la existencia de una curva límite de una cierta clase de curvas. Los teoremas siguientes aseguran que la integral usual, pero en la siguiente forma paramétrica, $\int_{t_1, t_2} F(t, x(t), y(t), x', y') dt$, será semicontinua inferiormente como función de $x(t)$ y de $y(t)$ (posteriormente considera las integrales no paramétricas, más fundamentales), y obtiene las cuatro condiciones necesarias clásicas del cálculo de variaciones para el tipo habitual de problemas. El segundo tomo está dedicado principalmente a teoremas de existencia para una gran variedad de problemas, obtenidos a partir del concepto de semicontinuidad. Es decir, dada una integral de la forma anterior, demuestra, imponiendo condiciones sobre ella en tanto que funcional y sobre la clase de curvas a considerar, que existe una curva en dicha clase que minimiza la integral. Sus teoremas se

refieren tanto a máximos y mínimos absolutos como relativos. Su teoría es aplicable también a las ecuaciones diferenciales, dado que sus teoremas de existencia implican la existencia de soluciones de las ecuaciones diferenciales que suministraban las curvas minimales como soluciones en el planteamiento clásico. Sin embargo, su trabajo estaba naturalmente limitado a los tipos básicos de problemas del cálculo de variaciones. Aunque este enfoque abstracto se vio continuado posteriormente por muchos otros matemáticos, lo cierto es que no se han hecho grandes progresos en la aplicación de la teoría de funcionales al cálculo de variaciones. En su obra aparece un esbozo histórico del cálculo de variaciones.

Tonstall, Cuthbert. V. Tunstall, Cuthbert.

Toranzos, Fausto (1919-1986). Matemático argentino. Nació en Fuerte Quemado (Catamarca). Estudió en la Universidad de La Plata, donde se doctoró en ciencias fisicomatemáticas (1931). Profesor de análisis matemático (1934) en la Universidad de La Plata. En 1940 pasó a San Luis, donde fue fundador y director del Instituto de Ciencias (hoy, Universidad de San Luis). También fue profesor en la Universidad Nacional del Sur. Catedrático de estadística (1957), fundó el Instituto de Estadística y Matemática Aplicada. Profesor emérito por la Universidad de Buenos Aires. Trabajó en los campos del análisis matemático y la estadística. Mantuvo con Rey Pastor una colaboración que dio lugar a la publicación de textos matemáticos para la enseñanza media. Publicó *Introducción a la epistemología y fundamentos de la matemática*.

Torner y Carbó, Antonio (1825-1883). Militar y matemático español. Asistió al segundo congreso internacional de matemáticas, celebrado en París, al que sólo asistieron cuatro matemáticos españoles: Galdeano y Rius y Casas (ambos, catedráticos de la Universidad de Zaragoza, que hicieron de ella el centro matemático más importante de España en la primera década del siglo XX), Torres Quevedo (ingeniero) y Torner y Carbó, no asistiendo ningún representante de las Universidades de Madrid y Barcelona. Redactó en 1864 una *Memoria de elementos del cálculo integral*.

Torporley, Nathaniel (1564-1632). Matemático, clérigo y astrólogo inglés. Nació en Shrewsbury (Shropshire). Estudió en Oxford, en el Christ Church (1581) y en el Brasenose College, donde se graduó en 1591. Tomó las órdenes sagradas y fue rector (desde 1608 a 1622) de Salwarpe (Worcestershire) y Liddington (Wiltshire), residiendo principalmente en el Sion College de Londres. Adquirió importantes conocimientos de matemáticas y astronomía, lo que atrajo la atención de Henry Percy, noveno conde de Northumberland, quien le pensionó durante varios años. Mantuvo amistad con Thomas Harriot. Residió durante dos o más años en Francia, donde fue secretario amanuense de Viète. Publicó (1602) *Puerta de dos hojas para la medición del cielo (Diclides Coelometricae; seu valuae universales astronomicae, omnia artis totius munera psephophoretica en sab modicis finibus duarum tabularum metodologicas nova, generali et facillima continentes*, cuyo prólogo se titulaba *Directionis accuratae consummata doctrina astrologis hactenus plurimum desiderata*, en cinco partes). En esta obra presenta la figura que posteriormente Bressier destinaría a la representación sencilla y simultánea de las fórmulas de los seis casos de resolución de los triángulos rectángulos esféricos, y que Napier mejoraría dándole la actual forma de pentágono.

Torre Argai, Francisco de la (h. 1717). Matemático español. Alumno de los jesuitas. A pesar de que el cálculo infinitesimal no comenzó a estudiarse en España hasta mediados del siglo XVIII, Torre Argai escribió en 1717 un libro en francés de setenta páginas sobre esta materia, en el que defendió unas *Tesis matemáticas* (153 tesis) en la Universidad de Toulouse, donde estudiaba, y que tiene un gran contenido de cálculo. En esa fecha eran escasos los textos existentes sobre esta disciplina, que se reducían a los debidos a Newton, Leibniz, L'Hôpital, Bernoulli y poco más (un libro de Taylor sobre esta materia no apareció hasta 1715). Algunas de las tesis defendidas son las siguientes: Una línea curva puede considerarse como el conjunto de infinitos segmentos, infinitamente pequeños: o lo que es lo mismo, como un polígono de infinito número de lados, infinitamente pequeños, los cuales determinan por los ángulos que determinan entre ellos, la curvatura de la línea. Uso del cálculo diferencial para encontrar las tangentes, sean geométricas o mecánicas, de todo tipo de curvas, y las mayores y menores ordenadas a que se reducen las cuestiones de máximos y mínimos. La diferencia

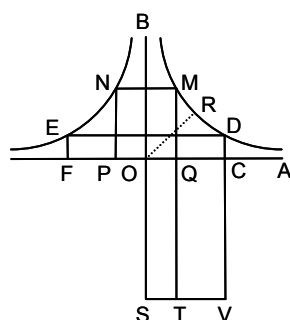
de una magnitud variable cualquiera multiplicada por una potencia entera o no de esta misma magnitud variable, encontrando la integral de este producto; encontrar la integral de las otras diferencias que pueden reducirse a éstas; dada una magnitud variable bajo un signo cualquiera, multiplicada por una diferencia fuera del signo, encontrar la integral de este producto. Conoce si una integral está completa o no lo está; cuando no está completa, encontrar la magnitud constante que es preciso sumarle o restarle para completarla. La diferencia de una magnitud cualquiera, estando dividida por esta misma magnitud, da la diferencia del logaritmo de esta magnitud. Encontrar por análisis las tangentes a las líneas geométricas y resolver las cuestiones que se dicen de máximos y mínimos; demostrar el método del célebre M. de Fermat, consejero del Parlamento de Toulouse, para las cuestiones de máximos y mínimos. Encontrar las asíntotas de las curvas, por ejemplo, de la hipérbola, considerando las asíntotas como tangentes trazadas por un punto de la curva infinitamente alejado. Cuadrar una superficie curvilínea cualquiera, o exactamente, o aproximada al infinito. Hallar el área del recinto asíntótico de cualquier especie de hipérbola, exceptuando la común, que demostraremos que es infinita, y sus diversos segmentos, que no son cuadrables más que por aproximación al infinito. Estos espacios asíntóticos, cuyo conocimiento dice el P. Pardies en su prólogo de los *Elementos de geometría*, es la cosa más admirable del mundo y que hace ver claramente la grandeza y espiritualidad de nuestra alma, ya que por la sola luz de su espíritu, penetrando más allá del infinito, descubra tan claramente las cosas, que ninguna experiencia sensible las puede percibir y que ninguna potencia corporal podría notar... Hay también un espacio asíntótico entre la curva logarítmica y su eje; se demostrará que es finito, equivalente a un triángulo formado por la ordenada, la subtangente y la tangente de esta curva (se encuentran en geometría una infinidad de ejemplos parecidos, y algo análogo ocurre en la aritmética especulativa con las progresiones decrecientes). Medir la superficie y la solidez de un conoide parabólico, engendrado por la revolución de una hipérbola alrededor de su asíntota, de cualquier género que sea la hipérbola; se demostrará que ahora el sólido engendrado por el espacio asíntótico es finito en la hipérbola común. Medir cualquier sólido, ya sea por aproximación al infinito o exactamente. Encontrar exactamente o por aproximación al infinito el centro de líneas, superficies o sólidos cualesquiera. Demostrar esta maravillosa propiedad del centro de gravedad, encontrada por el P. Guldin y demostrada por el P. Tacquet: “Si una superficie plana cualquiera gira alrededor de un eje, el sólido redondo producido por esta revolución, es siempre igual al sólido recto que tuviera por base esta superficie y por altura un segmento igual a la circunferencia que describe el centro de gravedad de esta superficie mientras la revolución. Demostrar la paradoja propuesta por el P. Laloubère en su obra sobre el cicloide: “Que dos pesos, el uno actualmente infinito, el otro finito, puede permanecer en equilibrio, sobre una palanca de longitud finita. Demostrar la admirable proposición del célebre Leibniz: “Que el cuadrado del diámetro de un círculo cualquiera es a este círculo como 1 es a $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$ ”. Cálculo de latitudes, longitudes y rumbos en alta mar. Curvas que cortan siempre a los meridianos bajo el mismo ángulo; estas curvas loxodrómicas proporcionan amplia materia para la especulación de los geómetras. Problemas sobre velocidades, distancias y trayectorias en el arte de lanzar bombas, según la hipótesis de Galileo y los problemas propuestos por Varignon.

Torres de Villarroel, Diego (1693-1770). Escritor español. Nacido y fallecido en Salamanca. Criado, torero, químico, danzarín, soldado, ermitaño, matemático, desterrado, sacerdote. Catedrático de matemáticas (1726) en la Universidad de Salamanca (esta cátedra había estado vacante desde hacía treinta años, y sin enseñanza más de ciento cincuenta, pues nunca o rara vez había tenido alumnos). Publicaba almanaques y pronósticos, que gozaban de gran popularidad por sus aciertos, con el pseudónimo de *El gran piscator de Salamanca*. Escribió una obra autobiográfica titulada *Vida, ascendencia, nacimiento, crianza y aventuras del Doctor Don Diego de Torres Villarroel, catedrático de prima de matemáticas en la Universidad de Salamanca*. En este libro se expone el siguiente asunto: El Real Consejo había solicitado a la Universidad de Salamanca su dictamen “sobre si sería conveniente que se usara de un mismo estadal, vara, peso y fanega en todo el reino para medir las tierras y las demás especies útiles en el comercio civil, y si un libro que remitía su alteza de Mateo Villajos, alarife de Madrid, de agrimensura, estaba arreglado a las leyes matemáticas”. El claustro de la Universidad encargó el informe a dos profesores: el padre Salvador Osorio, catedrático de prima de filosofía, y Torres de Villarroel, catedrático de prima de matemáticas. Este informe en lo que respecta al libro de Villajos, dice entre otras cosas: “El libro de Villajos es un cuadernillo que sería útil al reino

a no haber otros volúmenes que explicasen la práctica y la especulativa de sus importantes tratados; pero hay otros muchos en donde se encuentran los mismos preceptos y para los mismos fines y otros asuntos explicados con igual claridad y ligereza, además de contener una reglas breves y claras para poner a la agrimensura en la venturosa felicidad demostrable, acreditada con la razón y la experiencia la desgraciada sujeción que tienen a los errores y los daños que se introducen a la práctica de esta facultad sin los auxilios de la especulativa, sin la cual (regularmente) miden los suelos y las superficies los más de los que profesan este oficio.”

Torres Quevedo, Leonardo (1852-1936). Ingeniero, matemático e inventor español. Nació en Santa Cruz de Iguña (Santander). Fue Inspector general del cuerpo de ingenieros de caminos, miembro de las Reales Academias de Ciencias (de la que fue presidente) y de la Lengua y doctor honoris causa de las universidades de La Sorbona y de Coimbra. Perteneció a la Académie des Sciences de París y al Comité internacional de pesas y medidas. Participó en la creación de la Unión internacional de bibliografía y tecnología científicas, así como en el II Congreso internacional de matemáticos de París (1900). Presidente honorario de la Sociedad Matemática Española. En relación con las máquinas de calcular y el mundo de los autómatas, en una primera etapa se dedicó al diseño de máquinas analógicas de tecnología mecánica, publicando su primera memoria sobre máquinas de calcular en 1893 y posteriormente otras memorias sobre las que llamaba máquinas algebraicas, presentando en especial a la Académie des Sciences de París una memoria de título *Sur les machines algebriques* (1895) con un proyecto de construcción de una máquina para la resolución de ecuaciones de ocho términos. Poincaré, encargado por la Académie de la revisión de la citada memoria, dijo: “En resumen, el señor Torres ha dado una solución teórica general y completa del problema de la construcción de relaciones algebraicas y trascendentes por máquinas...”. En una segunda etapa, Torres Quevedo se dedicó al estudio de las máquinas digitales con componentes electromecánicos, pudiéndosele considerar como uno de los precursores del cálculo automático y la informática, estando sus contribuciones resumidas en una obra extremadamente concisa: *Ensayos sobre Automática. Su definición, extensión teórica de sus aplicaciones*, que constituye uno de los textos cumbre de la historia de la informática. En este campo son tres los aparatos de mayor relieve que construyó: el *telekino*, que entre otras consideraciones constituye el primer mando a distancia construido en el mundo; el *autómata ajedrecista*, aparato para jugar al ajedrez, y diversos *aritmómetros*. También construyó dirigibles y transbordadores como el existente sobre el Niágara.

Torricelli, Evangelista (1608-1647). Físico y matemático italiano. Nació en Faenza (Romagna). Discípulo y continuador de la obra de Galileo, le sucedió como profesor de matemáticas en la Academia de Florencia. Amplió la teoría de los indivisibles de Cavalieri, aportando una interesante aplicación, paradójica para la época, de una figura infinita de volumen finito (se trata del volumen engendrado por un arco infinito, parte de una rama de la hipérbola equilátera, girando alrededor de una asíntota).



Por el método de los indivisibles Torricelli demuestra que si OA y OB son las asíntotas de la hipérbola equilátera MD , el sólido infinito que se obtiene haciendo girar el segmento DC (C es la proyección de D sobre la asíntota OA) y la rama infinita DM alrededor de la asíntota OB , es equivalente al cilindro de altura OC y de base el círculo de diámetro OS , doble de la distancia OR del centro O a la hipérbola (R es vértice de la hipérbola), siendo OS perpendicular a OA . Para ello considera como “indivisibles” del sólido las superficies laterales de los cilindros de altura MQ (Q es la proyección de M sobre la asíntota OA) y base el círculo de radio OQ , y como “indivisibles” del cilindro de altura OC los círculos

paralelos a la base de diámetro QT (T es la intersección de MQ con la paralela por S a la asíntota OA). Es fácil comprobar que ambas figuras, el cilindro y el círculo, son equivalentes pues de la propiedad de la hipérbola se deduce que: $2OQ \cdot OM = OR^2 = \frac{1}{4}QT^2$.

Torricelli descubrió casi en la misma fecha que lo hizo Roberval, el método de trazado de tangentes que se funda en el paralelogramo de velocidades, y que publicó en su *Opera geometrica* (1644). Estudió el problema llamado de los círculos de Torricelli, y diversas curvas como la estrofoide, la logarítmica y la espiral logarítmica. De ésta última midió la longitud de su arco, resolviendo así la primera rectificación de una curva de la era moderna, demostrando que su longitud total desde el punto en que $\theta=0^\circ$ hacia atrás, según se enrolla asintóticamente en torno al polo, es exactamente igual a la longitud de su tangente polar en el citado punto. De la curva logarítmica dio la cuadratura y la cubatura del sólido engendrado por rotación de la curva. En 1643, Torricelli envió a Mersenne su cuadratura de la cicloide, y en 1644 publicó su libro *Sobre la parábola*, al que añadió como apéndice esta cuadratura así como la construcción de su tangente. En este libro, Torricelli no mencionó a Roberval que había llegado a estos mismos resultados antes que él, por lo que Roberval escribió una carta (1646) acusando a Torricelli de plagio de él mismo y de Fermat (sobre los máximos y mínimos). Hoy se sabe que Roberval tiene la prioridad en el descubrimiento, pero que la prioridad en la publicación es de Torricelli (V. las reseñas de Roberval y de Pascal). En el citado libro, Torricelli presentó ¡veintiuna demostraciones diferentes! de la cuadratura de la parábola. Torricelli resolvió geoméricamente el problema propuesto por Fatio sobre la envolvente de la familia de parábolas que son trayectorias de balas de cañón disparadas con la misma velocidad inicial pero con diferentes ángulos de inclinación, llamada parábola de seguridad en el tiro, siendo el primero que la determinó completamente y con toda exactitud.

Torricelli inventó el barómetro que lleva su nombre, descubrió el principio fundamental de la estática que también lleva su nombre, y en óptica, el principio para el trabajo de los lentes en la perfección óptica. Escribió también un tratado sobre mecánica, titulado *Sobre el movimiento*.

Torroja y Caballé, Eduardo (1847-1918). Nació en Tarragona y murió en Madrid. En 1875 obtuvo la cátedra de Complementos de álgebra y geometría analítica de la Universidad de Valencia, y a partir de 1876 fue catedrático de la Universidad de Madrid. Fue miembro (desde 1893) de la Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales, y consejero de Instrucción pública. Fue un científico amante de las matemáticas, que junto con Echegaray, García Galdeano y Reyes, forman el grupo de los llamados “sembradores” por Sixto Ríos. Introdujo en España la geometría de la posición de Staudt. Escribió en diversas revistas científicas, principalmente en *El progreso matemático*, como su artículo *Nota relativa a la perpendicularidad de rectas y planos* (1892), y en la *Revista de la Sociedad Matemática Española*, como sus tres artículos bajo el título de *Superficies helicoidales* (1911). Publicó, entre otras obras, *Tratado de geometría de la posición y sus aplicaciones a la geometría de la medida* (1899), *Teoría general de las líneas alabeadas y de las superficies desarrollables* (1904), *Axonometría o perspectiva axonométrica*, *Lecciones de geometría descriptiva explicadas en la Universidad de Madrid* (obra en la que amplió sustancialmente los conceptos de Chasles, adoptando puntos de vista distintos a los de este autor) y *Aplicación de la homografía y la correlación al estudio de las superficies*.

En relación a sus hijos, Eduardo, José María y Antonio, y su nieto José María, conviene exponer que: **Eduardo Torroja y Miret** (1899-1961), nacido en Madrid, fue ingeniero y arquitecto, especialista en estructuras de hormigón (cubiertas del mercado de Algeciras, del hipódromo de la Zarzuela de Madrid, del campo de las Cortes en Barcelona y la iglesia de Pont de Suert, etc.), profesor de la Escuela de ingenieros de caminos. Fundó el Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento. Publicó *Filosofía de las estructuras* (1958). **José María Torroja y Miret** fue secretario de la Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales y de la Asociación para el progreso de las ciencias, introduciendo en España la fotogrametría. Junto con su hermano, **Antonio Torroja y Miret**, inventaron el estereógrafo. **José María Torroja Menéndez** fue miembro de la Real Academia de Ciencias exactas, físicas y naturales, habiendo escrito *Alfonso el Sabio en el renacimiento de la astronomía en la Edad Media* (1984).

Tortolini, Barnaba (1808-1874). Matemático y sacerdote italiano. Nació en Roma. Estudió literatura y filosofía en la Universidad Gregoriana del Colegio Romano, en el Instituto Romano della Sapienza y en el Seminario Pontificio Romano, tomando las órdenes en 1829. Profesor de matemáticas en el

Colegio Urbano de Propaganda Fide en Roma, fundado por el obispo español Vives. Profesor de mecánica e hidráulica, catedrático de introducción al cálculo superior y catedrático de cálculo diferencial e integral en la Universidad de Roma. Catedrático de física matemática en el Seminario Pontificio Romano. Dirigió (1846-1865) la publicación de Propaganda Fide. El campo de sus investigaciones abarca las integrales definidas y elípticas, el cálculo de residuos y las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales, publicando más de un centenar de artículos. Intervino en la fundación y publicación (1850-1857) de la primera revista científica internacional italiana, *Annali di Scienze e matematiche fisiche*. Tras negarse (1870) a firmar un juramento de lealtad al rey de Italia tras la invasión y ocupación de Roma por las tropas italianas, Tortolini fue desposeído de su cátedra en Roma.

Tosca Mascó, Tomás Vicente (1651-1723). Matemático, científico y filósofo español. Nacido en Valencia, empirista y antiescolástico, introdujo la ciencia moderna en esta ciudad. Doctor en teología por la Universidad de Valencia. Ingresó en la Congregación de San Felipe Neri (1678). Junto con Baltasar de Iñigo y Juan Bautista Corachán, fue miembro destacado de la Academia de Matemáticas que funcionaba desde 1687 en casa de aquél. Publicó el *Compendio filosófico* y el *Compendio matemático* (1707). Esta última obra consta de nueve tomos de una quinientas páginas cada uno, en el que “se contienen todas las materias más principales de las ciencias que tratan de la cantidad”, constituyendo un resumen de los conocimientos matemáticos, astronómicos y físicos de la época, así como de sus aplicaciones. Su índice es el siguiente: Tomo I: Geometría elemental, aritmética inferior, geometría práctica. Tomo II: Aritmética superior, álgebra, música. Tomo III: Trigonometría, secciones cónicas, maquinaria. Tomo IV: Estadística, hidrostática, hidrotecnia, hidrometría. Tomo V: Arquitectura civil, monte, cantería, arquitectura militar, pirotecnia, artillería. Tomo VI: Óptica, perspectiva, catóptrica, dióptrica, meteoros. Tomo VII: Astronomía. Tomo VIII: Gnomónica, ordenación del tiempo, astrología. Tosca divide las matemáticas en puras y no puras. Las puras son las que de tal suerte estudian la cantidad que no consideran en ella accidente alguno ni afección sensible: geometría, aritmética, trigonometría, logarítmica (“que trata de la noble invención de los logaritmos, números artificiales que no poco han enriquecido el orbe literario”). Las no puras son las que consideran la cantidad vestida y acompañada con algún accidente o afección sensible: música, mecánica (“es increíble lo que aprovecha para filosofar con acierto en las cosas de la naturaleza”), estática, hidrostática, arquitectura (o “arte tormentaria”), óptica, perspectiva, catóptrica, dióptrica, geografía, astronomía, gnómica, cronografía. La notación y la terminología empleadas es con frecuencia deficiente y enrevesada: así, no emplea los números negativos, pues “no dejan de causar dificultad”; a las permutaciones, variaciones y permutaciones con repetición, las denomina “combinaciones en cuanto al lugar”, “combinaciones en cuanto a la sustancia”, “combinaciones en cuanto a la sustancia y al lugar” y “combinaciones de un número de cosas en que hay muchas semejantes de una especie”; al coseno le llama seno segundo; a la cuarta potencia la denomina cuadrado-cuadrado, etc. Como ejemplo de lo natural que era en su época el lenguaje poético, se expone el siguiente ejercicio incluido en el capítulo dedicado a la Aritmética inferior: “Supónese un león de mármol, que despide agua por ojos, pies y boca; y se busca lo que el obispo Caramuel propone en la forma siguiente: “El que fulminó incendios en el Cielo, - y si me abrasa el Sol, abraso el mundo, - hoy en la tierra convertido en yelo, - por ojos, pies y boca me difundo, - y con néctar divino - refresco al fatigado peregrino. - Este pilón de mármol esculpido, - que en pocos días ha sido fabricado, - en dos el primer ojo le ha llovido; - pero en tres el segundo le ha llorado; - en cuatro el pie le toca - y se escupe en seis horas por la boca. - Esto hace un caño solo: - ¿y todos juntos? Lo define Apolo.” Tosca lo resuelve así: “Redúzcase primero los días a horas y se sabrá que el ojo derecho llena la pila en 48 horas, el siniestro en 72. El pie en 96, y la boca, en 6. Luego el ojo derecho en una hora llenará 1/48 de la pila; el siniestro también en una hora llenará un 72 avo; el pie, 1/96, y la boca, un sexto. Mediante fácil cálculo se llega así a la solución del problema, que es: 4 horas, 43 minutos y algunos segundos” (exactamente $16\frac{44}{61}$ s).

Toscanelli, Paolo del Pozzo (1397-1482). Matemático, astrónomo y cosmógrafo italiano. Nació en Florencia. Estudió en la Universidad de Padua, graduándose con el título de doctor en medicina (1424). Ayudó a Brunelleschi con los cálculos para la construcción de la cúpula de Santa María del Fiore. Prácticamente no dejó ninguna obra escrita y el conocimiento de sus saberes son más bien

especulaciones. Se ha escrito sobre una supuesta carta suya a Colón, con una información que éste habría usado en su primer viaje a las Indias. Esta carta sólo es conocida por la versión castellana que de la misma realizó fray Bartolomé de Las Casas. Los cálculos de Toscanelli, que carecía de la adecuada experiencia y nunca había salido de Florencia, darían a la Tierra una circunferencia de 29.000 km en lugar de los 40.000 reales, estando basados en los cálculos erróneos de Ptolomeo.

Tóth, László Fejes (1915-2005). Matemático húngaro. Nació en Szeged. Se especializó en geometría. Estudió la conjetura de Kepler sobre paquetes de esferas, reduciéndola (1953) a un enorme cálculo que involucraba muchos casos específicos. Al respecto, V. Rogers y Hales.

Townsend, John Sealy Edward (1868-1957). Físico y matemático británico. Nació en Galway (hoy, República de Irlanda). Estudió en el Trinity College de Cambridge (1895), donde fue profesor (1899). En 1901 fue profesor de física experimental en la Universidad de Oxford. Realizó importantes investigaciones sobre el electrón. Estudió conjuntamente con Samuel Haughton, la curva atrifaloide (curva séxtica circular) al modelizar la forma de la superficie del mar cuando recubre la esfera terráquea en *Propiedades geométricas de la atrifaloide* (1882). Escribió *Teoría de la ionización de gases por colisión* (1910), *Movimiento de los electrones en los gases* (1925), *Electricidad y radiotransmisión* (1943), *Ondas electromagnéticas* (1951).

Transon, Abel Étienne Louis. V. Abel Transon.

Travesedo y Melgares, Francisco (1786-1861). Matemático español. Estudió Ciencias y Letras, y en 1805 ganó la oposición a la cátedra de matemáticas para la Real Casa de Caballeros Pajes. Posteriormente ingresó en la Escuela de Caminos, Canales y Puertos. Abandonó la Escuela para luchar en la Guerra de la Independencia. En 1821 se reconstruyó dicha Escuela, siendo nombrado profesor de la misma. A los dos años, Fernando VII cerró dicha Escuela, por lo que Travesedo opusió para ser catedrático de matemáticas en el Instituto San Isidro (1835), siendo su director en 1837. En 1845 fue nombrado catedrático de Cálculo Sublime en la Facultad de Filosofía. En 1847 fue uno de los miembros fundadores de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Se doctoró en ciencias físico-matemáticas en 1855, con sesenta y nueve años de edad, con la tesis *Los progresos de las matemáticas entre los antiguos y el obtenido por los modernos*. En el escalafón de catedráticos de universidad publicado en 1851, era uno de los dos únicos catedráticos de matemáticas (Juan Cortázar y él). En el escalafón de 1859 el único catedrático de matemáticas en España, era Juan Cortázar.

Trejo, César Anselmo (h. 1952). Matemático argentino. Colaboró con Rey Pastor y Pi Calleja, en *Análisis matemático* (tres volúmenes, 1952-1957-1959). También publicó otros libros de texto como: *Ciclo medio de matemática moderna* (1966-1968), *Matemática elemental moderna: estructura y método, lógica y conjuntos, aritmética, álgebra, geometría* (1968), *Matemática general: elementos de álgebra, geometría analítica y trigonometría* (1965), *Matemática general: cálculo diferencial e integral* (1966).

Tresser, Charles P. (h. 1990). Matemático francés. Enseñó en la Universidad de Niza. Trabajó en IBM en Yorktown. Investigó en topología. En relación con la física del caos, Tresser descubrió que existen unas leyes de escala universales: en el momento en que empieza el caos en algunos sistemas, magnificando las trayectorias por un número mágico que no depende del sistema, se obtiene un dibujo muy parecido al original. Esto aclara muchas observaciones descriptivas de Mandelbrot que había encontrado fenómenos semejantes en muchos aspectos de las ciencias naturales. Este descubrimiento también fue hecho de manera independiente por Feigenbaum en Estados Unidos, y por Couillet en Francia.

Treviso, Aritmética de (1478). El primer escrito matemático que apareció impreso es una *Aritmética* llamada de Treviso, pues fue publicada en esta ciudad en 1478 (V. Bamberg, *Aritmética de*). Este incunable es una obrita anónima de 62 páginas de índole práctica que trata de las cuatro operaciones y de la determinación de la fecha de Pascua.

Trillas Ruiz, Enrique (n. 1940). Matemático español. Nació en Barcelona. Licenciado y doctor en matemáticas por la Universidad de Barcelona, con la tesis *Sobre distancias estadísticas*. Catedrático de matemáticas en la Universidad Politécnica de Cataluña (1974), y de ciencias de la computación e inteligencia artificial en la Universidad Politécnica de Cataluña (1983) y de Madrid (1990). Fue presidente del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (1984-1988) y director general del Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial. Ha investigado en lógica difusa e inteligencia artificial. Ha publicado *Conjuntos borrosos* (1980), *Introducción a la lógica borrosa* (1998), *La inteligencia artificial: máquinas y personas* (1998).

Tropfke, Johannes Franz Joseph (1866-1939). Matemático alemán. Nació en Berlín, donde estudió y fue profesor superior desde 1894. Escribió *Sobre las integrales elípticas* (1889), *Historia de las matemáticas elementales* (7 volúmenes, 1902).

Tsanon, Chuan. V. Chuan Tsanon.

Tschirnhausen, Ehrenfried Walter von (1651-1708). Matemático y físico alemán. Noble sajón. Amigo de Leibniz. Estudió en Leiden y sirvió en el ejército holandés. Pasó a Inglaterra donde fue huésped ocasional de Mohr. Visitó varias veces París, siendo elegido miembro de la Académie des Sciences (1682). Instaló en Italia un taller de vidrio para sus experimentos sobre la luz. Se le considera a veces descubridor de la porcelana debido a que fue uno de los que ayudaron a instalar los talleres de cerámica en Dresde para el elector de Sajonia, aunque realmente la porcelana fuera un invento chino. Inventó un método de transformación de ecuaciones con el que resolvió las ecuaciones de segundo, tercero y cuarto grado, pero que ya no tenía éxito al aplicarlo a las de grado superior. Con todo, este método quedó como modelo de transformación, ya que no de solución completa. Una transformación de Tschirnhausen de una ecuación polinómica $f(x)=0$ tiene la forma $y = g(x)/h(x)$, donde g y h son polinomios y h no se anula para ninguna raíz de $f(x)=0$. En el *Acta Eruditorum* de 1683, Tschirnhausen demostraba que un polinomio de grado $n > 2$ puede reducirse por medio de sus transformaciones a una forma en la que los coeficientes de los términos de grado $n - 1$ y $n - 2$ son los dos cero. Para la cúbica encontró una transformación de la forma $y = x^2 + ax + b$ que reducía la cúbica general a la forma $y^3 = k$, y otra transformación análoga reducía la cuártica a la forma $y^4 + py^2 + q = 0$. Se conoce también a Tschirnhausen como descubridor de las cáusticas de reflexión (catacáusticas), estudiando la cúbica que lleva su nombre, de ecuación polar $\rho = a/\cos^3(\theta/3)$, que es la cáustica por reflexión de la parábola, cuando los rayos son perpendiculares al eje de la parábola. Su memoria (1682) sobre estas curvas, envolventes de una familia de rayos de luz que partiendo de un foco puntual se reflejan en una curva, avivó entre los matemáticos el estudio de estas curvas y de otras familias de curvas análogas.

Tsiau Tsien, Chang. V. Chang Tsiau Tsien.

Tsu Ch'ung-Chih (430-501). Matemático chino. Consideró que el valor de $\pi = 22/7$ era inexacto, y que el valor $\pi = 355/113$ era exacto. Sin embargo, realizó nuevos cálculos ayudado por su hijo Tsu Cheng-Chih, que estaban contenidos probablemente en alguno de sus libros que se ha perdido, dando como valor por exceso $\pi = 3,1415927$ y como valor por defecto $\pi = 3,1415926$. Estos valores fueron muy notables para su época. Se ha puesto su nombre a uno de los accidentes geográficos de la superficie lunar.

Tucker, Albert William (1905-1995). Matemático canadiense. Nació en Oshawa (Ontario). Estudió en las Universidades de Toronto y Princeton, donde se doctoró. Trabajó en Cambridge, Harvard, Chicago y Princeton, donde presidió el departamento de matemáticas durante unos veinte años. Sus campos de investigación se extienden a la programación lineal (condiciones de Karush-Kuhn-Tucker), combinatoria, álgebra lineal. En cuanto a los campos de la geometría y la topología, profundizó en la geometría del triángulo (descubrió el círculo que lleva su nombre) y en las propiedades topológicas del disco y la esfera (1946).

Tukey, John Wilder (1915-2000). Estadístico estadounidense. Nació en New Bedford (Massachusetts). Estudió en las Universidades de Brown y Princeton, donde se doctoró en matemáticas. Trabajó en Princeton y en los laboratorios de AT&T Bell. En sus trabajos estadísticos, desarrolló el análisis exploratorio de datos, consistente en entender los especiales rasgos de los datos y utilizar procedimientos para acomodar una amplia clase de posibles modelos estocásticos para los datos. En lugar de plantearse la pregunta típicamente fisheriana de qué compendios estadísticos son apropiados para un determinado modelo estocástico, Tukey propuso preguntar qué clase de modelo estocástico es apropiado dado un compendio estadístico determinado. Publicó *Análisis exploratorio de datos* (1977).

Tunstall, Cuthbert (1474-1559). Prelado, obispo y matemático inglés. Nació en Hackforth (Yorkshire). Estudió leyes en las universidades de Oxford, Cambridge y Padua. Fue obispo de Londres (1522-1530) y de Durham (1530-1552 y 1553-1559). Fue contrario a la ruptura con la Iglesia católica. Publicó (1522) la primera obra inglesa dedicada exclusivamente a la aritmética, titulada *Arte de calcular*, obra que se utilizó como libro de texto. También escribió un tratado sobre la Eucaristía en el que defendía la doctrina católica de Roma.

Turing, Alan Mathison (1912-1954). Matemático y lógico inglés. Nació en Paddington, cerca de Londres. Estudió en la escuela de Sherborne, y en 1931 ingresó en el King's College de Cambridge, graduándose en 1934, siendo elegido "fellow" al año siguiente. Asistió al seminario que Maxwell Newman impartía sobre fundamentos de las matemáticas, donde abordaba la completitud, la consistencia y la computabilidad de las matemáticas, terminando con la demostración del teorema de Gödel. Basándose en las ideas recibidas, Turing publicó en 1937 su artículo *Números contables*, donde desarrolla el teorema de Gödel. Se puede considerar este artículo como el origen oficial de la informática teórica. En él, Turing introdujo la "máquina" teórica que lleva su nombre. Se trata de una entidad matemática abstracta que formaliza el concepto de algoritmo, siendo precursora de las computadoras digitales. Con ayuda de esta máquina, Turing demostró que existen problemas irresolubles, tanto por su máquina como por cualquier ordenador. Se considera a Turing como el padre de la teoría de la computabilidad. En 1936, Turing se traslada a Estados Unidos, doctorándose en Princeton con el trabajo titulado *Sistemas de lógica basados en ordinales* (1938). Regresa a Inglaterra donde colabora con el departamento de criptografía, ayudando a descifrar los códigos de la máquina alemana de cifrado llamada Enigma. En 1946 diseña un computador universal con programa almacenado en memoria, estableciendo las bases de su programación. Trabaja con Newman en Manchester y publica *Computadoras e inteligencia* (1950). Es elegido miembro de la Royal Society de Londres (1951). En 1952, Turing publica *Bases químicas de la morfogénesis*, trabajo básico de la nueva biología matemática. Ese año, la policía investiga su vida privada, se le acusa de conducta indecente y le ofrecen cambiar la pena de cárcel por un tratamiento hormonal que arruina su salud. En 1954 come una manzana inyectada con cianuro, falleciendo a la edad de 42 años.

Tycho Brahe. V. Brahe, Tycho.

Tymocko, S. (h. 1990). La demostración matemática con ordenador aparece como intrínsecamente inverificable y esencialmente falible: hay que admitir que la prueba con ordenador puede dar respuesta incorrecta sin que se tenga la posibilidad de determinar el lugar donde se produce el fallo. Se puede elaborar otros programas que permitan obtener el mismo resultado, es decir, intentar la confirmación a través de otras demostraciones que también tendrán su error intrínseco. Tymocko, como también Chaitin, consideran que, aceptado el empleo del ordenador, la matemática es empírica, inductiva, probabilística, y que se tiene, desde ahora, otra forma de concebir la demostración matemática. Por el contrario, otros matemáticos rechazan que el ordenador pueda tener papel privilegiado alguno en la praxis matemática.

Tzi, Sun. V. Sun Tzi.

U

Ubaldo, Guido (m. 1602). Matemático italiano. Concibió parcialmente el principio de las velocidades virtuales que Galileo desarrollaría completamente.

Uccello, Paolo di Dono (1397-1475). Pintor italiano. Nació en Pratovecchio, cerca de Florencia. Se formó junto a Ghiberti y luego en Venecia. Se interesó por principios matemáticos para desarrollar un sistema de perspectiva realista. En su estilo funde el rigor matemático de la perspectiva, la simplificación geométrica de las formas y un excelente gusto del color. Entre sus obras destacan el *Retrato ecuestre del condottiero Giovanni Acuto* (1436), las vidrieras de la *Navidad* y de la *Resurrección*, de Santa María del Fiore en Florencia (1443-1445), los *frescos del Génesis*, en Santa María Novella en Florencia (1445-1450), tres paneles de *La batalla de San Romano* (1456-1460).

Ulam, Stanislaw Marcin (1909-1984). Matemático polaco. Nació en Lwów (Polonia, Imperio austro-húngaro; hoy, Lviv, Ucrania). Se doctoró en el Instituto Politécnico de Lviv (1933). Invitado por von Neuman, trabajó en el Institute for Advanced Study en Princeton (1936). Enseñó en la Universidad de Harvard (1939-1940) y en la de Wisconsin (1941-1943). Nacionalizado estadounidense (1943), trabajó en Los Álamos en el desarrollo de la bomba atómica (1943-1965). A partir de 1965, enseñó en la Universidad de Colorado y en la de Florida. Sus especialidades incluían teoría de conjuntos, lógica matemática, funciones de variable real, topología, teoría de Monte Carlo, reacciones termonucleares. Escribió, entre otros trabajos, *Colección de problemas matemáticos* (1960), *Stanislaw Ulam: conjuntos, números y universos* (1974), *Aventuras de un matemático* (1976).

Ulloa y de la Torre Giral, Antonio de (1716-1795). Marino, matemático y científico español. Nació en Sevilla y falleció en Isla de León (hoy San Fernando, Cádiz). Ingresó en la Academia de Guardias Marinas de Cádiz (1733). Participó con Jorge Juan en la expedición geográfica de La Condamine a Perú (1735-1744), encargada de fijar la medida de grado de meridiano. Al regreso, escribió junto con Jorge Juan, *Relación histórica del viaje a América* (1748) y *Observaciones astronómicas y físicas* (1748), que probablemente sea el primer libro donde aparece el cálculo en España, para su uso en la Escuela Naval de Cádiz, centro pionero en la enseñanza de esta materia en España. En 1758 fue nombrado gobernador de Huancavelica (Perú) y superintendente de su mina de mercurio. En 1765, tras el Tratado de Fontainebleau (1762), fue designado gobernador de la Luisiana Meridional, y de Florida Occidental (1766). En 1776 fue nombrado comandante de la flota de Nueva España. Otras obras suyas son: *Noticias americanas* (1772) y *El eclipse de sol* (1779). Ulloa contribuyó a importar a nuestro país los avances matemáticos producidos en el extranjero. Fue miembro de la Royal Society de Londres (1746).

Ulloa, Pedro de (1663-1721). Matemático y jesuita español. Fue profesor del Colegio Imperial en Madrid. Publicó *Elementos matemáticos* (1706) donde introdujo en España, con setenta años de retraso, la geometría analítica de Descartes.

Ulug Beg (1393-1449). Astrónomo mongol. Nació en Soltaniyeh (Irán). Nieto del conquistador Tamerlán. Soberano del Turkeistán. Construyó un observatorio en Samarkanda. Calculó unas tablas astronómicas, basadas en el cálculo exacto del seno de 1°, para lo cual se aplica un procedimiento algebraico de aproximación atribuido a Alkasi (V. esta reseña), colaborador de Ulug Beg. Fueron las mejores tablas astronómicas del Islam, que completaban las de Nasir Al-Din.

Urcullu, José de (m. 1852). Militar y matemático español. Emigrado a Inglaterra, trabajó para Ackermann, editor alemán que quería abrir el mercado hispanoamericano, escribiendo sus escritos matemáticos formados por los paradigmáticos catecismos de iniciación de Ackermann, que completó con traducciones inglesas de obras recreativas infantiles, como *Elementos de dibujo*, *Elementos de perspectiva*, *Recreaciones geométricas*, *Recreaciones arquitectónicas*. Entre los catecismos, escribió *Catecismo de geometría* (1825), *Catecismo de aritmética comercial* (1825), *Catecismo de historia natural* (1826), *Catecismo de mitología*, *Catecismo de retórica* (1826). Posteriormente se trasladó a Portugal, volviendo a España en 1851. Escribió otras muchas obras en inglés, español y portugués, como *Tratado elemental de geografía astronómica, física, histórica* (1835-1839), *Gramática inglesa para uso de los portugueses* ((1840), *Los tiempos de los Reyes Católicos* (1840), *Gramática inglesa, reducida a veintidós lecciones* (Londres 1825, Madrid 1853).

Ursino (Ursinus, en alemán Behr), Benjamín (1587-1633). Matemático alemán. Nació en Sprottau (hoy Szprotawa, Polonia). Enseñó en Linz. Mantuvo amistad con Kepler, a quien ayudó en la redacción de las *Tablas Rudolfinas* (1625). Fue profesor de matemáticas en la Universidad de Frankfurt del Oder. Trabajó con el Elector de Brandenburgo. Publicó en Colonia su obra titulada *Curso de matemáticas* (1618) con los logaritmos de Napier en forma abreviada, revisando su cálculo, incluyendo algunas tablas de partes proporcionales. En 1624, también en Colonia, publicó *Trigonometría*, “con una tabla de senos naturales, y sus logaritmos de la especie y forma de los de Napier, para cada diez segundos del cuadrante”.

Urysohn, Paul Samuilovich (1898-1924). Matemático soviético. Estudió en la Universidad de Moscú donde trabajó como profesor asistente (1921-1924). En 1924 se ahogó mientras nadaba en las costas de Bretaña (Francia). Definió una curva como un continuo unidimensional, entendiendo por continuo un conjunto de puntos cerrado y conexo (esta definición requiere que una curva abierta, como una parábola, se cierre mediante un punto en el infinito). Esta definición excluye las curvas que llenan un espacio y hace de la propiedad de ser una curva un invariante bajo homeomorfismos. Desarrolló la teoría general de la dimensión, que puso las bases para una clasificación de conjuntos de puntos muy generales mediante el criterio fundamental de su número de dimensiones. Así, un conjunto tiene dimensión cero si se puede representar en forma de una suma de partes arbitrariamente pequeñas, cada dos de las cuales no están en contacto; tiene dimensión n si se puede “diseccionar” por conjuntos de dimensión $n - 1$ en partes arbitrariamente pequeñas, cada dos de las cuales no están en contacto, y si además esto no se puede realizar con conjuntos de dimensión menor que $n - 1$. En relación con la introducción de espacios abstractos, Urysohn afirmó que todo espacio normal es metrizable (1925); un espacio normal es aquél en que dos conjuntos cerrados disjuntos cualesquiera pueden ser separados por dos abiertos disjuntos. También se le debe la afirmación de que todo espacio métrico numerable, es decir, todo espacio métrico que contenga un subconjunto denso numerable en el espacio, es homeomorfo a un subconjunto del cubo de Hilbert; el cubo de Hilbert consiste en el espacio de todas las sucesiones $\{x_i\}$ de números reales tales que $0 \leq x_i \leq 1/i$ y donde la distancia se define como $d = [\sum_{i=1, \infty} (x_i - y_i)^2]^{1/2}$.

Uspensky, James Victor (1883-1947). Matemático mongol, nacionalizado estadounidense. Nació en Urga (hoy, Ulan Bator, Mongolia). Estudió en La Universidad de San Petersburgo, donde se graduó en 1906 y se doctoró en 1910. Enseñó en dicha Universidad (1912). Trasladado a Estados Unidos, fue profesor en la Universidad de Stanford (1929). Investigó en teoría de números, teoría de la probabilidad y análisis. Publicó *Teoría de ecuaciones* (1937), y junto con M. A. Heaslet, *Teoría de números elemental* (1939), donde dieron soluciones para unas determinadas ecuaciones diofánticas de Mordell. También escribió *Introducción a la probabilidad matemática* (1937).

Usunáriz Sala, Ignacio (n. 1964). Ingeniero industrial español. Nació en Madrid, en cuya Escuela de Ingenieros Industriales se graduó en 1988. Ha investigado en el desarrollo de series de Fourier y sus aplicaciones en el estudio y control electrónico de señales de alta frecuencia, así como en la calidad del suministro eléctrico y en el diseño de modelos de simulación en dinámica de sistemas de control.

Uthman, Abu. V. Abu Uthman.

Utzon, Jørn (1918-2008). Arquitecto danés. Nació en Copenhague, donde estudió en la Escuela de Arquitectura. Su obra emblemática es la Ópera de Sidney (1966-1973), ejemplo de creatividad geométrica atrevida. Según Utzon, la idea de las gigantescas cúpulas, parcialmente esféricas, marcando un atractivo paisaje de velas petrificadas, se le ocurrió cortando trozos de manzana, generando diversos tetraedros con tres caras planas y una esférica. Para realizar la obra fueron precisos decenas de replanteamientos, cálculos empíricos complejos e inversiones cuantiosas, dado que nunca se había hecho una estructura esférica tan peculiar.



Vagner, Viktor Vladimirovich (1908-1981). Matemático alemán emigrado a la URSS. Trabajó en la teoría de grupos, en la de espacios curvos y en las aplicaciones de la geometría no euclidiana a la mecánica. Publicó *Generalización de grupos* (1950), *Teoría de grupos generalizados* (1953).

Val, Patrick Du (1903-1987). Matemático inglés. Nació en Cheadle Hulme (Cheshire). Estudió en la Universidad de Londres. Sus primeros trabajos se refirieron a la teoría de la relatividad, incluyendo un modelo del universo de De Sitter y el tensor de cálculo de Grassmann. Investigó en los campos de la geometría algebraica, de la geometría diferencial y de las funciones elípticas. Fue profesor en las Universidades de Manchester, Estambul, Georgia, Bristol y en el College de Londres (1954-1970). Escribió *Sobre las directrices de un conjunto de puntos en un plano* (1931), *Sobre las singularidades aisladas de las superficies* (1934), *Homografías, cuaterniones y rotación* (1964), *Funciones elípticas y curvas elípticas* (1973).

Valerio, Luca (1552-1618). Matemático italiano. Nació en Nápoles. Se ordenó jesuita en 1570. Estudió filosofía y teología en el Colegio Romano. Se separó de los jesuitas en 1580. Enseñó retórica y griego en el Pontificio Colegio Greco, y matemáticas y ética en la Universidad Sapienza de Roma. Fue miembro de la Accademia dei Lincei. Galileo lo calificó como “el Arquímedes de nuestro tiempo”. Ante la posibilidad de ser llamado por la Inquisición, Valerio puso fin a su correspondencia con Galileo y renunció a la Accademia dei Lincei, renuncia rechazada por la Accademia, aunque le quitaron el derecho a participar en sus reuniones. En un tratado de 1604 determinó los centros de gravedad para porciones de cuerpos de revolución de segundo orden, limitadas por planos perpendiculares al eje, modificando el raciocinio de Stevin (V. esta reseña). Demostró el teorema general según el cual si se inscribe o se circunscribe una figura escaloide (en forma de escalerilla) formada por polígonos, prismas o cilindros, a una figura plana o sólida, la diferencia entre los escaloides inscritos y los circunscritos puede hacerse tan pequeña como se quiera y por lo tanto (ahora sin demostración) será también tan pequeña como se quiera la diferencia entre uno de esos escaloides y la figura dada. Por estos razonamientos se puede considerar a Valerio como uno de los precursores del cálculo infinitesimal.

Vallée Poussin, Charles Jean Gustave Nicolas de la (1866-1962). Matemático belga. Nació y murió en Lovaina, donde hizo sus estudios universitarios y toda su carrera docente a partir de 1891. Publicó *Curso de análisis infinitesimal*. Profundizó en las superficies ortogonales y en el desarrollo de la teoría de aproximación para la resolución de ecuaciones en derivadas parciales. Demostró (1896), como también Hadamard, que el cociente $x/\log x$ se aproxima asintóticamente al número de números primos menores que x , para $x \rightarrow \infty$.

Vallejo y Ortega, José Mariano (1779-1846). Matemático español. Nació en Las Albuñuelas (Granada). Estudió en la Universidad de Granada. Autodidacta de las matemáticas. Residió en Madrid, donde publicó al menos una docena de libros sobre pedagogía, matemáticas e ingeniería. Obtuvo por oposición la cátedra de matemáticas, fortificación, ataque y defensa de plazas, en el Seminario de Nobles. Emigrado a Francia (1823) enseñó matemáticas públicamente en París. A su regreso a España (1832) impulsó la creación de muchas escuelas en todo el reino. Fue encargado de introducir el Sistema métrico decimal en España. Publicó *Memoria sobre curvas* (1807), *Tratado elemental de matemáticas* (1813), *Matemáticas puras y mixtas* (1819), éstos dos últimos meramente divulgativos.

Valperga di Caluso, Tommaso (1737-1815). Matemático y orientalista italiano. Nació en Turín. Tomó las órdenes oratorianas después de haber sido marinero. Enseñó literatura griega y orientales en

la Universidad de Turín y fue director del observatorio de esta ciudad. Escribió *Sobre la resolución de las ecuaciones numéricas de cualquier grado* (1800), *Principios de filosofía para iniciados en matemáticas* (1811).

Van Ceulen, Ludolph. V. Ceulen, Ludolph van.

Van Colonia, Ludolph. V. Ceulen, Ludolph van.

Van der Grinten, Paulus Mattheus Eugenius Maria. V. Grinten, Paulus Mattheus Eugenius Maria van der.

Van der Waerden, Bartel Leinden. V. Waerden, Bartel Leinden van der.

Van Gutschoven, G. V. Gutschoven, G. van.

Van Hiele. V. Hiele, van.

Van Horn, C. E. V. Horn, C. E. van.

Van Laensbergh, Felipe. V. Laensbergh, Felipe van.

Van Rees, Gaspar Francisco. V. Rees, Gaspar Francisco van.

Van Roomen, Adrien. V. Roomen, Adriaen van.

Van Schooten, Franciscus. V. Schooten, Franciscus van.

Van Waessenaer, Jacobo. V. Waessenaer, Jacobo van.

Vandermonde, Alexandre Théophile (1735-1796). Músico, químico y matemático francés. Nació en París. Recibió una esmerada formación como violinista. En 1770, Fontaine des Bertins le introdujo en las matemáticas, transmitiéndole un entusiasmo que pronto hizo suyo. A finales de ese mismo año escribió su primera obra, *Memoria sobre la resolución de ecuaciones*, donde abordaba el problema de las funciones simétricas y la resolución de polinomios ciclotómicos, anticipando la posterior teoría de Galois. Se le considera un precursor de la teoría de las sustituciones y fundador de la teoría de los determinantes. Estudió la resolución en general de la ecuación de la división de la circunferencia: $x^n - 1 = 0$. Procede de él y de Lagrange, la idea de plantear las ecuaciones correspondientes a las funciones de las raíces de una ecuación dada, que toman un número determinado de valores cuando se permutan entre sí estas raíces de todos los modos posibles. Estudió el problema del salto del caballo. Estudió la teoría de las funciones simétricas de las raíces de una ecuación (1771). Otras obras suyas son: *Notas sobre los problemas de situación* (1771), *Memoria sobre los irracionales de diferentes órdenes con una aplicación al círculo* (1772), *Memoria sobre la eliminación* (1772). En 1777 publicó una serie de experimentos químicos llevados a cabo con Bézout y Lavoisier, sobre el efecto de las bajas temperaturas. En 1778 presentó la primera parte de su teoría musical *Sistema de armonía aplicable al estado actual de la música*, publicando la segunda parte en 1780. En 1787 publicó con Monge y Bertholet dos tratados sobre la manufactura del acero.

Varahamihira (505-587). Filósofo, astrónomo y matemático hindú. Nació en Ujjain (hoy, estado de Madhya Pradesh, India). Perteneciente al segundo periodo de la matemática india, llamado periodo alto o periodo astronómico, que transcurre entre los siglos IV y XII de nuestra era. En una de sus obras, Varahamihira resume una de las antiguas *Siddhanta*, la *Paulisha Siddhanta* que data de h. 380. Las *Siddhanta* son obras de carácter astronómico en las que se advierte la influencia griega. Se conocen, por lo menos de nombre, cinco *Siddhanta* (*Paulisha Siddhanta*, *Surya Siddhanta*, *Vasisishta Siddhanta*, *Paitamaha Siddantha* y *Romanka Siddantha*), en las que aparecen por primera vez las funciones circulares, por lo menos el seno y el coseno (bajo la forma de seno verso), mediante una

tabla en la que se advierte la ventaja de medir los arcos no por sus cuerdas, como lo hace Ptolomeo, sino por la semicuerda del arco doble (seno) y por la flecha del arco doble (seno verso). Es posible que la *Paulisha Siddhanta* fuera en gran parte obra del astrólogo Paulus de Alejandría, lo que explicaría las obvias semejanzas que hay entre alguna de sus partes y la trigonometría y astronomía de Ptolomeo (por ejemplo, esta *Siddhanta* utiliza para π el valor $3^{177}/1250$ coincidente con el valor sexagesimal 3;8.30 de Ptolomeo). De hecho, Al-Biruni atribuye directamente esta *Siddhanta* a Paulus de Alejandría. En sus cálculos trigonométricos, Varahamihira utilizó 120 unidades para el radio. Varahamihira escribió: “Los griegos, pese a ser impuros (cualquiera que tenga una creencia diferente es impuro), deben ser honrados, puesto que fueron adiestrados en las ciencias y allí sobresalieron por encima de los demás. ¿Qué se puede decir, pues, de un brahmán si él une a su pureza la altura de la ciencia?”

Varela y Ulloa, José (1739-1794). Astrónomo, matemático y cartógrafo español. Nació en Villaredo (Lugo) y murió en La Habana (Cuba). Fue maestro de matemáticas en la Academia de Guardias Marinas de Cádiz. Fue comisionado (1778) al golfo de Guinea para tomar posesión de las islas de Annobón y Fernando Poo (hoy, Bioko, Guinea Ecuatorial). Miembro correspondiente de la Académie des Sciences de París (1775).

Vargas y Aguirre, Joaquín de (1857-1935). Arquitecto español. Nació en Jerez de la Frontera (Cádiz). Estudió en Madrid la licenciatura en ciencias y la carrera de arquitectura. Realizó importantes contribuciones a la arquitectura de Salamanca y Ciudad Rodrigo. Escribió *Catálogo general de curvas* (1908).

Varignon, Pierre (1654-1722). Físico y matemático francés. Nació en Caen, en cuya Universidad estudió. En 1683 tomó las órdenes sagradas. Fue profesor de matemáticas en el Collège Mazarin en París (1688), ocupando la cátedra en 1704, siendo también profesor en el Collège Royal. Miembro de la Académie des Sciences. En las *Memorias* de esta Academia del año 1704, desarrolló y extendió el uso de las coordenadas polares, incluyendo una clasificación detallada de las espirales obtenidas a partir de curvas algebraicas tales como las parábolas e hipérbolas de Fermat, al interpretar la ordenada como el radio vector y la abscisa como el arco orientado correspondiente al ángulo polar. En su obra *Nueva formación de espirales* (1704) estudió la curva isócrona que lleva su nombre, la espiral hiperbólica y la espiral tractriz. Preparó un comentario sobre el *Análisis* de L'Hôpital, con el título *Aclaraciones sobre el análisis de los infinitamente pequeños* (póstuma, 1725), defendiendo el cálculo de los ataques de Rolle, que describía al cálculo como una colección de ingeniosas falacias. Siendo Varignon un escritor más cuidadoso que L'Hôpital, llamaba la atención sobre el hecho de que no debían utilizarse las series sin investigar previamente el comportamiento del término del resto. Indicó la necesidad del estudio de la convergencia para las series de términos alternativamente positivos y negativos, proponiendo algunas de las condiciones más importantes que dichas series deben cumplir. En su *Nueva mecánica o estática* (póstuma, 1725) enunció las reglas de la composición de las fuerzas.

Vasilyev, N. B. (1947-2004). Matemático soviético. Su primera licenciatura fue en música. Después se doctoró en métodos matemáticos para la biología, en el equipo de Gelfand. Posteriormente se dedicó a la didáctica de las matemáticas, pero nunca dejó la música. Escribió junto con Gutenmacher, *Líneas y curvas. Manual de geometría práctica*. El original se escribió en ruso, convirtiéndose tras su traducción al inglés (2004), en manual clásico de los alumnos de matemáticas de Estados Unidos. La edición en inglés incluye más de 200 problemas relacionados con diversas áreas de la matemática moderna.

Vasyunin, Vasily Ivanovich (h. 1974). Matemático ruso. Profesor en la Universidad de San Petersburgo. Vasyunin y N. K. Nikolskii escribieron *Progreso en la teoría de la aproximación* (1992), en donde exponen la demostración de la conjetura de Bieberbach o teorema de Branges. En dicha obra presentaron también sus interpretaciones de la orientación que les inspiró la solución, e ilustraron cómo los pasos hacia ella correspondían a objetos naturales en el análisis funcional.

Vaumesle (h. 1678). Abad de Normandía. Describió en una carta dirigida a Huygens (1678), la generación de la cardioide por medio de dos circunferencias de igual radio, rodando una sobre la otra.

Vázquez de Tapia, Nelly E. (n. 1919). Matemática argentina. Profesora de matemática y cosmografía. Presidenta del Comité internacional de las reuniones de didáctica matemática del Cono Sur. Fundadora y presidenta de la Sociedad argentina de educación matemática. Ha publicado *Geometría intuitiva* (1966) y varios libros de texto para la enseñanza primaria y secundaria.

Vázquez Prada, Manuel (h. 1891). Matemático español. Escribió *Nuevo procedimiento para extraer raíces de los números enteros* (1891). V. al respecto la reseña de Antonio Tarazona y Blanch.

Vázquez Quiroga Queipo de Llano, Vicente María Julián (1804-1893). Economista, matemático y político español. Nació en Samos (Lugo). Estudió derecho, y al mismo tiempo, matemáticas y ciencias experimentales, en la Universidad de Valladolid, doctorándose en leyes. Catedrático de física experimental y química (1826). Estudió matemáticas y física en la Escuela Central de Artes y Manufacturas de París (1826), donde fue nombrado auxiliar de la cátedra de física. En Madrid ocupó la Dirección General del Ministerio de Ultramar. Entre otras obras escribió: *Proyecto de ley sobre la uniformidad y reforma del sistema métrico y monetario de España* (1847), *Tablas de logaritmos vulgares desde el 1 hasta el 2000* (1855), *Ensayo sobre el sistema métrico y monetario* (1859), *La cuestión del oro reducida a sus justos y naturales límites* (1861), *La crisis monetaria española* (1866), *La cuádruple convención monetaria* (1867), *Aritmética superior mercantil* (1886).

Vázquez Suárez, Juan Luis (n. 1946). Matemático e ingeniero español. Nació en Oviedo. Estudió en la Escuela Superior de Ingenieros de Telecomunicación de Madrid (1964-1969). Se licenció en matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid, doctorándose en 1979. Investigó en ecuaciones en derivadas parciales no lineales y sus aplicaciones. Ha publicado, entre diversas obras, *Teoría matemática de las ecuaciones en medio poroso* (2006), *Tendencias recientes en ecuaciones diferenciales en derivadas parciales* (2006).

Veblen, Oswald (1880-1960). Matemático estadounidense. Nació en Decorah (Iowa). Profesor en la Universidad de Princeton (1905-1932) y en el Institute for Advanced Study de Princeton (1932-1950). Profesor emérito en 1950. Creó junto con Luther P. Eisenhart, una geometría no riemanniana, llamada de los caminos (1922); los caminos son las geodésicas de esa geometría (V. Eisenhart). Estableció (1904) para la geometría euclídea un conjunto de axiomas basados en los conceptos no definidos de punto y orden, mostrando que cada uno de sus axiomas es independiente de los demás, y estableciendo una propiedad conocida como categoricidad (V. Huntington). Veblen proporcionó la primera demostración rigurosa del teorema de Jordan que afirma que una curva cerrada divide el plano en dos partes, una interior y otra exterior (hay que considerar que una curva cerrada simple puede tener un aspecto muy intrincado). Veblen y Alexander introdujeron (1913) los conceptos de cadenas y ciclos módulo 2, es decir, en vez de simplex orientados se emplean simplex no orientados, pero los coeficientes enteros se toman módulo 2, y los bordes de las cadenas se cuentan de la misma manera. Publicó *Fundamentos de Geometría* (1911), *Geometría proyectiva* (con J. W. Young, dos volúmenes, 1910-1918), *Invariantes de las formas diferenciales cuadráticas* (1927), *Fundamentos de la geometría diferencial* (1932), *Teoría de la relatividad proyectiva* (1933).

Vega, Georg Freiherr (Jurij Bartolomej) von (Barón de) (1754-1802). Matemático, físico y militar esloveno. Nació en Zagorika (cerca de Liubliana). Estudió ingeniería en Liubliana. Fue profesor de matemáticas en la Escuela de Artillería de Viena. Intervino en una campaña contra los turcos en Belgrado y en varias batallas contra el ejército revolucionario francés. Publicó una tablas trigonométricas (1794). En 1789, Vega calculó el número π con 140 dígitos, de los que los primeros 126 eran correctos. Este cálculo mejoró el de John Machin (1706) y no fue mejorado hasta 1841.

Vegas y Puebla-Collado, Miguel (1856-1943). Matemático español. Nació en Madrid, en cuya Universidad Central estudió. Colaboró con su profesor Eduardo Torroja en la elaboración de las nuevas ideas de geometría de la posición o proyectiva, que fueron publicadas en 1884, y que expuso

en su tesis doctoral. Con 22 años ganó las oposiciones a la cátedra de análisis matemático en la Universidad de Zaragoza. Con 25 años fue catedrático de geometría analítica en la Universidad Central de Madrid, donde permaneció hasta su jubilación. Escribió *Geometría analítica* (1894), *Generalización del círculo de los nueve puntos* (1911), *Curvatura de líneas y superficies en un punto del infinito* (1913), *Operaciones con vectores* (1914), *Resolución vectorial de la ecuación cuadrática* (1915), *Cuestiones relativas a la geometría métrica proyectiva* (1917), *Problemas de geometría analítica*.

Velázquez Manuel, Fidela (n. 1954). Filósofa y pedagoga española. Nació en Santa Cruz de Tenerife. Licenciada en filosofía y ciencias de la educación. Miembro de los consejos editores de las revistas *Uno y Números*. Ha publicado *La geometría, una enseñanza imprescindible* (2006), *Matemáticas, belleza y arte* (2005), *Filosofía y matemáticas en la posmodernidad* (2004), *La medida del tiempo* (2003), *De la instrucción matemática a la educación matemática* (2000), *El paraguas matemático del profesor Puig Adam* (2000).

Venn, John (1834-1923). Matemático y lógico inglés. Nació en Drypool (Hull, Yorkshire). Estudió en Cambridge, donde se graduó (1857). Recibió las órdenes sagradas en 1859. A partir de 1862 fue profesor de ciencias morales en Cambridge. El campo donde desarrolló sus investigaciones fue el de la lógica, publicando tres obras sobre el tema. Escribió *Lógica del azar* (1866), con la teoría de la frecuencia de la probabilidad, *Lógica simbólica* (1880) en donde presentó el diagrama que lleva su nombre, y *Principios de la lógica empírica* (1889). Al convertirse la noción de conjunto en una noción básica de la matemática, se hizo indispensable su introducción en la enseñanza general, creándose, en forma elemental, un “álgebra de conjuntos”, en la que desempeñan eficaz papel didáctico los llamados “diagramas de Venn”, que Venn propuso en 1880, modificando diagramas semejantes que en 1770 había utilizado Euler para representar los silogismos.

Ventris, Michael George Francis (1922-1956). Arquitecto y criptógrafo inglés. Nació en Weathampstead (Hertfordshire). Estudió en Inglaterra y Suiza. Murió en un accidente de circulación. Descifró la escritura lineal B cretense (1952), que resultó pertenecer a un idioma griego arcaico y de la que ya se habían identificado signos numéricos referentes a un sistema decimal aditivo, y algunas operaciones aritméticas simples como sumas y probablemente cálculos de porcentajes. Publicó *Evidencia de un dialecto griego en los archivos micénicos* (1953), *Documentos en griego micénico* (póstuma, 1956), ambas obras escritas conjuntamente con el lingüista John Chadwick.

Vera López, Antonio (1955). Matemático español. Nació en Murcia. Licenciado por la Universidad de Zaragoza y doctorado por la de Valencia (1981). Catedrático de álgebra en la Universidad del País Vasco. Es autor o coautor de *Conjuntos de diferencias. Aplicaciones* (2005), *Problemas y teoría de variable compleja* (2005), *Problemas y teoría de topología* (2005), *Problemas de análisis* (2000), *Métodos matemáticos en la ingeniería* (1996), *Curso de geometría diferencial: curvas y superficies* (1993).

Verdegay Galdeano, José Luis (n. 1953). Matemático español. Estudió ciencias exactas en la Universidad de Granada, licenciándose en matemáticas (1975) y doctorándose en ciencias (1981). Catedrático de ciencias de la computación e inteligencia artificial de la Universidad de Granada (1990). Ha publicado cerca de trescientos artículos y varios libros, de los que es autor o coautor, como *Fundamentos e introducción a la ingeniería “Fuzzy”* (1994), *Modelos de optimización con datos imprecisos* (1999), *Curso de teoría de algoritmos* (2004).

Verdejo González, Francisco (h. 1785). Matemático y militar español. Nació en Montalbo (Cuenca). Ingresó en la Compañía de Gastadores de las Reales Guardias Españolas. Estudió matemáticas y dinámica en los Reales Estudios de San Isidro (1785). Fue nombrado maestro de matemáticas en la Casa de Desamparados, y en 1795 catedrático de matemáticas del Colegio Imperial de Madrid. Publicó *Compendio de matemáticas puras y mixtas* (1794), *Arte de medir la tierra y aforar los líquidos y sólidos* (1796), *Adiciones al compendio de matemáticas puras y mixtas* (1801).

Verdejo Páez, Francisco (h. 1809). Matemático, geógrafo y astrónomo español. Hijo de Francisco Verdejo González. Profesor de aritmética, álgebra y geometría (1809) en el Real Colegio de Lavapiés (Madrid). Catedrático de matemáticas (1821) en los Reales Estudios de San Isidro (Madrid). Catedrático de geografía del Instituto de Noviciado (Madrid). Profesor del Seminario de Nobles (1835), Catedrático de geografía de la Universidad Central de Madrid (1845). Publicó, entre otras muchas obras, *Tratado de agrimensura* (1814), *Principios de geografía astronómica, física y política* (1818).

Vere-Jones, David (n. 1936). Estadístico inglés. Trabajó en el Laboratorio de matemáticas aplicadas y en el departamento de estadística del Instituto de estudios avanzados en Camberra. Profesor de matemáticas, con especial responsabilidad en estadística, en la Universidad Victoria de Wellington (Nueva Zelanda). Ha trabajado sobre la educación estadística y matemática escribiendo, con independencia de sus múltiples trabajos técnicos (muchos de ellos sobre sismicidad): *Acceso a la universidad de matemáticas: ¿Dónde vamos?* (1981), *Enseñanza de la estadística* (1984), *El papel del científico en la educación científica* (1987), *Mayoría de edad de la educación estadística* (1995), *La educación estadística en los próximos diez años* (1996).

Vergnaud, Gérard (n. 1933). Pedagogo y matemático francés. Nació en Doué La Fontaine (Maine-et-Loire). Se licenció en matemáticas (1952), filosofía (1953) y psicología (1961). Doctor en educación matemática y aprendizaje de las matemáticas. Trabajó (1962 a 1999) en el Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), de donde es director emérito de investigación. Ha publicado múltiples trabajos sobre didáctica y es coautor de varias obras, siendo el creador de la teoría de los campos conceptuales, teoría que tiene importantes implicaciones tanto en la enseñanza de las ciencias como en la investigación en esta área. Pueden considerarse como iniciadores de la didáctica matemática francesa a Vergnaud y Brousseau (V. esta reseña). Vergnaud cita como objetivos de dicha didáctica, el análisis de las conductas de profesores, estudiantes y padres, las representaciones y fenómenos inconscientes que tienen lugar en sus mentes, analizando en particular la organización jerárquica de los mismos, la evolución a corto plazo, las interacciones sociales y los fenómenos inconscientes. Es decir, la especificidad del conocimiento matemático en relación a los procesos cognitivos de los estudiantes y la dimensión social del aprendizaje.

Vernam, Gilbert Sandford (1890-1960). Ingeniero estadounidense. Trabajó en los laboratorios Bell y de AT&T, en la Postal Telegraph Co. y en la Western Union. Planteó diversos sistemas de cifrado para su uso por el ejército. Todos ellos, a la larga, eran descifrables. El único sistema de cifrado matemáticamente seguro es el hoy llamado cifrado de Vernam. Su inconveniente consiste en que requiere una clave de cifrado igual de extensa que el propio mensaje. Como esta clave tiene que ser intercambiada entre emisor y receptor, es necesario su envío del uno al otro a través de un canal seguro. Entonces, ¿por qué no usar este canal seguro para transmitir el propio mensaje? De ahí que el sistema resulte inútil en la práctica. Sin embargo, el diseño de este cifrado constituye la base de los denominados cifrados en flujo, que usan secuencias pseudoaleatorias como claves, y permiten una aproximación a la seguridad matemática evitando el inconveniente de la longitud de la clave.

Vernet Ginés, Juan (n. 1923). Historiador y arabista español. Nació en Barcelona, en cuya Universidad estudió. Se doctoró en Filosofía y Letras en la Universidad de Madrid (1948). Profesor de Historia de la Ciencia Árabe y catedrático (1954-1987) de Lengua y Literatura Árabes en la Universidad de Barcelona. Escribió, entre otras muchas obras, entre ellas la traducción del Corán, *Historia de la ciencia española* (1975) y *La matemática árabe* (1986).

Vernier, Pierre (1580-1637). Matemático francés. Nació en Ornans (Doubs, Franco Condado). Tuvo diversos puestos al servicio de Carlos I de España, llegando a ser director general del tesoro en Borgoña. Describió el empleo del *nonius* en su libro *La construcción del nuevo cuadrante* (1631), modificación del descrito por Pedro Nunes en 1542. De ahí también su nombre de *vernier* o *verniero*.

Veronese, Giuseppe (1854-1917). Matemático italiano. Nació en Chioggia (Venecia). Tras una memoria (1882) sobre geometría algebraica, publicó *Fundamentos de Geometría* (1891) donde

propuso un conjunto de axiomas, construyendo una geometría no arquimediana, comprobando la independencia del axioma de Arquímedes. En el conjunto de axiomas utilizó, como elementos no definidos, línea, segmento y congruencia de segmentos. Demostró que los teoremas de esta geometría se aproximan tanto como se quiera a los de la geometría euclídea.

Viator. V. Pélerin, Juan.

Vicuña Lazcano, Gumersindo (1840-1890). Político, matemático e ingeniero español. Nació en La Habana (Cuba). Estudió en el Instituto Vizcaíno de Bilbao. En Madrid se doctoró en ciencias y cursó la carrera de ingeniero industrial. Catedrático de física matemática en la Universidad Central de Madrid (1869). Publicó más de setenta artículos y una decena de libros, entre ellos *Introducción a la teoría matemática de la electricidad* (1883).

Vidal Abascal, Enrique (1908-1994). Matemático y pintor español. Nació en Oviedo. Fue director del Seminario de Estudios Matemáticos de Santiago de Compostela (1967-1978). Investigó en astronomía, en las órbitas de las estrellas dobles, y en geometría diferencial e integral (curvas y superficies). El Observatorio Astronómico de París, escribía en 1979: “El conjunto de sus investigaciones constituye sin ninguna duda la mayor y más importante contribución de nuestros tiempos al estudio de las estrellas dobles. Por otro lado, Vidal no sólo se limita a la teoría, sino a la aplicación práctica de sus métodos, inventando y haciendo construir su ingenioso aparato Orbígrafo, que es usado por numerosos investigadores”. Los espacios cuasi-foliados son conocidos como espacios de Vidal en su honor, y las estructuras casi hermíticas como G1-G2 (G, por Galicia).

Vieta. V. Viète, François.

Viète, François (llamado Vieta) (1540-1603). Matemático y astrónomo francés. Nació en Fontenay-le-Comte (Vendée, Pays de la Loire). Estudió derecho en la Universidad de Poitiers. Fue preceptor al servicio de Antoinette d'Aubeterre (1564). Estuvo en París de 1570 a 1573, donde Carlos IX le nombró magistrado y miembro del Parlamento de Bretaña con sede en Rennes. Posteriormente fue nombrado “maître de requêtes” en el Parlamento de París y miembro del consejo real. Fue expulsado de la corte desde 1584 a 1589. Enrique III lo volvió a llamar y se convirtió en consejero del Parlamento en Tours. Más tarde, bajo Enrique IV (de Navarra), se hizo famoso por su hazaña, nada simple, de descifrar los mensajes secretos que el rey de España enviaba a su ejército en Flandes. Fue despedido de la corte en 1602. Cuando, como resultado de problemas políticos, estuvo alejado de su cargo entre 1584 y 1589, Viète se dedicó enteramente a las matemáticas, ocupándose como entretenimiento, de todas las ramas de la matemática (álgebra, geometría, trigonometría, cálculo infinitesimal), e imprimió e hizo circular su trabajo a sus expensas..., garantía de olvido, como dijo un escritor. Era un humanista en espíritu e intención; deseaba ser el conservador, redescubridor y continuador de la matemática antigua. Para él, innovación era renovación. Respecto al álgebra ordenó y adecuó todo el material existente, otorgándole unidad y sentido, bien que con un lenguaje oscuro y difícil, introduciendo además un número excesivo de helenismos y neologismos. Viète consideraba que los grandes éxitos de los matemáticos italianos en la resolución de las ecuaciones de 3º y 4º grado se apoyaban en la gran efectividad de los métodos algebraicos. Pero el número de diferentes tipos de ecuaciones algebraicas creció, llegando por ejemplo, en las obras de Cardano a 66, y cada uno de estos tipos requería un método especial en su resolución. Por tanto, era necesario encontrar métodos generales de enfoque en la resolución de las ecuaciones, y éstas a su vez, se deberían considerar en la forma más general posible, es decir, con coeficientes literales. Además, pensaba Viète, que se debía conjugar la efectividad de los métodos algebraicos con el rigor de las construcciones geométricas de los antiguos, que él conocía bien, y que en su opinión, eran modelos de auténtico análisis científico. En una de sus primeras obras, *Canon matemático* (1579), defiende el uso de las fracciones decimales en vez de las sexagesimales.

En su obra *Introducción (Isagoge) al arte del análisis* (1591), que describe como “la obra del análisis matemático restaurado”, basada en Pappus y Diofanto, y donde “análisis” quiere decir “álgebra”, palabra que no emplea por ser de origen árabe, expone los principios fundamentales del álgebra, no sólo considerando el método analítico en el sentido antiguo y sus etapas, sino estableciendo también

una serie de postulados en que se han de fundar las transformaciones algebraicas. Agrega que la debilidad de los antiguos analistas fue la de ejercitar sus facultades sobre los números, haciendo lo que llama “logística numeralis” dando a la palabra “logística” también la acepción griega. Lo que debe hacerse, agrega, es una nueva logística que llama “logística speciosa”, comparando entre sí las magnitudes, lo que trajo la importante innovación de utilizar en las cuestiones algebraicas cantidades cualesquiera y, por tanto, la de introducir el uso sistemático de las letras, idea extraída de las obras de Cardano, Tartaglia, Bombelli, Stevin y, especialmente, Diofanto, que leyó durante el hiato en su carrera política. El cálculo se divide en *Zeticque*, esto es, el arte de resolver ecuaciones; *Porificque*, es decir, el arte de demostrar la exactitud de las soluciones obtenidas; *Exegeticque*, es decir, la teoría general de las ecuaciones. Vincula a la “logística speciosa”, una “ley de homogeneidad”, según la cual sólo pueden compararse magnitudes de igual dimensión: la primera potencia de una magnitud se denomina *latis* (lado), la segunda, *planum* (plano, área), la tercera, *solidum* (sólido, cuerpo), y las siguientes, *plano-planos*, *plano-volúmenes*, *volumen-volúmenes*, etc., y así se tienen: el lado, el cuadrado, el cubo, el cuadrado cuadrado, el cuadrado cubo, etc. En cuanto al simbolismo utiliza los signos + y – aunque, cuando el sentido de la sustracción es indeciso, utiliza el signo =. No tiene signo para la multiplicación y utiliza la raya para la división. En cuanto a los paréntesis, los sustituye por llaves y, a veces, por una barra horizontal. Pero su innovación más importante es el uso de las letras, empleando exclusivamente mayúsculas, vocales para las incógnitas, consonantes para las constantes, con lo que logró exponer las soluciones de las ecuaciones por medio de fórmulas. Por ejemplo, para escribir la ecuación actual $ax/b + ax - ac = b$, Viète escribe: *BinA/D + BinA - BinH equalis D*, mientras que la identidad que expresa el cubo de una suma la escribe así: *A cubus B in A quad. 3 A in B quad. 3 B cubo equalis A+B cubo*.

También en esta obra comenzó la simbiosis entre Álgebra y Geometría, con la construcción gráfica de las ecuaciones de segundo y tercer grado, y resolución de problemas de construcciones geométricas mediante el álgebra. Éste es el caso del problema cuyo enunciado es: Dadas el área de un rectángulo y la razón de sus lados, hallar los lados del rectángulo. En su *Isagoge* y en otras obras, algunas póstumas, desarrolla casi todo el algoritmo algebraico actual correspondiente a las operaciones racionales, que aplica a las ecuaciones algebraicas y a numerosas cuestiones de análisis indeterminado de grado superior. En el tratamiento de las ecuaciones de tercero y cuarto grado, introduce algunas modificaciones respecto de los métodos de los algebraistas italianos. Así, en la cúbica, ya reducida y sometida a su ley de homogeneidad, $x^3 + 3b^2x + c^3 = 0$, la sustitución de Viète es $x = (b^2 - y^2):y$, con lo que la cúbica se transforma en la trinomio $y^6 - c^3y^3 - b^6 = 0$, que se reduce a cuadrática, deduciendo x del valor de y . En cuanto a la cuártica, simplifica algo la transformación de Ferrari. A la ecuación reducida $x^4 + a^2x^2 + b^3x + c^4 = 0$, agrega a ambos miembros $x^2y^2 + 1/4y^4$, de donde se obtiene que: $(x^2 + 1/2y^2)^2 = x^2(y^2 - a^2) - b^3x + 1/4y^4 - c^4$. Al imponer la condición de que el segundo miembro sea cuadrado perfecto, se obtiene una cúbica en y^2 . En una de las ecuaciones aparece expresada por medio de fórmulas la relación entre las raíces y los coeficientes de una ecuación de segundo grado, así como la primera solución trigonométrica de la ecuación de tercer grado. En otra, da un método de aproximación para las ecuaciones numéricas de grado superior, que anticipa al hoy llamado “método de Newton”. En los sistemas indeterminados está influido por Diofanto, aunque los clasifica según un orden lógico. Otras cuestiones algebraicas están vinculadas con la geometría, en especial con la división del ángulo en partes iguales. Así reconoce que el caso irreducible de las cúbicas se reduce a la trisección de un ángulo, que resuelve por el método de inserción. Aunque admite coeficientes positivos y negativos, racionales e irracionales, sólo considera las raíces positivas. En su *Revisión y corrección de ecuaciones* (escrito en 1591, publicado en 1615), utiliza para resolver el caso irreducible de la ecuación de tercer grado, una identidad trigonométrica ($\cos 3a = 4 \cos^3 a - 3 \cos a$), evitando así la fórmula de Cardano (este método se utiliza hoy en día).

Estudió varios problemas geométricos, entre ellos el problema de Apolonio del círculo tangente a tres dados, problema que fraccionó en diez distintos, considerando los casos en que alguno de los círculos degenera, convirtiéndose en punto o en recta, y resolviendo el caso más general, al que llega gradualmente partiendo de la resolución de los casos más sencillos; estas cuestiones las estudió en su *Apollonius gallus* de 1600. Encontró una construcción muy aproximada del problema de la cuadratura del círculo. Siguiendo el método de los polígonos de Arquímedes, dio el número π con diez cifras decimales, mediante un polígono de $3 \cdot 2^{17}$ lados.

En su *Canon matemático* (1579), sistematizó la trigonometría, encontró la relación entre los senos de ángulos múltiplos, dando las fórmulas que expresan el seno y el coseno del múltiplo de un arco en función del seno y el coseno del arco, y asimismo las fórmulas que resuelven el problema inverso para la división de un arco en 3, 5, 7 partes. Fue el primero que encontró el teorema del coseno en trigonometría plana, resolvió problemas pendientes de triángulos esféricos estableciendo el teorema de las cotangentes, planteó el concepto de triángulos esféricos recíprocos, que dio paso al concepto de triángulos suplementarios, construyó tablas trigonométricas, dio el primer sistema de fórmulas fundamentales y expuso sistemáticamente los métodos para el cálculo de triángulos planos y esféricos utilizando las seis funciones. Estos conocimientos trigonométricos le permitieron resolver, en forma espectacular, un problema planteado por Van Roomen (1593) consistente en resolver una ecuación de grado 45, en la que Viète reconoció que no era sino el desarrollo del seno del múltiplo 45 de cierto arco desconocido, de ahí que dio 23 soluciones de la ecuación (las otras 22 no las dio porque eran negativas).

En su escrito *Responsum* (1595), explicó el método que había seguido para resolver dicha ecuación. Por otra parte, encontró la primera expresión convergente, en producto infinito, del número π . Para ello parte de la expresión del perímetro P de un polígono regular de 2^{n-1} lados y, utilizando de manera recurrente la expresión del seno del ángulo doble, en función del seno y coseno del arco, llega después de $n-2$ transformaciones a $4/P = \cos \pi/4 \cdot \cos \pi/8 \dots \cos \pi/2^{n-1}$, que al pasar del polígono a la circunferencia, resulta la expresión límite: $2/\pi = \cos \pi/4 \cdot \cos \pi/8 \cdot \cos \pi/16 \dots$, que Viète da mediante una serie de raíces superpuestas de irracionales cuadráticos, que son las expresiones algebraicas de los cosenos.

En su *Respuestas varias* (1593), Viète dio la fórmula para la suma de una progresión geométrica “infinita”. De los *Elementos* de Euclides tomó que la suma de n términos $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ está dada por $(s_n - a_n)/(s_n - a_1) = a_1/a_2$. Entonces, si $a_1/a_2 > 1$, a_n se aproxima a 0 cuando n se hace infinito, con lo que $s = a_1^2/(a_1 - a_2)$.

Viète, a causa de las discrepancias existentes entre la teoría de Copérnico y las observaciones astronómicas realizadas, abandonó dicha teoría e intentó mejorar la teoría de Ptolomeo (Tycho Brahe procedió de forma similar).

Vietoris, Leopold (1891-2002). Matemático austriaco. Nació en Radkersburg (Estiria). Se doctoró en la Universidad de Viena (1920). Ha contribuido principalmente en los campos de la topología, de la homología y en la historia de la matemática. Trabajó en la introducción de la teoría de la homología en espacios generales, tales como los espacios métricos compactos, en vez de partir de figuras que sean complejos (1927). Este trabajo, como otros similares, marcó un hito en el proceso de fusión de la topología general o conjuntista y la topología combinatoria.

Vigarié, Émile (n. 1865). Matemático francés. Nació en París. Profundizó en la geometría del triángulo (1885) y en geometría algebraica. Publicó *Bibliografía de la geometría del triángulo y Geometría del triángulo: estudio bibliográfico y terminológico* (1887).

Vignola, il. V. Barozzi, Jacopo.

Villafañe Viñals, José María (1830-1915). Matemático español de origen cubano. Nació en Santiago de Cuba. Enseñó matemáticas en las Universidades de Barcelona, Valencia y Madrid. Escribió en la *Revista trimestral de matemáticas* los artículos titulados *Números e , η y η'* y *Logaritmos de las imaginarias* (1901). Publicó *Análisis matemático* (1892).

Villalpando, Juan Bautista (1552-1608). Arquitecto, escritor y teólogo español. Nació en Córdoba. Ingresó en la Compañía de Jesús (1575). Estudió arquitectura y geometría con Juan de Herrera. Enseñó gramática, matemáticas, filosofía. Algo conocedor de la obra de Tartaglia. Continuador de la obra del Padre J. Prado, sobre los comentarios al Libro de Ezequiel y la delineación del templo de Salomón (1596 y siguientes).

Villani, Cédric (n. 1973). Matemático francés. Nació en Brive-la-Gaillarde (Corrèze). Estudió en la École Normale Supérieure, doctorándose en la Universidad París-Dauphine (1998). Profesor en la

École Normale Supérieure de Lyon (2000) y en la Universidad de Lyon. Director del Instituto Henri Poincaré de París. Investiga sobre las ecuaciones en derivadas parciales relacionadas con la física estadística, especialmente sobre el amortiguamiento de Landau y sobre la ecuación de Boltzmann. Galardonado con la medalla Fields 2010.

Villarceau, Antoine-Joseph Yvon (1813-1883). Ingeniero, matemático y astrónomo francés. Construyó instrumentos para el Observatorio de París. Escribió *Mecánica celeste* (1881). Estudió las superficies de orden superior y las curvas espéricas (loxodromas del toro), también llamadas curvas de Villarceau.

Villarroya Bullido, Florencio (n. 1950). Matemático y pedagogo español. Nació en Zaragoza. Licenciado en matemáticas y en historia por la Universidad de Zaragoza, donde es profesor. Investiga en didáctica de las matemáticas. Ha publicado *Una visión de la didáctica de las matemáticas en Francia* (2000), *¿Cabén los espacios vectoriales en los nuevos bachilleratos?* (1997), *La enseñanza de las matemáticas en Europa* (1996), *El empleo de materiales en la enseñanza de la geometría* (1994).

Villedieu, Alexandre de. V. Alexandre de Villedieu.

Vimercati, Cipriano (h. 1736-h. 1800). Matemático, artillero y marino español, de origen italiano. Profesor de matemáticas en la Academia de Artillería de Segovia (1771). Director de la Academia de Guardias Marinas de El Ferrol (1776). En 1789 sustituyó a Tofiño como director de las tres Academias de Guardias Marinas de Cádiz, Cartagena y El Ferrol. Su labor fue fundamentalmente docente, participando en el diseño de un curso de estudios avanzados para oficiales seleccionados de dichas academias. Al enviudar, se retiró de la carrera militar y se ordenó sacerdote, pasando a servir como canónigo de la catedral de Santiago de Compostela.

Vinci, Leonardo da. V. Leonardo da Vinci.

Vinogradov, Ivan Matveyevich (1891-1983). Matemático soviético. Nació en Milolyub (Rusia). Estudió en la Universidad de San Petersburgo, donde se graduó (1914). Enseñó en las universidades de Perm (1918), Leningrado (1921) y Moscú (1934). Director del Instituto de Matemáticas de la Academia de Ciencias de la URSS (desde 1932). Trabajó en el tratamiento de las ecuaciones diofánticas. Para el problema de Waring (todo entero positivo se puede expresar como suma de no más de r potencias k -ésimas positivas, donde r es una cierta función de k), Vinogradov dio $r \leq 3k(\ln k + 11)$, para k grande. Se ocupó también de la conjetura de Goldbach, según la cual todo número par mayor que 3 puede expresarse como suma de dos números primos (todo número impar suficientemente grande es representable como suma de tres primos), logrando importantes resultados aunque sin llegar a resolverla. Vinogradov desempeñó un importante papel en el desarrollo de la teoría de anillos numéricos. Escribió *Métodos de sumas trigonométricas en la teoría de números* (1954), *Introducción a la teoría de números* (1955).

Vinós Santos, Ricardo (m. 1957). Matemático español. Creó y dirigió la Escuela de Orientación Profesional de Madrid. Dirigió la Escuela de Altos Estudios Mercantiles de Barcelona (1936-1939), exiliándose a Francia y México. Cofundó y dirigió la Academia Hispano-Mexicana de enseñanza secundaria y preparatoria de ingeniería y arquitectura. Tradujo al español importantes obras de matemáticas, como *Fundamentos de geometría* de Coxeter, *Elementos de álgebra lineal* de Marcus y Minc, *Campos vectoriales* de Marder, *Cálculo de una variable* de Hirst.

Vitali, Giuseppe (1875-1932). Matemático italiano. Nació en Rávena. Estudió las funciones de variación acotada g para las que se verifica que $g(x) - g(a) = \int_a^x g'(t) dt$, y que tienen la siguiente propiedad: la variación total de g en un conjunto abierto U (es decir, la suma de las variaciones totales de g en cada una de las componentes conexas de U) tiende a cero con la medida de U . Vitali llamó a estas funciones absolutamente continuas. Fue el primero en dar un ejemplo de un subconjunto no medible (conjunto Vitali) de los números reales. Vitali demostró un teorema de recubrimiento (1908),

fundamental en la teoría de integración y que es la herramienta principal de la demostración del siguiente teorema de Lebesgue: Siendo E un conjunto medible, si $F(E)$ es absolutamente continua y aditiva, entonces tiene una derivada finita casi por doquier, y F es la integral indefinida de la función sumable que es igual a la derivada de F donde ésta exista y sea finita, y arbitraria en los puntos restantes.

Vitello (también **Witelo**, o **Vitello**), **Erasmus Ciolek**, llamado (h. 1220-h. 1275). Físico polaco. Premonstratense, vivió en un convento cerca de Valenciennes (Francia). Publicó una extensa obra sobre matemáticas. Su tratado *De perspectiva* (póstumo, 1533) es una reelaboración de la óptica de Al-Hazen, en la que los rayos visuales parten de los objetos y no del ojo como lo hacía Euclides. Observó la dispersión de la luz bajo refracción, es decir, produjo colores haciendo pasar luz blanca a través de un cristal hexagonal. También hizo pasar la luz a través de un cuenco de agua para estudiar los colores del arco iris que aparecían en la luz emergente.

Vitello. V. Vitellio.

Vitruvio, Marco (Vitruvius, Marcus) (s. I a.C.). Arquitecto e ingeniero romano. Autor de *Arquitectura*, obra escrita a mediados de la época augusta (14 a.C.) y dedicada al emperador. En sus cálculos daba para π el valor $3\frac{1}{8}$. En un pasaje de la obra describe los que, a su juicio, son los máximos descubrimientos matemáticos: la inconmensurabilidad de la arista y la diagonal de un cubo; el triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5, y el cálculo por Arquímedes de la composición de la corona real, cuyo relato es el siguiente: “En el caso de Arquímedes, aunque hizo muchos descubrimientos maravillosos de diferentes clases, el que relataré a continuación parece el resultado de un ingenio infinito. Hierón, después de conseguir el poder real en Siracusa, resolvió, tras sus triunfales hazañas, ofrendar en un templo una corona de oro que había prometido a los dioses inmortales. Contrató su fabricación fijando el precio y pesó una cantidad precisa de oro para el orfebre. En el momento convenido, éste entregó a satisfacción del rey una pieza de artesanía exquisitamente acabada, y parecía que en cuanto a peso la corona correspondía exactamente a lo que había pesado el oro. No obstante surgió posteriormente la acusación de que se había sustraído oro y se había añadido un peso equivalente de plata en la fabricación de la corona. Hierón consideraba un ultraje haber sido engañado, pero no sabía cómo descubrir el robo. Y pidió a Arquímedes que estudiara el problema. Sucedió que éste, mientras todavía pensaba en el caso, fue al baño, y al meterse en el agua observó que cuanto más se sumergía dentro de ella, más agua se salía del baño. Como esto le indicaba la forma de hallar la explicación que buscaba, sin un momento de demora y transportado de júbilo saltó del baño y corrió a su casa desnudo, gritando en alta voz que había descubierto lo que estaba buscando; porque mientras corría, gritaba repetidamente en griego: “Εὕρηκα”. Tomando esto como el principio de su descubrimiento, se dice que fundió dos masas del mismo peso que la corona, una de oro y otra de plata. Después llenó un gran vaso de agua hasta el mismo borde y metió la masa de plata en él. Se salió la cantidad de agua que era igual en volumen a la plata sumergida en el vaso. Entonces, sacando la masa, volvió a verter dentro la cantidad perdida de agua, usando una medida hasta que el nivel llegó hasta el borde como antes. Así averiguó el peso de plata correspondiente a una cantidad definida de agua. Después de este experimento, metió de la misma forma la masa de oro en el vaso lleno, y sacándola, midió como antes la cantidad de agua vertida y vio que no se había perdido tanta agua, sino una cantidad menor: es decir, tanta menos cuanto menor es el volumen de una masa de oro comparada con una masa de plata del mismo peso. Finalmente, llenando el vaso de nuevo y poniendo la corona misma dentro de la misma cantidad de agua, observó que se salía más agua al tratarse de la corona que en el caso de la masa de oro del mismo peso. Así, fundándose en el hecho de que se perdió más agua en el caso de la corona que en el de la masa de oro, demostró la mezcla de plata con el oro y dejó el robo perfectamente denunciado”. Vitruvio dio también otros hechos que implican el uso de las matemáticas, tales como las proporciones del cuerpo humano ideal, algunas relaciones aritméticas armónicas y relaciones aritméticas acerca de las capacidades de las catapultas.

Vitruvius, Marcus. V. Vitruvio, Marco.

Viviani, Vincenzo (1622-1703). Matemático italiano. Formó parte del círculo científico de Galileo. Fue miembro de la Accademia del Cimento (Academia de Experimentos) fundada en Florencia (1657) como una organización formal de investigadores que se habían estado reuniendo en un laboratorio fundado por dos miembros de la familia Medici aproximadamente diez años antes (esta sociedad se deshizo en 1667). Dio versiones y reconstrucciones de Euclides, Apolonio y Aristeo. Su reconstrucción más importante corresponde a su obra *Adivinación* (1659), referente al libro quinto del *Tratado de las cónicas* de Apolonio, teniendo la satisfacción de ver confirmadas sus conjeturas al aparecer posteriormente una traducción de este libro según un manuscrito árabe. Estudió diversas curvas como el folium simple. Halló un método para trazar la tangente a la cicloide. Propuso un problema (1692) llamado “enigma florentino”, consistente en construir en una bóveda esférica dos ventanas iguales de manera que la porción restante de la semiesfera fuera cuadrable. Dio como solución las ventanas cuya proyección sobre el plano de la bóveda fueran circunferencias de diámetro igual al radio de la esfera, en cuyo caso la porción restante del hemisferio es equivalente al cuadrado construido sobre el diámetro de la esfera.

Vlacq, Adrian (h. 1600-1667). Matemático, editor y librero holandés. Contribuyó a la difusión de los logaritmos, publicando reunidos (1628) los logaritmos numéricos y trigonométricos en el sistema de base 10. En cuanto a los numéricos dio los correspondientes desde el 1 al 10^5 , llenando el hueco entre 10^4 y $9 \cdot 10^4$ que había dejado Briggs, y en cuanto a los trigonométricos los dio con intervalos de $10''$.

Voevodski, Vladimir Vladislávovich (n. 1966). Matemático ruso. Estudió en la Universidad Estatal de Moscú. Se doctoró en Filosofía y Matemáticas en la Universidad de Harvard (1992). Profesor en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, Nueva Jersey. Galardonado con la medalla Fields 2002 por sus aportaciones a las matemáticas modernas en los campos de la cohomología y las variedades algebraicas.

Voigt, Woldemar (1850-1919). Físico alemán. Nació en Leipzig. Estudió en la Universidad de Königsberg y enseñó en la de Gotinga. Introdujo la palabra “tensor” procedente de la teoría de la elasticidad, donde designa el sistema de seis números que caracteriza el estado de tensión de un punto de un sólido deformado. Dio en 1887 las ecuaciones de las transformaciones de Lorentz, que son las siguientes: $x' = (x - vt)/(1 - \beta^2)^{1/2}$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = (t - \beta x/c)/(1 - \beta^2)^{1/2}$, donde $\beta = v/c$. Demostró la invarianza respecto a estas transformaciones, de la ecuación de onda $\partial^2 u / \partial t^2 = c^2 \Delta u$, donde Δu es el operador de Laplace.

Voltaire, François Marie Arouet, llamado (1694-1778). Literato, filósofo, historiador y polemista francés. Describió el cálculo infinitesimal como el “arte de numerar y medir exactamente una cosa cuya existencia no puede ser concebida”. Después de visitar Londres en 1727, Voltaire regresó a Francia apoyando la obra de Newton, lo que contribuyó a que los matemáticos franceses que seguían hasta entonces el sistema de Descartes utilizaran los métodos de Newton. Sobre la obra de Arquímedes, dijo: “Había más imaginación en la cabeza de Arquímedes que en la de Homero”. Entre otras obras, escribió *Henriade* (1728), *Zaïre* (1732), *Alzire* (1736), *Mahoma o el fanatismo* (1741), *Zadig* (1747), *El siglo de Luis XIV* (1751), *Ensayo sobre las costumbres y el espíritu de las naciones* (1756), *Cándido o el optimismo* (1759), *Diccionario filosófico portátil* (1764).

Volterra, Vito (1860-1940). Matemático y físico italiano. Nació en Ancona (entonces, Estados Papales). Estudió en la Universidad de Pisa (1878-1882). Enseñó mecánica racional en dicha universidad (1883). En 1892 fue profesor de mecánica en la Universidad de Turín. En 1900 fue el sucesor de Beltrami como profesor de física matemática en la Universidad de Roma. En 1931 fue forzado por el gobierno fascista, al no prestar juramento de lealtad al régimen, a abandonar la cátedra, exiliándose. En 1881, Volterra demostró que una función $F(x)$ puede tener una derivada acotada en un intervalo I que no sea integrable en el sentido de Riemann sobre dicho intervalo. La teoría abstracta de funcionales fue iniciada por Volterra en sus trabajos sobre cálculo de variaciones. Volterra publicó una serie de artículos (1887) sobre funciones de líneas (curvas), tal como él las llamaba, y que aplicó al estudio de las condiciones de equilibrio de los sistemas biológicos. Una función de línea era, para Volterra, una función real F , cuyos valores dependen de todos los valores que toman ciertas funciones

$y(x)$ definidas en un intervalo (a, b) . Las funciones mismas se consideraban como puntos de un espacio en el que se podían definir los entornos de un punto y el límite de una sucesión de puntos. Volterra dio, para los funcionales $F[y(x)]$, definiciones de continuidad, derivada y diferencial, pero estas definiciones no resultaban adecuadas para la teoría abstracta del cálculo de variaciones y fueron reemplazadas; de hecho, las definiciones dadas por Volterra fueron criticadas por Hadamard (1902), quien acuñó el nombre de funcional.

Introdujo las llamadas “ecuaciones integrales”, diseñando una teoría general sobre ellas. Escribió diversos artículos sobre el tema desde 1884, de los que los más importantes datan de 1896 y 1897.

Publicó *Teoría de los funcionales y de las ecuaciones integrales e íntegro-diferenciales* (1930). Volterra ideó un método para resolver ecuaciones integrales de segundo tipo. También resolvió las de primer tipo, reduciéndolas a las del segundo tipo. En 1896 observó Volterra que una ecuación integral del primer tipo venía a ser una forma límite de un sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas, cuando n tiende a infinito. Lleva su nombre un grupo de ecuaciones integrales en las que la función desconocida aparece bajo un integral definido. Publicó *Lecciones sobre la teoría matemática de la lucha por la vida* (1931), donde presenta un modelo matemático de la “lucha por la vida”, expresión que a Darwin le parecía sinónima de la de “selección natural”, mecanismo que explicaba la evolución. Las ecuaciones de Volterra -su modelo- supusieron un gran avance en los modelos de los procesos biológicos y abrió la puerta para plantear modelos para las ciencias sociales. Dada la importancia que la teoría de funciones había tomado en el siglo XIX, Volterra dijo: “No he vacilado en llamar al siglo XIX, en el Congreso de Matemáticas de París de 1902, el siglo de la teoría de funciones”.

Von Braunmühl, Anton. V. Braunmühl, Anton von.

Von Brill, Alexander. V. Brill, Alexander von.

Von Clausberg, Christlieb. V. Clausberg, Christlieb von.

Von Dyck, Walther. V. Dyck, Walther von.

Von Ettingshausen, Andrés. V. Ettingshausen, Andreas von.

Von Fuss, Nicolaus. V. Fuss, Nicolaus von.

Von Gugler, J. Bernardo. V. Gugler, Johann Bernhard von

Von Kármán, Théodore. V. Kármán, Théodore von.

Von Koch, Helge. V. Koch, Helge von.

Von Lindemann, Carl Louis Ferdinand. V. Lindemann, Carl Louis Ferdinand von.

Von Littrow, Joseph Johann. V. Littrow, Joseph Johann von.

Von Müller, J. H. V. Müller, J. H. von.

Von Nettesheim, Agrippa. V. Nettesheim, Agrippa von.

Von Neuman, Johann Ludwig. V. Neuman, Johann Ludwig von.

Von Pfliegerer, Cristóbal Federico. V. Pfliegerer, Christoph Friedrich von.

Von Schubert, Federico Teod. V. Schubert, Friedrich Theodor von.

Von Seggern, David H. V. Seggern, David H. von.

Von Segner, Johann Andreas V. Segner, Johann Andreas von.

Von Soldner, Johann Georg. V. Soldner, Johann Georg von.

Von Staudt, Karl Georg Christian. V. Staudt, Karl Georg Christian von.

Von Tschirnhausen, Ehrenfried Walter. V. Tschirnhausen, Ehrenfried Walter von.

Von Vega, Georg Freiherr (Jurij Bartolomej). V. Vega, Georg Freiherr (Jurij Bartolomej) von (Barón de).

Von Wolff, Christian. V. Wolff, Christian von.

Voronoi, Georgi Feodosevich (1886-1908). Matemático ruso. Nació en Zhuravki (Chernigov, Imperio ruso; hoy, Poltava, Ucrania). Estudió en la Universidad de San Petersburgo. Discípulo de Chebichev, elaboró diversas ideas de éste en teoría geométrica de números. Formó parte de la llamada Escuela Matemática de San Petersburgo, que funcionó hasta 1905. Profesor de la Universidad de Varsovia, donde trabajó en fracciones continuas. Voronoi indicó distintos medios de aproximación en la resolución del problema de contar el número de puntos enteros en un dominio dado, de gran importancia en ciertas ramas de la física. Voronoi estudió en el espacio n -dimensional el problema, llamado de Voronoi, de determinar aquellos poliedros convexos que pueden llenar dicho espacio uniéndolos entre sí paralelamente cara con cara. Este problema está resuelto para 2, 3 y 4 dimensiones (Fedorov lo resolvió en el espacio tridimensional), pero no está completamente resuelto para n dimensiones. En cuanto al “polígono de Voronoi”, o “región de Dirichlet”, V. Dirichlet.



Wachter, Friedrich Ludwig (1792-1817). Matemático y astrónomo alemán. Nació en Cleve (Renania del Norte-Westfalia). Estudió matemáticas y astronomía en Gotinga, donde fue alumno de Gauss. Se doctoró con una tesis sobre astronomía. Fue profesor de enseñanza secundaria en Gdansk. El día de Jueves Santo de 1817, no volvió de su habitual paseo nocturno, no habiéndose encontrado su cuerpo a pesar de una intensa búsqueda. Wachter trabajó en el problema de las paralelas e investigó en las geometrías no euclídeas. En una carta dirigida a Gauss, indicaba que si se niega el axioma de las paralelas, una esfera cuyo radio tienda a infinito, se aproxima a una superficie límite sobre la que ciertas curvas (geodésicas) se comportan como las rectas en el plano euclídeo (esta superficie recibe hoy el nombre de horosfera).

Waerden, Bartel Leinden van der (1903-1996). Matemático holandés. Nació en Amsterdam. Estudió en las Universidades de Amsterdam y Gotinga, donde obtuvo su doctorado con una tesis sobre geometría algebraica. Enseñó en Leipzig, Amsterdam y Zurich, donde pasó el resto de su vida académica. Publicó *Álgebra moderna* (1930), cuyas ideas han servido de base para la construcción del álgebra abstracta. Sus investigaciones algebraicas, como las de Noether y Artin, revelan la gran variedad de estructuras algebraicas o álgebras, así como la fecundidad de la noción abstracta de la ley de composición, culminando así un proceso que desde un álgebra como teoría de las ecuaciones, ha llegado al día de hoy como estudio de las estructuras algebraicas. Rigorizó la “geometría numerativa” consistente en el estudio de la determinación de puntos, rectas y planos que cumplen ciertas condiciones, desarrollada por Schubert. Publicó *Science awakening (La ciencia se despierta)* (1954). En sus últimos años se dedicó a la historia de las matemáticas y la ciencia, escribiendo *Geometría y álgebra en las civilizaciones antiguas* (1983) y *Una historia del álgebra* (1985).

Waessenaer, Jakob A. van (1607-1682). Matemático holandés. Nació en Utrecht. Perteneció al círculo de los ciudadanos de Utrecht dedicado al estudio de la obra de Descartes. Ayudó a éste en su confrontación con Stampioen. Estudió la descomposición en factores binomios de un polinomio de grado enésimo (1649).

Wafa, Abul. V. Abulwaffa.

Wagner, Johann Wilhelm (1681-1745). Matemático y astrónomo alemán. Nació en Heldburg (Turingia). Doctor en filosofía. Profesor de matemáticas y arquitectura en Berlín (1730).

Wagner, Richard (n. 1847). Matemático y geólogo alemán. Nació en Unterellen (Turingia). Fue profesor en Dermbach (Rhön, Turingia) y de matemáticas (1877-1923) en Zwätzen (cerca de Jena, Turingia). Publicó varias memorias geológicas.

Wagner, Ulrich (h. 1482). Matemático alemán. Fue maestro de cálculo y profesor en Nuremberg (Baviera). Publicó en Bamberg (Baviera) una aritmética en alemán (1482), considerada como el libro de aritmética más antiguo escrito en alemán (V. *Bamberg, Aritmética de*).

Wald, Abraham (1902-1950). Matemático y estadístico estadounidense, de origen húngaro. Nació en Cluj-Napoca (Hungría; hoy, Rumanía). Estudió en la Universidad de Viena, doctorándose en matemáticas. Siendo perseguido por el gobierno nazi por ser judío, se trasladó a Estados Unidos. Murió en un accidente aéreo en Travancore (India), al ser invitado por el gobierno indio para dar una conferencia. Realizó importantes trabajos estadísticos. Introdujo el análisis estadístico de datos

secuenciales, basado esencialmente en el uso de adecuados test secuenciales que evitan la acumulación de los errores estadísticos que se producen al utilizar repetidamente los contrastes para muestras fijas. Escribió *Análisis secuencial* (1947).

Walker, R. J. (h. 1950). Matemático estadounidense. Profesor en Princeton. Escribió *Curvas algebraicas* (1950).

Wallace, Andrew H. (1927-2008). Matemático escocés. Nació cerca de Edimburgo (Escocia), donde se crió. Estudió en la Universidad de Edimburgo, donde se graduó en matemáticas y física (1946). Se doctoró en matemáticas por la Universidad de St. Andrews (1949). Emigró a Estados Unidos en 1950. Enseñó en la Universidad de Indiana y luego en la de Pensilvania (1965), donde se jubiló (1986), siendo nombrado profesor emérito de matemáticas por esta Universidad. Investigó en topología de espacios tridimensionales. Sus trabajos sobre la demostración de la conjetura generalizada de Poincaré, fueron importantes (V. Freedman, Hamilton, Newman, Zeeman, Perelmán, Huaidong, Xiping y Yau). Publicó *Topología diferencial* (1968).

Wallace, William (1768-1843). Matemático británico. Nació en Dysart (Fifeshire, Escocia). Adquirió conocimientos de geometría, álgebra y astronomía. Enseñó matemáticas en la academia de Perth, en el Colegio Militar Real en Great Marlow (después en Sandhurst) y en la Cátedra de matemáticas en Edimburgo. Autor del teorema que lleva su nombre o el de Simson (recta de Wallace-Simson). Gerwien demostró (1833) que dos polígonos equivalentes se pueden descomponer siempre en porciones congruentes (teorema de Bolyai-Gerwien). Parece que este teorema fue demostrado por primera vez por William Wallace en 1807.

Wallingford de Oxford, Richard de (1292-1335). Matemático inglés, monje benedictino. Escribió *Quadrupartitum de sinibus demonstratis*, primer tratado occidental, en latín, en el que se exponen los principales teoremas de trigonometría a la manera euclídea.

Wallis, John (1616-1703). Matemático inglés. Nació en Ashford (Kent). En Inglaterra, a principios del siglo XVII, las matemáticas no formaban parte del curriculum. Estaban consideradas como algo casi demoníaco. Wallis dijo de la educación usual durante su infancia, que “las matemáticas en aquel tiempo se consideraban raramente entre nosotros como algo académico; más bien se miraban como algo mecánico, un asunto de comerciantes”. Aprendió latín, griego, hebreo, lógica y aritmética durante sus años escolares. Estudió teología en la Universidad de Cambridge (1632-1640). Wallis comenzó a aprender matemáticas cuando tenía aproximadamente veinte años, aunque las aprendió más profundamente estudiándolas de forma independiente. Fue alumno de Oughtred. Recibió las órdenes sagradas en 1640. Aunque estaba preparado para ser profesor de matemáticas (un profesor tenía que tomar las órdenes sagradas), se fue de Cambridge “porque ese estudio había muerto allí, y no se abría ningún porvenir para un profesor de esa materia”. En 1649 fue nombrado “savian profesor” de geometría en Oxford, ocupando la cátedra que Briggs fue el primero en ocupar cuando fue creada en 1619. Era partidario del rey Carlos II, pero a pesar de ello, el régimen de Cromwell no puso reparos en utilizar sus servicios en el descifrado de códigos secretos. Repuesto Carlos II en el trono (1660), Wallis fue nombrado capellán del rey. En 1645, un grupo de matemáticos ingleses, centrado en torno a Wallis, comenzó a mantener reuniones en el Gresham College, en Londres, ocupándose sobre todo de matemáticas y astronomía. A este grupo, Carlos II le concedió unos estatutos formales en 1662, adoptando el nombre de Royal Society of London for the Promotion of Natural Knowledge, de la que Wallis fue miembro de número (1663). Fue inspirador de la obra matemática de Newton.

En su obra más importante, *Aritmética de los infinitos* (1656), expuso aplicaciones de una teoría de los indivisibles. En esta obra aparece el actual símbolo de “infinito” ∞ , que utiliza también para “la nada” (non-quanta) como recíproco $1/\infty$ así como también los exponentes fraccionarios e irracionales, interpretándose también correctamente los recíprocos de las potencias de exponente positivo como potencias de exponente negativo, aunque éstos no los escribe. Un resultado fundamental, obtenido mediante un método que es mezcla de inducción e interpolación, le permitió expresar nuestra integral de la función x^m en el intervalo $(0,1)$ como $1/(m + 1)$, para cualquier exponente. Este resultado correcto para $m = -1$, de acuerdo con la concepción de Wallis, no tiene sentido para $m < -1$, y en

efecto la interpretación de Wallis no es correcta en este caso. Wallis extiende luego esta regla a toda suma o serie de potencias, de donde resultó una importante contribución al problema de la cuadratura del círculo. Al aplicar su regla a la expresión entera $(1-x^2)^n$ para valores sucesivos de n trató de obtener, por interpolación, el valor para $n = 1/2$, al que correspondería como resultado $\pi/4$. Como no logró éxito fue modificando los valores del exponente n , al mismo tiempo que modificaba los de la potencia de π , y siguiendo ciertas leyes de generalización e interpolación llegó a un nuevo desarrollo de π en producto infinito en la forma $4/\pi = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \dots / 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8 \dots$ (V. Brouncker). Wallis sabía que el área bajo la semicircunferencia $y = (x-x^2)^{1/2}$ (de centro $(1/2, 0)$ y radio $1/2$) era $\pi/8$, por lo que la integral $\int_{0,1} (x-x^2)^{1/2} dx$ valía $\pi/8$. Después de calcular los valores de la integral $\int_{0,1} (x-x^2)^n dx$ para varios valores de n enteros, llegó a la conclusión por el procedimiento habitual en él de inducción incompleta, que el valor de dicha integral era $(n!)^2/(2n+1)!$, por lo que supuso que para $n = 1/2$, $\int_{0,1} (x-x^2)^{1/2} dx = [(1/2)!]^2/2! = \pi/8$, luego $(1/2)! = \pi^{1/2}/2$. Se trata de un caso particular de la función beta euleriana $B(m,n) = \int_{0,1} x^{m-1}(1-x)^{n-1} dx$, $m = n = 3/2$. También se ocupó Wallis de la serie logarítmica.

En su libro *Tratado de Álgebra, histórico y práctico* (1685) dedujo algebraicamente todos los resultados del libro V de los *Elementos* de Euclides, y añadió un estudio trigonométrico sobre la división del ángulo. Aceptó los números irracionales como números en su pleno sentido. También aceptó los números negativos, y razonaba que dado que $a/0$, con a positivo, es infinito, al cambiar el denominador por una cantidad negativa, como en a/b con b negativo, la razón debe ser mayor que infinito. Abandonó la limitación de homogeneidad en las ecuaciones algebraicas en x e y , concepto que se había mantenido debido a que dichas ecuaciones procedían de problemas geométricos. Se ocupó de la teoría de las paralelas y sustituyó la noción de equidistancia, en la que casi todos los comentaristas y traductores de Euclides se apoyaban para justificar el quinto postulado, por la existencia de un triángulo semejante a un triángulo dado y de magnitud arbitraria, tratando de justificar este postulado por analogía con el tercer postulado euclidiano, que admitía que por un punto cualquiera puede trazarse una circunferencia de radio arbitrario, aceptando que pudiera existir un triángulo semejante a otro tan grande como se quiera. Aunque no es tan simple ni tan intuitivo como el de Euclides, el postulado de Wallis es equivalente, y por tanto muestra la vinculación del quinto postulado con la teoría de la semejanza e inversamente, como se demostró más tarde, que en las geometrías no euclidianas no pueden subsistir triángulos semejantes, pues la magnitud de cada figura está indisolublemente ligada a la de sus ángulos. Estudió la transformación de una fracción ordinaria en decimal, y viceversa, y la teoría de los valores aproximados de las fracciones continuas aritméticas. Con el nombre de “método de Newton” se conoce hoy un método numérico de aproximación de las raíces, que apareció por primera vez en este libro, aunque figura en obras de Newton anteriores. Dio la fórmula que expresa el número y suma de los divisores de un número, cuando se conoce su descomposición en factores primos, es decir, siendo $m = p^\lambda \cdot q^\mu \cdot r^\nu \dots$, siendo p, q, r, \dots primos, el número de sus divisores es $(\lambda + 1)(\mu + 1)(\nu + 1) \dots$, y su suma es $(p^{\lambda+1} - 1)/(p - 1) \cdot (q^{\mu+1} - 1)/(q - 1) \dots$. Realizó un ensayo de una representación geométrica de los números imaginarios, llamados así por Descartes. Incluyó en este libro la resolución completa de la llamada ecuación de Pell, que había resuelto con anterioridad en sus cartas a Fermat de 1657 y 1658. Wallis incluyó en este libro el estudio de una superficie que pertenece a la clase de las que hoy se llaman conoides (que no es el sentido que utilizaba Arquímedes) y que Wallis llamó cuña cónica, llegando en este estudio muy cerca del concepto de coordenadas en el espacio. Esta superficie está engendrada de la siguiente forma: Sea C una circunferencia y L una recta paralela al plano de C , y sea P un plano perpendicular a L ; la cuña cónica está formada por todas las rectas paralelas a P y que se apoyan simultáneamente en C y en L . Wallis sugiere otras superficies conoidales obtenidas sustituyendo la circunferencia C por una cónica cualquiera.

En su *Obras matemáticas I* (1695), en la que introdujo el término “fracción continua”, dio la regla general para calcular las convergentes de una fracción continua. Si p_n/q_n es la convergente n -ésima de la fracción continua $b_1/a_1 + b_2/a_2 + b_3/a_3 + \dots$, entonces $p_n/q_n = (a_n p_{n-1} + b_n p_{n-2}) / (a_n q_{n-1} + b_n q_{n-2})$. Publicó *Tratado de las secciones cónicas* (1655), donde por primera vez se consideran estas curvas como las curvas cuya ecuación en coordenadas cartesianas es de segundo grado. Reemplazó sistemáticamente los conceptos geométricos por conceptos numéricos en todas partes en que ello fuera posible (el filósofo Hobbes decía que esos algebristas consideraban erróneamente los símbolos como geometría, y describía este libro de Wallis como ruín y como “una costra de símbolos”). Deduce todas

las propiedades de las cónicas utilizando métodos de coordenadas del plano, a partir de las tres fórmulas estándar: $e^2 = ld - ld^2/t$, $p^2 = ld$, $h^2 = ld + ld^2/t$, donde e , p y h son respectivamente las ordenadas de la elipse, parábola e hipérbola, correspondientes a la abscisa d medida desde el vértice como origen, y donde l y t son el “latus rectum” y el diámetro o eje respectivamente. Publicó por primera vez los desarrollos en serie de e^x , $\sin x$, $1 - \cos x$, $\arcsen x$, así como de la serie binómica, incluso con exponentes fraccionarios (escrito en 1676, publicado en 1685), y el cálculo de fluxiones de Newton (1693). Utilizó por primera vez (1693) la palabra “mantisa”. Calculó los volúmenes del elipsoide, paraboloides elíptico e hiperboloides de dos hojas.

En su *Mecánica* (1670), hizo notar en el hiperboloides de una hoja, las rectas y las secciones parabólicas, y menciona las secciones parabólicas del hiperboloides de Wren, o cilindroides hiperbólicos. Dibujó una senoide con mucha precisión para dos periodos completos.

En su obra *Dos tratados, el primero sobre la cicloide, el segundo sobre la cisoide* (1659) estudió las propiedades de estas dos curvas, por ejemplo calculó el área existente entre la cisoide y su asíntota. También en esta obra, incluyó la rectificación de Neil de la parábola semicúbica (obtenida por éste en 1657), así como también la rectificación de la cicloide calculada por Wren en 1658, ambas inclusiones con el previo acuerdo de sus autores. En relación al concurso promovido por Pascal sobre la cicloide, al que se presentó Wallis, V. la reseña de Pascal. Entre otras curvas, estudió también varias cuárticas, el caracol, etc.

En sus obras aparece el triángulo *característico* (1655) formado, en la notación actual, por dx , dy , ds . Estudió distintas rectificaciones de arcos de curvas, en las que aparecen integrales elípticas.

Wang Shao Tung (h. 625). Matemático chino. En sus obras se encuentra la reducción de problemas a ecuaciones cúbicas. Por ejemplo, en un triángulo rectángulo se dan el producto de los catetos $xy = P = 706^{1/50}$, y la diferencia entre la hipotenusa y uno de los catetos: $(x^2 + y^2)^{1/2} - x = Q = 36^9/10$, y se quiere encontrar sus lados. Wang llega a la ecuación $x^3 + Q/2 x^2 - P^2/2Q = 0$, y para resolverla se refiere, como algo comúnmente conocido, al método que se utiliza para la extracción de raíces.

Wantzel, Pierre Laurent (1814-1848). Matemático francés. Nació en París. Estudió en el Colegio Carlomagno. Accedió a la École Polytechnique y a la École Normale (1832). Ingresó en la École des Ponts et Chaussées (1834). Fue profesor de análisis en la École Polytechnique (1838), y de mecánica en la École des Ponts et Chaussées (1841). En su obra *Investigaciones sobre los medios de conocer si un problema de geometría se puede resolver con regla y compás* (1837), demostró la imposibilidad de resolver con regla y compás el problema délico de la trisección de un ángulo. Demostró la imposibilidad de la solución algebraica de la ecuación de quinto grado. Expuso los polígonos regulares que son construibles, demostrando (1837) que la condición de Gauss al respecto, consistente en que un polígono regular de n lados es construible si y sólo si $n = 2^i p_1 p_2 \dots p_n$, donde p_j son primos distintos de la forma 2 elevado a 2^h , donde h es cualquier entero positivo o cero, es condición necesaria (Gauss había demostrado su suficiencia).

Ward, Seth (1617-1689). Matemático, astrónomo y obispo inglés. Nació en Hertfordshire. Estudió en Buntingford y en el Sidney Sussex College de la Universidad de Cambridge (1632), licenciándose en 1637. Fue discípulo de Oughtred, cuyas ideas introdujo en Cambridge. En 1640 fue elegido miembro de dicho College, y tres años más tarde fue nombrado profesor de matemáticas de la Universidad de Cambridge. En 1644 fue destituido de su cátedra por oponerse a la Solemne Liga y Pacto. En 1648 dejó de ser un requisito el citado Pacto, y Ward pasó a ser (1649) profesor de astronomía en la Universidad de Oxford, donde enseñó el sistema copernicano. En cuanto a su carrera eclesiástica, fue decano de la catedral de Exeter (1661), rector de St. Breock (1662), Obispo de Exeter (1662) y de Salisbury (1667). Fue uno de los miembros iniciales de la Royal Society de Londres. Presidente del Trinity College en Oxford (1659). Publicó (1654) una obra sobre trigonometría, *Idea demonstratae trigonometriae*. Defendió la enseñanza en Oxford contra las ideas de Webster y Hobbes, y fue defensor de las leyes de Kepler en contra de la opinión de Boulliau.

Waring, Edward (1734-1798). Matemático inglés. Nació en Shrewsbury (Shropshire). Practicó la medicina en diversos hospitales de Londres y Cambridge. Fue “senior wrangler” (es decir, número uno en los exámenes “trijos”) en el Magdalen College de Cambridge (1757) y “lucassian professor” de matemáticas de Cambridge a partir de 1760. Miembro de la Royal Society desde 1763. Abandonó la

práctica de la medicina en 1770. Dio por primera vez fórmulas independientes para las sumas de potencias de los números naturales (1762). Se ocupó de teoría de números (1776), afirmando independientemente de Goldbach, que todo número par es suma de dos primos y todo impar no primo suma de tres números primos. En sus *Meditaciones algebraicas* (1770), publicó el teorema de su discípulo y amigo Wilson que dice que $(p-1)! + 1$, es divisible por p , cuando p es número primo. Enunció también en dicha obra, en forma de conjetura, el teorema o problema que lleva su nombre, consistente en que todo número natural puede ser expresado como suma de no más de 9 cubos o como suma de no más de 19 cuartas potencias; también conjeturó que cada entero positivo puede expresarse como la suma de a lo más de r potencias k -ésimas, con r dependiendo de k (Hilbert demostró esta conjetura en 1909). Waring se ocupó de las transformaciones de las ecuaciones, y llevan su nombre las relaciones entre los coeficientes de una ecuación y la suma de las potencias de igual exponente de sus raíces, y las relaciones inversas. En sus transformaciones aparece, como nueva incógnita, la diferencia de las raíces que más tarde utilizará Lagrange. Dio el teorema que establece que el producto de los cuadrados de las raíces de una ecuación es proporcional al producto de los valores de la función para los ceros de la derivada. Se ocupó de la separación de las raíces, de la aproximación de raíces complejas, etc. Demostró que la siguiente serie, $1 + 1/2^n + 1/3^n + \dots$, converge para $n > 1$ y diverge para $n < 1$, y definió el criterio del cociente para la convergencia de las series (1776), que se suele conocer como criterio de Cauchy, consistente en que si el límite del cociente entre el término de lugar $(n + 1)$ y el de lugar n , para $n \rightarrow \infty$, es < 1 la serie converge, si es > 1 la serie diverge, y si es igual a 1 no se puede concluir nada. Dedujo una fórmula de interpolación que lleva el nombre de Lagrange. Clasificó las curvas cuárticas en 12 clases principales, con 84.551 tipos diferentes. También escribió *Miscelánea analítica* (1762), *Propiedades de las curvas algebraicas* (1772), *Sobre el principio de transformar cantidades algebraicas en relaciones probables y anualidades* (1792) y *Principios del conocimiento humano* (1794).

Warren, John (1796-1852). Matemático inglés. Nació en Bangor (Gales). Estudió y enseñó en el Jesus College en Cambridge. Fue párroco en Graveley (Cambridge) y Caldecatt (Huntington). Publicó *Tratado sobre la representación geométrica de las raíces cuadradas de cantidades negativas* (1828) y varios trabajos sobre logaritmos (1829).

Watson, George Neville (1886-1965). Matemático inglés. Estudió en el Trinity College de Cambridge. Enseñó en la Universidad de Birmingham. Publicó *Tratado sobre la teoría de las funciones de Bessel* (1944). Dio la primera demostración (1918) del principio de la fase estacionaria sobre la propagación de las ondas, aunque hubiera sido utilizado anteriormente por Stokes para calcular la integral de Airy (1856) y formulado por lord Kelvin (1887).

Watt, James (1736-1819). Ingeniero e inventor escocés. Nació en Greenock ((Renfrewshire). Fue elegido miembro de la Royal Society de Londres (1785). Estudió en Glasgow y Londres. Perfeccionó la máquina de vapor, haciendo que fuera un motor de uso universal. Se denomina curva de Watt a la que proviene de las uniones de barras que unen dos ruedas de diámetro igual. Se trata de una curva de la clase de las lemniscatas, séxtica tricircular, elíptica, limitada y cerrada. Posteriormente, en los años de 1870, Sylvester, Kempe y Cayley, desarrollaron la geometría asociada con la teoría de las uniones. De hecho, Kempe demostró que cada segmento finito de una curva algebraica se puede generar por una unión de este tipo.

Watts, Duncan J. (n. 1971). Investigador australiano. Estudió en la Universidad de Nueva Gales del Sur. Se doctoró en mecánica teórica y aplicada en la Universidad de Cornell. Profesor de sociología en la Universidad de Columbia. Investigador principal de Yahoo! Watts y Strogatz desarrollaron un modelo de grafos para la web, formado de la siguiente manera: Partiendo de un ciclo se conectan todos los nodos a distancia menor o igual a una dada t , y se añade una componente de aleatoriedad en el diseño, de manera que, con una probabilidad dada p , cada arista se redirige hacia otro nodo elegido uniformemente de entre el resto de nodos del grafo. Estas aristas servirán como atajos para reducir distancias. Este modelo presenta un problema estructural, ya que, para valores razonables de p , con alta probabilidad el grafo resultante no es conexo. El modelo se puede modificar, bien añadiendo

aristas en lugar de redirigirlas, bien considerando otras estructuras de partida que sustituyan al ciclo, como mallas bidimensionales.

Watts publicó *Dinámica colectiva de redes small-world* (con Strogatz, 1998), *Seis grados: la ciencia de una edad conectada* (2003).

Weatherburn, Charles Ernest (1884-1974). Matemático australiano. Nació en Chippendale (Sidney, Nueva Gales del Sur). Estudió en las Universidades de Sidney y Cambridge. Profesor de matemáticas y física teórica de la Universidad de Melbourne (1911-1823), de matemáticas en la de Nueva Zelanda (1923-1929) y en la de Australia Occidental (1929-1950). Publicó *Geometría diferencial de tres dimensiones* (1931), *Análisis vectorial elemental* (1921).

Weaver, Warren (1894-1978). Ingeniero estadounidense. Nació en Reedsburg (Wisconsin). Estudió en la Universidad de Wisconsin, donde enseñó y fue director del departamento de matemáticas. Se le atribuye la enunciación del término “biología molecular”. Trabajó en la Rockefeller Foundation. Promovió el desarrollo de sistemas de traducción automática. Escribió *Teoría matemática de la comunicación* (junto con Shanon, 1949) y *Recientes contribuciones a la teoría matemática de la comunicación* (1949). (V. Shanon, Claude E.). Weaver consiguió dar un alcance superior al planteamiento inicial de Shanon, ya que la primera formulación de éste se restringía al ámbito de los lenguajes máquina, y la consecuente transmisión de estos mensajes. Hoy en día la teoría de la comunicación de Shanon-Weaver es conocida mundialmente como la Teoría de la información. Habiendo quedado fascinado (1964) por la obra *Alicia en el país de las maravillas*, de L. Carroll, acumuló 160 versiones en 42 lenguas de dicha obra, y escribió un libro sobre la historia de sus traducciones, inventando un diseño para evaluarlas.

Weber, Heinrich (1842-1913). Matemático alemán. Nació en Heidelberg. Profesor en las Universidades de Königsberg (hoy Kaliningrado, Rusia), Gotinga y Estrasburgo. En 1868, trabajando en la siguiente ecuación diferencial parcial $\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2 + k^2 u = 0$, es decir, $\Delta u + k^2 u = 0$ (ecuación de ondas reducida), la resolvió para un dominio limitado por una elipse completa y también para la región limitada por dos arcos de elipses cofocales y dos arcos de hipérbolas cofocales con las elipses. También trató el caso especial en el que las elipses se convierten en parábolas cofocales, para cuya resolución Weber aplicó la transformación $x = \xi^2 - \eta^2$, $y = \xi\eta$. Para ξ constante y para η constante, las dos familias de curvas son familias de parábolas, de forma que cada miembro de una familia corta ortogonalmente a los miembros de la otra familia. Por separación de variables obtuvo dos ecuaciones diferenciales ordinarias, proporcionando Weber cuatro soluciones particulares en forma de integrales definidas. A estas soluciones se les llama funciones cilíndricas parabólicas, también llamadas funciones de Weber. También demostró Weber que el único caso en el que la separación de variables se puede aplicar para resolver la citada ecuación diferencial parcial, es el de la aplicación, de entre todos los sistemas de coordenadas ortogonales, de superficies cofocales de segundo grado o sus casos particulares.

El teorema de Kronecker-Weber, dice que las raíces de las ecuaciones abelianas (ecuaciones con grupo conmutativo) con coeficientes racionales se expresan racionalmente a través de las raíces de la unidad. En 1895, Weber estableció la noción de grupo abstracto. Junto con Dedekind, editaron las obras completas de Riemann. Weber escribió varios manuales de matemáticas, entre ellos *Manual de álgebra* (1895-1896).

Wedderburn, Joseph Henry Maclagan (1882-1948). Matemático británico. Nació en Forfar (Angus, Escocia). Estudió en la Universidad de Edimburgo. Profesor de la Universidad de Princeton. Demostró (1905), simultáneamente con Dickson, que todo cuerpo finito es conmutativo (para la multiplicación). También demostró (1905) que todo anillo con división finito es un cuerpo conmutativo. En 1914, Dickson y Wedderburn dieron los primeros ejemplos de cuerpos no conmutativos con centros (conjunto de todos los elementos que conmutan con todos los demás) de rango n^2 .

A finales del siglo XIX, se introdujo una gran variedad de álgebras lineales asociativas concretas, que consideradas en abstracto, son anillos, de forma que cuando se formuló la teoría de anillos abstractos, incluyó y generalizó los trabajos sobre dichas álgebras concretas. Wedderburn, en su artículo *Números hipercomplejos* (1907) generalizó resultados anteriores obtenidos por Cartan (1898), con lo que

proporcionó un nuevo impulso a la teoría de álgebras lineales asociativas, y en general a toda el álgebra abstracta. Siendo la forma de los números hipercomplejos $x = x_1e_1 + x_2e_2 + \dots + x_n e_n$, donde las e_i son unidades formales y los x_i números reales o complejos, Wedderburn sustituyó los x_i por elementos de un cuerpo arbitrario F , y denominó a estas álgebras lineales asociativas generalizadas, simplemente álgebras. Para estudiarlas tuvo que abandonar los métodos de sus predecesores debido a que el cuerpo arbitrario F no tenía por qué ser algebraicamente cerrado, aunque adoptó y perfeccionó la técnica de los idempotentes de Peirce (V. Peirce, Benjamin). En el citado artículo, un álgebra consiste en todas las combinaciones lineales de la forma de los números hipercomplejos, pero con coeficientes en un cuerpo F . El número de las e_i , llamadas unidades básicas, es finito y se denomina el orden o rango del álgebra.

Entre los resultados obtenidos por Wedderburn, se exponen los siguientes que proporcionan una descripción muy completa de la estructura de las álgebras sobre un cuerpo arbitrario. Uno de ellos es su teorema: Toda álgebra simple de rango 2 o superior sobre un cuerpo F es isomorfa al álgebra de todas las matrices de un orden conveniente con elementos de una cierta álgebra de división (en la que toda ecuación de la forma $ax = b$, con $a \neq 0$ tiene solución) sobre el mismo cuerpo F (Molien había dado un teorema similar para el caso en que F es el cuerpo de los números complejos). De este modo se reduce el problema de encontrar álgebras simples sobre un cuerpo F al de hallar álgebras de división sobre F . Sobre el cuerpo de los complejos existe una sola álgebra con división, que es el propio cuerpo de los complejos. Luego todas las álgebras simples sobre el cuerpo de los complejos son isomorfas a un álgebra de matrices sobre el mismo cuerpo (teorema de Molien). Sobre el cuerpo de los números reales existen solamente tres álgebras asociativas con división: el cuerpo de los números reales, el cuerpo de los números complejos y el álgebra de cuaternios, lo que conlleva que toda álgebra simple sobre el cuerpo de los números reales es isomorfa al álgebra de matrices de un orden adecuado, bien sobre el cuerpo de los reales, bien sobre el cuerpo de los complejos, o bien sobre el álgebra de cuaternios.

Weddle, Thomas (1817-1853). Matemático inglés. Su método de resolución aproximada se aplica a ecuaciones de grado superior en las que faltan varios términos (1842). Estableció, partiendo de la fórmula de interpolación de Newton, una fórmula de aproximación para las integrales definidas que da mejores resultados que la de Simpson.

Weibull, Waloddi (1887-1979). Ingeniero y matemático sueco. Estudió en la Universidad de Estocolmo y se doctoró en la de Uppsala. Trabajó en el campo de la fatiga de los materiales y en estadística. En su obra *Una función estadística de distribución de amplia aplicabilidad* (1951), estudió la curva de distribución que lleva su nombre.

Weierstrass, Karl Theodor Wilhelm (1815-1897). Matemático alemán. Nació en Ostenfelde (Baviera), de familia católica devota, su padre se había convertido del protestantismo al catolicismo. Estudió derecho en la Universidad de Bonn (1834), que abandonó después de ocho semestres, sin haber pasado los exámenes. Después, se cambió a las matemáticas (1838), pero no completó su doctorado. Comenzó a prepararse en Münster (1839) para ser profesor de enseñanza secundaria, donde tuvo a Gudermann como instructor. Conseguido su certificado de profesor (1841), durante más de doce años (1841-1854) estuvo enseñando a los jóvenes materias como gramática y gimnasia en diversas escuelas secundarias, en Deutsche Krone (1842-1848) y Braunsberg (1848-1856). Recibió un doctorado honorario de la Universidad de Königsberg (1854). Durante estos años no tuvo ningún contacto con el mundo matemático, a pesar de que estuvo trabajando con intensidad en la investigación matemática. Los pocos resultados que publicó durante ese periodo le aseguraron un puesto de profesor de materias de índole técnica en el Instituto Industrial de Berlín (1856). Ese mismo año ingresó en la Universidad de Berlín y fue miembro de la Academia de Ciencias de Berlín. Publicó un artículo sobre funciones abelianas en el *Journal de Crelle*, que produjo tal impresión que se le ofreció un puesto de profesor en la Universidad de Berlín (1864), puesto que mantuvo hasta su muerte, en 1897. Se le consideró el analista más importante del mundo durante el último tercio del siglo XIX. Fue metódico y esmerado. Desconfiaba de la intuición e intentó poner el razonamiento matemático sobre una base firme. Tras construir la teoría de los números reales, construyó la de las funciones analíticas sobre la base de las series de potencias, técnica que aprendió de su maestro Gudermann, y

del proceso de prolongación analítica. Contribuyó en muchos temas de la teoría de funciones y trabajó en el problema de los n cuerpos en astronomía y en la teoría de la luz. Es difícil fechar sus creaciones, ya que muchas no las publicó una vez logradas. El mundo matemático las conoció a través de sus clases en la Universidad de Berlín. Cuando publicó sus *Obras* en los 1890, no se preocupó por la prioridad, pues muchos de sus resultados ya habían sido publicados por otros. Estaba más interesado en presentar su método para desarrollar la teoría de funciones.

El trabajo de Weierstrass sobre la rigORIZACIÓN del análisis mejoró el de Bolzano, Abel y Cauchy. Buscó la manera de basarse en conceptos aritméticos y de evitar la intuición. Realizó este trabajo entre los años 1841 y 1856 cuando era maestro de enseñanza secundaria. Una gran parte de este trabajo no se conoció hasta que fue profesor de la Universidad de Berlín. Atacó la frase “una variable se acerca a un límite”, pues sugiere tiempo y movimiento. Interpreta una variable simplemente como una letra que se usa para denotar cualquier valor de los de un conjunto dado que se le puede asignar a la letra, así se elimina la idea de movimiento. Una variable continua es tal que si x es cualquier valor del conjunto de valores de la variable y δ cualquier número positivo, hay otros valores de la variable en el intervalo $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$. Para eliminar la vaguedad en la frase “se hace y permanece menor que cualquier cantidad dada”, que Bolzano y Cauchy usaron en sus definiciones de continuidad y límite de una función. Weierstrass dio la definición ahora aceptada, de que $f(x)$ es continua en $x=x_0$ si dado cualquier número positivo ε , existe un δ tal que para toda x en el intervalo $|x - x_0| < \delta$, $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$. Una función $f(x)$ tiene un límite L en $x = x_0$ si se cumple la misma afirmación, pero con L reemplazando a $f(x_0)$. Una función $f(x)$ es continua en un intervalo de valores de x si es continua en cada x del intervalo.

Se dedicó a la fundación del análisis matemático sobre bases rigurosas y sin presupuestos no demostrados. Llamó función analítica a toda función definida mediante una serie de potencias convergente en cierto recinto que, mediante determinadas condiciones, es posible “prolongar” por círculos sucesivos. Cuando el recinto es todo el plano, la función es una “trascendente entera”. En conexión con ello, utilizó sistemáticamente el concepto de convergencia “uniforme”, lo que dio muchos resultados, entre ellos la expresión de las trascendentes enteras mediante productos infinitos de “factores primarios”. Durante varios años dictó sus lecciones sobre funciones elípticas, sus aplicaciones a los problemas geométricos y mecánicos, sobre las funciones abelianas, el cálculo variacional, sobre la teoría de las funciones analíticas, representación de funciones mediante series convergentes, y desde 1861 sobre la teoría general de funciones, publicando *Hacia la teoría de funciones analíticas uniformes* (1876) y *Hacia el estudio de las funciones* (1880). En la base de su teoría yace el concepto de serie de potencias, para la que se define el círculo de convergencia y se introduce la definición de convergencia uniforme (Weierstrass poseía este concepto ya en 1842). A partir de esta definición, Weierstrass considera sólo las series uniformemente convergentes, sobre las que demuestra sucesivamente una serie de teoremas; en particular, demuestra que si la serie converge uniformemente en el entorno de cada punto del interior o de la frontera del dominio dado, entonces la serie converge en todo el dominio; si una sucesión no decreciente de números reales está acotada superiormente, entonces es convergente. Introdujo el concepto de elemento de una función, así como el algoritmo de formación, a partir de un elemento arbitrario en el campo de convergencia, de cualquier otro elemento en dicho campo. Puede suceder que el campo de convergencia de la serie de elementos, se salga del campo inicial. Entonces, aplicando el algoritmo de formación, se puede constituir un conjunto de series cuyos campos de convergencia salen de los límites del campo inicial. Así se construye la función analítica completa, como el conjunto de todas las prolongaciones de cualquier elemento. A continuación lleva a cabo diversas investigaciones: de los puntos singulares en la frontera del círculo de convergencia; de la uniformidad o multiformidad de las funciones; del comportamiento de una función entera en el infinito; del desarrollo de la función en productos, etc. Demostró la posibilidad de aproximar una función continua arbitraria por un polinomio algebraico $P_n(x)$ con cualquier grado de exactitud, dando el siguiente teorema: Si una función $f(x)$ es continua en el intervalo (a, b) , entonces su aproximación óptima $E_n(f)$ tiene a cero cuando n tiende a infinito, siendo $E_n(f) = |f(x) - P_n(x)|$.

Otra formulación de este teorema es: Toda función continua en el intervalo (a, b) se puede representar por una serie de polinomios algebraicos que converge uniformemente a la función. Este teorema garantiza la posibilidad de representar una función continua arbitraria, cualquiera que sea la forma en

que venga dada, en forma de una expresión analítica (una función puede no tener derivada en su intervalo de definición y sin embargo ser representable por medio de una expresión analítica).

Weierstrass, en un artículo leído en 1870, en relación con la ecuación del potencial, señaló que no se había establecido la existencia de una función que minimizara la integral de Dirichlet. Decía que era correcto que para todas las funciones U diferenciablemente continuas que van continuamente del interior a los valores de frontera prescritos, la integral tiene una cota inferior, pero que no se había establecido la existencia de una función U_0 en la clase de funciones diferenciables continuas, que alcanzara la cota inferior.

Introdujo el rigor aritmético en el cálculo de variaciones con su aplicación al estudio de la curva *braquistócrona*, y estudió cuestiones sobre superficies mínimas. El concepto de campo de extremales introducido por Jacobi, era necesario para la búsqueda del extremo fuerte de una funcional. Weierstrass presentó sus trabajos sobre el cálculo de variaciones durante las conferencias que dio en Berlín en 1872. Al respecto, la idea de Weierstrass consistía en lo siguiente: Sea dado un campo de extremales $y = y(x, \alpha)$, en el que está incluida la extremal buscada. Se introduce una función que exprese la dependencia entre el coeficiente angular de la tangente a la extremal y las coordenadas del punto de tangencia $u(x, y)$, que se denomina inclinación del campo. La variación de la funcional tiene la forma dada por la expresión $\Delta I = \int_{(y)} [F(x, y, y') - F(x, y, u) - \partial F / \partial u (y' - u)] dx$. La función subintegral, conocida como función de Weierstrass, tiene la notación $E(x, y, u, y')$. El signo de esta función indica cuál es el tipo del extremo: $E \geq 0$ en el caso de un mínimo y $E \leq 0$ en el caso de un máximo. Si esta condición se considera en relación con un extremo débil, entonces es suficiente que la condición indicada se mantenga en los puntos del campo próximo a la extremal y para una diferencia $|y' - u|$ lo suficientemente pequeña. En el caso de extremo fuerte, la condición de Weierstrass debe satisfacer, evidentemente, para todo y' y no sólo para las y' que disten lo suficientemente poco de u . En 1869 Weierstrass publicó su famoso ejemplo de que la quebrada que une los puntos del plano, es menor que cualquier curva que pasa por estos puntos aunque no pertenece a la familia de estas curvas, ya que la continuidad de la quebrada se viola en cada vértice. De esta manera se aclaró la diferencia entre el problema extremal en un espacio puntual de dimensión finita y en el espacio funcional. En el primer caso, una sucesión de puntos siempre tiene puntos límites. En el segundo, de una sucesión de funciones no siempre puede extraerse una subsucesión que converja en una cierta función límite.

Weierstrass obtuvo el primer ejemplo de función continua sin derivada en ninguno de sus puntos, dándolo a conocer primero en sus clases en 1861 y más tarde en un artículo para la Academia de Berlín en 1872, quedando los matemáticos de su tiempo impresionados por el descubrimiento (realmente Bolzano dio un primer ejemplo en 1830, que fue ignorado). La ecuación de esta curva es: $f(x) = \sum_{k=0, \infty} a^k \cos(b^k \pi x)$, siendo $0 < a < 1$, b es entero impar, $ab > 1 + 3\pi/2$. La serie es uniformemente convergente y, por tanto, define una función continua. Este ejemplo apresuró la creación de muchas más funciones que son continuas en un intervalo o en todas partes, pero que no son diferenciables ya sea en un conjunto denso de puntos o en cualquier punto. Algo parecido sucedió con el llamado teorema de Bolzano-Weierstrass, que fue definido por Bolzano, pero fue la obra de Weierstrass la que lo divulgó entre los matemáticos. Dicho teorema dice que todo conjunto acotado S que contenga infinitos elementos (puntos o números, por ejemplo), tiene al menos un punto de acumulación o punto límite. En 1863 expuso la demostración del “teorema final de la aritmética”, según el cual no existe ningún sistema de números complejos de más de dos unidades, es decir distintos de los números complejos ordinarios, que satisfaga todas las propiedades formales de las operaciones aritméticas fundamentales.

En 1872 retomó el problema de la fundamentación de los números reales, que en verdad no había experimentado modificación esencial desde Eudoxo, quien dio dicha fundamentación aunque fundada sobre magnitudes geométricas. La aritmetización del análisis fue un proceso que se realizó de arriba abajo, comenzando con el cálculo infinitesimal, mientras el número irracional, también ente infinitesimal, seguía llamándose “inconmensurable”, dentro de la concepción geométrica de Eudoxo. Este contrasentido fue salvado por Weierstrass, Méray, Cantor, etc. mediante sucesiones monótonas de números racionales o mediante series convergentes, apareciendo impresas las teorías de los tres profesores mencionados en el mismo año 1872. La teoría del número real sirve a Weierstrass de base para todo el edificio del análisis matemático. Por ejemplo, Weierstrass parte de un conjunto de números racionales positivos $\{a_n\}$, al que denomina agregado, y que goza de la propiedad de que cualesquiera que sean los elementos del agregado que se sumen (siempre se trata de un número finito,

aunque tan grande como se quiera, de elementos) su suma no supera un límite dado (un ejemplo de agregado puede ser una fracción decimal). Se dan dos agregados $\{a_v\}$ y $\{a'_v\}$ identificados con los números b y b' . Se toman las partes alícuotas de la unidad $1/n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Puede suceder uno de los tres casos: a) Examinando los elementos de los agregados, se tiene que $1/n$ se repite con la misma frecuencia. b) y c) Para cierto n la magnitud $1/n$ se repite más frecuentemente en el primer agregado (o en el segundo). Estos tres casos significan respectivamente que $b = b'$, $b > b'$, $b < b'$. La unión de agregados da la suma de los números correspondientes. La constitución del agregado $\{a_v \cdot a'_v\}$ cuyos elementos son todos los posibles productos de elementos de la forma $\{a_v \cdot a'_\mu\}$ sirve para la definición de producto, etc.

En 1858, Weierstrass proporcionó un método general para reducir dos formas cuadráticas simultáneamente a sumas de cuadrados. También probó que si una de las formas es definida positiva, la reducción es posible aun cuando algunas de las raíces latentes sean iguales. El interés de Weierstrass en este problema surgió de un problema dinámico de pequeñas oscilaciones cerca de una posición de equilibrio, y demostró, por medio de su trabajo sobre formas cuadráticas, que no se destruye la estabilidad por la presencia de periodos iguales en el sistema, contrariamente a las suposiciones de Lagrange y Laplace. Weierstrass estableció (1861, publicado en 1884) que las únicas álgebras lineales asociativas con coeficientes reales o complejos (de las unidades primarias), con un número finito de unidades primarias, obedeciendo la ley del producto y con multiplicación conmutativa, son las de los números reales y complejos. Lleva su nombre un teorema fundamental sobre las funciones de variable real, consistente en que dada una sucesión cualquiera $a_n \rightarrow \infty$, existen funciones enteras que tienen estos ceros.

Weierstrass retomó el estudio de las funciones elípticas alrededor de 1860. Supo del trabajo de Jacobi mediante el de Gudermann, y del trabajo de Abel a través de sus artículos, que le impresionaron tanto que constantemente recomendaba la lectura de Abel a sus alumnos. Para su certificado de maestro tomó un problema que le había dado Gudermann: Representar funciones elípticas como cocientes de series de potencias, lo que llevó a cabo. Dedujo el teorema de la permutación de argumento y parámetro de las integrales elípticas, haciendo uso de identidades algebraicas, sin relacionarlo con las propiedades de periodicidad (1849). Demostró los teoremas del producto en funciones de variable compleja, que llevan su nombre. Resolvió el problema de la inversión de las integrales hiperelípticas, al deducir las funciones *zeta* con auxilio de teoremas generales de la teoría de funciones, partiendo de las ecuaciones diferenciales. El trabajo de Weierstrass completó, remodeló y llenó de elegancia la teoría de las funciones elípticas.

Weil, André (1906-1998). Matemático francés. Nació en París. Hermano de la filósofa Simone Weil (1909-1943). Estudió en la École Normale Supérieure de París, en la Universidad de Roma y en la de Gotinga. Fue profesor en la Universidad de Aligarh Muslim (India) entre 1930 y 1932, en la de Estrasburgo (1933-1940), en la de Sao Paulo (1945-1947) y en la de Chicago (1947-1958), de donde pasó al Institute for Advanced Study en Princeton (1958) donde llegó a ser profesor emérito. Fue socio fundador del colectivo Bourbaki. En 1947 escribió un artículo titulado *El futuro de las matemáticas*, en el que expone sus reflexiones al respecto impregnadas de meditaciones desesperanzadoras sobre la naturaleza humana (la atrocidad de la guerra recién vivida). Busca refugio en las matemáticas, a las que ve como la más pura de las actividades intelectuales del hombre: “El matemático seguirá su camino en la seguridad de que podrá saciar su sed en las mismas fuentes del conocimiento, convencido de que éstas no cesarán de fluir puras y abundantes, mientras que los demás habrán de recurrir a las aguas cenagosas de una sórdida realidad. Si se le reprochase al matemático la soberbia de su actitud, si se le reclamase su colaboración, si se le demandase porque se recluye en los altos glaciares a los que nadie salvo los de su clase le pueden seguir, él contestará, con Jacobi: Por el honor del espíritu humano”. Se muestra preocupado por la dispersión de los saberes matemáticos e insiste en la importancia de los problemas matemáticos: “Las matemáticas son un organismo para cuya vitalidad es indispensable la unidad de sus partes... Cualquier rama de la ciencia está viva siempre que tenga problemas en abundancia”. Seleccionó una serie de temas con importancia futura: teoría de cuerpos de clases y sus ramificaciones, los grupos discontinuos y las funciones automorfas mediante métodos aritméticos, la teoría de fibrados, las clases de Chern, la teoría de Hodge, las variedades kählerianas, la teoría de Rham, la connivencia de la geometría algebraica con la topología y la geometría diferencial, los grupos finitos, la teoría de homología, las distribuciones y su uso en ecuaciones en derivadas

parciales, el análisis global y los sistemas dinámicos. Y expone el fascinante éxito de la aplicabilidad de las matemáticas, no sólo en los campos científicos tradicionales, sino en la empresa, la administración, la ingeniería o la tecnología: la aritmética de los números primos y la geometría algebraica en la criptografía y la codificación, la teoría de nudos y la mecánica cuántica o la genética, las superficies de Riemann y las supercuerdas, los procesos estocásticos y las finanzas, las redes de telecomunicaciones y las representaciones infinito-dimensionales de grupos, las curvas elípticas y las formas modulares en la resolución del gran teorema de Fermat, el análisis matemático y la geometría algebraicas en los solitones, la modelización matemática de la epidemiología y el desarrollo de los virus... Entre los años 1950 y 1960, Shimura, Taniyama y Weil enunciaron la siguiente conjetura: Todas las curvas elípticas de ecuación $y^2 = x^3 + Ax^2 + Bx + C$, con coeficientes racionales y discriminante no nulo, son modulares, es decir, que existen dos funciones modulares $x(z)$, $y(z)$, definidas en el plano superior complejo con propiedades especiales de periodicidad, que la parametrizan: al ir tomando z distintos valores complejos con su parte imaginaria mayor que cero, el par $x(z)$, $y(z)$ va recorriendo los puntos de la curva. Weil publicó *Fundamentos de la geometría algebraica* (1946) y *Funciones elípticas según Eisenstein y Kronecker* (1976).

Weingarten, Julius (1836-1910). Matemático alemán. Nació en Berlín. Enseñó en la Real Academia de Arquitectura y en la Escuela Superior Técnica, ambas en Berlín. Trabajó en geometría diferencial de superficies (1861). Publicó *Sobre la deformación de superficies* (1894).

Weisbach, Ludwig Julius (1806-1871). Ingeniero y matemático alemán. Nació en Mittelschmiedeberg (Sajonia). Estudió en la Escuela de Minas de Freiberg y en las Universidades de Gotinga y Viena. Enseñó matemáticas, mecánica y topografía minera en la citada Escuela de Minas, y dictó varios ciclos de conferencias sobre cristalografía y geometría descriptiva. Llevó a cabo importantes trabajos de topografía subterránea introduciendo la aplicación del teodolito y el nivel. Fue el primero que estableció los fundamentos generales de la teoría de la axonometría ortogonal, por medio del cálculo (1840).

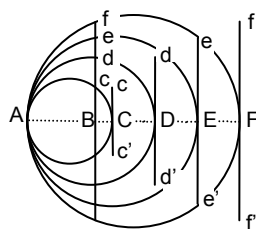
Weisstein, Eric W. (n. 1969). Enciclopedista estadounidense. Nació en Bloomington (Indiana). Estudió astronomía, doctorándose en el Instituto de Tecnología de California con una tesis sobre la atmósfera de Júpiter (1995). Ha creado diversas enciclopedias on-line, como *MathWorld* y *ScienceWorld*, y tiene en desarrollo *Scientific Books*, *Game of Life in Cellular Automata Theory*, *Music*, *Rocketry*. Publicó en formato libro su *Enciclopedia concisa de matemáticas* (1999).

Wellstein, Joseph (1869-1919). Matemático alemán. Dio un modelo (1905) que establece la consistencia de la geometría hiperbólica plana tomando el absoluto como un círculo. Dentro del absoluto las líneas rectas de la geometría son arcos de círculo que cortan el absoluto ortogonalmente y líneas rectas que pasan por el centro del absoluto. La longitud de cualquier segmento P_1P_2 está dada por $\ln(P_1P_2, P_aP_b)$, donde $(P_1P_2, P_aP_b) = (P_1P_b/P_2P_b)/(P_1P_a/P_2P_a)$, siendo P_a y P_b los puntos en los que el arco que pasa por P_1 y P_2 corta al absoluto, y las longitudes P_1P_b , P_2P_b , etc. son las cuerdas. El ángulo entre dos "rectas" de este modelo que se intersecan es el ángulo euclídeo normal entre los dos arcos. Dos arcos circulares que sean tangentes en un punto en el absoluto son "rectas" paralelas.

Wentzel, Gregor (1898-1978). Físico alemán. Nació en Düsseldorf. Estudió en las Universidades de Friburgo, Greifswald y Munich. Enseñó en las de Munich, Leipzig, Zurich y Chicago. Trabajó en mecánica cuántica. En relación con ecuaciones diferenciales de la forma $y'' + \lambda^2 q(x, \lambda)y = 0$, donde λ es un parámetro positivo grande, pudiendo ser x real o complejo, la solución se suele dar con un término de error en función de λ . La aproximación más general y precisa de este término aparece explícitamente en artículos de Wentzel (1926), Kramers (1926), Brillouin (1926) y Jeffreys (1923), conociéndose dicha aproximación como la solución *WKBJ*. Todos ellos fueron físicos que trabajaron en teoría cuántica con la ecuación de Schrödinger.

Werner, Johann (1468-1522). Matemático y clérigo alemán. Nació en Nuremberg (Baviera), de donde fue párroco y conciudadano de Durero. Estudió en la Universidad de Ingolstadt. Fue ordenado sacerdote en Roma (1493). Autor de la primera obra europea sobre cónicas, en 22 libros, titulada

Elementos de las cónicas (1522). Demostró 22 teoremas sobre la parábola y la hipérbola consideradas como secciones del cono.



Dio un procedimiento original para construir puntos de una parábola con regla y compás. Se comienza con un haz de circunferencias tangentes entre sí en el punto A y que cortan a la normal común AF en los puntos C, D, E, F . Se toma un punto B sobre dicha normal de forma que AB sea un parámetro dado. En B se levanta la perpendicular Bf a AF que corta a las circunferencias en c, d, e, f . En C se levantan las perpendiculares Cc' y Cc'' iguales a Bc . En D, E y F se procede de forma similar, obteniéndose los puntos $d', d'', e', e'', f', f''$. Estos puntos están sobre una parábola de vértice B , eje BF y parámetro AB , pues $(Cc')^2 = AB \cdot BC$, $(Dd')^2 = AB \cdot BD$, etc.

Escribió una trigonometría *Sobre triángulos esféricos* (1514), en cinco libros, donde mejoró y publicó las ideas de Regiomontano y donde expuso su método prostaferético que consiste en la transformación de complicadas multiplicaciones en sumas, mediante las siguientes dos fórmulas: $2 \operatorname{sen} a \cdot \operatorname{sen} b = \cos(a-b) - \cos(a+b)$, $2 \cos a \cdot \cos b = \cos(a-b) + \cos(a+b)$.

Construyó instrumentos astronómicos (astrolabios, relojes) y publicó una obra de astronomía y geografía, que contiene una traducción de Ptolomeo.

Werner, Wendelin (n. 1968). Matemático francés de origen alemán. Estudió en la École Normale Supérieure y se doctoró en la Universidad Pierre-et-Marie-Curie. Profesor en la Universidad de París-Sud en Orsay. Trabaja en física matemática y en teoría de la probabilidad. Galardonado con la medalla Fields 2006.

Wessel, Caspar (1745-1818). Navegante, topógrafo y cartógrafo danés. Nació en Vestby (hoy, Noruega). Estudió en la Universidad de Copenhague. Autodidacta en matemáticas. En 1797 escribió un ensayo titulado *Sobre la representación analítica de la dirección; un intento*, publicado en 1799 en la revista de la Academia de Ciencias danesa, en el que expuso su diagrama para la representación de los números complejos, que hoy se llama diagrama de Argand. En su obra define las operaciones básicas con complejos, es decir, sobre los vectores trazados desde el origen de coordenadas representando a aquéllos, y resuelve una serie de problemas, incluyendo la expresión analítica de la rotación. A pesar de su gran mérito, el ensayo de Wessel no atrajo la atención hasta 1897, cuando se volvió a publicar, esta vez en una traducción al francés.

Weyl, Claus Hugo Hermann (1885-1955). Matemático alemán, nacionalizado estadounidense (1939). Nació en Elmshorn (cerca de Hamburgo). Estudió con Hilbert en la Universidad de Gotinga, excepto un año en Munich. Fue "privatdozent" en Gotinga hasta 1913, en que fue nombrado profesor de la Universidad de Zúrich, donde fue colega de Einstein y en 1918 apoyó la teoría de la relatividad en su libro *Espacio-Tiempo-Materia*. Durante los diez años siguientes, Weyl escribió una serie de artículos sobre las aplicaciones de la teoría de grupos a la mecánica cuántica. El Instituto de Matemáticas de Gotinga se inaugura en 1929, estando su plantilla formada por Courant, Neugebauer, Landau, Herglotz, Weyl y Noether. En 1930 sucedió a Hilbert en la cátedra de Gotinga. Hitler subió al poder en enero de 1933, y desde esa fecha hasta 1938, los profesores de origen judío perdieron sus puestos (el 30% de la plantilla en matemáticas). En 1933, en la cumbre de su carrera, Weyl renunció a la cátedra de Gotinga en protesta por las destituciones de sus colegas por los nazis, y el glorioso periodo de la matemática en esta Universidad llegó a un repentino y dramático final. Weyl emigró a Estados Unidos, pasando a formar parte del Institute for Advanced Study de Princeton, del que Einstein había sido nombrado miembro vitalicio en 1933. Los primeros profesores de matemáticas del Instituto, fueron Einstein, Veblen, Neumann, Weyl y Alexander. Weyl obtuvo la nacionalidad estadounidense en 1939.

Weyl investigó en la teoría del cálculo variacional. Estudió las geometrías riemannianas y las no riemannianas, introduciendo las geometrías que se conocen como espacios con una conexión afin (1918). Cartan y Weyl construyeron la teoría de representación de álgebras de Lie mediante matrices. En 1925, Weyl obtuvo un importante resultado: Cualquier representación de un álgebra de Lie semisimple (sobre un cuerpo algebraicamente cerrado de característica cero) es completamente reducible. Weyl realizó el primer trabajo importante (1908) sobre las ecuaciones integrales singulares, no resolubles por los métodos de Volterra y Fredholm, y que presentan la curiosa propiedad de que hay intervalos continuos de valores de λ o espectros de banda para los que existen soluciones. En relación con la teoría del espacio de Hilbert, Weyl dijo: “No fue mérito alguno, sino favor de la fortuna el que se descubriese, a partir de 1923, que la teoría espectral del espacio de Hilbert era el instrumento matemático adecuado a la mecánica cuántica”. Weyl atacó a la escuela logicista (lo que sentó mal a Hilbert), diciendo que su compleja estructura “pone a prueba la fuerza de nuestra fe apenas menos que las doctrinas de los primeros Padres de la Iglesia o de los filósofos escolásticos de la Edad Media”. Y con respecto a la idea intuicionista de conjunto infinito, dice Weyl, que fue un intuicionista: “... La sucesión de los números que crece más allá de cualquier nivel ya alcanzado... es una variedad de posibilidades que se abre al infinito; permanece para siempre en el status de creación, pero no es un dominio cerrado de cosas que existan por sí mismas. El haber convertido ciegamente lo uno en lo otro constituye el verdadero origen de nuestras dificultades, incluyendo las antinomias, un origen de naturaleza más fundamental que el principio del círculo vicioso de Russell, ya indicado. Brouwer nos abrió los ojos y nos mostró hasta dónde la matemática clásica, alimentada por una creencia en lo absoluto que trasciende todas las posibilidades de realización humanas, se remonta más allá de las afirmaciones que pueden pretender tener un significado real y una verdad fundada en la evidencia”. Weyl dice de las demostraciones de existencia no constructivas, que nos informan de que en el mundo hay un tesoro sin descubrirnos su localización. La demostración a partir de postulados no puede reemplazar a la construcción sin pérdida de significado y de valor. También señala que adherirse a la filosofía intuicionista significa abandonar muchos teoremas de existencia del análisis clásico, por ejemplo, el teorema de Weierstrass-Bolzano: Un conjunto infinito acotado de números reales no tiene necesariamente un punto límite. Para los intuicionistas, si una función de una variable real existe en su sentido, entonces es ipso facto continua. La inducción transfinita y sus aplicaciones al análisis y la mayor parte de la teoría de Cantor se ven condenadas categóricamente: el análisis está construido sobre arena. Y sobre el papel de la lógica dice: “Según su punto de vista (el de Brouwer) y su lectura de la historia, la lógica clásica resultó por abstracción de la matemática de conjuntos finitos y sus subconjuntos... Olvidando este origen limitado se aplicó equivocadamente, más tarde, esa misma lógica para algo anterior a toda la matemática y por encima de ella, y por último se terminó aplicando, sin justificación, a la matemática de los conjuntos infinitos. En esto consiste la caída y el pecado original de la teoría de conjuntos, por el que resulta justamente castigada en las antinomias. Lo sorprendente no es que aparecieran tales contradicciones, sino que lo hicieran en una etapa tan avanzada del juego”. Weyl atacó también el programa de Hilbert: “La matemática de Hilbert puede ser un bonito juego con fórmulas, más divertido aún que el ajedrez, pero qué relación tiene eso con el conocimiento, dado que se reconoce que sus fórmulas no tienen ningún significado material en virtud del cual pudieran expresar verdades intuitivas”. Todos los progresos realizados en matemáticas desde 1930 dejan abiertos dos importantes problemas (esto se escribe en 1972): demostrar la consistencia del análisis clásico sin restricciones y de la teoría de conjuntos, y construir la matemática sobre una base intuicionista estricta o determinar los límites de este enfoque. El origen de las dificultades en estos dos problemas es el infinito, utilizado tanto en el sentido de los conjuntos infinitos como en los procesos infinitos. Este concepto, que ya creó problemas a los griegos en conexión con los inconmensurables, y que eludieron mediante el método de exhaución, ha sido tema de discusión desde entonces, lo que hizo decir a Weyl que la matemática es en realidad la ciencia del infinito. Weyl ha descrito el estado actual (1944) de la matemática: “El problema de los fundamentos últimos y del significado último de la matemática sigue abierto; no sabemos en qué dirección hallará su solución final, ni siquiera si cabe esperar en absoluto una respuesta final objetiva. El “matematizar” muy bien pudiera ser una actividad creativa del hombre, como el lenguaje o la música, de una originalidad primaria, cuyas decisiones históricas desafíen una racionalización objetiva completa”. En un artículo de 1950, titulado *Medio siglo de matemáticas*, indicaba que en el germen de la axiomatización se hallaba el fruto de la simplicidad y de la conjunción de saberes, y que el gran éxito de las matemáticas de la primera mitad

del siglo XX consiste en la creación o el desarrollo de áreas y teorías, y enumera: teoría de cuerpos de clase, teoría de representaciones de grupos finitos o continuos, teoría espectral de operadores, integral de Lebesgue, teoría de la medida, teoría ergódica, topología combinatoria y diferencial, geometría diferencial global y el avance en los fundamentos de las matemáticas. Con relación a la axiomatización de la mecánica cuántica, Weyl dice: “el laberinto de los hechos experimentales que los físicos deben tener en cuenta es demasiado variado, su desarrollo demasiado rápido y su aspecto y peso relativo demasiado cambiante para poder encontrar un método axiomático suficientemente firme”. Otras ideas suyas son: “Sin los conceptos, métodos y resultados hallados y desarrollados por generaciones precedentes desde la antigüedad griega, no podemos comprender ni los objetivos ni las conclusiones de las matemáticas en los últimos cincuenta años”. Y también: “En estos días el ángel de la topología y el demonio del álgebra abstracta luchan por el alma de cada dominio de las matemáticas”. Como también: “La lógica es la higiene que practica el matemático para mantener sus ideas fuertes y saludables”. Y advierte que “los problemas particulares en toda su complejidad constituyen el núcleo de las matemáticas, y que dominarlos es el trabajo más difícil”. En el Congreso internacional de matemáticas de 1954, en Amsterdam, avisó que creía que sería el último que se atrevería a disertar sobre los logros de todos los galardonados con la medalla Fields, y así fue. Antes que él, Carathéodory y Bohr, en los congresos de 1936 y 1950, sólo tuvieron que informar sobre avances en análisis clásico, mientras que Weyl dice a su audiencia que se prepare para oír hablar de cohomología, formas diferenciales, haces, variedades y fibrados complejos lineales. Weyl publicó *Concepto de superficie de Riemann* (1913), *Espacio-Tiempo-Materia* (1918), *Teoría de grupos y mecánica cuántica* (1928), *Los grupos clásicos y Simetría* (1952).

Whewell, William (1794-1866). Filósofo e historiador inglés. Nació en Lancaster. Estudió en el Trinity College de Cambridge, donde enseñó mineralogía (1828-1832), filosofía (1838-1855) y fue director (1841-1866) y vice-canciller de la universidad (1842). Se interesó por las ciencias físicas desde la mecánica y la dinámica a los fenómenos producidos por las mareas. Escribió sobre filosofía, moral, teología, historia, etc. Sus principales obras son: *Historia de las ciencias inductivas* (tres volúmenes, 1837), *Filosofía de las ciencias inductivas* (1840), *Historia de las ideas científicas* (dos volúmenes, 1858), *Elementos de moralidad incluyendo la política* (1845). En sus trabajos científicos utilizó (1850) las coordenadas naturales (arco, s ; ángulo tangencial, τ).

Whitehead, Alfred North (1861-1947). Lógico, matemático y filósofo inglés. Nació en Ramsgate (Isla de Thanet, Kent). Estudió en Dorset. Ingresó en el Trinity College de Cambridge (1880), donde fue nombrado fellow (1883) y luego profesor (1903). Se trasladó a Londres (1910) y formó parte del claustro de profesores del University College (1911), en 1914 fue profesor de matemáticas aplicadas en el Imperial College of Science and Technology. En 1916 fue nombrado presidente de la Mathematical Association. En 1924 se trasladó a Estados Unidos, donde fue profesor de filosofía en la Universidad de Harvard, retirándose en 1937. Se ocupó de la filosofía de la ciencia y de la naturaleza, elaborando una concepción metafísica basada en los principios de la procesalidad, correlatividad y organicidad. En su *Tratado de álgebra universal* (1898), decía: “El álgebra es el instrumento intelectual que aclara los aspectos cuantitativos del mundo... El álgebra no depende de la aritmética para la validez de sus leyes de transformación. Si hubiera tal dependencia es obvio que tan pronto como se volvieran aritméticamente ininteligibles las expresiones algebraicas, todas las leyes referidas a ellas tendrían que perder su validez. Pero las leyes del álgebra, aunque sugeridas por la aritmética, no dependen de ella; dependen por entero de convenios mediante los cuales se establece que ciertos modos de agrupar los símbolos deben considerarse como idénticos, asignándose así ciertas propiedades a los signos que forman los símbolos del álgebra”. Escribió *Los axiomas de la geometría proyectiva* (1906), *Introducción a las matemáticas* (1911), *Investigación sobre los principios del conocimiento natural* (1919), *Concepto de naturaleza* (1920), *La ciencia y el mundo moderno* (1925), *Religión* (1926), *Proceso y realidad* (1929), *Aventuras de las ideas* (1933). Colaboró con Russell en la segunda edición de *Principios de matemáticas* (1910).

Whitney, Hassler (1907-1989). Matemático estadounidense. Nació en Nueva York. Estudió en la Universidad de Yale, licenciándose en 1928. Se doctoró en la Universidad de Harvard (1932). Enseñó en Harvard (desde 1930 a 1952). En 1952 pasó al Instituto de Estudios Avanzados de la Universidad

de Princeton, hasta 1977, siendo nombrado profesor emérito (1977-1989). En los años 1930-1933 trabajó en la teoría de los grafos y en el teorema de los cuatro colores. Estudió las propiedades geométricas de las funciones y definió en 1936 la variedad diferenciable de la clase C^r . Desarrolló la teoría de la cohomología y la topología algebraica. Investigó en la topología de espacios singulares, siendo uno de los fundadores de la teoría de la singularidad. Llevan su nombre un teorema de extensión y otro espectral. (V. Freedmann, M.). Publicó *Sobre ideales de funciones diferenciables* y *Teoría geométrica de la integración*, que sentó las bases para el teorema de Stokes.

Widman, Johannes (1462-1498). Matemático alemán. Nació en Eger (Bohemia; hoy, Cheb, República Checa). Estudió y enseñó en la Universidad de Leipzig. Maestro calculista en Leipzig. Publicó una aritmética comercial (1489), *Cálculo para todos los comercios*, quizá el incunable (es decir, impreso en el siglo XV) más importante de interés matemático, que comprende tres partes.

La primera se dedica a las operaciones aritméticas con números enteros y a las progresiones aritméticas y geométricas. La segunda parte trata de las fracciones, de las proporciones y problemas de regla de tres y comerciales, y en la que utiliza los signos “+” y “-”, aunque no en la forma puramente simbólica actual, pues el signo “+” no es sólo signo de suma sino que más bien sustituye a la conjunción “y”, y el signo “-” a veces es sustituido por la palabra “minus”. La tercera parte está dedicada a la geometría, teniendo un carácter irregular, con errores en las áreas de figuras planas y con el cálculo correcto del radio del círculo circunscrito a un triángulo del que se conoce un lado, su altura y la proyección de otro lado sobre él. De todas formas, estos problemas no son sino pretextos para aplicar las reglas aritméticas.

Wiegand, August (1814-1871). Matemático y hombre de ciencia alemán. Nació en Altenburg (cerca de Naumburg, Turingia). Doctor en filosofía. Enseñó en Halle, Naumburg y Halberstadt. Escribió varios trabajos dedicados al estudio del triángulo y sus propiedades (1848) y al análisis de curvas como la espiral logarítmica. Publicó *Curso de planimetría* (1852), *Análisis algebraico* (1853), *Matemáticas básicas* (1859), *Matemáticas y geografía física, Estereometría y trigonometría esférica*.

Wieleitner, Heinrich Karl (1874-1931). Matemático e historiador alemán. Nació en Wasserburg (Munich). Estudió matemáticas en la Universidad de Munich y la enseñó en varios gymnasien (Speyer, Pirmasens, Augsburg), llegando a ser director del de Munich (1926-1931). Se doctoró con una tesis sobre superficies de tercer orden. Publicó un libro sobre curvas algebraicas planas (1905) y otro sobre curvas planas especiales (1908). A partir de 1910 su interés se centró en la historia de las matemáticas, llegando a ser profesor de la materia en Munich. Escribió *Historia de la matemática* (1922-1923).

Wiener, Norbert (1894-1964). Matemático estadounidense. Nació en Columbia (Missouri). Estudió en Ayer y en Harvard, donde se doctoró (1913) con una tesis sobre lógica matemática. Viajó a Europa, estudiando en la Universidad de Cambridge y en la de Gotinga. Vuelto a Estados Unidos, enseñó en la Universidad de Maine. En 1919 fue profesor de matemáticas en el Massachusetts Institute of Technology, donde permaneció hasta su retiro. Wiener realizó fundamentales estudios de estadística, en el curso de los cuales desarrolló la teoría de la comunicación. Sobre este tema conviene recordar que en 1949 Claude E. Shannon (Bell Telephone Laboratories) escribió *La teoría matemática de la comunicación*, y Warren Weaver (The Rockefeller Foundation) escribió *Recientes contribuciones a la teoría matemática de la comunicación*. En los comienzos de la década de 1920, Wiener tuvo un importante papel en los orígenes de la moderna teoría de los espacios lineales y en particular en el desarrollo de la teoría de los espacios de Banach. Durante los años 1920 a 1922, Hahn, Banach, Helly y Wiener, de manera casi simultánea, llevaron a cabo la definición general de los espacios normados, aunque la obra de Banach es la que tuvo mayor influencia. Junto al biólogo W. Ross Ashby, pero independientemente de él, Wiener es considerado como el fundador de la cibernética. Escribió *Cibernética o control y comunicación en el animal y en la máquina* (1945), que habría un campo nuevo dedicado al estudio del control y comunicación en animales y máquinas. El término “cibernética” fue acuñado por Wiener y Arturo Rosenblueth, fisiólogo mejicano. Además, Wiener escribió: *Espacio diferencial* (1923), *Análisis armónico generalizado* (1930), *Teoremas tauberianos* (1932), *Integrales de Fourier y algunas de sus aplicaciones* (1934), *Transformadas de Fourier en el*

dominio complejo (con Paley, 1934), *Extrapolación, interpolación, alisado de series estacionarias* (1949), *Ex-prodigio* (autobiográfica, 1953), *Uso humano de los seres humanos* (1954), *Soy matemático* (autobiográfica, 1956), *Problemas no lineales en la teoría del azar* (1958), *Nervios, cerebro y modelos de memoria* (1963), *Cibernética del sistema nervioso* (1963), *Dios y Golem Inc.: Comentario sobre ciertos puntos en los que la cibernética choca con la religión* (1964), *Espacio diferencial, sistemas cuánticos y predicción* (póstuma, 1966).

Wilczynski, Ernest Julius (1876-1932). Matemático alemán, nacionalizado estadounidense. Nació en Hamburgo. Se trasladó con su familia a Chicago, donde estudió. Completó su formación de astronomía y matemáticas en la Universidad de Berlín, donde se doctoró en 1897. Fue profesor en la Universidad de California (1898). Trabajó en Europa como miembro de la Carnegie Institution de Washington (1903-1905). Regresado a Estados Unidos, fue profesor en la Universidad de Illinois (1907-1910) y en la de Chicago (1910-1926), donde fue nombrado profesor emérito. Sus múltiples trabajos de investigación se realizaron en varios campos, entre ellos: astronomía y matemáticas aplicadas, ecuaciones diferenciales, geometría proyectiva diferencial de curvas y superficies, funciones de variable compleja. No fue el creador de la geometría proyectiva diferencial (teoría similar a la geometría diferencial clásica, excepto en que estudia propiedades que son invariantes bajo transformaciones proyectivas), pero sí fue su organizador. Publicó *Algunas observaciones sobre el desarrollo histórico y las perspectivas de la geometría diferencial de curvas planas*, *Geometría proyectiva diferencial de curvas y superficies regladas* (1905), *Invariantes y formas canónicas*, *Trigonometría y sus aplicaciones* (1914), *Teoría general de las congruencias* (1917), *Relación entre las teorías métrica y proyectiva de las curvas en el espacio* (1917), *Comparación de las representaciones de las diferentes líneas geométricas para funciones de variable compleja* (1920).

Wiles, Andrew John (n. 1953). Matemático inglés. Nació en Cambridge. Estudió en las Universidades de Oxford y Cambridge. Profesor en Princeton. Resolvió el gran teorema de Fermat. Tras una primera exposición de su trabajo al respecto (1993), se localizó un error importante, cuya corrección le supuso dos años de intenso trabajo con la ayuda de Richard Taylor. La demostración definitiva vio la luz en 1995. En 1994, Wiles demostró parcialmente la conjetura de Taniyama-Shimura-Weil. Wiles publicó *Curvas modulares elípticas y el último teorema de Fermat* (1995).

Willers, Friedrich Adolf (1883-1959). Matemático alemán. En relación con las ideas de la “matemática de aproximación” y su aplicación a la integración numérica de ecuaciones diferenciales con derivadas parciales, escribió (1915) junto con Carl David Runge (V. esta reseña), un artículo de más de un centenar de páginas para la *Enciclopedia de las ciencias matemáticas* de Leipzig.

William de Moerbecke. V. Guillermo de Moerbecke.

Wilson, John (1741-1793). Matemático, abogado y juez inglés. Nació en Applethwaite (Westmoreland). Fue “senior wrangler” (número uno en los exámenes “tripos”) en Cambridge. Discípulo y amigo de Waring. Fue profesor de matemáticas en Cambridge, pero prefirió dedicarse a la abogacía, llegando a ser decano del colegio de abogados de Middle Temple y juez, siendo elevado más tarde a la nobleza. En teoría de números estableció un teorema que lleva su nombre, consistente en que para cada primo p , la cantidad $(p - 1)! + 1$ es divisible por p ; además, si es divisible por q , entonces q es primo. Este teorema fue publicado por Waring en sus *Meditaciones algebraicas* (1770). Lagrange lo demostró en 1773.

Wing, Vincent (1619-1668). Astrónomo y matemático inglés. Nació en North Luffenham (Rutland). Adquirió de forma autodidacta, conocimientos de latín, griego y matemáticas. Fue coautor, con William Leybourn, de *Practica de Urania*. Publicó en el libro segundo de su *Astronomía británica* (1652), una exposición muy completa de la trigonometría. En 1656 publicó *Astronomia instaurata*, y en 1665 *Examen astronomiae carolina*.

Winter Althaus, Gabriel (h. 1989). Matemático español. Catedrático de matemática aplicada y director del Centro de Aplicaciones Numéricas en Ingeniería de la Universidad de Las Palmas. Ha

publicado *La optimización mediante algoritmos genéticos del proceso de deslastre y reposición de carga* (2003), *Optimización de funciones mediante evolutivas con procesos cooperativos* (1999), *Un modelo de transporte y difusión de contaminantes en la atmósfera* (1998), *Métodos básicos y algoritmos básicos del álgebra numérica* (1989).

Wirtinger, Wilhelm (1865-1945). Matemático austriaco. Nació en Ybbs an der Donau. Estudió en la Universidad de Viena, donde se doctoró, y en las de Berlín y Gotinga. Investigó (1896) sobre los espectros continuos para ecuaciones en derivadas parciales. La primera aplicación importante de los espectros continuos la realizó Hilbert.

Witelo. V. Vitellio.

Witt, Johan de (1625-1672). Político y matemático holandés. Estudió leyes en Leiden. Durante su estancia en casa de Franciscus van Shooten desarrolló su afición por las matemáticas. Miembro activísimo del partido antiorangista, fue gran consejero de Holanda (1653-1672). Moderado y pacifista, buscó la consolidación del poder de la burguesía y se preocupó de la preparación militar y de la economía de Holanda en las guerras contra Inglaterra (1665-1667), contra Francia (1667-1668) y contra ambas potencias aliadas (1672). Las durísimas condiciones impuestas por Luis XIV indujeron al pueblo holandés a proclamar a Guillermo III de Orange *estatúder*, mientras Witt era acusado de traición y depuesto, cayendo en manos de un populacho enfurecido que lo despedazó vivo. Escribió *Elementos de las curvas lineales* (1659), obra dividida en dos partes. En la primera se dan varias definiciones cinemáticas y planimétricas de las secciones cónicas, entre las que están las definiciones en términos de la razón de distancias foco-directriz (Witt acuñó el término *directriz*). Otra construcción de la elipse dada por Witt, es la que hace uso de dos circunferencias concéntricas, con el ángulo excéntrico como parámetro. Demuestra también que toda cónica tiene dos ejes rectangulares, con lo que emancipa la geometría analítica de la consideración del cono en el espacio. En la segunda parte, Witt hace un uso tan sistemático de las coordenadas que su obra ha sido calificada como el primer texto de geometría analítica. Reduce todas las ecuaciones de segundo grado en x e y , a formas canónicas mediante rotaciones y traslaciones de los ejes coordenados. Witt sabía reconocer cuándo dicha ecuación representaba una elipse, una parábola o una hipérbola, según que el llamado discriminante fuera positivo, nulo o negativo. Publicó *Tratado sobre las anualidades de vida* (1671), donde explica el concepto que hoy se llama esperanza matemática.

Witten, Edward (n, 1951). Matemático y físico estadounidense. Nació en Baltimore. Estudió en la Universidad de Brandeis, donde se diplomó en lingüística, y en Princeton, donde se doctoró en física. Profesor en la Universidad de Princeton. Primer físico galardonado con la medalla Fields 1990. Ha trabajado en la teoría de cuerdas y teoría cuántica de campos, en áreas relacionadas con la topología y la geometría.

Wittgenstein, Ludwig (1889-1951). Filósofo, ingeniero y matemático austriaco. Nació en Viena. Estudió ingeniería en Linz y Berlín y, a partir de 1908, ingeniería aeronáutica en Manchester, donde comenzó a interesarse por la matemática pura y la filosofía de las matemáticas. En 1912 se trasladó a Cambridge para estudiar lógica y filosofía con Russell. En 1913 abandonó repentinamente Cambridge para ir a vivir en una granja en Noruega. Alistado en el ejército austriaco durante la Primera Guerra Mundial, a su final fue internado en un campo de prisioneros italiano. Durante este periodo reflexionó sobre los problemas de lógica y filosofía que había tratado con Russell, escribiendo un pequeño tratado con el que pensaba haberlos resuelto definitivamente. Puesto en libertad, remitió su trabajo a Russell y ambos decidieron su publicación con una introducción de Russell, que a Wittgenstein le pareció una interpretación errónea de su obra, por lo que convencido de que nadie la comprendería, se desentendió de su publicación, dejándola en manos de Russell. La obra se publicó en alemán con el título de *Tratado lógico-filosófico* (1921) sin dicha introducción, y en inglés al año siguiente, incluyéndola. Esta obra tuvo una profunda influencia sobre el positivismo lógico y sobre el "Círculo de Viena" (agrupación de científicos y filósofos que, en su primer congreso que tuvo lugar en Praga en 1929, se interesó por la cuestión de los fundamentos de la matemática, estudiando las tres tendencias: logicista, formalista e intuicionista, inclinándose por la tendencia logicista) de tal forma que al

vincular la lógica con la matemática, convirtió a ambas en vastas tautologías. Wittgenstein regresó a Austria donde ejerció de maestro rural (1920-1926) e incluso como ayudante de jardinero en un convento. Animado por Brouwer y Ramsey, regresó en 1929 a Cambridge, ingresando en el Trinity Collage como “fellow”. En 1936 volvió a la granja de Noruega para trabajar en su segunda obra, *Investigaciones filosóficas*, a la que dedicó el resto de su vida y que nunca consideró completamente terminada. En 1937 regresó a Cambridge, en 1939 ocupó la cátedra de filosofía y se nacionalizó británico. Impartió el famoso curso sobre fundamentos de las matemáticas que se publicó en 1975 con el título *Lecciones sobre los fundamentos de las matemáticas, 1939*, a partir de los apuntes tomados por los asistentes. Durante la Segunda Guerra Mundial se alistó en el servicio civil trabajando como celador en un hospital de Londres y como mozo de laboratorio en Newcastle. En este periodo trabajó intensamente en filosofía de las matemáticas, publicándose sus notas en 1956 con el título *Observaciones sobre los fundamentos de las matemáticas*. En 1944 volvió a Cambridge, dimitió de su cátedra en 1947 y se trasladó a Irlanda para seguir trabajando en la segunda parte de sus *Investigaciones filosóficas*. Tras viajar a Viena, Noruega y Cambridge, murió de cáncer en 1951. En 1953 se publicaron póstumas sus *Investigaciones filosóficas*, que alcanzaron aun mayor repercusión que su *Tratado*.

El tema fundamental de toda su obra consiste en la naturaleza del lenguaje, la forma en que representa al mundo y las implicaciones que esto tiene para la lógica y las matemáticas. En el *Tratado* este planteamiento es objetivista, considerando al lenguaje en abstracto y por sí mismo, independientemente de las actividades del ser humano, la lógica y las matemáticas son lenguajes formales y sus enunciados son analíticos, tautologías, es decir, verdaderos. En sus *Investigaciones* pone el énfasis en los sujetos, las acciones de la gente y el papel que sus actividades lingüísticas juegan en su vida. Las matemáticas son una familia de juegos de lenguaje, por lo que no necesitan fundamentos externos, sino análisis. Calcular, demostrar, son procesos en los que se siguen las reglas del juego del lenguaje. Estas reglas se aprenden dentro de la propia práctica y la interacción social. “El matemático es un inventor, no un descubridor”. Se considera a Wittgenstein un precursor del constructivismo social en matemáticas.

Wolff, Christian von (1679-1754). Filósofo matemático y científico alemán. Nació en Breslau (hoy, Wroclaw, Polonia). Estudió en las universidades de Breslau, Jena y Leipzig. Fue discípulo de Leibniz. Enseñó matemáticas en la Universidad de Halle (1707-1723). Profesor de matemáticas y filosofía en la Universidad de Marburg, Hesse (1723-1740). Pedro I el Grande de Rusia le nombró consejero científico. Ayudó a fundar la Academia de Ciencias de San Petersburgo. Vuelto a Alemania, a petición de Federico II el Grande, llegó a ser canciller (1741-1754). Publicó *Principios fundamentales de todas las ciencias matemáticas* (1710), de la que se hicieron numerosas ediciones, y donde defiende que el discípulo debe saber por qué, y para qué hace las operaciones que enseñaban los profesores de aritmética. Empleó las funciones trigonométricas en los cálculos algebraicos (por ejemplo, logaritmos de las sumas). Fijó el léxico matemático alemán y definió los términos matemáticos en su obra *Léxico matemático* (1716). En correspondencia con Leibniz, Wolff quería concluir, utilizando una extensión del argumento probabilístico de Leibniz, que $1-2+4-8+16-\dots = 1/3$, y que $1-3+9-27+81-\dots = 1/4$, a lo que Leibniz le objetó indicando que las series que tienen suma tienen términos decrecientes.

Wolsey, Laurence A. (h. 1969). Se doctoró en matemáticas por el Massachusetts Institute of Technology (1969). Enseñó en Manchester Business School (1969-1971), London School of Economics (1978-1979), Universidad de Cornell (1983), École Polytechnique de Lausana (1986-1987), Universidad de Utrecht (1998). Profesor de matemáticas aplicadas e investigación operativa en la Universidad Católica de Lovaina. Sus investigaciones se extienden al campo de la optimización combinatoria y la investigación operativa. Publicó *Optimización total y combinatoria* (con Nemhauser, 1988), *Toma de decisiones económicas: juegos, econometría y optimización* (1990), *Planificación de la producción* (2006), *Problemas de optimización* (2007).

Wonenburger Planells, María Josefa (n. 1927). Matemática española. Nació en Montrove (Oleiros, Coruña). Estudió en el Instituto de La Coruña y en la Universidad de Madrid, donde cursó la carrera de ciencias exactas, licenciándose en 1950. En 1953 se traslada a Estados Unidos para estudiar en las Universidades de Syracuse y Yale. En esta última Universidad se doctoró (1957) con la tesis *Sobre el*

grupo de semejanza y su grupo proyectivo. Vuelta a España, trabajó en el CSIC, escribiendo *Representación espinorial de los grupos de semejanza*. Seguidamente fue profesora en la Universidad de Ontario durante seis años, en la de Buffalo durante un año, y en la de Indiana (1967-1983), regresando definitivamente a España. Publicó, entre otros muchos trabajos, *El grupo simpléctico* (1960), *Anillos de división* (1961), *Estudio de la semejanza semi-involutiva* (1960), *Representaciones irreducibles del grupo proyectivo de semejanzas unitarias* (1960), *El álgebra de Clifford y el grupo de semejanzas* (1962), *Automorfismos del grupo de rotaciones* (1963), *Transformaciones producto de dos involuciones* (1966), *Automorfismos de las álgebras de Cayley* (1969), *Matrices de Cartan* (1972), *Generalización de los grupos Z* (1976).

Wood, J. A. (h. 1979). En relación con el análisis matemático del gesto deportivo mediante fotogrametría tridimensional, se producen ciertos errores en el proceso de obtención de las coordenadas espaciales, unos asociados a las lentes de las cámaras y otros a la obtención de las coordenadas digitalizadas, debidos al error aleatorio producido por el realizador de la digitalización. Así surge la necesidad de evaluar la primera y segunda derivada temporal de las funciones posición-tiempo, utilizando diferentes técnicas de ajuste. La técnica más extendida es la que se basa en el ajuste de datos a funciones spline de quinto grado, donde el ajuste se hace a trozos en lugar de utilizar un solo polinomio. Wood expuso esta técnica en *Sobre el uso de las funciones spline para ajustar datos* (con Jennings, 1979).

Wood, James (h. 1799). Matemático y astrónomo inglés. Escribió un tratado general de matemáticas, física y astronomía (1799).

Woodhouse, Robert (1773-1827). Matemático inglés. Nació en Norwich. Estudió en Cambridge, donde fue profesor de matemáticas y de astronomía. La escuela de Cambridge mantenía el uso de las series divergentes apelando al principio de la permanencia de la forma, a pesar de las conclusiones al respecto obtenidas por Cauchy. Woodhouse en *Principios del cálculo analítico* (1803), señaló que en la ecuación $1/(1-r)=1+r+r^2+r^3+\dots$ el signo de igualdad tiene “un significado más amplio” que el de sólo la igualdad numérica, concluyendo que la igualdad se cumple tanto si la serie es divergente como si no. Otras obras suyas son: *Tratado sobre problemas isoperimétricos y cálculo de variaciones* (1810), *Astronomía* (1812), *Astronomía física* (1818), *Trigonometría plana y esférica* (1827).

Wren, Christopher (1632-1723). Arquitecto, astrónomo y matemático inglés. Nació en East Knoyle (Wiltshire). Estudió en Westminster School y en el Trinity College de Oxford. En 1657 pasó a ser profesor de astronomía del Gresham College, ocupando más tarde el puesto de “savian professor” de astronomía en la Universidad de Oxford, cargo del que dimitió en 1673. Arquitecto de la catedral de San Pablo en Londres y de unas cincuenta iglesias, tras el gran incendio de Londres de 1666. También colaboró en el diseño de monumentos y edificios como el Observatorio de Greenwich, los Hospitales de Chelsea y Greenwich. Estudió la cicloide, hallando su longitud y el área encerrada (1658). En 1669 publicó en las *Philosophical Transactions* su descubrimiento de que en el hiperboloide de revolución de una hoja hay dos familias de rectas generatrices.

Wright, Edward Maitland (1906-2005). Matemático inglés. Estudió en la Universidad de Londres y en Oxford (Jesus College y Christ Church). Profesor de la Universidad de Aberdeen. Investigó en teoría analítica de números y teoría de grafos. Escribió junto con Godfrey Harold Hardy, *Introducción a la teoría de números* (1938).

Wright, Edward (1560-1615). Marino, matemático y cartógrafo inglés. Nació en Garveston (Norfolk, East Anglia). Estudió en Cambridge. Fue tutor del príncipe de Gales. Publicó *Algunos errores en navegación* (1599), donde calculó aproximadamente la integral $\int \sec x \, dx$. Desarrolló las bases teóricas de la proyección de Mercator, obteniendo la fórmula que da la relación funcional $D = a \ln \operatorname{tg}(\theta/2 + 45^\circ)$, donde D es la distancia al ecuador en el mapa y θ la latitud. Editó en 1616 la versión inglesa de la *Descripción* de Napier de 1614, y en la que apareció un *Apéndice* que se atribuyó a Oughtred.

Wronski, Hoëné. V. Hoene-Wronski, Josef Maria.

X

Xambó Descamps, Sebastián (h. 1976). Matemático español. Profesor de teoría de la información y codificación en la Universidad Politécnica de Cataluña. Escribió *Geometría* (1997), *Introducción al álgebra* (1993), *Geometría enumerativa*, *Álgebra lineal y geometrías lineales* (1976-1977).

Xenócrates (h. 396/395- h. 314/313 a.C.). Filósofo y matemático griego. Natural de Calcedonia. Discípulo de Platón, a quien acompañó a Sicilia. Tras la muerte de Platón, le sustituyó al frente de la Academia de Atenas, desde 339/338 hasta su muerte, derrotando a sus competidores Menedemo de Pirra y Heráclides Póntico, por escasos votos. Defendió la teoría de los indivisibles, pensando que lo indivisible o infinitesimal constante, resolvía las paradojas que, como las de Zenón, contaminaban el pensamiento tanto matemático como filosófico. Esta teoría trajo consigo una de las principales controversias de la época, en la que pudo haber intervenido Aristóteles, al que se le atribuyó un tratado con el título de *Sobre las líneas indivisibles*, que concluía que la citada teoría era insostenible (la crítica moderna pone en tela de juicio la autenticidad de dicho tratado).

Xiping, Zhu (h. 2010). Matemático chino. Profesor de matemáticas en la Universidad de Zhongsham (Cantón, Guangdong). Junto con Cao Huaidong, han resuelto (2010) la conjetura de Poincaré (V. Freedman, Hamilton, Newman, Zeeman, Perelmán, Huaidong y Yau), según la publicación *Asian Journal of Mathematics*, revista estadounidense que informa sobre el desarrollo de esta ciencia en Asia. La Academia China de Ciencias afirmó que Perelmán estableció las líneas generales para probar la conjetura, pero no dijo específicamente cómo resolverla. El trabajo de los dos matemáticos chinos ha sido dirigido por Shing-Tung Yau, profesor de la Universidad de Harvard.



Yaglom, Isaak Moiseevich (1921-1988). Matemático soviético. Nació en Jarkov (hoy, Kharkiv, Ucrania). Estudió en la Universidad Estatal de Moscú y en la de Sverdlovsk en los Urales, tras la evacuación de Moscú en la Segunda Guerra Mundial. Autor de libros de divulgación de matemáticas. Publicó, entre otros libros, *Geometría elemental, entonces y ahora* (1981), *Transformaciones geométricas* (1962).

Yang Hui (h. 1238-h. 1298). Matemático chino. Nació en Qiantang (hoy, Hangzhou, Zhejiang). Escribió *Análisis de las reglas aritméticas*, donde por primera vez aparece la expresión de la suma de los primeros n números que los pitagóricos llamaron triangulares, es decir, con nuestros símbolos: $1 + 3 + 6 + \dots + \frac{1}{2}n(n + 1) = \frac{1}{6}n(n + 1)(n + 2)$. Trata también la suma de la serie de los números naturales y la de sus cuadrados. En la resolución de ecuaciones utiliza el método que en Occidente suele denominarse “método de Ruffini-Horner”. Entre sus contribuciones hay que contar los primeros cuadrados mágicos chinos de orden mayor que tres, incluyendo dos de cada uno de los órdenes cuatro a ocho y uno de cada uno de los órdenes nueve y diez.

Yates, Robert C. (h. 1971). Escribió *El problema de la trisección* (1971), *Curvas y sus propiedades* (1952).

Yau, Shing-Tung (n. 1949). Matemático estadounidense nacido en China. Estudió en las Universidades de Hong Kong y de California en Berkeley. Profesor en las Universidades de Stanford, Princeton y Harvard. Galardonado con la medalla Fields 1982. Ha investigado en geometría diferencial. Ha dirigido el trabajo de Zhu Xiping y Cao Huaidong, matemáticos chinos que han resuelto la conjetura de Poincaré (2010).

Yeadon, Fred M. R. (h. 1985). Matemático inglés. Estudió matemáticas en la Universidad de Cambridge, graduándose en 1968. Se doctoró en biomecánica (1985) por la Universidad de Loughborough (Leicestershire). Profesor de biomecánica en la Universidad de Calgary y de informática de simulación en el deporte en la de Loughborough. En relación con el análisis matemático del gesto deportivo mediante fotogrametría tridimensional, escribió *Modelo matemático del cuerpo humano* (1990).

Yoccoz, Jean-Christophe (n. 1957). Matemático francés. Estudió en la École Normale Supérieure de París. Profesor en la Universidad de París-Sud. Galardonado con la medalla Fields 1994. Ha investigado sobre sistemas dinámicos.

Young, John Wesley A. (1879-1932). Matemático estadounidense. Nació en Columbus (Ohio). Estudió en la Universidad de Cornell y en la de Ohio, doctorándose en la de Cornell. Fue profesor en las Universidades de Illinois (1908), de matemáticas en la de Kansas y en el Dartmouth College. Publicó *Monografías de temas de matemáticas modernas* (1915), y con O. Veblen, *Geometría proyectiva* (dos volúmenes, 1910-1918). Esta obra desarrolla la organización kleiniana de la geometría, partiendo de la geometría proyectiva sobre una base estrictamente axiomática, para particularizar después esa geometría eligiendo diferentes cuádricas absolutas, obteniendo así las geometrías euclídea y no euclídeas. Sus axiomas son lo suficientemente generales como para incluir geometrías con solo puntos racionales, y geometrías con puntos complejos. También publicó *Lecciones de conceptos fundamentales de álgebra y geometría* (1911), *Geometría plana* (con A. J.

Schwartz, 1915), *Análisis matemático elemental* (con F. M. Morgan, 1917), *Trigonometría plana* (con Morgan, 1919).

Young, William Henry (1863-1942). Matemático inglés. Nació en Londres. Estudió en las Universidades de Cambridge, Gales y Londres. Se doctoró en ciencias por la Universidad de Cambridge. Enseñó en la Universidad de Calcuta. Fue profesor de historia de las matemáticas en la Universidad de Liverpool, y de matemáticas puras en las de Gales y Londres. Desarrolló una teoría de la medida análoga a la de Lebesgue (1909), e incluso, enunció una definición de integral coincidente con la de éste. Publicó *Teoremas fundamentales del cálculo diferencial* (1910).

Youngs, J. W. Theodore (Ted) (n. 1934). Matemático inglés. Nació en Bilaspur (India). Estudió en Wheaton College y en la Universidad de Ohio, donde se doctoró. Fue profesor en las Universidades de Ohio e Indiana, y en 1964 en la de Santa Cruz (California). Programó un curso sobre naturaleza de las matemáticas. Junto con G. Ringel, publicó *Solución del problema de Heawood sobre el coloreado de mapas* (1968).

Yule, George Udny (1871-1951). Estadístico británico. Nació en Beech Hill (Haddington, Escocia). Estudió en Winchester College y en la Universidad de Londres, donde tuvo como profesor a Pearson. Enseñó en esta Universidad, publicando *Introducción a la teoría de la estadística* (1911), obra basada en las conferencias que había pronunciado en dicha Universidad. En 1912 se trasladó a la Universidad de Cambridge, donde permaneció el resto de su vida. En la década de 1920 publicó varios artículos sobre el análisis de series de tiempo. En la década de 1940 realizó un estudio estadístico del vocabulario de las obras literarias.

Yushkevich, Adolf-Andrei Pavlovich (1906-1993). Matemático e historiador soviético. Nació en Odessa (Rusia; hoy, Ucrania). Estudió en la Universidad Estatal de Moscú. Fue profesor en la Universidad Técnica Bauman, que fue evacuada a Izhevsk durante la Segunda Guerra Mundial. A partir de 1952 investigó en el Instituto de Historia Natural Vavilov. Publicó más de 300 obras de historia de las matemáticas, entre ellas, *Historia de la matemática en la Edad Media* (1964) donde hizo una exposición muy completa de la matemática medieval en Arabia, China, India y Europa. Junto con B. A. Rosenfeld, escribió *Omar Khayyam* (1965). Escribió con Kolmogórov, *Matemáticas del siglo XIX, geometría y teoría de la función analítica*.

Z

Zacuto, Abraham (1452- 1515). Matemático, astrónomo e historiador español. Nació en Salamanca. Estudió en la Universidad de Salamanca, en la que fue catedrático de astronomía. Fue rabino de su comunidad. Es posible que formara parte en 1486, del Consejo de Doctos Varones de la Universidad que evaluó y rechazó el proyecto de Cristóbal Colón para viajar a las Indias por Occidente. Tras la expulsión de los judíos de España (1492), se refugió en Portugal, donde fue nombrado Historiador y Astrónomo Real por Juan II y Manuel I. En 1497 abandonó Portugal para escapar de las conversiones forzosas, instalándose en el Imperio Otomano. Escribió *El gran tratado*, que dio lugar al *Almanaque perpetuo*, que contiene todas las tablas astronómicas de la época, que serán utilizadas por los marinos. También escribió *El libro del linaje*, en la que expone cronológicamente el orden de las generaciones judías desde la creación hasta su tiempo.

Zadeh, Lofti Asker (n. 1921). Matemático azerbaiyano, nacionalizado estadounidense. Nació en Bakú (URSS; hoy, Azerbaiyán). Estudió en la Universidad de Teherán, y ya en Estados Unidos, en el Massachusetts Institute of Technology y en las Universidades de Columbia y California en Berkeley, siendo profesor en esta última Universidad. Publicó *Conjuntos difusos* (1965), obra con la que sentó las bases de la lógica difusa. Ésta, al modelar la incertidumbre acerca del grado de verdad de las proposiciones, permite trabajar con sistemas complejos con mayor eficacia, ya que es posible controlar la dicotomía entre la simplicidad de la descripción del sistema y la precisión alcanzada en la descripción. Destaca la capacidad de colaboración de esta técnica con los sistemas expertos, las redes neuronales o los algoritmos cinéticos. Esta metodología proporciona una manera sencilla de obtener una conclusión a partir de informaciones de entrada vagas, ambiguas, imprecisas, con ruido, incompletas. En general, la lógica difusa imita la forma en que una persona toma sus decisiones basándose en informaciones que adolecen de las características mencionadas.

Zamberti, Bartolomeo (llamado también **Bartolomeo dalli Sonetti**) (1473-1505). Humanista italiano. Tradujo directamente del griego al latín las obras completas de Euclides (1500-1505), discrepando a menudo fuertemente de la versión de Campano.

Zamorano, Rodrigo (1542-1623). Matemático y cosmógrafo español. Nació en Valladolid. Fue cosmógrafo de la casa real con Felipe II. Fue piloto de la Casa de Contratación de Sevilla y del Consejo de Indias, y catedrático de cosmografía de la citada Casa. Autor de varios libros sobre náutica, astronomía, almanaques y matemáticas: *Los seis primeros libros de Euclides traducidos en lengua española* (1576), *Carta de marear* (primera edición, 1579), *Compendio de la arte de navegar* (1581), *Cronología de la razón de los tiempos* (1594).

Zaragoza y Vilanova, José de (1627-1679). Matemático, astrónomo y cosmólogo español. Nació en Alcalá de Chivert (Castellón) y murió en Madrid. Se graduó en artes en la Universidad de Valencia. Ingresó en la Compañía de Jesús. Enseñó en diversos colegios de los jesuitas: retórica en Calatayud, artes en Mallorca, teología en Barcelona. Entre 1660 y 1670 residió en Valencia dedicado a la enseñanza de teología y a la investigación y enseñanza de las matemáticas. En 1670 fue nombrado titular de la cátedra de matemáticas del Colegio Imperial de Madrid. Escribió varios textos de aritmética, álgebra, geometría, trigonometría y cálculo de logaritmos, dedicados especialmente a la enseñanza. Realizó aportaciones como una teoría geométrica del cálculo baricéntrico, el establecimiento de las relaciones llamadas de Ceva, la relación cuadrática entre los lados y diagonales de un cuadrilátero y la resolución del problema del tetraedro mínimo. Tuvo que elaborar personalmente caracteres tipográficos propios de la materia, entonces inexistentes en las imprentas

españolas. En cuanto a sus trabajos de astronomía, éstos son de sesgo marcadamente moderno por la continua fundamentación empírica de las hipótesis en datos de observación astronómica. Se muestra cuidadoso partidario del heliocentrismo, niega la incorruptibilidad de la sustancia celeste, admite la infinitud del espacio, niega el alma de los cielos y los orbes cristalinos o sólidos de Aristóteles y Santo Tomás. Publicó *Aritmética universal que comprende el arte mayor y menor, álgebra vulgar y especiosa* (1669), *Trigonometría española: resolución de los triángulos planos y esféricos, fábrica y uso de los senos y los logaritmos* (1672), *Geometría magna in minimis, in III partes divisa: I De minimis in communi; II De planis; III De solidis* (1674), *Fábrica y uso de varios instrumentos matemáticos* (1675), *Esfera en común celeste y terráquea* (1679).

Zariski, Oscar (1899-1986). Matemático estadounidense de origen ruso. Nació en Kobryn (Rusia; hoy, Bielorrusia). Estudió en las universidades de Kiev, Pisa y Roma, donde fue alumno de Castelnuovo, obteniendo el doctorado en 1924. Emigrado a Estados Unidos, fue profesor en las universidades John Hopkins de Baltimore (1927-1945), Illinois (1946-1947) y Harvard desde 1947. Fue uno de los fundadores de la geometría algebraica sobre un cuerpo arbitrario, utilizando sólo el álgebra conmutativa.

Zarqali, Al. V. Al-Zarqali.

Zatsiorsky, Vladimir M. (h. 1960). Matemático soviético. Profesor en el Instituto Central de Cultura Física en Moscú (1960-1990), en las Universidades de California en Los Ángeles, de Calgary y de kinesiología en la de Pensilvania (desde 1993). Para el análisis dinámico de un sistema coordinado (el cuerpo humano) en movimiento, el hecho de conocer la localización de su centro de gravedad tiene especial relevancia. En la biomecánica deportiva es necesario definir el número de segmentos que componen el modelo humano, conocer la localización del centro de gravedad de cada segmento y determinar su peso, permitiendo la localización del centro de gravedad del sistema total. Con este objetivo, Zatsiorsky y Seluyanov utilizaron el escáner de rayos gamma. Ambos escribieron *Estimación de las características de masa e inercia del cuerpo humano por medio de ecuaciones* (1985). Zatsiorsky es autor o coautor de unas 400 publicaciones.

Zeeman, Erik Christopher (n. 1925). Matemático británico de origen japonés. Estudió en la Universidad de Cambridge, donde se doctoró. Ha enseñado en las Universidades de Cambridge, Warwick, Oxford y Gresham College. Ha trabajado en topología geométrica, teoría de catástrofes y teoría de la singularidad. Demostró (1961), como también Smale y Stallings (ambos, en 1960), la conjetura generalizada de Poincaré, para $n \geq 5$. Zeeman y Stallings lo hicieron para variedades combinatorias, adaptando la demostración de Smale con sus propios trabajos y los de J. H. C. Whitehead. Poincaré, en 1904, había presentado una conjetura consistente en que toda variedad tridimensional cerrada, orientable y simplemente conexa es homeomorfa a la esfera de la misma dimensión, conjetura que fue generalizada de la siguiente forma: Toda variedad n -dimensional cerrada y simplemente conexa que tenga los mismos números de Betti y los mismos coeficientes de torsión que la esfera n -dimensional, es homeomorfa a ella (V. Freedman, Hamilton, Newman, Perelmán, Huaidong, Xiping y Yau).

Zeeman fue uno de los primeros matemáticos que se adhirió a la teoría de R. Thom (V. Thom, René), publicando el artículo *Una máquina de catástrofes* (1972). En este artículo, Zeeman designa como catástrofes aquellos puntos en los que se producen saltos bruscos en el estado del sistema estudiado. A partir de esto, la teoría pasó a llamarse “teoría de catástrofes”. Zeeman presentó la teoría de catástrofes en su trabajo *Niveles de estructura en la teoría de catástrofes, ilustrados con aplicaciones en las ciencias sociales y biológicas* (1974).

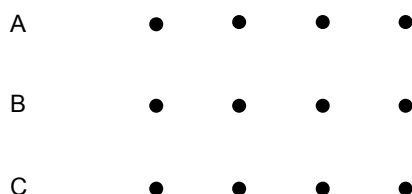
Zelmanov, Efim Isaakovich (n. 1955). Matemático soviético. Nació en Khabarovsk (URSS; hoy, Rusia). Estudió en las Universidades de Novosibirsk y Leningrado. Enseñó en Novosibirsk, trasladándose luego a Estados Unidos (1990), donde ha sido profesor en las Universidades de Wisconsin-Madison, Chicago, Yale y California en San Diego. Ha investigado en combinatoria, álgebra no asociativa y teoría de grupos. Galardonado con la medalla Fields 1994.

Zenodoro (s. II a.C.). Matemático griego. Escribió *Figuras isométricas*, donde introdujo en la geometría el problema de los isoperímetros, que resuelve en casos particulares. Se conservan catorce de sus proposiciones sobre esta cuestión, por ejemplo: Entre los polígonos de lados con el mismo perímetro, el polígono regular es el que tiene mayor área. Entre los polígonos regulares con igual perímetro, el que tiene más lados tiene mayor área. El círculo es de mayor área que cualquier polígono regular de igual perímetro que la circunferencia del círculo. Que la esfera es de mayor volumen que cualquier sólido de igual superficie. De ellos, Zenodoro sólo daba una justificación incompleta.

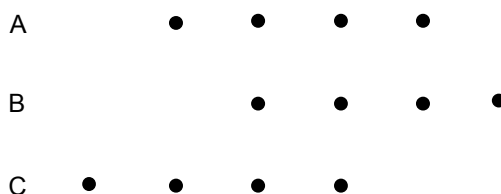
Zenón de Elea (h. 495-h. 430 a.C.). Filósofo griego. Perteneció al centro que Jenófanes de Colofón fundó en Sicilia hacia finales del siglo VI a.C. Se dice que fue un pitagórico, como su maestro Parménides. Es considerado como el fundador de la dialéctica por los argumentos empleados en defensa de la doctrina del maestro. Para defender la doctrina de la unicidad y de la inmovilidad del ser, elaboró como argumentos ciertas paradojas sobre cosas ostensibles, como el movimiento de una flecha y la carrera de Aquiles y la tortuga, que se apoyaban en las dificultades que entonces presentaban los conceptos completamente nuevos de infinitamente pequeño e infinitamente grande, así como el de continuidad. Tales paradojas se han interpretado como críticas dirigidas a las concepciones pitagóricas, al denunciar los absurdos que implicaba la concepción de los cuerpos como suma de puntos, del tiempo como suma de instantes, del movimiento como suma de pasajes de un lugar a otro. En efecto, la hipótesis de estar compuestas las magnitudes geométricas de elementos indivisibles y extensos, conduce a un absurdo pues si algo está compuesto de elementos indivisibles, éstos no tienen extensión y un conjunto de elementos no extensos, por grande que sea su número, no puede dar sino una cantidad no extensa, es decir, nula. Por otra parte, las unidades que componen toda pluralidad deben estar separadas entre sí por algo, entre este algo y la unidad anterior debe haber a su vez otro algo (el vacío no existe), y así sucesivamente, de manera que un conjunto de infinitos elementos no puede dar sino una cantidad infinita. Luego toda pluralidad es nula e infinita al mismo tiempo.

Tal como han llegado hasta nosotros, transmitidas por Aristóteles y por Simplicio, entre otros (este último vivió en el siglo VI d. C. y basaba sus afirmaciones en los escritos de Aristóteles), cuatro de las paradojas fueron las que causaron más dificultades: la de la dicotomía, la de Aquiles, la de la flecha y la del estadio. En tiempos de Zenón había dos concepciones opuestas del espacio y del tiempo: una, que el espacio y el tiempo son divisibles indefinidamente, en cuyo caso el movimiento resultaría continuo y “liso”; y la otra que el espacio y el tiempo están formados por pequeños intervalos indivisibles, en cuyo caso el movimiento consistiría en una sucesión de minúsculos saltos espasmódicos. Los argumentos de Zenón están dirigidos contra ambas teorías, las dos primeras paradojas (la de la dicotomía y la de Aquiles y la tortuga) contra la primera, y las otras dos (la de la flecha y la del estadio) contra la segunda. La primera paradoja de cada pareja considera el movimiento de un único cuerpo, y la segunda el movimiento relativo de un cuerpo respecta a otro. La de la dicotomía afirma que antes de que un objeto en movimiento pueda recorrer una distancia dada, debe recorrer en primer lugar la mitad de esa distancia, pero antes de recorrer ésta deberá recorrer el primer cuarto de la distancia inicial, y antes el primer octavo, y así indefinidamente a través de una cantidad infinita de subdivisiones. El corredor que quiere iniciar su carrera debe realizar un número infinito de etapas sin ninguna primera en un tiempo finito. Pero es imposible agotar una colección infinita y, por lo tanto, el mismísimo comienzo del movimiento es imposible. En el caso de Aquiles y la tortuga, Aquiles, “el de los pies ligeros”, no alcanzará a la lenta tortuga, por escasa que sea la distancia con la que la tortuga preceda al corredor. Pues cuando Aquiles ha recorrido esa distancia y llega donde estaba la tortuga, ésta estará en un lugar algo más adelante, y cuando Aquiles llegue a ese lugar, la tortuga habrá avanzado otro poco, y así sucesivamente. De ahí que la conclusión es evidentemente absurda, si se supone finito el número de lugares, Aquiles no alcanzará jamás a la tortuga; de suponerlo infinito, el lugar del encuentro existe, pero más allá de esos infinitos lugares. En la paradoja de la flecha, Zenón sostiene que un objeto moviéndose en el aire siempre ocupa un espacio igual a sí mismo, y que lo que siempre ocupa un lugar igual a sí mismo no puede estar en movimiento, por lo que la flecha está en reposo en todos los instantes durante su vuelo, luego su movimiento no es más que una ilusión. En la paradoja del estadio, Zenón considera cuatro cuerpos de igual tamaño en reposo y otros cuatro cuerpos del mismo tamaño que los anteriores y que se mueven de izquierda a derecha uniformemente de manera que cada uno de éstos últimos adelanta a cada uno de los primeros exactamente en un instante, es decir, en el más pequeño intervalo de tiempo posible, o indivisible en el tiempo. Considera

seguidamente otros cuatro cuerpos iguales a los anteriores, pero que en este caso se mueven uniformemente hacia la izquierda con respecto a los cuatro primeros, de manera que cada uno de estos últimos cuerpos adelanta hacia la izquierda a cada uno de los cuatro primeros cuerpos exactamente en un instante. Luego al cabo de ese instante que es el más pequeño intervalo de tiempo posible, cada uno de los cuerpos citados en tercer lugar habrá adelantado, hacia la izquierda, a dos de los citados en segundo lugar, por lo que el instante se habrá dividido en dos partes iguales, por lo que el citado instante no puede ser el mínimo posible, pues existe una unidad de tiempo más pequeña que es la que necesita cada cuerpo del tercer conjunto para adelantar solamente a cada uno de los cuerpos del segundo conjunto. En la primera figura se representan los cuerpos antes del movimiento.



En la segunda figura se representan después del movimiento, de forma que los cuerpos de la fila C están desplazados dos unidades de espacio a la izquierda de los de la fila B.



Aristóteles dice que la falacia de Zenón consiste en suponer que las cosas que se mueven con la misma velocidad emplean el mismo tiempo en adelantar a un objeto en movimiento y a un objeto fijo. Ni el argumento de Zenón ni la respuesta de Aristóteles son claros, pero si se supone que la paradoja consiste en un ataque a los intervalos mínimos indivisibles y a los segmentos mínimos indivisibles de espacio, que es lo que Zenón intentaba atacar, entonces su argumentación tiene perfecto sentido. Además, los citados argumentos de Zenón, así como otros parecidos, aluden a la divisibilidad infinita de las cantidades y ponen por tanto en evidencia el peligro que entrañaba el manejo poco cuidadoso de un concepto tan vago y arriesgado como el infinito, de ahí que sea probable que otra de las consecuencias indirectas de las críticas de Zenón fuera esa característica de los matemáticos griegos posteriores de eliminar o reprimir el infinito en su ciencia. Estas críticas traen consigo, por lo pronto, la introducción de la continuidad como una de las notas del ser, eliminando la discontinuidad que había producido a los pitagóricos el “escándalo de los irracionales”. Por lo demás, la dicotomía del *ser* y *no ser* sienta las bases del principio lógico de no contradicción, que dará lugar en la matemática, al método de reducción al absurdo. Por otra parte, en los círculos pitagóricos se representaban las magnitudes por medio de pequeñas piedrecillas o “cálculos”, pero para la época de Euclides se produjo un cambio total en el punto de vista: las magnitudes ya no aparecen en general asociadas a números o a su representación por medio de piedrecillas, sino por medio de segmentos. El dominio del número siguió conservando las propiedades características de lo discreto, pero el mundo de las magnitudes continuas (que incluía la mayor parte de la matemática prehelénica y pitagórica) era una cosa separada del número y tenía que ser tratada mediante métodos puramente geométricos. Parecía que era la geometría la que regía el mundo, y no los números los que lo hacían. No parece exagerado decir que ello se debió en gran medida a dos hombres, Zenón de Elea e Hipaso de Metaponto.

Zermelo, Ernst Friedrich Ferdinand (1871-1953). Matemático alemán. Nació en Berlín. Estudió matemáticas, física y filosofía en Berlín, Halle y Friburgo. Presentó su tesis en Berlín (1894). Fue profesor en Gotinga (1899-1910) y en Zúrich (1910-1916). Jubilado por razones de salud, vivió en la Selva Negra y, en 1926, fue nombrado profesor honorario de la Universidad de Friburgo. Se opuso al

régimen nazi y abandonó la universidad en 1935, reintegrándose a ella en 1946. La axiomatización de la geometría y de la aritmética había permitido resolver problemas lógicos en esas ramas, y parecía verosímil que la axiomatización también clarificaría las dificultades de la teoría de conjuntos, que había formulado Cantor de una manera muy libre o informal o, como algunos matemáticos preferían decir, intuitiva. Zermelo fue el primero en emprender la axiomatización de la teoría de conjuntos (1908). Pensaba que las paradojas habían aparecido porque Cantor no había restringido adecuadamente el concepto de conjunto (Cantor lo había definido en 1895, como una colección de objetos distintos de nuestra intuición o nuestro pensamiento, lo que era bastante vago). Zermelo esperaba que un sistema de axiomas precisos y explícitos clarificara qué es lo que se entiende por un conjunto y cuáles son sus propiedades. Incluso Cantor, consciente de las dificultades inherentes a su concepto de conjunto, en una carta a Dedekind de 1899, distinguía entre conjuntos consistentes e inconsistentes. Zermelo pensó que podía restringir sus conjuntos a los consistentes de Cantor, y que éstos serían suficientes para la matemática. Su sistema de axiomas (1908) contenía conceptos y relaciones fundamentales que estaban definidos implícitamente por las afirmaciones de los axiomas. Entre dichos conceptos, los fundamentales eran el de conjunto y la razón de pertenencia de un elemento a un conjunto, y afirmó que no debería utilizarse ninguna propiedad de los conjuntos a no ser que estuviese garantizada por un axioma. Por ejemplo, la existencia de un conjunto infinito y las operaciones tales como la unión de conjuntos o la formación de subconjuntos se especificaban en su sistema de axiomas. Zermelo afrontó el problema de qué hacer para comparar los números cardinales de conjuntos que no estén bien ordenados. En 1904 había demostrado (en 1908 ofreció una segunda demostración), que a todo conjunto se le puede dar una buena ordenación. En la demostración utilizó el sexto de los axiomas sobre los que basaba su formulación, llamado el axioma de las infinitas opciones arbitrarias (1904), hoy llamado también axioma de elección (axioma de Zermelo), que es esencial en muchas demostraciones, según el cual, dada cualquier colección de conjuntos no vacíos distintos, es posible elegir en cada uno de ellos un elemento para formar un nuevo conjunto. Zermelo afirmó que, dado un conjunto cualquiera cuyos elementos sean conjuntos no vacíos y disjuntos dos a dos, existe al menos un conjunto que contiene uno y sólo un elemento en común con cada uno de los conjuntos no vacíos, elementos del conjunto dado. Como ejemplo, consideró el intervalo unidad formado por todos los números reales x tales que $0 \leq x \leq 1$, y llámense equivalentes a dos de estos números reales cuando su diferencia sea racional. Evidentemente, hay infinitas clases de equivalencia de números reales; si se forma un conjunto S que contenga uno y sólo un elemento de cada una de estas clases de equivalencia, ¿ S será o no, numerable? El axioma de elección, el teorema sobre la buena ordenación y el hecho de que dos conjuntos cualesquiera puedan compararse en cuanto a su tamaño, son principios equivalentes. Gödel, en 1939, demostró que el axioma de elección es consistente con los restantes axiomas de la teoría de conjuntos. En 1963, Cohen demostró que el citado axioma es independiente de los restantes axiomas de la teoría de conjuntos usual, por lo que no podía demostrarse dentro del sistema.

El plan de Zermelo consistía en admitir en la teoría de conjuntos sólo aquellas clases de las que verosímilmente no pudieran derivarse contradicciones. Parecían seguras, por ejemplo, la clase vacía, cualquier clase finita y la de los números naturales. Dada una clase segura, algunas clases formadas a partir de ellas, tales como cualquiera de sus subclases, y la unión de clases seguras, deberían ser clases seguras. Evitó, sin embargo, la complementación, puesto que aunque x fuera una clase segura, el complemento de x , es decir, todos los no- x , en algún universo de objetos muy grande podría no ser una clase segura. Esta teoría, modificada por Frenkel, Neumann y otros, se demostró adecuada para desarrollar la teoría de conjuntos necesaria para, prácticamente, todo el análisis clásico, y evitar las paradojas, ya que, hasta hoy (1972, fecha en que Kline daba esta opinión) nadie ha descubierto ninguna paradoja dentro de esta teoría. Sin embargo, no se ha demostrado la consistencia de la teoría axiomática de conjuntos.

Zeuthen, Hieronymus Georg (1839-1920). Matemático e historiador danés. Nació en Grimstrup. Estudió en la Universidad de Copenhague (1857-1862), y geometría en París con Chasles. En 1865 presentó su tesis doctoral en Copenhague, sobre geometría enumerativa, campo en el que trabajó hasta 1875. Estudió las propiedades de los grupos de cónicas, continuando los trabajos de Chasles al respecto. Fue profesor extraordinario (1871) y profesor ordinario (1886) de la Universidad de Copenhague, de donde fue rector. A partir de 1875, trabajó en otras áreas como mecánica, geometría

algebraica e historia de las matemáticas. Escribió *Las secciones cónicas en la antigüedad* (1886), *Sobre el uso de las coordenadas en la antigüedad* (1888), *Historia de las matemáticas en la Antigüedad y en la Edad Media* (1893), *Historia de las matemáticas en los siglos XVI y XVII* (1903), *Sobre el origen histórico del conocimiento de las cantidades irracionales* (1915).

Zorraquín, Mariano (m. 1823). Militar y matemático español. Estudió en la Academia de Ingenieros de Alcalá de Henares, de donde más tarde fue profesor, y donde publicó *Geometría analítica descriptiva* (1819). Esta obra está inspirada en la de Monge, aunque presenta como importante innovación la unificación en una sola disciplina de los dos desarrollos necesarios en la formación matemática de los ingenieros, hasta entonces siempre presentados de manera separada: la expresión algebraica y la representación gráfica, por lo que esta obra tiene lugar destacado en la historiografía matemática española.

Zuazua Iriondo, Enrique (n. 1961). Matemático español. Nació en Éibar (Guipúzcoa). Se licenció en matemáticas por la Universidad del País Vasco (1984), doctorándose en 1987. Profesor de matemáticas en la Universidad Autónoma de Madrid (1989), de matemática aplicada en la Universidad Complutense de Madrid (1990) y en la Autónoma de Madrid (2001). Sus campos de investigación abarcan las ecuaciones en derivadas parciales, el control de sistemas y el análisis numérico, habiendo publicado más de doscientos artículos y memorias. También ha realizado diversos trabajos de divulgación científica.

Zukovski (Zhukovski), Nikolai Egorovich (1847-1921). Ingeniero mecánico y matemático ruso. Nació en Orekhovo (Vladimir, Imperio Ruso; hoy, Orekhovo-Zuyevo, Rusia). Se graduó en la Universidad de Moscú (1868). Fue profesor en la Escuela Técnica Imperial de Moscú desde 1872. En 1902 construyó el primer túnel de viento. Creó en 1904 el primer instituto de aerodinámica de Europa en Kachino (Moscú), que en 1918 se convirtió en el Instituto Central de Aerohidrodinámica, del que fue su primer director. Lenin le llamó “padre de la aviación soviética”. Publicó numerosos ensayos sobre aerodinámica, aeronáutica, hidráulica, mecánica, matemáticas y astronomía. Se encuentran entre sus trabajos más importantes sus perfiles para planos de sustentación. Investigando con funciones de variable compleja descubrió que la existencia de circulación en el flujo de un ala (postulado de Chaplygin) origina una fuerza de sustentación sobre el ala, en una dirección perpendicular a la velocidad del flujo e igual a $\rho\alpha\Gamma$, donde ρ es la densidad del medio, α depende de la velocidad y Γ la circulación. Estudió el llamado efecto Magnus provocado por cilindros en rotación, así como también el golpe de ariete (pulso de Zukovski). Un cráter de la Luna lleva su nombre.

Zwikker, Cornelis (1900-1985). Matemático holandés. Nació en Zaandam (Holanda Septentrional). Trabajó en N. V. Philips, en Eindhoven. Escribió *Materiales absorbentes del sonido* (1949), *Geometría plana avanzada* (1950), *Iluminación fluorescente* (1952), *Propiedades físicas de materiales sólidos* (1954), *Geometría avanzada de curvas planas y sus aplicaciones* (1963).

Zygmund, Antoni Szczepan (1900-1992). Matemático polaco, ciudadano estadounidense. Nació en Varsovia. Se doctoró en la Universidad de Varsovia (1923). Desde 1922 a 1929 enseñó en la Escuela Politécnica de Varsovia. En 1929 y 1930 estudió en Oxford, con Hardy, y en Cambridge, con Littlewood. Fue profesor de matemáticas (1930-1939) en la Universidad de Vilna (Polonia; hoy, Lituania). Publicó *Series trigonométricas* (Varsovia, 1935). En la Segunda Guerra Mundial, tras la ocupación de Polonia, emigró a Estados Unidos, donde fue profesor en Mount Holyoke College en South Hadley. Desde 1945 a 1947 lo fue en la Universidad de Pensilvania, y desde 1947 en la de Chicago. Trabajó en análisis armónico, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, teoría de ondas y vibraciones. Con su alumno Calderón, trabajaron sobre operadores integrales singulares, publicando *Sobre la existencia de ciertas integrales singulares* (1952), donde introdujeron un método de variable real para entender las integrales singulares, lo que propició el desarrollo del análisis microlocal de las décadas 1960 y 1970, que hizo avanzar la teoría de las ecuaciones lineales en derivadas parciales: teorema de unicidad para el problema hiperbólico de Cauchy, problemas de frontera elípticos, teorías de hipoelipticidad, resolubilidad local, etc.

TABLA CRONOLÓGICA

TABLA CRONOLÓGICA

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
Milenio IV a.C.			Los sumerios inventan la escritura (h. 3500 a.C.) Desarrollo del arado en el Próximo Oriente Utilización de la rueda en Mesopotamia Metalurgia del cobre y del bronce
Milenio III a.C.	Imhotep (h. 2700 a.C.)	Sumeria: sistema de numeración sexagesimal (posicional) Egipto: sistema de numeración decimal (aditivo) Parece posible que parte del contenido del papiro Rhind proceda de Imhotep, el casi legendario arquitecto y médico del faraón Zoser, que dirigió la construcción de su pirámide (h. 2700 a.C.)	Probable fijación del calendario solar egipcio de 365 días Pirámide de Zoser (h. 2700 a.C.) Pirámide de Keops (2575 a.C.) Zigurats en Mesopotamia Sargón conquista Sumeria (h. 2300 a.C.) Abrahán (h. 2100 a.C.) Palacios minoicos
Milenio II a.C.	Ahmes (h. 1650 a.C.)	Tablillas matemáticas con textos cuneiformes (ecuaciones de segundo grado, método de falsa posición, teorema de Pitágoras, tripletes pitagóricos, etc.), como la tablilla Plimpton 322, que data del periodo babilónico antiguo (h. 1900 a 1600 a.C.) Papiro Rhind, el más importante documento matemático egipcio, obra de Ahmes (h. 1650 a.C.)	Código de Hammurabi (h. 1800 a.C.) Historia de Sinuhé Libro de los muertos Epopéya de Gilgamesh Los Veda (h. 1400 a.C.) Canto al Sol Alfabeto fenicio (h. 1350 a.C.) Guerra de Troya (h. 1250 a.C.) Moisés (h. 1200 a.C.) Los babilonios extienden a los círculos celestes la división del día en 360 partes (h. 1000 a.C.)
s. X a.C.			
-960			Rey David (m.h. 960 a.C.; reinó aproximadamente 40 años)
-930			Rey Salomón (m.h. 930 a.C.) Templo de Jerusalén
s. IX a.C.			
-850			Homero (h. 850 a.C.)
s. VIII a.C.			
-776			Primera olimpiada
-753			Fundación de Roma
-750		Sulvasutra (entre s. VIII y s. II a.C.)	Hesíodo (h. 750 a.C.) Isaías (h. 750 a.C.) Licurgo (h. 750 a.C.)
s. VII a.C.			
-650			Acrópolis de Atenas (comienzo de su construcción h. 650 a.C.) Escritura demótica (h. 650 a.C.) Jardines de Nínive (h. 650 a.C.) Jeremías (h. 650 a.C.)
-630			Zoroastro (630-553 a.C.)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
-624	Tales de Mileto (h. 624-h. 546 a.C.)		
-610	Anaximandro de Mileto (h. 610-h. 546 a.C.)		
-600			Lao-Tsé (h. 600 a.C.)
s. VI a.C.			
-597			Primera deportación de los israelitas a Babilonia
-570	Pitágoras de Samos (h. 570-h. 480 a.C.)		
-563			Buda (563-483 a.C.)
-560	Hecateo de Mileto (h. 560-490 a.C.)		
-553			Ciro el Grande (553-529 a.C.)
-551			Confucio (551-479 a.C.)
-550	Anaxímenes de Mileto (550-480 a.C.) Apastamba (s. VI a.C.) Mamerco (s. VI a.C.)	Se atribuye al matemático hindú Apastamba la más conocida de los tres <i>Sulvasutras</i> (o “reglas de la cuerda”) que se conservan (h. s. VI a.C.)	Jardines colgantes de Babilonia (h.550 a.C.) Templo capitolino de Roma (h. 550 a.C.) Esopo (h. 550 a.C.)
-540		Se funda en Crotona la escuela o secta pitagórica Nace la matemática deductiva Los pitagóricos definen propiedades de los números (figurados, amigos, perfectos), el teorema de Pitágoras, los tripletes pitagóricos, la aplicación de áreas Se descubren los números irracionales (h. 540 a.C.)	Vardhamana (Mahavira) (540-468 a.C.)
-529			Se produce un eclipse de sol que Tales de Mileto habría predicho
-525			Esquilo (525-456 a.C.)
-515	Parménides de Elea (h. 515-h. 440 a.C.)		
s. V a.C.		Nacen y se estudian los problemas clásicos de la geometría griega: trisección del ángulo, duplicación del cubo, cuadratura del círculo, a los que se añaden la validez de los métodos infinitesimales, la razón entre magnitudes incommensurables y las paradojas sobre el movimiento Zenón de Elea critica las concepciones pitagóricas por medio de paradojas A Hipias de Elis se le atribuye la invención de la trisectriz, posiblemente la primera curva conocida por los griegos tras la circunferencia, y la primera definida cinemáticamente	Avances en la técnica de la metalurgia del hierro

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
s. V a.C.		El sistema de numeración griego por medio de letras comienza a desplazar en estas fechas, a un sistema más antiguo que se llamó más tarde herodiano (del gramático griego Herodiano del siglo II)	
-500	Anaxágoras de Clazomene (500-428 a.C.)		Fidias (500-435 a.C.) Ramayana (h. 500 a.C.) Solón (h. 500 a.C.)
-496			Sófocles (496-406 a.C.)
-495	Zenón de Elea (h. 495-h. 430 a.C.)		
-490	Nabu-Rimanni (h. 490 a.C.)		Batalla de Maratón Fin de la primera guerra médica
-485			Heródoto (485-424 a.C.)
-484	Herodoto de Halicarnaso (h. 484-h. 430/420 a.C.)		Eurípides (484-406 a.C.)
-480	Antifón (h. 480-411 a.C.) Filolao de Crotona (h. 480 a.C.)		
-470			Sócrates (h. 470-399 a.C.)
-461			Siglo de Pericles (comienza en 461 a.C.)
-460	Hipias de Elis (460-400 a.C.)		Templo de Zeus en Olimpia Demócrito de Abdera (h. 460-h. 370 a.C.) Hipócrates de Cos (460-377 a.C.)
-456	Teodoro de Cirene (h. 456-h. 398 a.C.)		
-450	Enópides de Quíos (h. s. V a.C.) Hipaso de Metaponto (h. 450 a.C.)	Hipócrates de Quíos estudia la duplicación del cubo e inventa las lúnulas de su nombre (h. 450 a.C.)	Aristófanes (h. 450-h. 388 a.C.)
-440	Hipócrates de Quíos (h. 440 a.C.)		Policleto (h. 440 a.C.)
-430	Arquitas de Taras (430-360 a.C.)	Demócrito de Abdera adopta la teoría del atomismo (h. 430 a.C.)	
-428			Platón (h. 428-347 a.C.)
-415	Teeteto de Atenas (h. 415-h. 369 a.C.)	Teodoro de Cirene demuestra la irracionalidad de varios números (h. 415 a.C.)	
-408	Eudoxo de Cnido (408-355 a.C.)		
-400	Kidinu (h. 400-h. 330 a.C.)	Arquitas de Tarento plantea por primera vez la conexión entre los problemas geométricos y los cinemáticos. Ejemplo de ello es la solución que dio al problema de la duplicación del cubo por medio de la intersección de un cilindro, un cono (la intersección de estas dos superficies es el primer ejemplo de una curva	Praxíteles (400-330 a.C.)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
-400		alabeada) y la superficie (tórica) engendrada por una circunferencia girando alrededor de una tangente (h. 400 a.C.) Filolao de Crotona habría divulgado los conocimientos secretos de los pitagóricos (h. 400 a.C.)	
s. IV a.C.		Probable época del sistema vigesimal posicional maya	
-396	Xenócrates (h. 396/395-h. 314/313 a.C.)		
-390	Dinostrato (390-320 a.C.)		
-387			Fundación de la Academia de Platón
-384			Aristóteles de Estagira (384-322 a.C.) Demóstenes (384-322 a.C.) Lisipo (384-320 a.C.)
-380	Leodamas de Taso (h. 380 a.C.)		
-375	Menecmo (h. 375-h. 325 a.C.)	Teeteto de Atenas realiza trabajos importantes que sirvieron de base para la teoría de los números irracionales, que posteriormente se recogieron en el libro décimo de los <i>Elementos</i> de Euclides (h. 375 a.C.)	
-370		Eudoxo de Cnido, además de crear la primera teoría astronómica de los movimientos celestes, crea una teoría general de la proporcionalidad, dando cabida en ella a las cantidades irracionales, enuncia el principio conocido como postulado de la continuidad, e introduce un método de demostración, llamado más tarde método de exhaustión (h. 370 a.C.)	Apeles (370-300 a.C.)
-365	Euclides de Alejandría (h. 365-h. 275 a.C.)		
-356			Alejandro el Magno (356-323 a.C.)
-350	Anticlas de Heraclea (h. s. IV a.C.) Ateneo de Cicico (h. s. IV a.C.) Brisón (h. s. IV a.C.) Filipo de Mende (h. s. IV a.C.) Hermotimo de Colofón (h. s. IV a.C.) León (h. s. IV a.C.) Neoclides (h. s. IV a.C.)	Se atribuye a Menecmo el descubrimiento de las secciones cónicas (h. 350 a.C.) Su hermano Dinostrato se ocupa del problema de la cuadratura del círculo (h. 350 a.C.)	Mahabarata (h. 350 a.C.)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
-350	Teudio de Magnesia (h. s. IV a.C.) Timaridas de Paros (h. s. IV a.C.)		
-342			Menandro (342-290 a.C.)
-335			Fundación del Liceo de Aristóteles
-330	Autólico de Pitania (h.330 a.C.)	Autólico de Pitania escribe <i>Sobre la esfera en movimiento</i> (h. 330 a.C.) Aristóteles se ocupa de los principios de la matemática (h. 330 a.C.)	
-320	Eudemo de Rodas (h. 320 a.C.)	Eudemo de Rodas escribe <i>Historia de la geometría</i> (h. 320 a.C.)	
-310	Aristarco de Samos (h. 310-230 a.C.)		
-300	Aristeo el Viejo (h. s. IV-s. III a.C.)	Aristeo el Viejo escribe <i>Elementos de las secciones cónicas</i> (h. 300 a.C.) Euclides de Alejandría sistematiza gran parte de la geometría griega en sus <i>Elementos</i> (h. 300 a.C.)	
s. III a.C.			
-287	Arquímedes de Siracusa (287-212 a.C.)		
-280	Conón de Samos (h. 280-h. 220 a.C.) Nicomedes (280-210 a.C.)	Aristarco de Samos, autor de un sistema planetario heliocéntrico, aplica la matemática a la astronomía. Escribió <i>Sobre el tamaño y distancias del Sol y la Luna</i> (h. 280 a.C.)	
-276	Eratóstenes de Cirene (h. 276-h. 194 a.C.)		
-275			Coloso de Rodas (h. 275 a.C.) Faro de Alejandría (h. 275 a.C.)
-264			Primera guerra púnica
-262	Apolonio de Perga (262-190 a.C.)		
-255			Biblia de los Setenta
-251			Dinastía Cheng en China (251-206 a.C.)
-250	Naucrates (h. s. III a.C.)	Arquímedes de Siracusa crea un original método de su invención con el que llega a resultados que luego demostraba rigurosamente por exhaustión. Su nombre está ligado a la hidrostática, la teoría de la palanca y a una espiral, ocupándose de diversas cuestiones de aritmética y geometría como la	Plauto (250-184 a.C.)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
-250		medida de la circunferencia. Se conocen en versión original cuatro de sus escritos de geometría, dos de geometría plana: <i>Sobre espirales</i> y <i>Sobre la medida del círculo</i> , y dos de geometría del espacio: <i>Sobre la esfera y el cilindro</i> y <i>Sobre conoides y esferoides</i> (h. 250 a.C.)	
-240	Diocles (240-180 a.C.) Dositteo de Pelusa (h. 240 a.C.)	Nicomedes inventa la conoide, ocupándose de la trisección (h. 240 a.C.)	
-230		Eratóstenes de Cirene realiza la primera medición científica de la Tierra, que expone en su obra <i>Geografía</i> . Trata el problema de la duplicación del cubo. Idea la criba que lleva su nombre. Escribe otras obras como <i>Sobre las proporciones</i> (h. 230 a.C.)	
-221			Segunda guerra púnica (221-201 a.C.)
-220		Apolonio de Perga escribe <i>Tratado de las cónicas</i> , <i>Sobre las secciones del espacio</i> , <i>Sobre las secciones determinadas</i> , <i>Lugares geométricos planos</i> , <i>De las inclinaciones</i> , <i>Sobre los contactos</i> (donde trata el llamado después “problema de Apolonio”) (h. 220 a.C.)	
-210			Comienza la construcción de la muralla china
-206			Dinastía Han en China (206 a.C.-220 d.C.)
s. II a.C.			Este siglo corresponde a la edad de oro de la astronomía caldea
-195			Terencio (195-159 a.C.)
-190		Diocles escribe <i>Sobre los espejos ustorios</i> , donde introduce la cisoide para lograr la duplicación del cubo (h. 190 a.C.)	
-180	Hiparco de Nicea (h. 180-125 a.C.) Hipsicles de Alejandría (h. 180 a.C.)	Hipsicles de Alejandría se ocupa de poliedros regulares. Se le atribuye el Libro XIV de los <i>Elementos</i> de Euclides. Divide el día en 360 partes (h. 180 a.C.)	
-174			Mitridates I (174-136 a.C.)
-150	Chuan Tsanon (h. s. II a. C.) Filónides de Éfeso (h. s. II a.C.) Perseo (h. s. II a.C.) Zenodoro (h. s. II a.C.)	Probablemente Chuan Tsanon compone <i>Chui-chang suan-shu</i> , o los <i>Nueve capítulos sobre el arte matemático</i>	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
-150		(h. 150 a.C.) Perseo obtiene las líneas espéricas (h. 150 a.C.)	
-146			Dstrucción de Cartago
-140	Meleagro de Gádara (h. 140/120-60 a.C.)	Hiparco de Nicea crea la astronomía matemática y sienta las bases del sistema planetario geocéntrico (h. 140 a.C.) que más tarde desarrollará Ptolomeo	Venus de Milo
-135	Posidonio (h. 135-50 a.C.)		
-123			Caída de Numancia
-107	Teodosio de Bitinia (h.107 a.C. - h.43 a.C.)		
-106			Cicerón (106-54 a.C.)
s. I a.C.			
-100			Julio César (100-44 a.C.)
-70		Teodosio de Bitinia escribe <i>Tratado de las esféricas</i> (h. 70 a.C.)	Virgilio (70 a.C.-19 d.C.)
-60			Lucrecio escribe <i>De rerum natura</i>
-59			Tito Livio (59 a.C.-17 d.C.)
-50	Dionisiodoro de Amiso (h. s. I a.C.)		Vitruvio, Marco (h. s. I a.C.)
-46			Julio César introduce el año bisiesto (reforma juliana)
-43			Ovidio (43 a.C.-18 d.C.)
-36			Laoconte, escultura en mármol
-27			Octavio Augusto (27 a.C.-14 d.C.)
-10	Gémino de Rodas (10 a.C.-60)		
-4			Jesucristo (4 a.C.-30 d.C.)
s. I			
4			Séneca (4-65)
10	Herón de Alejandría (h. 10-70)		San Pablo (h. 10-h.67)
23			Plinio el Viejo (h. 23-79)
39			Lucano (39-65)
47			Plutarco (47-120)
50	Ling Sing (h. s. I)	Herón de Alejandría cultiva la mecánica, ciencia que aplica con el criterio de un inventor de nuestros días. Escribe <i>Métrica, Geométrica,</i> <i>Geodesia, Estereometría,</i> <i>Dioptra, Catóptrica,</i> etc. Se le atribuye la fórmula del área de un triángulo en función de sus lados (h. 50)	
55			Tácito (h. 55-h. 120)
60	Nicómaco de Gerasa (60-120)		Juvenal (60-130)
67			Ejecución de San Pedro
70	Menelao de Alejandría (h. 70-140)		
78	Chuan Hen (78-139)		

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
81			Arco de Tito
100	Ptolomeo de Alejandría, Claudio (h. 100-h. 170)	Nicómaco de Gerasa escribe <i>Isagoge o Introducción a la aritmética</i> , primera aritmética propiamente griega, independiente de la geometría y elaborada según las reglas de cálculo numérico de Arquímedes, Herón y sus sucesores	
s. II			
110		Menelao de Alejandría escribe <i>Tratado de las esféricas</i> , ocupándose de geometría plana y esférica (h. 110)	
113			Columna trajana
122			Comienza la construcción de la muralla de Adriano en Gran Bretaña
125	Teón de Esmirna (h. 125)	Teón de Esmirna escribe <i>Sobre los conocimientos matemáticos útiles para la lectura de Platón</i> (h. 125)	
129			Galeno (129-201)
150		Ptolomeo de Alejandría escribe <i>Sintaxis matemática</i> (llamada posteriormente <i>Almagesto</i>) y construye una <i>Tabla de cuerdas</i> , utilizando teoremas que llevan su nombre (h. 150)	Herodiano, Elius (h. 150) Primeras inscripciones conocidas escritas en sánscrito (h. 150)
200	Alejandro de Afrodisia (h. 200) Diofanto de Alejandría (h. 200/214-h. 284/298)		
s. III			
216			Termas de Caracalla
234	Porfirio (234-h. 305)		
245			Diocleciano (245-316)
250	Jámblico de Calcis (250-325) Liu Hui (s. III) Sun Tzi (s. III)	Diofanto de Alejandría escribe <i>Aritmética</i> , utilizando este nombre para diferenciar la aritmética de la logística, desvistiendo al número de su ropaje geométrico, inaugurando la época del álgebra sincopada. El libro no contiene teoremas ni proposiciones, sino problemas, cuya mayor parte se refieren a casos indeterminados (h. 250)	
286			Diocleciano divide el Imperio Romano
290		Pappus de Alejandría escribe <i>Colecciones matemáticas</i> (<i>Synagoge</i>), que es una información sistemáticamente ordenada de los más	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
290		importantes resultados de las ciencias exactas hasta entonces. Establece el teorema que lleva el nombre de Guldin, que lo redescubrió. También define la propiedad fundamental de las razones dobles, el concepto de centro de gravedad que no definió Arquímedes, y plantea el problema sobre lugares geométricos que tanta influencia tuvo en la creación de la geometría analítica (h. 290)	
s. IV		Las manifestaciones más antiguas de la matemática hindú de entre los siglos IV y XII, se concretan en las <i>Siddhanta</i> , obras de carácter astronómico, de las que se conocen, por lo menos de nombre, cinco de ellas, en las que aparecen por primera vez las funciones circulares, por lo menos el seno y el coseno (bajo la forma de seno verso), mediante una tabla en la que se miden los arcos por la semicuadrada del arco doble (seno) y por la flecha del arco doble (seno verso)	Los libros sustituyen a los rollos
306			Constantino I el Grande (306-337)
320	Pappus de Alejandría (m.h. 320)		
324			Fundación de Constantinopla
330			Basílica de San Pedro
354			San Agustín (354-430)
370	Hipatia (370-415) Teón de Alejandría (h. 370)	Teón de Alejandría revisa los <i>Elementos</i> de Euclides, sentando la base para las modernas ediciones de esta obra (h.370)	
380	Paulus de Alejandría (h. 380)		
389			San Jerónimo traduce la Vulgata (389-405)
395			Comienza el Imperio Romano de Oriente (Bizancio)
400	Capella, Martianus Minneus Felix (h. finales s. IV- principios s. V) Hicetas (h. 400-h. 335)		
s. V			
410		Hipatia, hija de Teón de Alejandría, escribe comentarios sobre Diofanto, Ptolomeo y Apolonio (h. 410)	Los bárbaros invaden el Imperio Romano Inicio de la alquimia

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
412	Proclo Diadoco de Bizancio (412-485)		
414			Los visigodos invaden España
420	Domnino de Larisa (h. 420-h. 480)		
425			Mausoleo de Gala Placidia
430	Tsu Ch'ung-Chih (430-501)		
440		Proclo Diadoco de Bizancio escribe un importante comentario al "Libro I" de los <i>Elementos</i> de Euclides (h.440)	
455			Los vándalos saquean Roma
474	Antemio de Tralles (h. 474-534)		
476	Aryabhata (h. 476-550)		Fin del Imperio Romano de Occidente
480	Boecio, Anicio Manlio Severino (480-524) Damascio de Damasco (h. 480-h. 550) Eutocio de Ascalona (n.h. 480)	Tsu Ch'ung-Chih realiza nuevas aproximaciones al valor de π , ayudado por su hijo Tsu Cheng-Chih (h. 480)	
490	Casiodoro, Flavio Magno Aurelio (h. 490-h. 585) Simplicio de Cilicia (490-560)		
495	Olimpiodoro (h. 495-570)		
499		Aryabhata escribe <i>Aryabhatiyam</i> , tratado astronómico-matemático en verso, que incluye una tabla de senos y ejemplos de análisis indeterminado en los que aplica el método de "pulverización" (h. 499)	Comienza el Imperio Romano de Oriente (Bizancio)
500	Marino de Neápolis (h. 500) Metrodoro (finales s. V o principios s. VI)	Código arceriano (entre siglos V y VI)	
s. VI		Desde principios de este siglo queda establecido el actual sistema de numeración decimal de origen hindú	
505	Varahamihira (505-587)		
510		Boecio escribe tratados elementales de aritmética y geometría, que constituyeron textos durante la Edad Media (h. 510)	
520		Eutocio de Ascalona comenta obras de Apolonio y Arquímedes (h. 520)	
527			Justiniano I (527-565)
529			Código de Justiniano Justiniano clausura la Academia de Atenas Damascio y Simplicio emigran a Persia
530		Se debe al grupo de Constantinopla, formado por	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
530		Eutocio de Ascalona, Antemio de Tralles e Isidoro de Mileto, el hecho de que hayan sobrevivido hasta hoy las versiones griegas de las obras de Arquímedes y de los primeros cuatro libros de las <i>Cónicas</i> de Apolonio (h. 530)	
532	Isidoro de Mileto (h. 532)		Construcción de Santa Sofía
547			San Vital de Rávena
550	Chang Tsiu Tsien (s. VI) Chen Luang (s. VI) Serenio de Antisa (s. VI)	Varahamihira resume una de las antiguas <i>Siddhanta</i> (h. 550)	
560			San Isidoro de Sevilla (h. 560-636)
572			Mahoma (572-632)
581			Dinastía Sui en China (581-618)
590			Gregorio Magno elegido papa
598	Brahmagupta (h. 598-h. 665)		
600			Catedral de Amiens
s. VII			
608	Filopón, Juan (m. 608)		
611			Mahoma funda el Islam
618			Dinastía T'ang en China (618-907)
622			La Hégira de Mahoma
625	Wang Shao Tung (h. 625)		
628		Brahmagupta escribe la obra de astronomía <i>Brahmasphuta Siddhanta (La ciencia perfeccionada de Brahma)</i> , en la que se tratan la aritmética, la geometría, el álgebra y las ecuaciones indeterminadas (h. 628)	
634			Omar I (634-644)
641			Incendio de la Biblioteca de Alejandría
662	Seboth, Severo (h. 662)	Seboth es el primer escritor que, fuera de la India, menciona las cifras hindúes	
672	Beda "el Venerable", san (672-735)		
691			Mezquita de Omar
696			Fuero Juzgo
s. VIII			
701			Li-Po (701-762)
705			Mezquita de Damasco
711			Los musulmanes conquistan España
732	Alcuino de York (h. 732-804)		Batalla de Poitiers
735			Beda el Venerable data la historia a partir de Cristo
751			Imperio Carolingio (751-887)
766			Harún al-Rachid (766-809)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
768			Palacio de Aquisgrán
780	Al-Khuwarizmi (h. 780-h. 850)	Se traducen al árabe las <i>Siddhanta</i> y la <i>Tetrabiblia</i> de Ptolomeo	
781		En las escuelas del reino franco se imparte el quadrivium (aritmética, geometría, música y astronomía) según el plan diseñado por Alcuino de York	
784	Hrabanus Maurus (784-856)		
785			Mezquita de Córdoba
786	Al-Haggag (786-833)		
800			Carlomagno, emperador
s. IX		Comienza el aporte árabe a la matemática, tanto en traducciones como en obras originales	
813			Mamún el Grande (813-833)
820	Al-Mahani (h. 820-h. 880)	Al-Khuwarizmi escribe <i>Aritmética</i> que contribuyó a la difusión en el mundo árabe de las cifras hindúes y del uso del cero, y <i>Hisab al-jabar wa-al-mukabala</i> , que dio origen al término <i>álgebra</i> , con la resolución numérica de la ecuación de segundo grado y su comprobación geométrica (h. 820)	
827	Tábit ibn Qurra (827-901)		
828			San Marcos de Venecia
830	Abd Al-Hamid Ibn-Turk (h. 830)		
850	Abu Kamil Shoja ben Aslam (h. 850-h. 930) Mahavira (s. IX)		Banu Musa (h. 850)
858	Al-Battani (h. 858-929)		
860		Al-Mahani fue el primero en poner en ecuación de tercer grado el problema arquimediano de dividir una esfera en dos partes de relación dada (h. 860)	
863			Alfabeto cirílico
864	Al-Hasib, Habash (m.h. 864/874)		
865	Al-Razi (865-925)		
870		Tábit ibn Qurra traduce al árabe obras de Apolonio, Arquímedes, Eutocio, Teodosio, etc., y da la más antigua regla para obtener "números amigos" (h. 870)	
872	Farabi, Abu Nasr Muhamad al- (872-950)		

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
883	Al-Himsi, Hilal (m. 883)		
890	Qusta ben Luqa (890-912)		
896			Comienza el Sacro Imperio Romano-Germánico
900			Mil y una noches (recopilación) Aparición de la herradura
s. X			
909	Ibrahim ibn Sinan (909-946)		
910	Hunayn, Ishaq b. (m. 910)		Abadía benedictina en Cluny
917	Constantino Céfalos (h. 917)	Edición definitiva de la <i>Antología Palatina</i>	
922	Al-Nayrizi (m.h. 922)		
929			Califato de Córdoba (929-1031)
936			Medina Azahara
940	Abulwafa (940-998) Gerberto de Aurillac (h. 940-1003)		
950	Abu-al-Fath (s. X) Abu Uthman (s. X) Alkuhi (s. X) Alsigzi (s. X) Ibn Junus (h. 950-1008) Maslama (950-1008)		
960	Abu Nasr (h. 960-1036)		
965	Al-Hazen (h. 965-1039)		
972			Universidad de Cairo
973	Al-Biruni (973-1048)		
980	Avicena (980-1037)	Abulwafa conoce las fórmulas del seno y coseno del arco mitad, aplica las funciones trigonométricas tangente y cotangente en los cálculos de astronomía, y calcula tablas de senos y tangentes (h. 980) Gerberto de Aurillac divulga en Occidente las cifras árabes sin el cero (h. 980)	Órgano con 400 tubos en el Monasterio de Winchester
987			Los Capeto reinan en Francia (987-1328)
991	Sridhara (h. 870-h. 930)		
994			Los árabes destruyen el Monasterio de Montecassino
999			Gerberto es elegido papa (Silvestre II)
1000	Abulgud (h. 1000) Alhoguendi (h. 1000) Annasawi (h. 1000)		
s. XI		Apogeo de la matemática árabe en Oriente	Arte románico
1010		Al-Hazen se ocupa de matemáticas y de óptica (h. 1010)	
1018	Pselo, Miguel Constantino (1018-h. 1078)		

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1020		Al-Karhi demuestra geoméricamente la suma de los cubos de los números naturales (h. 1020)	
1024	Al-Karhi (m.h. 1024)		
1029	Al-Zarqali (1029-1100)		
1035			Fernando I, rey de Castilla
1048	Khayyam, Omar (1048-1131)		
1050	Chon Huo (s. XI) Ibn Al-Husayn (s. XI)		
1054			Cisma de Oriente
1059			Guerra de las Inestiduras (1059-1122) Abadía de Westminster
1065	Abenhiyya, Abraham (h. 1065-h. 1136)		
1066			Guillermo el Conquistador vence en Hastings
1075	Adelardo de Bath (h. 1075-1160)		Catedral de Santiago
1080			San Trófimo de Arlés
1085	Al-Mutaman (m. 1085)		
1090		Omar Khayyam en su obra sobre álgebra gráfica clasifica las ecuaciones de primero, segundo y tercer grado en 25 casos distintos. Resuelve aritméticamente las de primero y segundo grado, y resuelve las de tercer grado por medio de intersección de cónicas, considerando imposible su solución algebraica (h. 1090)	La canción de Roldán
1092	Aben Ezra (1092-1167)		
1093	Ibn Muad (m. 1093)		
1096			Las Cruzadas (1096-1291)
1100	Al-Baki (h. 1100) Gibir ibn Aflah (1100-1150) Ibn Sayyid (s. XI-s. XII)		
s. XII			Arte gótico
1110	Domingo de Gundisalvo (h. 1110-1181) Platón de Tivoli (h. 1110)		
1114	Baskhara Akaria (1114- h. 1185) Gerardo de Cremona (1114-1187)		
1119			Universidad de Bolonia
1120		Comienza la transmisión a Occidente del saber árabe, en gran parte de origen griego Abenhiyya y Platón de Tivoli traducen en colaboración, del árabe al hebreo y al latín (h. 1120) Adelardo de Bath traduce a Euclides (1120)	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1125			Universidad de Montpellier
1126			Averroes (1126-1198)
1131	Laón, Radulf de (m. 1131)		
1135			Maimónides (1135-1204)
1140	Rodolfo de Brujas (h. 1140)	Gabir ibn Aflah escribe <i>Astronomía</i> , en donde trata de trigonometría, demostrando el “teorema de Geber” sobre triángulos esféricos rectángulos, sustituyendo la “regla de las seis cantidades” por su “regla de las cuatro cantidades” (h. 1140)	El Cantar de Mio Cid
1145	Roberto de Chester (h. 1145)	Roberto de Chester y Abelardo de Bath traducen a Al-Khuwarizmi	
1150	Alhassar (s. XII)	Juan de Sevilla y Domingo Gundisalvo traducen en colaboración pasando por el castellano (h. 1150) Baskhara escribe una obra astronómica en la que dedica dos capítulos a la aritmética y al álgebra (h. 1150)	Universidad de París
1154			Los Plantagenet reinan en Inglaterra (1154-1485)
1162			Gengis Kan (1162-1227)
1163			Notre Dame (1163-1235)
1168			Universidad de Oxford
1170	Leonardo de Pisa (Fibonacci) (h. 1170-h. 1240)	Culmina la época de los traductores con la escuela de traductores de Toledo, donde, entre otros, Gerardo de Cremona traduce a una quincena de autores griegos y árabes (h. 1170)	
1175	Alexandre de Villedieu (h. 1175-1240) Grosseteste, Robert (h. 1175-1253)		
1180	Juan de Sevilla (h. 1180)		
1182			San Francisco de Asís (1182-1226)
1190			Berceo (1190-1252)
1192	Li Chih (1192-1279)		
1195	Sacrobosco, Johannes de (h. 1195- h. 1256)		
1198			Apogeo del poder papal con Inocencio III (1198-1216)
1200	S. Alberto Magno (h.1200-1280)		Universidad de París
s. XIII		Comienza la producción matemática occidental	
1201	Nasir Al-Din (1201-1274)		

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1202	Ch'in Chiu-Shao (h. 1202-h. 1261)	Leonardo de Pisa (Fibonacci) publica <i>Libro del ábaco</i> , donde propugna el sistema de numeración decimal	
1206			Imperio Mongol (1206-1300)
1208			Universidad de Palencia
1209			Universidad de Cambridge
1215	Guillermo de Moerbecke (h. 1215-h. 1286)		Carta Magna Kublay Kan (1215-1294)
1217			Universidad de Salamanca
1220	Bacon, Roger (h. 1220-1292) Campano de Novara, Giovanni (1220-1296) Juan de Palermo (h. 1220) Vitellio (h. 1220-h. 1275)	Jordanus Nemorarius escribe: <i>Tractatus de numeris datis</i> , sobre álgebra; <i>De triangulis</i> , donde aparece el nombre de "ángulo de contingencia"; <i>De ponderibus</i> , donde da una formulación correcta de la ley del plano inclinado (h. 1220)	Torre del Oro en Sevilla
1221			Catedral de Burgos Alfonso X el Sabio (1221-1284)
1225			Santo Tomás de Aquino (1225-1274)
1227			Catedral de Toledo
1229	Peckam, John (1229-1291)		
1230			Unión definitiva de Castilla y León
1235		Sacrobosco publica <i>Algoritmus vulgaris</i> o <i>Tractatus de arte numerando</i> (h. 1235)	Ramón Llull (h. 1235-h. 1315)
1237	Jordanus Nemorarius (m. 1237)		
1238	Yang Hui (h. 1238-h. 1298)		
1242	Pachymeres, Georgios (1242-1316)		
1245			Universidad de Valencia
1248			La Alhambra
1250	Gernardus (s. XIII) Ibn Badr (s. XIII) Pedro de Dacia (s. XIII)	Matemáticos chinos conocen el método que más tarde se llamará de Ruffini-Horner para el cálculo aproximado de raíces de ecuaciones algebraicas (h. 1250)	
1256	Ibn Al-Banna (h. 1256-1321)		
1260	Planudes, Maximos (1260-1310)	Campano traduce al latín los <i>Elementos</i> de Euclides y describe una trisección del ángulo	
1265			Dante (1265-1321)
1266			Giotto (1266-1337)
1269		Guillermo de Moerbecke publica una traducción del griego al latín de las principales obras matemáticas y científicas de Arquímedes	
1271			Viajes de Marco Polo (1271-1295)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1273			Comienza el Imperio de los Habsburgo
1279			Kublay Kan conquista China
1280	Chu Shih-Chieh (h. 1280)		
1282			Don Juan Manuel (1282-1342)
1283			Arcipreste de Hita (1283-1350)
1288	Levi ben Gerson (1288-1344)		Comienza el Imperio Otomano
1290	Bradwardine, Thomas (h. 1290-1349) Jean de Meurs (h. 1290-h. 1351)		Universidad de Lisboa
1292	Wallingford de Oxford, Richard de (1292-1335)		
1296			Catedral de Florencia
1299		Chu Shih-Chieh escribe <i>Introducción a los estudios matemáticos</i> (h. 1299)	
1300	Buridan, Jean (1300-1358)		
s. XIV			Renacimiento en Italia
1303		Chu Shih-Chieh escribe <i>El precioso espejo de los cuatro elementos</i> , donde aparece el “triángulo aritmético”	Universidad de Roma
1304			Petrarca (1304-1374)
1305	Ibn Ash-Shatir (1305-1375)	Ramón Llull publica <i>Arte Magna</i> , donde trata cuestiones de lógica y se transmiten gran parte de las matemáticas de la época (1305-1308)	
1313	Heytesbury, William (h. 1313-1372/1373)		Boccaccio (1313-1375)
1320	Oresme, Nicole (h. 1320-1382)	Levi ben Gerson escribe un tratado de trigonometría (h. 1320)	
1325		Wallingford de Oxford escribe <i>Quadripartitum de sinibus demonstratis</i> (h. 1325)	
1328		Bradwardine escribe <i>Tratado sobre las proporciones</i>	Los Valois reinan en Francia (1328-1589)
1334			Guerra de los Cien Años (1334-1453) Imperio de Tamerlán (1334-1405)
1340	Swineshead Richard (h. 1340)		Se menciona el método de contabilidad por partida doble
1346			Universidad de Valladolid
1348			La Peste Negra en Europa (1348-1351, 1359-1361)
1350	Manscopulo, Manuel (s. XIV)	En el estudio del movimiento uniformemente variado, destacan los trabajos de Oresme (<i>Tratado de las latitudes y Sobre la uniformidad y deformidad de la intensidad</i> , h. 1350),	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1350		Heytesbury y Swineshead (<i>Liber calculationum</i> , publicado póstumo en 1477)	
1377			Bruneleschi (1377-1446)
1378	Ghiberti, Lorenzo (1378-1455)		Cisma de Occidente (1378-1417)
1380	Juan de Gemund (h. 1380-1442)		
1386			Donatello (1386-1466)
1387			Fra Angélico (1387-1455)
1389			Marqués de Santillana (1389-1458)
1390			Jan Van Eyck (1390-1441)
1393	Ulug Beg (1393-1449)		
1394			Enrique el Navegante (1394-1460)
1397	Toscanelli, Paolo del Pozzo (1397-1482)		Uccello (1397-1475)
1398			Tamerlán conquista India
1399			Rogier Van der Weyden (h. 1399-1464)
s. XV			
1401	Nicolás de Cusa (1401-1464)		Se funda la Taula de Canvi de Barcelona, primer banco público Masaccio (1401-1428)
1402			Catedral de Sevilla
1404	Alberti, Leon Battista (1404-1472)		
1406			Fra Filippo Lippi (1406-1469)
1412	Alcalasadi (1412-1486)		
1420	Francesca, Piero della (h. 1420-1492)		
1423	Peurbach, Georg (1423-1461)		
1430			Universidad de Barcelona Antonello da Messina (h. 1430-1479)
1431			François Villon (1431-1463)
1436	Alkasi (m.h. 1436) Müller, Johannes (Regiomontano) (1436-1476)		
1438			Gutenberg inventa la imprenta de tipos móviles
1441	Nebrija, Antonio de (1441-1522)		
1444			Sandro Boticelli (1444-1510)
1445	Chuquet, Nicholas (h. 1445-h. 1500) Pacioli, Luca (1445-1514) Pélerin, Jean (h. 1445-h. 1524)		
1450	Jacobo de Cremona (h. 1450) Pellos, Francesco (h. 1450-1500) Zacuto, Abraham (h. 1450-h. 1510)	Nicolás de Cusa escribe <i>Sobre la cuadratura del círculo</i> , y se ocupa de varias cuestiones matemáticas (1450) Manuscrito Bakhsali (s. VIII-s. XII) compuesto entre 200 y 400	Renacimiento en Europa (h. 1450) Estilo plateresco El Bosco (h. 1450-1516)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1452			Leonardo da Vinci (1452-1519)
1453			Caída de Constantinopla
1454			Gutenberg imprime la Biblia
1455			Guerra de las Dos Rosas (1455-1485)
1460		Peurbach y Regiomontano realizan la versión directa del <i>Almagesto</i> , y compilan tablas de las funciones circulares (h. 1460)	
1462	Widman, Johann (1462-1498)		
1465	Ferro, Scipione dal (1465-1526)		Erasmus (1465-1536)
1467	Reisch, Gregor (h. 1467-1525)		
1468	Werner, Johann (1468-1522)		
1469			Juan del Encina (1469-1549) Maquiavelo (1469-1527)
1470	Roche, Etienne de la (1470-1530) Sánchez Ciruelo, Pedro (1470-1548)		
1471			Alberto Durero (1471-1528)
1472			Lucas Cranach el Viejo (1472-1553)
1473	Zamberti, Bartolomé (1473-1505)		Capilla Sixtina (1473) Copérnico (1473-1543)
1474	Tunstall, Cuthbert (1474-1559)		Imprentas en Segovia, Barcelona, Zaragoza y Sevilla
1475			Miguel Ángel (1475-1564)
1476			Elcano (1476-1526)
1477	Martínez Siliceo, Juan (1477-1557)		
1478		Aparece el primer escrito matemático impreso. Se trata de la <i>Aritmética</i> (anónima) llamada de Treviso, pues fue publicada en esta ciudad	Tomás Moro (1478-1535)
1480	Juan de Ortega (h. 1480-1568)		Magallanes (1480-1521)
1482	Wagner, Ulrich (h. 1482)	Se imprime en Venecia la traducción al latín, realizada por Campano en 1260, de los <i>Elementos</i> de Euclides, lo que constituye el primer texto impreso de esta obra <i>Aritmética</i> de Bamberg Leonardo da Vinci se traslada a Milán, iniciando su carrera de ingeniero en la que se ocupó de variadas cuestiones matemáticas Piero della Francesca escribe <i>De prospectiva pingendi</i> , que no llegó a imprimirse hasta fines del siglo XIX	
1483	Buteo, Jean (1483 a 1492- 1560 a 1564)		Lutero (1483-1546) Rafael (1483-1520)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1484		Borghi publica <i>Aritmética</i> Chuquet escribe <i>Triparty en la ciencia de los números</i> , que no se imprimió hasta 1880	
1485			Los Tudor reinan en Inglaterra (1485-1603)
1486	Nettesheim, Agrippa von (1486-1535) Stifel, Michael (1486-1567)		
1487	Lax, Gaspar (1487-1560)	Piero della Francesca escribe <i>Libellus in tres partiales tractatus divisus quinque corporum regularum</i>	
1489		Widmann publica <i>Cálculo para todos los comercios</i> , donde utiliza los signos + y -	Tiziano (1489-1576)
1490	Celaya, Juan de (h. 1490-1558)	Se publica póstuma <i>Tabulae directionum</i> de Regiomontano (escrita entre 1464 y 1467) con sus tablas de funciones circulares	Berruguete (1490-1561)
1491	Borghi, Pietro (m. 1491) Calandri, Filippo (m.h. 1491)		Enrique VIII Tudor (1491-1547) San Ignacio de Loyola (1491-1556)
1492	Riese, Adam (1492-1559)	Pellos escribe <i>Compendio del ábaco</i> , donde aparece un punto para representar la división de un entero por una potencia de diez, presunto de la actual coma decimal	Conquista de Granada por los Reyes Católicos Colón descubre América
1494	Finé, Oronce (1494-1555) Maurolico, Francesco (1494-1575)	Pacioli publica <i>Summa de arithmetica, geometría, proportione et proportionalita</i> (manuscrito de 1487), resumen de la matemática medieval	Rabelais (1494-1553)
1495	Apianus, Petrus (1495-1552) Schreyber, Heinrich (1495-1525/1526)		Gil de Siloé (1495-1563)
1497			Hans Holbein (1497-1543) Melanchthon (1497-1560)
1498			El cardenal Cisneros funda la Universidad de Alcalá de Henares Vasco de Gama llega a la India
1499	Jauer, Cristóbal Rudolff de (1499-1545) Rudolff, Christoff (1499-1545) Tartaglia, Niccolò Fontana (1499-1557)		Fernando de Rojas escribe <i>La Celestina</i>
1500	Baha Al-Din (s. XV-s. XVI) Espinosa, Pedro de (s. XV-s. XVI)		Benvenuto Cellini (1500-1571)
s. XVI			Siglo de Oro español
1501	Cardano, Gerolamo (1501-1576)		
1502	Nunes, Pedro (1502-1578)		
1503			Garcilaso de la Vega (1503-1536)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1504			Dominio de España en Nápoles (1504-1707) Universidad de Santiago de Compostela
1506		Scipione dal Ferro resuelve una ecuación cúbica trinomia (h. 1506)	Los Austria reinan en España (1506-1700)
1507	Barozzi, Jacopo “il Vignola” (1507-1573) Jamnitzer, Wenzel (1507/1508-1585)		
1508	Frisius, Raniero Gemma (1508-1555)		
1509	Commandino, Federigo (1509-1575) Tomás, Álvaro (h. 1509)	Pacioli publica <i>Divina proportione</i> Aparece <i>Libri de triplici motu</i> de Álvaro Tomás, donde suma series convergentes	Calvino (1509-1564)
1510	Recorde, Robert (1510-1558)		Legazpi (1510-1572)
1512	Mercator, Gerard (1512-1594)		
1513	Barbaro, Daniele (1513-1570) Pérez de Moya, Juan (1513-1597)		
1514	Rheticus, George Joachim (1514-1576)		Biblia políglota complutense
1515	Ramée, Pierre de la (1515-1572)		Santa Teresa (1515-1582)
1517	Peletier, Jacques (1517-1582)		Reforma protestante
1518	Díaz, Juan (h. 1518)	Juan Díaz es posiblemente la primera persona con formación matemática que pisó suelo americano (Yucatán)	Reinado de Carlos I de España y V de Alemania (1518-1556)
1519			Elcano da la primera vuelta al Mundo (1519-1522) Cósimo I de Médicis (1519-1574) Tintoretto (1519-1594)
1520			Carlos V coronado Emperador
1521			Hernán Cortés conquista Méjico
1522	Falcó (1522-1594) Ferrari, Ludovico (1522-1565)		
1524			Luis de Camoes (1524-1580)
1525		Durero publica <i>Instrucción en la medida con regla y compás</i> , libro de geometría para ayudar a los artistas con la perspectiva Rudolff publica <i>Coss</i> , donde aparece por primera vez el actual símbolo de la raíz cuadrada	Pieter Bruegel el Viejo (h. 1525-1569)
1526	Bombelli, Rafael (1526-1573)		
1527	Anthonisz, Adrian (1527-1607)	Apianus escribe <i>Cálculo</i> , en cuya cubierta aparece impreso el “triángulo de Pascal”	
1528			El Veronés (1528-1588)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1530	Benedetti, Giovanni Battista (1530-1590) Herrera, Juan de (1530-1597) Simón Abril, Pedro (1530-1595)		
1532			Primera imprenta en América (Méjico)
1533		Aparece impreso <i>De triangulis omnimodis</i> de Regiomontano (escrito hacia 1464)	Francisco Pizarro conquista Perú Isabel I Tudor (1533-1603)
1534		Tartaglia hace suya la solución de la ecuación de tercer grado cuya invención se atribuye a Scipione dal Ferro	
1535	Fior, Antonio María (h. 1535)		
1536	Danti, Egnacio (1536-1586) Regius, Hudalrich (h. 1536)		
1537	Clavius, Christopher (1537-1612) Richter, Johann (1537-1616)	Primera obra impresa de Tartaglia, <i>Nova scientia inventa</i> , dedicada a la balística	
1538	Gallucci, Giovanni Paolo (1538-h. 1621)		Universidad de Santo Domingo
1540	Ceulen, Ludolph (1540-1610) Viète, François (1540-1603)		
1541	Rhabdas, Nicholas (h. 1341)		El Greco (1541-1614)
1542		Rheticus publica <i>Narratio prima</i> en la que dos capítulos sobre funciones circulares se deben a Copérnico Nunes describe el “nonio”	
1543		Copérnico publica <i>De revolutionibus orbitum coelestium</i> , que incluye tres capítulos dedicados a las funciones circulares	
1544		Stifel publica <i>Aritmética integra</i> , donde aparece la primera noción de los logaritmos	
1545	Durán, Tomás (m 1545) Monte, Guidubaldo del (1545-1607) Scheybl, Johann (h. 1545)	Cardano publica <i>Ars magna</i> , primer tratado de álgebra digno de este nombre, con la solución de Tartaglia para las cúbicas y de Ferrara para la cuártica	
1546	Brahe, Tycho (1546-1601)	Tartaglia publica <i>Quesiti et inventioni diverse</i>	
1547	Beha Edin (1547-1662)		Cervantes (1547-1616)
1548	Stevin, Simon (1548-1620)		Tomás de Victoria (1548-1611)
1550	Alcega, Juan de (h. 1550) Aurel, Marco (s. XVI) Firrufino, Julián (s. XVI) Initius Algebras (s. XVI) Labaña, Juan Bautista (h. 1550-1624) Mästlin, Michael (1550-1631) Molina, J. (s. XVI) Napier, John (1550-1617)	Bombelli escribe <i>Algebra</i> (publicada en 1572) con la solución del caso irreducible de las cúbicas	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1550	Ondériz, Pedro Ambrosio (mediados s. XVI-h. 1596) Otho, Valentin (h. 1550-1605) Regensburgo, Andrés Alexander de (s. XVI)		
1551	Raymarus Ursus, Nicolás (1551-1600)		
1552	Bürgi, Jobst (1552-1632) Cataldi, Pietro Antonio (1552-1626) Valerio, Luca (1552-1615) Villalpando, Juan Bautista (1552-1608)		
1553	Baldi, Bernardino (1553-1618)		Servet es quemado en Ginebra
1554			<i>El Lazarillo de Tormes</i> Torquato Tasso (1554-1595)
1555	Magini, Giovanni Antonio (1555-1617) Rojas, Cristóbal de (1555-1614)		
1556		Aparece en Méjico la primera obra matemática impresa en América	Reinado de Felipe II de España (1556-1598)
1557		Recorde publica <i>El aguzador del ingenio</i> , donde aparece el signo = para la igualdad	
1558			Reinado de Isabel I de Inglaterra (1558-1603)
1560	Harriot, Thomas (1560-1621) Wright, Edward (1560-1615)		Arte Barroco
1561	Bacon, Francis (1561-1626) Briggs, Henry (1561-1631) Fincke, Thomas (1561-1636) Laensbergh, Philip (1561-1632) Pitiscus, Bartholomaeus (1561-1613) Roomen, Adriaen (1561-1615)		Luis de Góngora (1561-1627)
1562			Lope de Vega (1562-1635)
1563			El Escorial (1563-1584)
1564	Galilei, Galileo (1564-1642) Torporley, Nathaniel (1564-1632)	Nunes publica en español su <i>Álgebra</i> , que mejora su edición portuguesa de 1532	Legazpi conquista Filipinas Shakespeare (1564-1616)
1566			Selim II, sultán de Turquía
1568	Ghetaldi, Marino (1568-1626)		Sublevación morisca en España, en Las Alpujarras, sofocada por Juan de Austria (1568-1570) Juan Martínez Montañés (1568-1649)
1569		Mercator utiliza la proyección que lleva su nombre en <i>Nova et aucta orbis terrae descriptio</i>	
1571	Kepler, Johannes (1571-1630) Métius, Adrien (1571-1635)		Batalla de Lepanto Caravaggio (1571-1610) Tirso de Molina (1571-1648)
1572	Marolois, Samuel (h. 1572-1627)		Noche de San Bartolomé en Francia

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1573	Scheiner, Cristóbal (1573/1575-1650)	Maurolico publica <i>Aritmética</i> , compuesta en 1557, donde aparece de forma rudimentaria el principio de inducción completa	
1574	Oughtred, William (1574-1660)		
1575			Guido Reni (1575-1642)
1576		Cardano escribe <i>Liber de ludo aleae</i> , que se publicará en 1663	
1577	Guldin, Paul (1577-1643)		Petrus Paulus Rubens (1577-1640)
1579		Viète publica <i>Canon matemático</i>	
1580	Faulhaber, Johann (1580-1635) Hérigone, Pierre (1580-1643) Snell van Royen, Willebrord (1580-1626) Vernier, Pierre (1580-1637)		Incorporación de Portugal a España (1580-1640) Frans Hals (h. 1580-1666) Francisco de Quevedo y Villegas (1580-1645)
1581	Bachet de Méziriac, Claude Gaspard (1581-1638) Bressier, Mauricio (h. 1581) Gunter, Edmund (1581-1626)		
1582	Anderson, Alexander (1582-h. 1620) Georgio, Luis (h. 1582)	Clavius colabora en la reforma gregoriana del calendario	Se adopta el calendario gregoriano en España, Francia, Portugal, Escandinavia, Países Bajos, y el Papado
1583		Se publica póstuma <i>Las dos reglas de la perspectiva práctica</i> de Barozzi, para uso de artistas	
1584	Saint Vincent, Grégoire de (1584-1667)		
1585	Mydorge, Claude (1585-1647) Schwenter, Daniel (1585-1636)	Stevin publica <i>La décima</i> donde utiliza las fracciones decimales Harriot se convierte en la segunda persona con formación matemática, tras Juan Díaz, que pisa suelo americano	
1587	Jungius, Joachim (1587-1657) Ursino, Benjamín (1587-1633)		
1588	Beeckman, Isaac (1588-1637) Bramer, Benjamín (1588-1652) Mersenne, Marin (1588-1648) Pascal, Étienne (1588-1651)		Derrota de la Armada Invencible Thomas Hobbes (1588-1679)
1589			Comienza en Francia el reinado de los Borbones
1590			Extracción de carbón en el Ruhr Cósimo II de Médicis (1590-1621)
1591	Desargues, Girard (1591-1661)	Viète publica <i>Introducción al arte del análisis</i> , introduciendo en el álgebra el uso sistemático de letras	José de Ribera (El Españolito) (1591-1652)
1592	Schickard, Wilhelm (1592-1635)		

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1593			Georges de la Tour (1593-1652)
1594			Nicolas Poussin (1594-1665)
1595	Girard, Albert (1595-1632)	Pitiscus acuña el término <i>trigonometría</i>	
1596	Descartes, René du Perron (1596-1650)		
1597	Faille, Jean Charles de la (1597-1652) Gellibrand, Henry (1597-1637)		
1598	Cavalieri, Francesco Bonaventura (1598-1647)		Edicto de Nantes Reinado de Felipe III de España (1598-1621) Gian Lorenzo Bernini (1598-1680) Francisco de Zurbarán (1598-1664)
1599	Ángel, Juan (h. 1599)		Diego Rodríguez de Silva y Velázquez (1599-1660) Antoon Van Dyck (1599-1641)
1600	Delamain, Richard (1600-1644) Firrufino, Julio César (finales s. XVI-1651) Lalouvière, Antoine (1600-1664) Vlacq, Adrian (h. 1600-1667)	Guidubaldo del Monte expone en <i>Perspectiva libri sex</i> , la teoría del punto de fuga en perspectiva	Pedro Calderón de la Barca (1600-1681) Claudio de Lorena (1600-1682)
s. XVII			
1601	Beaune, Florimond de (1601-1652) Fermat, Pierre de (1601-1665) Izquierdo, Sebastián (1601-1681)		Alonso Cano (1601-1667)
1602	Billy, Jacques de (1602-1679) Bosse, Abraham (1602-1676) Roberval, Gilles Personne de (1602-1675)		
1603			Comienza el reinado de los Estuardo en Inglaterra
1605	Bessy, Frénicle de (1605-1675)		Primera parte del Quijote
1606	Caramuel y Lobkowitz, Juan (1606-1682)		Pierre Corneille (1606-1684) Harmenszoon van Rijn Rembrandt (1606-1669)
1607	Waessenaer, Jakob van (1607-1682)		
1608	Borelli, Giovanni Alfonso (1608-1679) Rothe, Pedro (h. 1608) Torricelli, Evangelista (1608-1647)		John Milton (1608-1674)
1609		Kepler publica <i>Nueva astronomía</i> , donde expone que las órbitas de los planetas son cónicas, e introduce el concepto foco	Los moriscos son expulsados de España
1610	Méré, Antoine Gombaud, caballero de (1610-1685)	Harriot en su obra <i>Práctica del arte analítico</i> (impresa póstuma en 1631), utilizó para las incógnitas las letras	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1610		minúsculas e introdujo los signos $>$ y $<$	
1611	Pell, John (1611-1685)		
1612	Arnauld, Antoine (1612-1694) Deschales, Claude-François Milliet (1612-1678) Tacquet, André (1612-1660)	Bachet publica <i>Problemas amenos y agradables que se hacen con los números</i>	
1613	Perrault, Claude (1613-1688)	Cataldi expone “una manera muy breve de encontrar la raíz cuadrada de los números”, aplicando fracciones continuas	
1614		Napier publica sus logaritmos	
1615	Gutschoven, G. van (1615-1668) Oldenburg, Henry (h. 1615-1677) Schooten, Franciscus van (1615-1660)	Kepler publica <i>Nueva ciencia de medir volúmenes de toneles de vino</i> (comienzos del cálculo integral moderno)	Segunda parte del Quijote
1616	Wallis, John (1616-1703)		
1617	Ward, Seth (1617-1689)	Briggs publica sus tablas de logaritmos	Bartolomé Esteban Murillo (1617-1682)
1618	Rohault, Jacques (1618-1672) Sarasa, Alfons A. de (1618-1667)		Guerra de los 30 años (1618-1648)
1619	Ricci, Michelangelo (1619-1682) Speidell, John (h. 1619) Wing, Vincent (1619-1668)	Se publica póstuma <i>Construcción</i> de Napier, con la explicación de la construcción de sus logaritmos	
1620	Brouncker, Lord William (h. 1620-1684) Mariotte, Edme (1620-1684) Mercator, Nicolaus Kaufmann (h. 1620-1687)	Bürgi publica sus tablas de logaritmos	El Mayflower en Norteamérica (1620)
1621			Reinado de Felipe IV de España (1621-1665)
1622	Slüse, René François Walter, barón de (1622-1685) Viviani, Vincenzo (1622-1703)		Molière (1622-1673)
1623	Angeli, Stefano degli (1623-1697) Pascal, Blaise (1623-1662) Petty, William (1623-1687)		
1625	Cassini, Jean Dominique (1625-1712) Cedillo de Toledo, Juan (m. 1625) Moreland, Samuel (1625-1695) Witt, Johan de (1625-1672)		
1626	Mengoli, Pietro (1626/1627-1686)		
1627	Zaragoza y Vilanova, José de (1627-1679)		Robert Boyle (1627-1691)
1628	Hudde, Johann von Wareren (1628-1704)		Taj-Mahal (1628-1650) William Harvey escribe <i>De motu cordis et sanguinis</i>

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1629	Huygens, Christian (1629-1695)	Girard publica <i>Nueva invención en álgebra</i> , donde expone sin demostración el teorema fundamental del álgebra Fermat descubre las ideas básicas de la geometría analítica y su método para hallar los valores de máximos y mínimos	
1630	Barrow, Isaac (1630-1677)		
1631		Aparece impresa <i>Práctica del arte analítico</i> de Harriot Oughtred publica <i>Clave de matemáticas</i> , donde aparecen los signos x , $:$, $::$, y el símbolo <i>log</i>	
1632	Locke, John (1632-1704) Wren, Christopher (1632-1723)	Oughtred inventa la regla de cálculo rectilínea y circular	Baruch de Spinoza (1632-1677) John Locke (1632-1704) Johannes Vermeer (1632-1675)
1633	Heuraet, Hendrik van (1633-1660)		
1634	Omerique, Antonio Hugo de (1634-1698)	Mersenne se ocupa de teoría de números	Luca Giordano (1634-1705)
1635	Hooke, Robert (1635-1703)	Cavalieri publica <i>Geometría de los indivisibles</i>	Robert Hooke (1635-1703)
1636	Pardies, Gaston (1636-1673)	Desargues publica <i>Perspectiva</i> , donde representa el punto en forma numérica por sus tres coordenadas	
1637	Neile, William (1637-1670)	Descartes publica <i>Discurso del método</i> , en cuyo tercer apéndice, <i>Geometría</i> , sienta las bases de la geometría analítica Fermat había escrito antes de 1637, <i>Introducción a los lugares planos y sólidos</i> , publicada póstuma en 1679, por lo que con Descartes son los fundadores de la geometría analítica	
1638	Gregory, James (1638-1675)		Luis XIV (1638-1715)
1639		Desargues publica <i>Borrador de un ensayo de tratado de los resultados de los encuentros de un cono con un plano</i> , con conceptos que hoy forman parte de la geometría proyectiva	Jean Racine (1639-1670)
1640	Hire, Philippe de la (1640-1718) Lamy, Bernard (1640-1715) Mohr, Georg (1640-1697) Ozanam, Jacques (1640-1717)	Pascal publica <i>Ensayo sobre las cónicas</i> , que incluye el llamado teorema de Pascal	
1641		Pascal diseña y construye una máquina de calcular	
1642	Newton, Isaac (1642-1727) Seki, Kowa (1642-1708)		

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1643		Toricelli envía a Mersenne su cuadratura de la cicloide	
1644	Roemer, Ole Christensen (1644-1710)	Toricelli publica <i>Opera geometrica</i> , con su método de trazado de tangentes	Barómetro de Torricelli Antonio Stradivarius (1644-1737)
1645	Kresa, Jacobo (1645-1715) Sigüenza y Góngora, Carlos de (1645-1700)		
1646	Fernández de Medrano, Sebastián (1646-1705) Leibniz, Gottfried Wilhelm (1646-1716)		
1647	Ceva, Giovanni (1647-1734)	Saint Vincent publica <i>Obra geométrica de la cuadratura del círculo y de las secciones del cono</i> , introduciendo el vocablo “exhaución”. Se ocupa de series	
1648	Raphson, Joseph (1648-1715)		Batalla de Rocroi
1649			Oliver Cromwell en el poder (1649-1658)
1650	López de Arenas, Diego (s. XVII) Pothenot, Laurent (h. 1650-1732)	Mengoli demuestra la divergencia de la serie armónica	
1651	Tosca, Tomás Vicente (1651-1723) Tschirnhausen, Ehrenfried Walter von (1651-1708)		
1652	Rolle, Michel (1652-1719)		
1653	Sauveur, Joseph (1653-1716)		
1654	Bernoulli, Jacob (I) (1654-1705) Nieuwentijt, Bernard (1654-1718) Varignon, Pierre (1654-1722)	Pascal y Fermat estudian problemas sobre el juego, sentando las bases del cálculo de probabilidades	
1656	Halley, Edmund (1656-1742) Newton, John (h. 1656) Reyneau, Charles René (1656-1728)	Wallis publica <i>Aritmética de los infinitos</i>	
1657		Huygens publica <i>Tractatus de ratiociniis in ludo aleae</i> , primer tratado sobre cálculo de probabilidades Neile consigue la rectificación de la parábola semicúbica	
1658	Partridge, Seth (h. 1658)		Christian Huygens inventa el reloj de péndulo cicloidal
1659		Schooten en su segunda edición de la traducción de la <i>Geometría</i> de Descartes, introdujo las fórmulas para el cambio de ejes	Henry Purcell (1659-1695) Alessandro Scarlatti (1659-1725)
1660	Fantet de Lagny, Thomas (1660-1734)	Fermat investiga en teoría de números	Siglo de Luis XIV (1660-1715)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1661	Corachán, Juan Bautista (1661-1741) Gregory, David (1661-1708) Hôpital, Guillaume François Antoine marqués de L' (1661-1704)		
1662		Se funda en Londres la Royal Society, siendo Brouncker su primer presidente	
1663	Ulloa, Pedro de (1663-1721)		
1664	Fatio de Duillier, Nicholas (1664-1753)		
1665			Reinado de Carlos II de España (1665-1700)
1666	Parent, Antoine (1666-1716)	Leibniz publica <i>Sobre el arte de las combinaciones</i> , estableciendo los principios de su teoría Se funda en París la Académie des Sciences	
1667	Bernoulli, Johann (I) (1667-1748) Moivre, Abraham de (1667-1754) Saccheri, Girolamo Giovanni (1667-1733)	James Gregory se ocupa de series	
1668		Barrow expone su método de las tangentes en sus lecciones de geometría, que publicará en 1670 James Gregory publica <i>Parte universal de la geometría</i> , donde indica que el problema de la tangente y del área son problemas inversos Nicolaus Mercator demuestra en <i>Logarithmotechnia</i> la relación entre el sector de la hipérbola y los logaritmos	
1669	Green, Christopher (h. 1669)	Newton termina su <i>Análisis por ecuaciones</i> (publicado en 1711)	
1670	Serrano, Juan (1670-1761)	Barrow publica <i>Lecciones de geometría</i> , donde expone el “triángulo característico” Se publican las anotaciones de Fermat en los márgenes de un ejemplar de Diofanto, dando lugar al “Gran teorema de Fermat”	Clasicismo (1670)
1671	Grandi, Guido (1671-1742) Keill, John (1671-1721)	Newton termina <i>Método de las fluxiones y de las series infinitas</i> (publicada en 1736)	Tommaso Albinoni (1671-1750)
1672	Puig, Andrés (h. 1672)		Pedro el Grande de Rusia (1672-1725)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1673		Huygens publica <i>Péndulo oscilatorio</i> , introduciendo la involuta de una curva plana	
1675	Jones, William (1675-1749)		Observatorio de Greenwich
1676	Cedillo y Rujaque, Pedro Manuel (h. 1676-1761) Riccati, Jacopo Francesco conde (1676-1754)	Newton escribe <i>Tratado sobre la cuadratura de las curvas</i> , que se publica como apéndice de <i>Óptica</i> en 1704	Robert Walpole (1676-1745)
1677	Cassini, Jacques (1677-1756)		
1678	Hermann, Jacob (1678-1733) Mairan, Jean-Jacques Dortous de (1678-1771) Montmort, Pierre Rémond de (1678-1719) Vaumesle (h. 1678)	Teorema de Ceva	
1679	Wolff, Christian (1679-1754)		Decreto de Habeas Corpus Antonio Vivaldi (1679-1741)
1680	Machin, John (1680-1751)		
1682	Cotes, Roger (1682-1716) Fagnano, Giulio Carlo de Toschi di, conde (1682-1766) Frézier, Amédée François (1682-1773) Saunderson, Nicholas (1682-1739)	Leibniz promueve la fundación de <i>Acta eruditorum</i>	
1683	Nicole, François (1683-1758) Rameau, Jean-Philippe (1683-1764)		Asedio de Viena
1684	Jurin, James (1684-1750)	Leibniz publica <i>Nuevo método para máximos y mínimos, y también para tangentes</i> , con los principios del llamado por él, cálculo diferencial	Antoine Watteau (1684-1721)
1685	Berkeley, George (1685-1753) Taylor, Brook (1685-1731)		Revocación del Edicto de Nantes Johann Sebastián Bach (1685-1750) Georg Friedrich Haendel (1685-1759)
1686		Leibniz publica <i>Sobre la geometría profunda</i> , sobre cálculo integral	
1687	Bernoulli, Nicolaus (II) (1687-1759) Simson, Robert (1687-1768)	Newton publica <i>Principios matemáticos de la filosofía natural</i>	
1688	Bragelogne, Christopher Bernard de (1688-1741)		
1689	Clausberg, Christlieb von (1689-1751) Koersma, J. (h. 1689)		La Gloriosa Revolución Charles Louis de Secondat, barón de Montesquieu (1689-1755)
1690	Goldbach, Christian (1690-1764) Rees, Kaspar Franz van (n. 1690)	Huygens expone la teoría ondulatoria de la luz Rolle publica <i>Tratado de álgebra</i>	Denis Papin inventa la máquina de vapor
1691		Johann (I) Bernoulli dicta sus lecciones de cálculo	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1691		diferencial Rolle publica <i>Método para resolver las igualdades</i>	
1692	Lucuce, Pedro (1692-1779) Stirling, James (1692-1770)	Viviani propone el llamado “enigma florentino”	Proceso de brujería en Salem
1693	Torres de Villarroel, Diego (1693-1770)		
1694			Voltaire (1694-1778)
1695	Bernoulli, Nicolaus (III) (1695-1726) Caraccioli, J. Battista (1695-1765) Pitot, Henri (1695-1771)	Newton escribe <i>Enumeración de líneas de tercer grado</i> , que publica como apéndice de <i>Óptica</i> en 1704	
1696		L'Hôpital publica <i>Análisis de los infinitamente pequeños</i> Jacob (I) y Johann (I) Bernoulli resuelven el problema de la braquistócrona	Giandomenico Tiepolo (1696-1770)
1697	Coppola, Nicolás (m. 1697) Muschel, Joseph (h. 1697)		Canaletto (1697-1768) William Hogarth (1697-1764)
1698	Bouguer, Pierre (1698-1758) Maclaurin, Colin (1698-1746) Maupertuis, Pierre-Louis Moreau de (1698-1759)		
1699	Sturm, Leonhard Christoph (1699-1719)	Se hace patente la polémica entre Newton y Leibniz sobre la prioridad de la invención del cálculo infinitesimal	
1700	Bernoulli, Daniel (I) (1700-1782) Braikenridge, William (1700-1762) Peck, J. (h. 1700)		Los Borbones comienzan a reinar en España con Felipe V (1700-1746)
s. XVIII			
1701		Jacob y Johann (I) Bernoulli estudian el problema de los isoperímetros	
1702	Bayes, Thomas (1702-1761)		
1703	Leseur, Thomas (1703-1770)		
1704	Castillon, Francesco de (1704-1791) Cramer, Gabriel (1704-1752) Poignard (h. 1704) Segner, Johann Andreas von (1704-1777)		
1705	Fontaine des Bertins, Alexis (1705-1771) Guisnée (h. 1705)		Newcome inventa la primera gran máquina de vapor Pachelbel (1705-1753)
1706		William Jones publica <i>Nueva introducción a la matemática</i> , donde utiliza la letra π con el mismo objetivo que se usa hoy en día	Benjamin Franklin (1706-1790)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1707	Buffon, Georges Louis Leclerc, conde de (1707-1788) Euler, Leonhard (1707-1783) Riccati, Vincenzo (1707-1775) Robins, Benjamin (1707-1751)	Newton publica <i>Aritmética universal</i> , lecciones dictadas entre 1673 y 1683	Carlo Goldoni (1707-1793)
1709			Obras de los hermanos Churriguera, maestros del barroco: José (1665-1725); Joaquín (1674-1724), Alberto (1676-1740)
1710	Simpson, Thomas (1710-1761)		Giovanni Battista Pergolesi (1710-1736)
1711	Boscovich, Ruggiero Giuseppe (1711-1787) Hume, David (1711-1776) Lomonosov, Mijail Vasilievich (1711-1765)		David Hume (1711-1776)
1712	Gua de Malves, Jean-Paul de (1712-1785)	Newton publica <i>Método diferencial</i> , sobre diferencias finitas Taylor expone la serie que lleva su nombre	Federico II (1712-1786) Jean-Jacques Rousseau (1712-1778)
1713	Clairaut, Alexis Claude (1713-1765) Juan y Santacilia, Jorge (1713-1773) Lacaille, Nicolas Louis de (1713-1762)	Se publica póstuma <i>Ars conjectandi</i> de Jacob (I) Bernoulli, donde expone la teoría combinatoria y sus aplicaciones	Denis Diderot (1713-1784)
1714	Rieger, Christian (1714-1780)		Los Hannover comienzan a reinar en Inglaterra Real Academia Española Cristoph Willibald Gluck (1714-1787)
1715	Cerdá, Tomás (1715-1791) Fagnano, Giovanni Francesco de Toschi di (1715-1797) Lemonnier, Pierre Charles (1715-1799)	Taylor publica <i>Método de los incrementos directos e inversos</i> , sobre diferencias finitas	Siglo de las Luces (1715-1765)
1716	Clairaut le cadet (1716-1732) Ulloa y de la Torre Giral, Antonio de (1716-1795)		
1717	Alembert, Jean Le Rond D' (1717-1783) Baermann, Georg Friedrich (1717-1769) Stewart, B. Matthew (1717-1785) Torre Argai, Francisco de la (h. 1717)		
1718	Agnesi, María Gaetana (1718-1799) Chapple, William (1718-1781)	Moivre publica <i>Doctrina de las probabilidades</i>	Termómetro de Fahrenheit Thomas Chippendale (1718-1779)
1719	Gotthelf Kästner, Abraham (1719-1800) Kästner, Abraham Gotthelf (1719-1800) Landen, John (1719-1790)	Maclaurin publica <i>Geometría orgánica</i> , donde expone la fórmula que lleva su nombre	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1719	Mayer, Frédéric-Christian (1719-1789)		
1720	Oppel, Friedrich Wilhelm von (1720-1769)		
1721	Mourraille, Jean Raymond (1721-1808)		
1722		Se publica póstuma <i>Harmonia mensurarum</i> , de Cotes	
1723	Mayer, Johann Tobias (1723-1762)		Joshua Reynolds (1723-1792) Adam Smith (1723-1790)
1724	Caravelli, Vito (1724-1800) Meister, Albert Ludwig Friedrich (1724-1788) Padilla y Arcos, Pedro (1724-h. 1807)		Immanuel Kant (1724-1804)
1725	Boucharlat, Jean-Louis (1725-1848) Montucla, Jean-Étienne (1725-1799)		
1727			Thomas Gainsborough (1727-1788)
1728	Lambert, Jean Henri (1728-1777)		Anton Raphael Mengs (1728-1779)
1729	Eximeno y Pujades, Antonio (1729-1808) Tietz, Johann Daniel (1729-1796)		
1730	Bails, Benito (1730-1797) Bézout, Etienne (1730-1783)	Moivre publica <i>Miscelánea analítica</i> , donde aparece, sin demostración, la fórmula que lleva su nombre Stirling publica <i>Método diferencial</i> , donde aparece la fórmula que lleva su nombre	Termómetro de Réaumur
1731	Malfatti, Gianfrancesco (1731-1807) Maseres, Francis, barón (1731-1824) Saladini, Girolamo (1731-1813)	Clairaut publica <i>Investigación sobre las curvas de doble curvatura</i> , escrita en 1729	Ramón de la Cruz (1731-1794)
1732	Karsten, Wenceslaus Johann Gustav (1732-1787) Lalande, Joseph Jérôme Lafrançais (1732-1807) Maskelyne, Nevil (1732-1811) Mutis, José Celestino (1732-1808) Tofiño y Vandewale, Vicente (1732-1795)		Pierre Augustin Caron de Beaumarchais (1732-1799) Jean-Honoré Fragonard (1732-1806)
1733	Borda, Jean-Charles (1733-1799) Foncenex, Pierre François Marie Daviet de (1733-1799)	Saccheri publica <i>Euclides vindicado de todo reproche</i>	
1734	Goudin, Mathieu Bernard (1734-1805) Sejour, Achille-Pierre Dionis du (1734-1794) Waring, Edward (1734-1798)	Berkeley publica <i>El analista</i> , donde critica los conceptos infinitesimales de Newton y Leibniz	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1735	Vandermonde, Alexandre Théophile (1735-1796)		
1736	Bring, Erland Samuel (1736-1798) Lagrange, Joseph-Louis (1736-1813) Pfleiderer, Christoph Friedrich von (1736-1821) Vimercati, Cipriano (h. 1736-h. 1800) Watt, James (1736-1819)		Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) James Watt (1736-1819)
1737	Valperga di Caluso, Tommaso (1737-1815)	Frézier publica <i>Tratado de estereotomía al uso de la arquitectura</i>	Linnaeus escribe <i>Sistema naturae</i> Luigi Galvani (1737-1798)
1738		Euler publica <i>Introducción a la aritmética</i>	
1739	Hahn, Philipp Matthäus (1739-1790) Klügel, George Simon (1739-1812) Varela y Ulloa, José (1739-1794)		
1740	Lexell, Anders Johan (1740-1784)		
1741	Hindenburg, Carl Friedrich (1741-1808) Wilson, John (1741-1793)		
1742		Goldbach formula la conjetura que lleva su nombre Maclaurin publica <i>Tratado de las fluxiones</i> (1737-1742)	Termómetro centígrado
1743	Cagnoli, Antonio (1743-1816) Condorcet, marqués de (1743-1794)		Luigi Boccherini (1743-1805) Antoine-Laurent de Lavoisier (1743-1794)
1744	Callet, Jean-Charles (François) (1744-1799) Ferroni, Pietro (1744-1825) Pedrayes y Follo, Agustín Bernardo de (1744-1815)	D'Alembert estudia el problema de las cuerdas vibrantes	Johann Gottfried Herder (1744-1803)
1745	Wessel, Caspar (1745-1818)		Alessandro Volta (1745-1827)
1746	Charles, Jacques Alexandre César (1746-1823) Monge, Gaspard, conde de Péluse (1746-1818) Müller, Johann Helfrich von (1746-1830) Pestalozzi, Johann Heinrich (1746-1827)		Reinado de Fernando VI de España (1746-1759) Francisco de Goya y Lucientes (1746-1828)
1747		D'Alembert publica <i>Reflexiones sobre la causa general de los vientos</i>	
1748	Cossali, Pietro (1748-1815) Kirkby, John (h. 1748) Playfair, John (1748-1819) Tinseau, D'Amondans Charles de (1748-1822)	Euler publica <i>Introducción al análisis de los infinitos</i> Agnesi publica <i>Instituciones analíticas para uso de la juventud italiana</i>	Jacques-Louis David (1748-1825)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1749	Delambre, Jean Baptiste Joseph (1749-1822) Laplace, Pierre Simon, marqués de (1749-1827)		Vittorio Alfieri (1749-1803) Buffon comienza a escribir <i>Historia natural</i> Domenico Cimarosa (1749-1801) Johann Wolfgang Goethe (1749-1832)
1750	Bonnycastle, John (1750-1821) Delanges, Paolo (1750-1810) Giordano, Anibal (s. XVIII) Huillier, Simon Antoine Jean L' (1750-1840) Mascheroni, Lorenzo (1750-1800)	Fagnano estudia la rectificación de arcos de elipse e hipérbola Cramer publica <i>Introducción al análisis de las líneas curvas algebraicas</i>	
1751		Aparece la <i>Enciclopedia</i> dirigida por Diderot y D'Alembert, en la que este escribe el <i>Discurso preliminar</i> sobre la ciencia	Publicación de la Enciclopedia francesa (1751-1772)
1752	García, Juan Justo (1752-1830) Legendre, Adrien-Marie (1752-1833) Rancaño de Cancio, Luis (n. 1752)	D'Alembert publica <i>Ensayo sobre una nueva teoría de la resistencia de los fluidos</i>	Inglaterra adopta el calendario gregoriano Cometa de Franklin
1753	Carnot, Lazare Nicolas Marguerite (1753-1823) Fergola, Nicolás (1753-1824) Lope y Aguilar, Tadeo (1753-1802) Stanhope, Charles (1753-1816)		
1754	Mènier, J. (1754-1799) Meusnier de la Place, Jean Baptiste Marie Charles (1754-1793)		Vicente Martín y Soler (1754-1806)
1755	Fuss, Nicolaus von (1755-1826) Malus, Étienne Louis (1755-1812) Parseval, Marc-Antoine (1755-1836)	Euler publica <i>Institutiones calculi differentialis</i>	
1756	Heinsius, Gottfried (h. 1756)		Wolfgang Amadeus Mozart (1756-1791)
1757			Antonio Canova (1757-1822)
1758	Schubert, Friedrich Theodor von (1758-1825)	Montucla publica <i>Historia de las matemáticas</i> (1758-1802)	
1759	Farish, William (1759-1837)		Reinado de Carlos III de España (1759-1788) Friedrich Schiller (1759-1805)
1760	Císcar y Císcar, Gabriel (1760-1829)	Buffon resuelve el problema llamado de "la aguja"	Luigi Cherubini (1760-1842)
1761	Budan de Boislaurent, François Desiré (1761-1840)	Muere Bayes dejando un escrito sobre probabilidades de las causas, publicado en 1764	
1762	Saint Laurent, Jean Thomas de (1762-1835)		
1764		Bézout comienza la publicación de <i>Curso de matemáticas</i>	Despotismo ilustrado (1764-1788)
1765	Colebrooke, Henry Thomas (1765-1837)		

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1765	Ivory, James (1765-1842) Lacroix, Sylvestre François (1765-1843) Pfaff, Johann Friedrich (1765-1825) Ruffini, Paolo (1765-1822)		
1766	Chaix Isnel, José (1766-1811) Garnier, Jean Guillaume (1766-1840) Malthus, Thomas Robert (1766-1834)	Lambert escribe sus consideraciones sobre las geometrías no euclídeas, publicadas póstumas en 1786 en <i>Teoría de las líneas paralelas</i>	John Dalton (1766-1844) Thomas Robert Malthus (1766-1834) Mme. Staël (1766-1817)
1767	Servois, François-Joseph (1767-1847)		Máquina de vapor perfeccionada por Watt August Wilhelm Schlegel (1767-1845)
1768	Abbati, Pietro (1768-1842) Argand, Jean Robert (1768-1822) Brunacci, Vincenzo (1768-1818) Fourier, Jean Baptiste Joseph (1768-1830) Wallace, William (1768-1843)	Euler comienza la publicación de <i>Institutiones calculi integralis</i> Lambert estudia las funciones hiperbólicas	Revolución industrial en Inglaterra François Auguste René Chateaubriand (1768-1848)
1769	Bartels, Johann Martin (1769-1836) Fenn, Joseph (h. 1769) Hachette, Jean Nicolas Pierre (1769-1834) Puissant, Louis (1769-1843)		Watt perfecciona la máquina de vapor Alexander von Humboldt (1769-1859)
1770			Ludwig van Beethoven (1770-1827) Georg Wilhelm Friedrich Hegel (1770-1831)
1771	Buzengeiger, Carl Heribert Ignatz (1771-1835) Gergonne, Joseph Diaz (1771-1859)	Vandermonde estudia los determinantes, de cuya teoría se le considera fundador	
1772			Novalis (1772-1801) David Ricardo (1772-1823)
1773	Bowditch, Nathaniel (1773-1838) Woodhouse, Robert (1773-1827)		
1774	Biot, Jean-Baptiste (1774-1862) Lancret, Michel-Ange (1774-1807) Mollweide, Karl Brandan (1774-1825) Murdoch, Patrick (m. 1774)		
1775	Ampère, André Marie (1775-1836) Bolyai, Wolfgang Farkas (1775-1856) Prony, Gaspard Clair François Marie Riche de (1775-1839)		Manuel García (Manuel del Polopo Vicente) (1775-1832) Joseph Mallord William Turner (1775-1851)
1776	Barlow, Peter (1776-1862) Germain, Sophie (1776-1831)	Waring se ocupa de teoría de números	Guerra de la independencia de EE.UU. (1776-1783)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1776	Herbart, Johann Friedrich (1776-1841) Leonelli, Giuseppe Zecchini (1776-1847) Soldner, Johann Georg von (1776-1833)		John Constable (1776-1837) Adam Smith escribe <i>La riqueza de las naciones</i>
1777	Brisson, Barnabé (1777-1828) Gauss, Karl Friedrich (1777-1855) Poinsot, Louis (1777-1859)	Buffon publica <i>Ensayo de aritmética moral</i> , donde plantea el problema de la aguja que lleva su nombre	Escuela de Minas de España
1778	Hoene-Wronski, Josef Maria (1778-1853)		Ugo Foscolo (1778-1827)
1779	Boisaymé, Jean-Marie-Joseph-Aimé Dubois du (1779-1846) Gompertz, Benjamín (1779-1865) Vallejo y Ortega, José Mariano (1779-1846)	Bézout publica <i>Teoría general de las ecuaciones algebraicas</i>	Jöns Jacob Berzelius (1779-1848)
1780	Crelle, August Leopold (1780-1855) Lehmus, Daniel Christian Ludolph (1780-1863) Leroy, Charles François Antoine (1780-1854) Schweikart, Ferdinand Karl (1780-1859)		Jean Auguste Dominique Ingres (1780-1867)
1781	Bolzano, Bernhard (1781-1848) Krause, Karl Christian Friederich von (1781-1832) Littrow, Joseph Johann von (1781-1840) Poisson, Siméon Denis (1781-1840)		Frederik William Herschel descubre el planeta Urano Félicité Robert Lamennais (1781-1854)
1782	Terquem, Orly (1782-1862)		Banco Nacional de San Carlos, precursor del Banco de España Niccolò Paganini (1782-1840)
1783	Brianchon, Charles Julien (1783-1864) Mathieu, Claude-Louis (1783-1875) Subirás Barra, Francisco (m.h. 1783)		Descomposición química del agua por Lavoisier y Cavendish Simón Bolívar (1783-1830) Stendhal (1783-1842)
1784	Bessel, Friedrich Wilhelm (1784-1846) Charpit de Villecourt, Paul (m. 1784) Dupin, Charles-Eugène (1784-1873)		
1785	Navier, Claude Louis Marie Henry (1785-1836)		Alessandro Manzoni (1785-1873)
1786	Arago, Dominique François Jean (1786-1853) Binet, Jacques Phoelix Marie (1786-1856) Horner, William George (1786-1837)	Se publica póstumamente <i>Teoría de las líneas paralelas</i> de Lambert, escrita en 1766	

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1786	Labatie, Antide Gabriel Marguerite (1786-1866) Travesedo y Melgares, Francisco (1786-1861)		
1787			Constitución de EE. UU. Ohm (1787-1854)
1788	Fresnel, Augustin Jean (1788-1827) Gerling, Christian Ludwig (1788-1864) Poncelet, Jean Victor (1788-1867)	Lagrange publica <i>Mecánica analítica</i>	Reinado de Carlos IV de España (1788-1808) Byron, lord (1788-1824) Arthur Schopenhauer (1788-1860)
1789	Cauchy, Augustin-Louis (1789-1857) Frégier, Henry A. (n. 1789)		Revolución Francesa (1789-1799) George Washington, primer presidente de EE. UU. (1789-1797)
1790	Cousinery, Barthélemy Edouard (1790-1851) Diesterweg, Friedrich Adolph Wilhelm (1790-1866) Magnus, Ludwig Imanuel (1790-1861) Möbius, August Ferdinand (1790-1868)		Alphonse de Lamartine (1790-1869)
1791	Encke, Johann Franz (1791-1865) Lebesgue, Victor Amédée (1791-1875) Peacock, George (1791-1858) Petit, Alexis Theresa (1791-1820)		Michael Faraday (1791-1867) Jacob Meyerbeer (1791-1864) Samuel Morse (1791-1872)
1792	Babbage, Charles (1792-1871) Herschel, John Frederik William (1792-1871) Lobachevski, Nicolai Ivanovich (1792-1856) Montferrier, Alexandre André Victor Sarracin (1792-1863) Ohm, Martin (1792-1872) Wachter, Friedrich Ludwig (1792-1817)		Rouget de Lisle compone la Marsellesa Gioacchino Rossini (1792-1868) Percy Byshee Shelley (1792-1822)
1793	Chasles, Michel (1793-1880) Green, George (1793-1841) Olivier, Théodore (1793-1853) Seeber, Ludwig August (1793-1855)		
1794	Dandelin, Germinal Pierre (1794-1847) Rodrigues, Olinde (1794-1851) Taurinus, Franz Adolf (1794-1874) Vega, Georg Freiherr von (1754-1802) Whewell, William (1794-1866)	Legendre publica <i>Elementos de geometría</i> Monge publica <i>Tratado de geometría descriptiva</i>	
1795	August, Ernest Ferdinand (1795-1870)	Lacroix publica <i>Curso de matemáticas</i>	Se fundan la École Polytechnique y la École

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1795	Giorgini, Gaetano (1795-1874) Haidinger, Wilhelm Karl (1795-1871) Hansen, Peter Andreas (1795-1874) Lamé, Gabriel (1795-1870)	Monge publica <i>Hojas de análisis aplicado a la geometría</i>	Normale en París Thomas Carlyle (1795-1881) John Keats (1795-1821)
1796	Bienaymé, Irénée Jules (1796-1878) Brashman, Nikolai Dmitrievich (1796-1866) Ettingshausen, Andreas von (1796-1878) Hessel, Johann Friedrich Christian (1796-1872) Jacobi, Karl Friedrich Andreas (1796-1855) Mossbrugger, Leopold (1796-1864) Quételet, Lambert Adolphe Jacques (1796-1874) Steiner, Jakob (1796-1863) Warren, John (1796- 1852)	Gauss anota en una libreta sus descubrimientos en matemáticas, comenzando con la construcción del eptadecágono Laplace publica <i>Exposición del sistema del mundo</i>	Edward Jenner descubre la vacunación Sadi Carnot (1796-1832)
1797	Adhémar, Alphonse Joseph (1797-1862) Grunert, Johann August (1797-1872) Hagen, Gotthilf Heinrich Ludwig (1797-1884) Köhler, Fr. (h. 1797) Muller, J. H. T. (1797-1862) Naumann, Karl Friedrich (1797-1873) Oettinger, Ludwig (1797-1869) Saint Venant, Adhémar Jean Claude Barré de (1797-1886)	Carnot publica <i>Reflexiones sobre la metafísica del cálculo infinitesimal</i> Lagrange publica <i>Teoría de las funciones analíticas</i> Legendre publica <i>Ensayo sobre la teoría de los números</i> Mascheroni publica <i>Geometría del compás</i>	Gaetano Donizetti (1797-1848) Heinrich Heine (1797-1856) Franz Schubert (1797-1828)
1798	Bobillier, Étienne (1798-1840) Durrande, Jean Baptiste (1798-1825) Gudermann, Christof (1798-1852) Neumann, Franz Ernst (1798-1895) Sarrus, Pierre-Frédéric (1798-1861) Scherk, Heinrich Ferdinand (1798-1885) Staudt, Karl Georg Christian von (1798-1867)		Eugène Delacroix (1798-1863) Giacomo Leopardi (1798-1837)
1799	Dion, Siméon (n. después de 1799) Geronó, Camille Christophe (1799-1891) Graeffe, Carl Heinrich (1799-1873) Wood, James (h. 1799)	Gauss presenta una primera demostración del teorema fundamental del álgebra Gauss representa los números complejos en el plano que lleva su nombre (lo publicará en 1831) Laplace comienza la publicación	Época napoleónica (1799-1814) Honoré Balzac (1799-1850) Eugène Delacroix (1799-1863) Alexandr Serguéievich Pushkin (1799-1837)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1799		de <i>Mecánica celeste</i> (1798-1827) Ruffini publica <i>Teoría general de las ecuaciones</i> Wessel publica <i>Sobre la representación analítica de la dirección; un intento</i> (escrita en 1797)	
1800	Feuerbach, Kart Wilhelm (1800-1834) François, Jacques Frédéric (1775-1833) Mainardi, Gaspare (1800-1879) Odner, V. T. (h. 1800) Schmeisser, Friedrich Gottlob (h. 1784-h. 1809) Schulz von Strasznicki, Leopold Karol (1803-1852) Talbot, William Henry Fox (1800-1877)	Malthus publica <i>Un ensayo sobre la población</i>	Pila de Alessandro Volta
s. XIX			
1801	Airy, George Biddell (1801-1892) Clausen, Thomas (1801-1885) Cournot, Antoine Augustin (1801-1877) Lefrançais, F. L. (1769-1843) Ostrogradski, Mijail Vasilievich (1801-1861) Plateau, Joseph Antoine Ferdinand (1801-1883) Plücker, Julius (1801-1868) Raabe, Joseph Louis (1801-1859)	Gauss publica <i>Investigaciones de aritmética</i>	Vincenzo Bellini (1801-1835)
1802	Abel, Niels Henrik (1802-1829) Bolyai, János (1802-1860) Cagigal, Juan Manuel (1802-1856)		Alexandre Dumas, padre (1802-1870) Victor Hugo (1802-1849)
1803	Bellavitis, Giusto (1803-1880) Doppler, Christian (1803-1854) Libri Carucci dalla Sommaja, Guglielmo (1803-1869) Nagel, Christian Heinrich von (1803-1882) Sonnet, Michel Louis Joseph Hippolyte (1803-1879) Sturm, Jacques Charles François (1803-1855)	Carnot escribe <i>Geometría de la posición</i>	Teoría atómica de Dalton Hector Berlioz (1803-1869)
1804	Birch Jerrard, George (1804-1863) Buniakovski, Victor Yakovlevich (1804-1889) Jacobi, Carl Gustav Jacob (1804-1851) Jerrard, George Birch (1804-1863)		Napoleón coronado Emperador Mijáil Ivánovich Glinka (1804-1867) George Sand (1804-1876) Johann Strauss, padre (1804-1849)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1805	Abel Transon (1805-1876) Dirichlet, Peter Gustav Lejeune (1805-1859) Hamilton, William Rowan (1805-1865) Novella, Eduardo (principios del s. XIX-1865) Reiss, Michel (1805-1869)	Pestalozzi dirige (1805-1825) una escuela en Yverdon, donde aplica su método de enseñanza	Christian Andersen (1805-1875)
1806	Candolle, Alphonse-Louis-Pierre Pyrame de (1806-1893) Kirkman, Thomas Penyngton (1806-1895) Listing, Johann Benedict (1806-1882) Livet, C. (h. 1806) Minding, Ferdinand (1806-1885) Morgan, Augustus de (1806-1871) Murphy, Robert (1806-1843) Weisbach, L. Julius (1806-1871)	Brianchon enuncia el teorema que lleva su nombre	Juan Crisóstomo Arriaga (1806-1826) John Stuart Mill (1806-1873)
1807	Seydewitz, Franz (1807-1852) Stern, Moritz Abraham (1807-1894)		Inglaterra prohíbe el comercio de esclavos Hilarión Eslava (1807-1878)
1808	Bretschneider, Karl Anton (1808-1878) Montucci, Enrico (1808-1877) Richelot, Friedrich Julius (1808-1875) Tortolini, Barnaba (1808-1874)		Reinado de José I de España (1808-1813) Guerra de la Independencia Española (1808-1813) Honoré Daumier (1808-1879) José Espronceda (1808-1842) Malibrán (1808-1836)
1809	Cortázar, Juan (1809-1873) Grassmann, Hermann Gunther (1809-1877) Jones, Owen (1809-1874) Liouville, Joseph (1809-1882) Mac-Cullagh, James (1809-1847) Peirce, Benjamin (1809-1880)		Charles Darwin (1809-1882) Nikolai Gogol (1809-1852) Manuel Iradier (1809-1865) Mariano José Larra (1809-1837) Felix Mendelssohn (1809-1847) Edgar Allan Poe (1809-1849) Alfred Tennyson (1809-1892)
1810	Kummer, Ernst Eduard (1810-1893) Lavernède, J. E. Thomas de (h. 1810) Schumacher (h. 1810)	Gergonne comienza a editar los <i>Annales des Mathématiques</i> que llevan su nombre (1810-1832)	Frédéric Chopin (1810-1849) Robert Schuman (1810-1856)
1811	Bravais, Auguste (1811-1863) Galois, Évariste (1811-1832) Hesse, Ludwig Otto (1811-1874) Nesselman, G. H. (1811-1881)	Gauss comienza el estudio riguroso de las series, en conexión con la serie hipergeométrica que lleva su nombre	Avogadro define su hipótesis sobre la composición molecular de los gases Charles Dickens (1811-1870) Franz Liszt (1811-1886) William Thackeray (1811-1863)
1812	Fischer, Ludwig Jos. (h. 1812) Gaultier de Tours, Louis (h. 1812) Göpel, Gustav Adolph (1812-1847) Gugler, Johann Bernhard von (1812-1880)	Laplace publica <i>Teoría analítica de las probabilidades</i>	Friedrich Flotow (1812-1883)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1812	Schönemann, Theodor (1812-1868) Shanks, William (1812-1882)		
1813	Gregory, Duncan Farguharson (1813-1844) Schwab (h. 1813) Villarceau, Antoine-Joseph Yvon (1813-1883)	Babbage, Herschel y Peacock crean la “Analytical Society”	Reinado de Fernando VII de España (1813-1833) Sören Kierkagaard (1813-1855) Giuseppe Verdi (1813-1901) Richard Wagner (1813-1883)
1814	Booth, James (1814-1878) Breton de Champ, Paul Émile (1814-1885) Catalan, Eugène-Charles (1814-1894) Donkin, William Fishburn (1814-1869) Gournerie, Jules-Antoine-René Maillard de la (1814-1883) Laurent, Pierre-Alphonse (1814-1854) Möllinger, Otto (1814-1886) Schläfli, Ludwig (1814-1895) Sylvester, James J. (1814-1897) Wantzel, Pierre L. (1814-1848) Wiegand, August (1814-1871)	Cauchy escribe <i>Memoria sobre la teoría de las integrales definidas</i> (publicada en 1827, leída en la Academia en 1814)	Rayas espectroscópicas de Fraunhofer Mijail Yúrievich Lérmontov (1814-1841) Jean François Millet (1814-1875)
1815	Boole, George (1815-1864) Byron, Augusta Ada King (1815-1852) Despeyrous, Théodore (1815-1883) Somov, Josif Ivanovich (1815-1876) Weierstrass, Karl Theodor Wilhelm (1815-1897)		Napoleón es derrotado en Waterloo Humphry Davy inventa la lámpara minera Augustin Fresnel investiga la difracción Otto Bismark (1815-1898)
1816	Delaunay, Charles-Eugène (1816-1872) Frénet, Frédéric-Jean (1816-1900) Grube, August Wilhelm (1816-1884) Rosenhain, Johann Georg (1816-1887)		Charlotte Bronté (1816-1855) Werner Siemens (1816-1892)
1817	Borchardt, Carl Wilhelm (1817-1880) Borchers, Richard Ewen (1817-1880) Briot, Charles (1817-1882) Weddle, Thomas (1817-1853)	Bolzano publica <i>Teoría de funciones</i>	George Frederick Watts (1817-1904)
1818	Amiot, Benjamin Michel (1818-1865) Baltzer, Heinrich Richard (1818-1887) Cellerier, Charles (1818-1889) Desboves, Adolphe Honoré (1818-1888)		Emily Bronté (1818-1848) Charles Gounod (1818-1893) Karl Marx (1818-1883) James Prescott Joule (1818-1889)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1818	Joachimsthal, Ferdinand (1818-1861) Peterson, Karl Mijailovich (1818-1881) Serret, Joseph Alfred (1818-1885)		
1819	Adams, John Couch (1819-1892) Aronhold, Siefried Heinrich (1819-1884) Beudon, Jules Alphonse Édouard (1819-1900) Bonnet, Pierre Ossian (1819-1892) Bouquet, Jean-Claude (1819-1885) Freeth, T. J. (1819-1904) Salmon, George (1819-1904) Stokes, George Gabriel (1819-1903)	Horner publica su método para la resolución aproximada de ecuaciones	Jacques Offenbach (1819-1880) Ivan Turgueniev (1819-1883) Walt Whitman (1819-1892)
1820	Casey, John (1820-1891) Jonquières, Ernest Fauque de (1820-1901) Puisseux, Victor-Alexandre (1820-1883) Rankine, William John Macquorn (1820-1872) Roche, Édouard Albert (1820-1883)		Primera oleada de revoluciones burguesas André Ampère define las leyes de la acción electrodinámica Hansa Christian Oersted descubre el electromagnetismo Friedrich Engels (1820-1895)
1821	Boncompagni, Baldassarre (1821-1894) Cayley, Arthur (1821-1895) Chebichev, Pafnuti Libovich (1821-1894) Cox, Homersham (1821-1897) Culmann, Karl (1821-1881) Haughton, Samuel (1821-1897) Heine, Heinrich Eduard (1821-1881) Helmholtz, H. L. F. von (1821-1894) Seidel, Philip Ludwig von (1821-1896)	Cauchy publica <i>Curso de análisis</i> Navier obtiene la ecuación diferencial básica del movimiento de fluidos con viscosidad	Charles Baudelaire (1821-1867) Fiódor Dostoyevski (1821-1881) Gustave Flaubert (1821-1880) Hermann Helmholtz (1821-1894)
1822	Benot y Rodríguez, Eduardo (1822-1907) Bertrand, Joseph Louis François (1822-1900) Clausius, Rudolf Julius Emanuel (1822-1888) Galton, Francis (1822-1911) Hermite, Charles (1822-1901) Lissajous, Jules-Antoine (1822-1880)	Cauchy publica <i>Análisis algebraico</i> Fourier publica <i>Teoría analítica del calor</i> Poncelet publica <i>Tratado de las propiedades proyectivas de las figuras</i> Feuerbach publica <i>Propiedades de algunos puntos distinguidos del triángulo rectilíneo</i> , donde demuestra el teorema que lleva su nombre	Teoría analítica del calor César Frank (1822-1890) Joaquín Gaztambide (1822-1870) Gregor Mendel (1822-1884) Louis Pasteur (1822-1895) Heinrich Schliemann (1822-1890)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1823	Betti, Enrico (1823-1892) Eisenstein, Ferdinand Gotthold Max (1823-1852) Hoüel, Guillaume Jules (1823-1896) Kronecker, Leopold (1823-1891) Schlömich, Oskar (1823-1901)	Cauchy publica <i>Resumen de lecciones sobre el cálculo infinitesimal</i>	Pascual (Emilio) Arrieta (1823-1894) Francisco Asenjo Barbieri (1823-1894)
1824	Brioschi, Francesco (1824-1897) Codazzi, Delfino (1824-1875) Dase, Johann Martin Zacharias (1824-1861) Heinzerling, Friedrich (1824-1906) Kirchhoff, Gustav Robert (1824-1887) Thomson Kelvin, William (1824-1907)	Abel publica <i>Memoria sobre las ecuaciones algebraicas</i> Bessel estudia las funciones que llevan su nombre, calculando tablas de sus valores Poncelet publica <i>Memoria sobre la teoría general de polares recíprocas</i> , con el principio de dualidad, sobre el que se estableció una polémica con Gergonne Quételet dirige la publicación de <i>Correspondencia matemática y física</i> (1824-1839)	Fin del dominio español en las colonias continentales americanas Anton Bruckner (1824-1896) José Anselmo Clavé (1824-1874) Alexandre Dumas, hijo (1824-1895) Bedrich Smetana (1824-1884)
1825	Balmer, Johann Jakob (1825-1898) Ibáñez e Ibáñez de Ibero, Carlos (1825-1891) Schreiber, Guido (h. 1825) Sorlin (h. 1825) Spottiswoode, William H. (1825-1883) Torner y Carbó, Antonio (1825-1883)	Cauchy escribe <i>Memoria sobre las integrales definidas tomadas entre límites imaginarios</i> (publicada en 1874)	Jean Martin Charcot (1825-1893) Cristóbal Oudrid (1825-1877) Johann Strauss, hijo (1825-1899)
1826	Battaglini, Giuseppe (1826-1894) Comberousse, Ch. (1826-1897) Heegmann, Alphonse (h. 1826) Hermes, Oswald (1826-1909) Riemann, Georg Friedrich Bernhard (1826-1866) Smith, Henry John Stephen (1826-1883)	Abel da a conocer las funciones que llevan su nombre Crelle comienza a editar <i>Revista para matemáticas puras y aplicadas</i> , denominada también <i>Journal de Crelle</i>	Ampère trabaja en electrodinámica
1827	Moutard, Théodore-Florentin (1827-1901) Paulus, Christian (1827-1890)	Gauss publica <i>Investigaciones generales sobre superficies curvas</i> Möbius publica <i>Cálculo baricéntrico</i>	Ley de Ohm Obtención de aluminio de la arcilla
1828	Besant, William Henry (1828-1917) Moth, Franz Xavier (h. 1828) Schulz, Carl Friedrich (h. 1828)	Green publica <i>Ensayo sobre la aplicación del análisis matemático a las teorías de la electricidad y el magnetismo</i> Plücker comienza la publicación de <i>Desarrollo de la geometría analítica</i> (1828-1831)	Síntesis de la urea por Friedrich Wöhler Henrik Ibsen (1828-1906) José Inzenga (1828-1891) Lev Nikoláievich Tolstói (1828-1910) Jules Verne (1828-1905)
1829	Cantor, Moritz Benedikt (1829-1920) Christoffel, Elwin Bruno (1829-1901)	Abel y Jacobi exponen las funciones elípticas Cauchy publica <i>Lecciones sobre el cálculo diferencial</i>	George Stephenson inventa la locomotora Anselm Feuerbach (1829-1880)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1829	Picart, Alphonse (1829-1884)	Dirichlet publica <i>Teoría de funciones</i> Jacobi publica <i>Fundamentos de la nueva teoría de las funciones elípticas</i> Lobachevski publica <i>Sobre los fundamentos de la geometría</i>	Friedrich August Kekulé (1829-1896) Anton Rubinstein (1829-1894)
1830	Cremona, Antonio Luigi Gaudenzio Giuseppe (1830-1903) Hirst, Thomas Archer (1830-1892) Villafañe Viñals, José María (1830-1915)	Peacock publica <i>Tratado de álgebra</i>	Segunda oleada de revoluciones burguesas Primeros tendidos de ferrocarril Auguste Comte escribe <i>Curso de filosofía positiva</i> Charles Lyell escribe <i>Principios de geología</i> Frédéric Mistral (1830-1914) Camille Pissarro (1830-1903)
1831	Bois-Reymond, Paul David Gustav du (1831-1889) Dedekind, Julius Wilhelm Richard (1831-1916) Dewulf, Eugène (1831-1896) Guthrie, Francis (1831-1899) Mannheim, V. M. (1831-1906) Maxwell, James Clerk (1831-1879) Routh, Edward John (1831-1907) Tait, Peter Guthrie (1831-1901)	Gauss comienza a escribir sobre la geometría no euclidiana	Inducción electromagnética de Faraday
1832	Dodgson, Charles Lutwidge (Lewis Carroll) (1832-1898) Echegaray y Eizaguirre, José (1832-1916) Eseverri y Arberas, Félix (1832-1898) Fiedler, Otto Wilhelm (1832-1912) Lipschitz, R. O. (1832-1903) Neumann, Carl Gottfried (1832-1925) Peaucellier, Charles-Nicolas (1832-1913) Rouché, Eugène (1832-1910) Schwendenwein (h. 1832) SyLOW, Ludwig Mejdell Peter (1832-1918)	Bellavitis escribe <i>Método de las equipolencias</i> Bolyai publica <i>Ciencia absoluta del espacio</i> Galois escribe <i>Memoria sobre las condiciones de resolubilidad de ecuaciones por radicales</i> Steiner escribe <i>Desarrollo sistemático de las dependencias de las formas geométricas una de otra</i>	Gustave Doré (1832-1883) August Eisenlohr (1832-1902) Édouard Manet (1832-1883)
1833	Clebsch, Rudolf Friedrich Alfred (1833-1872) Fuchs, Immanuel Lazarus (1833-1902) Fuhrmann, Wilhelm (1833-1904) Gerwien, P. (h. 1833) Goupillière, Julien Napoleon Haton de la (1833-1927) Rhind, Alexander Henry (1833-1863)	Babbage proyecta construir su "máquina diferencial"	Reinado de Isabel II de España (1833-1868) Johannes Brahms (1833-1897) Alfred Nobel (1833-1896)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1834	F. G. M. (1834-1916) Laguerre, Edmond Nicolas (1834-1886) Venn, John (1834-1923)		Frédéric Bartholdi (1834-1904), escultor de la Estatua de la Libertad situada en Nueva York Alexandr Borodin (1834-1887) Gottlieb Daimler (1834-1900) Edgar Degas (1834-1917) Dmitri Mendeleiev (1834-1907) William Morris (1834-1896)
1835	Beltrami, Eugenio (1835-1900) Casorati, Felice (1835-1890) Jevons, William Stanley (1835-1882) Mathieu, Emile-Léonard (1835-1900) Méray, Hugues Charles Robert (1835-1911) Peter, Adolph (h. 1835)	Quételet publica <i>Ensayo sobre física social</i>	Giosuè Carducci (1835-1907) César Cui (1835-1918) Manuel Fernández Caballero (1835-1906) Leopold Sacher-Masoch (1835-1895) Camille Saint-Saëns (1835-1921) Mark Twain (1835-1910)
1836	Archilla, Simón (1836-1890) Guldberg, Cato Maximilian (1836-1902) Müller, Anton (h. 1836) Weingarten, Julius (1836-1910)	Liouville funda <i>Journal des Mathématiques pures et appliquées</i>	Primer telégrafo Gustavo Adolfo Bécquer (1836-1870) Henri Fantin-Latour (1836-1904) Sri Ramakrishna (1836-1886)
1837	Giffen, Robert (1837-1910) Gordan, Paul (1837-1912) Lenthéric, Charles Pierre Marie (n. 1837) Lommel, Eugen Cornelius Joseph von (1837-1899) Proctor, Richard Anthony (1837-1888) Tilly, Joseph Matric De (1837-1906)	Chasles publica <i>Resumen histórico sobre los orígenes y desarrollo de los métodos en geometría</i> Graeffé publica su método sobre la resolución aproximada de ecuaciones algebraicas Poisson publica <i>Investigaciones sobre la probabilidad de los juicios</i>	La reina Victoria del Reino Unido (1837-1901) Mili Alexeievich Balakirev (1837-1910) Algernon Charles Swinburne (1837-1909)
1838	Hill, George William (1838-1914) Jordan, Marie-Ennemond Camille (1838-1922) Morley, Frank (1838-1923) Reye, Carl Theodor (1838-1919)		Código Morse Georges Bizet (1838-1875) Paul Cézanne (1838-1899) Alfred Sisley (1838-1899) Ferdinand Zeppelin (1838-1917)
1839	Echegaray y Eizaguirre, Eduardo (1839-1903) Gibbs, Josiah Willard (1839-1903) Hankel, Hermann (1839-1873) Ooge, Martin Luther d' (1839-1915) Peirce, Charles Sanders (1839-1914) Petersen, Julius (1839-1910) Roch, Gustav (1839-1866) Zeuthen, Hyeronimus Georg (1839-1920)		Daguerre inventa la fotografía Charles Goodyear descubre la vulcanización George Cadbury (1839-1922) Francisco Giner de los Ríos (1839-1915) Modest Petróvich Mussorgski (1839-1881) John Davison Rockefeller (1839-1937)
1840	Lemoine, Émile Michel Hyacinthe (1840-1912)		Piotr Ilich Chaikovski (1840-1893)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1840	Mertens, Franz (1840-1927) Neuberg, Joseph Jean Baptiste (1840-1926) Thomae, Karl Johannes (1840-1921)		Alphonse Daudet (1840-1897) Thomas Hardy (1840-1928) Claude Monet (1840-1926) Pierre Auguste Renoir (1840-1919) Auguste Rodin (1840-1917) Émile Zola (1840-1902)
1841	Cornu, Marie-Alfred (1841-1902) Graves, John T. (h. 1841) Hondt, Victor d' (1841-1901) Loyd, Sam (1841-1911) Schröder, Friedrich Wilhelm Karl Ernst (1841-1902)		Emmanuel Alexis Chabrier (1841-1894) Antonín Dvořák (1841-1904) Felipe Pedrell (1841-1922)
1842	Brill, Alexander von (1842-1935) Clariana y Ricart, Lauro (1842-1916) Darboux, Jean-Gaston (1842-1917) Hentschel, E. (h. 1842) Lie, Marius Sophus (1842-1899) Longchamps, Gohierre Gaston de (1842-1906) Lucas, François Édouard Anatole (1842-1891) Marshall, Alfred (1842-1924) Rayleigh, lord (Strutt, John William) (1842-1919) Rosanes, Jacob (1842-1922) Sochozki, Yulian-Karol Vasielievich (1842-1927) Sohncke, Leonhard (1842-1897) Stolz, Otto (1842-1905) Weber, Heinrich (1842-1913)	Cauchy publica <i>Memoria sobre el empleo del nuevo cálculo, llamado cálculo de límites, en la integración de un sistema de ecuaciones diferenciales</i> (hoy se conoce este método como el de las funciones mayorantes o dominantes)	Ley de conservación de la energía (Mayer y Joule) Se utiliza el éter como anestesia August Heinrich Hofmann escribe la letra del himno alemán (<i>Alemania sobre todos</i>) William James (1842-1910) Stéphane Mallarmé (1842-1898) Jules Massenet (1842-1912) Karl May (1842-1912)
1843	Ascoli, Giulio (1843-1896) Pasch, Moritz (1843-1930) Schlegel, Victor (1843-1905) Stubbs, J. W. (h. 1843) Tannery, Paul (1843-1904) Tarazona y Blanch, Antonio (1843-1906) Tarry, Gaston (1843-1913)	W. R. Hamilton anuncia la invención de los cuaternios	Joule calcula el equivalente mecánico del calor Edvard Grieg (1843-1907) Henry James (1843-1916) Robert Koch (1843-1910) Adelina Patti (1843-1919) Benito Pérez Galdós (1843-1920)
1844	Boltzmann, Ludwig Eduard (1844-1906) Cortázar y Larrubia, Daniel (1844-1927) Gassmann (h. 1844) Halphen, Georges Henri (1844-1889) Luchterhandt, A. R. (h. 1844) Lüroth, Jacob (1844-1910) Noether, Max (1844-1921) Ridolfi, Luigi (h. 1844)	Grassmann publica <i>Cálculo de la extensión</i> Liouville introduce el concepto de “números trascendentes” por oposición a “números algebraicos”	Carl Friedrich Benz (1844-1929) Sara Bernhardt (1844-1923) Ludwig Boltzmann (1844-1906) Anatole France (1844-1924) Julián Gayarre (1844-1890) Friedrich Nietzsche (1844-1900) Nikolái Rimski-Kórsakov (1844-1908) Henri Rousseau (1844-1910) Pablo Sarasate (1844-1906) Paul Verlaine (1844-1896)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1845	Bäcklund, Albert Victor (1845-1922) Barlow, William (1845-1934) Bauer, Karl Ludwig (n. 1845) Brocard, Pierre René Jean Baptiste Henri (1845-1922) Cantor, Georg Ferdinand Ludwig Philipp (1845-1918) Clifford, William Kingdon (1845-1879) Dini, Ulisse (1845-1918) Edgeworth, Francis Ysidro (1845-1926) Odhner, Willgodt Theophil (1845-1905) Ribaucour, Albert (1845-1893) Rytz (h. 1845) Schwarz, Hermann Amandus (1845-1921)	Cayley, Sylvester y Hermite estudian sistemáticamente las formas algebraicas y los invariantes Cayley crea los octonianos	Gabriel Fauré (1845-1924) Wilhelm Conrad Roentgen (1845-1923)
1846	García de Galdeano y Yanguas, Zoel (1846-1924) Gascó, Luis G. (1846-1899) Jerabek, V. (h. 1846) Kiepert, Friedrich Wilhelm August Ludwig (1846-1934) León y Ortiz, Eduardo (1846-1914) Mittag-Leffler, Magnus Gösta (1846-1927) Schoute, Pieter Hendrik (1846-1923)		John Couch Adams y Urbain Le Verrier descubren de forma independiente Neptuno Invención de la anestesia Pontificado de Pío IX (1846-1878) Edmundo de Amicis (1846-1908) Federico Chueca (1846-1908) Henryk Sienkiewicz (1846-1916) Joaquín Valverde (1846-1910)
1847	Arzelá, Cesare (1847-1912) Floquet, Aquiles Marie Gaston (1847-1920) Killing, Wilhelm Karl Joseph (1847-1923) Lasala y Martínez, Atanasio (1847-1904) Torroja y Caballé, Eduardo (1847-1918) Zukovski, Nikolai Egorovich (1847-1921)	Kummer introduce los “números ideales” Staudt publica <i>Geometría de la posición</i> Bolzano comienza a ocuparse de las “paradojas del infinito”	Creación del Banco de España Alexander Graham Bell (1847-1922) Thomas Alva Edison (1847-1931) Max Liebermann (1847-1935)
1848	Frege, Friedrich Ludwig Gottlob (1848-1925) Hart, Harry (1848-1920) Netto, Eugen Otto Erwin (1848-1919) Ortega y Sala, Miguel (n. 1848) Roger (h. 1848) Schubert, Hermann (1848-1911) Suter, Heinrich (1848-1922) Tannery, Jules (1848-1910)		Tercera oleada de revoluciones burguesas Marx y Engels escriben el <i>Manifiesto comunista</i> Primera línea de ferrocarril en España: Barcelona- Mataró Francisco José I de Austria (1848-1916) Paul Gauguin (1848-1903)
1849	Frobenius, Georg Ferdinand (1849-1917) Kempe, Alfred Bray (1849-1922)		Medición de la velocidad de la luz Ivan Petrovich Pavlov (1849-1936)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1849	Klein, Christian Felix (1849-1925) Lamb, Horace (1849-1934) Sonin, Nikolai Yakovlevich (1849-1915)		
1850	Ball, Walter William Rouse (1850-1925) Heaviside, Oliver (1850-1925) Kovalevskaya, Sofia Vasilievna (1850-1891) Mansion (s. XIX) Niven, William (h. 1850) Pringsheim, Alfred (1850-1941) Stickelberger, Ludwig (1850-1936) Voigt, Waldemar (1850-1919)	Dirichlet publica <i>Geometría pura y aplicada</i>	Realismo Charles Dickens escribe <i>David Copperfield</i> Clausius define la segunda ley de la termodinámica Mechero Bunsen Tomás Bretón (1850-1923) Lluís Domènech i Montaner (1850-1923) Pierre Loti (1850-1923) Guy de Maupassant (1850-1893) Robert Stevenson (1850-1894)
1851	Gomes Teixeira, Francisco (1851-1933) Harnack, Axel Carl Gustav (1851-1888) Hirsch, Meier (m. 1851) Kapteyn, Jacobus Cornelius (1851-1922)	Chebichev publica <i>Sobre los números primos</i> Riemann escribe <i>Fundamentos de una teoría general de las funciones de variable compleja</i> , que publica en 1864	Agencia informativa Reuters Ruperto Chapí (1951-1909)
1852	Abdank-Abakanowicz, Bruno (1852-1900) Burnside, William (1852-1927) Eneström, Gustav (1852-1923) Lindemann, Carl Louis Ferdinand von (1852-1939) Torres Quevedo, Leonardo (1852-1936)	Chasles publica <i>Tratado de geometría superior</i>	Napoleón III de Francia (1852-1870) Henry Becquerel (1852-1908) Antoni Gaudí (1852-1926) Santiago Ramón y Cajal (1852-1934)
1853	Braunmühl, Anton von (1853-1908) Fedorov, Evgraf Stepanovich (1853-1919) Halsted, George Bruce (1853-1922) Lorentz, Hendrik Antoon (1853-1928) Maschke, Heinrich (1853-1908) Pincherle, Salvatore (1853-1936) Ricci-Curbastro, Gregorio (1853-1925) Schoenflies, Arthur Moritz (1853-1928)	W. R. Hamilton publica <i>Lecciones sobre cuaternios</i> Laguerre da carácter proyectivo a la medida del ángulo de dos rectas	Charles Parvaz inventa la jeringuilla hipodérmica Vincent Van Gogh (1853-1890)
1854	Basset, Alfred Barnard (1854-1930) Bruño, G. M. (1854-1910) Durán y Lóriga, Juan José (1854-1911) Frontera, G. (h. 1854) Heiberg, Johan Ludvig (1854-1928) Paolis, Riccardo de (1854-1892) Poincaré, Henri (1854-1912)	Boole publica <i>Leyes del pensamiento</i> Cayley aplica la teoría de grupos a los cuaternios Riemann escribe <i>Sobre las hipótesis que sirven de base a la geometría</i> (impresa en 1867)	Manuel García inventa el laringoscopio Jerónimo Giménez (1854-1923) Oscar Wilde (1854-1900)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1854	Veronese, Giuseppe (1854-1917)		
1855	Antomari, Xavier (1855-1902) Appell, Paul (1855-1930)	Laguerre publica <i>Investigación sobre la geometría de dirección: métodos de transformación, anticáusticas</i> Lobachevski publica <i>Pangeometría</i>	David Livingstone descubre las cataratas Victoria Florence Nightingale introduce normas de higiene en los hospitales militares
1856	Bianchi, Luigi (1856-1928) Dyck, Walther von (1856-1934) Hobson, Ernest William (1856-1933) Markov, Andréi Andréievich (1856-1922) Picard, Charles Émile (1856-1941) Runge, Carl David Tolmé (1856-1927) Schur, Friedrich Heinrich (1856-1932) Stieltjes, Thomas Jan (1856-1894) Vegas y Puebla-Collado, Miguel (1856-1943)		Convertidor de Bessemer Sigmund Freud (1856-1939) Marcelino Menéndez Pelayo (1856-1912) George Bernard Shaw (1856-1950)
1857	Dudeney, Henry Ernest (1857-1930) Larmor, Joseph (1857-1942) Liapunov, Alexander Mikhailovich (1857-1918) Pearson, Karl (1857-1936) Ruiz Castizo y Ariza, José (1857-1929) Toledo y Zulueta, Luis Octavio de (1857-1934) Vargas y Aguirre, Joaquín de (1857-1935)		Edward Elgar (1857-1934) Salvador Rueda (1857-1933)
1858	Doménech y Estapá, José (1858-1917) Forsyth, Andrew Russell (1858-1942) Gaztelu y Maritorea, Luis de (1858-1927) Goursat, Edouard Jean Baptiste (1858-1936) Jiménez Rueda, Cecilio (1858-h. 1911) Koenigs, Paul Xavier Gabriel (1858-1931) Mlodzeievski, B. K. (1858-1923) Peano, Giuseppe (1858-1932) Scott, Charlotte Angas (1858-1931) Steiger, Otto (1858-1923)	Cayley publica <i>Una memoria sobre la teoría de las matrices</i>	Se tiende el primer cable atlántico Ruggero Leoncavallo (1858-1919) Max Planck (1858-1947) Giacomo Puccini (1858-1924)
1859	Amodeo, Federico (1859-1946) Buchheim, Arthur (1859-1888)	Cayley publica <i>Sexta memoria sobre cuánticos</i>	Charles Darwin escribe <i>Origen de las especies</i>

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1859	Cajori, Florian (1859-1930) Cesàro, Ernesto (1859-1906) Hölder, Ludwig O. (1859-1937) Hurwitz, Adolf (1859-1919) Pick, Georg Alexander (1859-1942) Scheefer, Ludwig (1859-1885)		Bunsen y Kirchhoff descubren la espectroscopia química Henri Bergson (1859-1941) Pierre Curie (1859-1906) Arthur Conan Doyle (1859-1930) Eleonora Duse (1859-1924) Kenneth Grahame (1859-1932) Georges Seurat (1859-1991) Francisco Tárrega (1859-1909)
1860	Hollerith, Hermann (1860-1929) Pieri, Mario (1860-1904) Smith, David Eugene (1860-1944) Taber, Henry (1860-1936) Thompson, D'Arcy Wentworth (1860-1948) Volterra, Vito (1860-1940)		Abraham Lincoln presidente de EE. UU. (1860-1865) Fusil de repetición Winchester Isaac Albéniz (1860-1909) Anton Chejov (1860-1904) Gustav Mahler (1860-1911) Ignacy Jan Paderewski (1860-1941)
1861	Bartrina y Capella, José María (1861-1946) Bendixson, Ivar O. (1861-1935) Burali-Forti, Cesare (1861-1931) Engel, Friedrich (1861-1941) Fricke, Karl Emmanuel Robert (1861-1930) Heath, Thomas Little (1861-1940) Heawood, Percy John (1861-1955) Hensel, Kurt (1861-1941) Mirimanov, Dimitri (1861-1945) Molien, Theodor (Molin, Fedor Eduardovich) (1861-1941) Whitehead, Alfred North (1861-1947)	Weierstrass obtiene el primer ejemplo de función continua sin derivada	Guerra de Secesión norteamericana (1861-1865) Nellie Melba (1861-1931) Rabindranath Tagore (1861-1941)
1862	Hilbert, David (1862-1943) Loria, Gino (1862-1954) Moore, Eliakim Hastings (1862-1932) Ocagne, Maurice d' (1862-1938) Richard, Jules (1862-1956) Study, Eduard (1862-1930)	Grassmann publica <i>La extensión</i>	Se descubre la fotosíntesis Henri Dunant propone la Cruz Roja Claude Debussy (1862-1918) Gustav Klimt (1862-1918) Maurice Maeterlink (1862-1949)
1863	Fields, John Charles (1863-1932) Metzler, William Henry (1863-1943) Miller, George Abram (1863-1951) Painlevé, Paul (1863-1933) Reyes y Prósper, Ventura (1863-1922) Young, William Henry (1863-1942)	Cremona publica <i>Sobre las Transformaciones geométricas de la figura plana</i> Weierstrass demuestra el "teorema final de la aritmética"	Friedrich Bayer funda su empresa química Horno Martin (Pierre Émile) Gabriele D'Annunzio (1863-1938) Joaquín Dicenta (1863-1917) Enrique Fernández Arbós (1863-1939) Henry Ford (1863-1947) Pietro Mascagni (1863-1945)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1864	Minkowski, Hermann (1864-1909) Osgood, William Fog (1864-1943) Sánchez, Alberto (1864-1896)	Benjamin Peirce escribe <i>Algebra lineal asociativa</i> (publicada póstuma en 1881)	Teoría electromagnética de la luz Richard Strauss (1864-1949) Henri Toulouse-Lautrec (1864-1901) Miguel de Unamuno (1864-1936)
1865	Castelnuovo, Guido (1865-1952) Hadamard, Jacques Salomon (1865-1963) Landsberg, Georg (1865-1912) Vigarié, Emile (n. 1865) Wirtinger, Wilhelm (1865-1945)		Ley de la herencia de Mendel Primer cable submarino atlántico Paul Dukas (1865-1935) Alexandr Glazunov (1865-1936) Rudyard Kipling (1865-1936) Jean Sibelius (1865-1957)
1866	Baker, Henry Frederik (1866-1956) Flexner, Abraham (1866-1959) Fredholm, Eric Ivar (1866-1927) Tauber, Alfred (1866-1942) Tropfke, Johannes Franz Joseph (1866-1939) Vallée Poussin, Charles de la (1866-1962)	Fuchs publica su trabajo principal sobre ecuaciones diferenciales ordinarias Gordan y Clebsch publican <i>Teoría de las funciones abelianas</i>	Nobel inventa la dinamita Jacinto Benavente (1866-1954) Ramón Casas (1866-1932) Benedetto Croce (1866-1952) Vasili Kandinsky (1866-1944) Sun Yan-set (1866-1925) Ramón María del Valle-Inclán (1866-1936) Herbert George Wells (1866-1946)
1867	Cousin, Pierre (1867-1933) Horn, Jacob (1867-1946) Krahe García, Augusto (1867-1930) Kutta, Martin Wilhelm (1867-1944) Rius y Casas, José (1867-1940)	Hankel publica <i>Teoría del sistema de los números complejos</i> , donde enuncia el principio de permanencia	Restauración Meiji en China Marx publica el primer volumen de <i>El Capital</i> Vicente Blasco Ibáñez (1867-1928) Mme. Curie, Marie (1867-1934) Rubén Darío (1867-1916) Enrique Granados (1867-1916) Luigi Pirandello (1867-1938) Joseph Puig y Cadafalch (1867-1956) Arturo Toscanini (1867-1957)
1868	Hausdorff, Felix (1868-1942) Lasker, Emanuel (1868-1941) Townsend, John Sealy Edward (1868-1957)	Beltrami publica <i>Experiencia en el tratamiento de la geometría no euclidiana</i>	La Gloriosa Revolución Española Se descubren restos del hombre de Cro-magnon Paul Claudel (1868-1955) Máximo Gorki (1868-1936) Tomás López Torregrosa (1868-1913) Charles Maurras (1868-1952)
1869	Cartan, Elie Joseph (1869-1951) Galán Ruiz, Gabriel (1869-1938) Gosset, Thorold (1869-1962) Wellstein, Joseph (1869-1919)	Christoffel organiza sistemáticamente el cálculo tensorial Galton publica <i>Genio hereditario</i> , donde trata de forma estadística muchos aspectos de la genética Schwarz y Christoffel estudian las aplicaciones conformes	Apertura del Canal de Suez Tabla periódica de Mendeleiev Concilio Vaticano I Gandhi, el Mahatma (1869-1948) André Gide (1869-1951) Henri Matisse (1869-1954) Frank Lloyd Wright (1869-1959)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1870	Caro y Anchía, Ricardo (n. 1870) Carslaw, Horatio Scott (1870-1954) Fehr, Henri (1870-1954) Koch, Helge von (1870-1924) Lindelöf, Ernst Leonard (1870-1946)	Jordan publica <i>Tratado de las sustituciones y de las ecuaciones algebraicas</i> Kempe desarrolla la geometría asociada con la teoría de las uniones (h. 1870) C. G. Neumann y H. A. Schwarz demuestran que es posible aplicar una región plana simplemente conexa sobre un círculo	Guerra francoprusiana (1870-1871) Rockefeller crea la Standard Oil Alfred Adler (1870-1937) José María Gabriel y Galán (1870-1905) Lenin (1870-1924) Vicent Lleó (1870-1922) Ignacio Zuloaga (1870-1945)
1871	Borel, Félix Édouard Justin Émile (1871-1956) Enriques, Federigo (1871-1946) Fano, Gino (1871-1952) Galerkin, Boris Grigoryevich (1871-1945) López Soler, Juan (1871-1954) Saltel (h. 1871) Steinitz, Ernst (1871-1928) Yule, George Udny (1871-1951) Zermelo, Ernst Friedrich Ferdinand (1871-1953)	Klein publica <i>Sobre la geometría no euclídea</i> M. Noether y A. von Brill desarrollar una nueva teoría puramente algebraica de las funciones algebraicas	Unificación de Italia Unificación de Alemania Formación de los imperios coloniales europeos (1871-1914) Reinado de Amadeo I de España (1871-1873) Encuentro de Stanley y Livingstone en África central Marcel Proust (1871-1922) Paul Valéry (1871-1945) Amadeo Vives (1871-1932)
1872	Russell, Bertrand Arthur William (1872-1970) Thureau-Dangin, François (1872-1944)	Cantor, Dedekind, Méray y Weierstrass se ocupan de la teoría de los números reales Dedekind publica <i>Continuo y números irracionales</i> , con la teoría de las cortaduras que enseñaba desde 1858 Heine publica <i>Elementos</i> Klein expone el “Programa Erlangen” Lie publica <i>Teoría de los grupos continuos de transformaciones</i> Méray publica <i>Nuevo compendio de análisis infinitesimal</i> Se publica póstuma <i>Colección de paradojas</i> de Morgan	Pío Baroja (1872-1956) Sergei Diaghilev (1872-1929) Zane Grey (1872-1939) Piet Mondrian (1872-1944) Alexander Scriabin (1872-1915)
1873	Caratheodory, Constantin (1873-1950) Coolidge, Julian Lowell (1873-1954) Hjelmslev, J. T. (1873-1950) Levi-Civita, Tullio (1873-1941) Nelson, Ernesto (1873-1959) Schwarzschild, Karl (1873-1916)	Hermite publica <i>Memoria sobre la función exponencial</i> Plateau publica <i>Estática experimental y teórica de los líquidos sometidos únicamente a sus formas moleculares</i>	Primera República Española Maxwell escribe <i>Tratado de electricidad y magnetismo</i> Fotografía en color Azorín (1873-1967) Enrico Caruso (1873-1921) Feodor Chaliapin (1873-1938) Sidonie Gabrielle Colette (1873-1954) Leo Frobenius (1873-1938) Bartolomé Pérez Casas (1873-1954) Sergei Rachmaninoff (1873-1943) José Serrano (1873-1941)
1874	André, D. (h. 1874) Baire, René Louis (1874-1932)	Primera memoria de Cantor sobre la teoría de conjuntos	Reinado de Alfonso XII de España (1874-1885)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1874	Bonola, Roberto (1874-1911) Dickson, Leonard Eugene (1874-1954) Hessenberg, Gerhard (1874-1925) Huntington, Edgard Vermilye (1874-1952) Liebmann, Karl Otto Heinrich (1874-1939) Thorndike, Edward Lee (1874-1949) Wieleitner, Heinrich Karl (1874-1931)	Cornu calcula la difracción de la luz Hart diseña un inversor formado por cuatro barras articuladas	Gilbert Keith Chesterton (1874-1936) Manuel Machado (1874-1947) Ramiro de Maeztu (1874-1936) Guglielmo Marconi (1874-1937) Somerset Maugham (1874-1965) Arnold Schönberg (1874-1951) José María Sert (1874-1945)
1875	Archibald, Raymond Clare (1875-1955) Fischer, Ernst Sigismund (1875-1959) Lebesgue, Henri Leon (1875-1941) Levi, Beppo (1875-1928) Mikami, Yoshio (1875-1950) Schur, Issai (1875-1941) Vitali, Giuseppe (1875-1932)		Excavación de Micenas Edgar Rice Burroughs (1875-1950) Carl Gustav Jung (1875-1961) Fritz Kreisler (1875-1962) Antonio Machado (1875-1939) Thomas Mann (1875-1955) José Mardones (1875-1932) Maurice Ravel (1875-1937) Rainer Maria Rilke (1875-1926) Paul Valéry (1875-1945) Edgar Wallace (1875-1932)
1876	Álvarez Ude, José (1876-1958) Bell Tainsh, Robert John (1876-1963) Blumenthal, Otto Ludwig (1876-1944) Eisenhart, Luther P. (1876-1965) Gosset, William Sealy (Student) (1876-1937) Montel, Paul Antoine Aristide (1876-1975) Schmidt, Erhard (1876-1959) Wilczynski, Ernest Julius (1876-1932)		Bell inventa el teléfono Nicolaus Otto inventa el motor de cuatro tiempos Pau Casals (1876-1973) Manuel de Falla (1876-1946) Julio González (1876-1942) Jack London (1876-1916) Filippo Tomasso Marinetti (1876-1944) Emilio Sagi-Barba (1876-1949) Ermanno Wolf-Ferrari (1876-1948)
1877	Artzt, August (h. 1877) Hardy, Godfrey Harold (1877-1947) Soddy, Frederick (1877-1956)	Boltzmann calcula el valor de la entropía	Giovanni Schiaparelli observa los canales de Marte Fonógrafo de Edison Hermann Hesse (1877-1962)
1878	Bernstein, Félix (1878-1956) Cabrera y Felipe, Blas (1878-1945) Dehn, Max W. (1878-1952) Fatou, Pierre (1878-1929) Fréchet, René Maurice (1878-1973) Grossmann, Marcel (1878-1936) Karpinski, Louis Charles (1878-1956) Kasner, Edward (1878-1955) Kellogg, Oliver Dimond (1878-1932)	Abdank-Abakanowicz construye su intégrafo	Pontificado de León XIII (1878-1903) Lámpara incandescente de Edison Conrado del Campo (1878-1953) Oliver Curwood (1878-1927) Isadora Duncan (1878-1927) Upton Sinclair (1878-1968)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1878	Lukasiewicz, Jan (1878-1956) Plans y Freyre, José María (1878-1934) Ritz, Walther (1878-1909)		
1879	Cyparinos, Stephanos (h. 1879) Einstein, Albert (1879-1955) Fubini, Guido (1879-1943) Hahn, Hans (1879-1934) Mieli, Aldo (1879-1950) Milankovitch, Milutin (1879-1958) Severi, Francesco (1879-1961) Sommerville, Duncan M'Laren Young (1879-1934) Young, John Wesley A. (1879-1932)	Frobenius y Stickelberger mencionan la existencia de grupos de orden infinito Kronecker demuestra de forma simple y rigurosa la imposibilidad de resolver por radicales la ecuación general de grado mayor que cuatro (Abel lo había demostrado de forma indirecta y complicada) Kronecker resuelve también definitivamente la determinación de todos los factores racionales de un polinomio Schubert publica <i>Geometría enumerativa</i>	Thomas Beecham (1879-1961) Paul Klee (1879-1940) Pablo Luna (1879-1942) Eduardo Marquina (1879-1946) Edward Morgan Forster (1879-1970) Francis Picabia (1879-1953) Stalin (1879-1953) Trotsky (1879-1940)
1880	Bernstein, Sergei Natanovich (1880-1968) Ehrenfest, Paul (1880-1933) Fejér, Leopold (1880-1959) Lotka, Alfred James (1880-1949) Mataix Aracil, Carlos (1880-1961) Riesz, Frigyes (Friedrich) (1880-1956) Tietze, Heinrich Franz Friedrich (1880-1964) Veblen, Oswald (1880-1960)	Moritz Cantor comienza la publicación de <i>Lecciones de historia de la matemática</i> Venn propone los diagramas que llevan su nombre	Guillaume Apollinaire (1880-1918) Manuel Azaña (1880-1940) Manuel Penella (1880-1939) Julio Romero de Torres (1880-1930) Oswald Spengler (1880-1936)
1881	Brouwer, Luitzen Egbertus Jan (1881-1966) Court, Nathan Altshiller (1881-1968) Herglotz, Gustav (1881-1953) Kármán, Théodore von (1881-1963) Richardson, Lewis Fry (1881-1953) Snedecor, George Waddel (1881-1974) Stourgeon, Elizabeth le (1881-1971) Toeplitz, Otto (1881-1940)	Gibbs publica <i>Elementos de análisis vectorial</i> (1881-1884) Harnack, en <i>Elementos de cálculo diferencial e integral</i> , expone la teoría del contenido Poincaré descubre las funciones automorfias	Béla Bartók (1881-1945) Cecil B. DeMille (1881-1959) Alexander Fleming (1881-1955) Pablo Gargallo (1981-1934) Juan Ramón Jiménez (1881-1958) Eugenio d'Ors (1881-1954) Ramón Pérez de Ayala (1981-1962) Pablo Picasso (1881-1973) Pelma Grenville Wodehouse (1881-1975) Stefan Zweig (1881-1942)
1882	Born, Max (1882-1970) Eddington, Arthur Stanley (1882-1944) Haag, Jules (1882-1953) Koebe, Paul (1882-1945) Noether, Amalie Emmy (1882-1935) Sánchez Pérez, José Augusto (1882-1958)	Klein expone las características topológicas de la superficie de una sola cara llamada más tarde botella de Klein Lindemann demuestra que π no puede ser raíz de una ecuación algebraica Pasch publica <i>Lecciones sobre la nueva geometría</i>	Koch aísla el bacilo de la tuberculosis Georges Braque (1882-1963) Jean Giraudoux (1882-1944) James Joyce (1882-1941) Jacques Maritain (1882-1973) Franklin Delano Roosevelt (1882-1945) Igor Stravinski (1882-1971)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1882	Schlick, Moritz (1882-1936) Sierpinski, Waclaw (1882-1969) Simart, Georges (h. 1882) Spranger, (Franz Ernst) Eduard (1882-1963) Wedderburn, Joseph Henry Maclagan (1882-1948)		Joaquín Turina (1882-1949) Virginia Woolf (1882-1941)
1883	Bell, Eric Temple (1883-1960) Finikov, Pavlovich Sergei (1883-1964) Luzin, Nikolai Nikolaevich (1883-1950) Schouten, Jan Arnoldus (1883-1971) Terradas e Illa, Esteban (1883-1950) Uspensky, James Victor (1883-1947) Willers, Friedrich Adolf (1883-1959)	Ascoli enuncia el principio de equicontinuidad. Basándose en él, Ascoli y Arzelá obtienen el primer teorema de análisis funcional	Walter Gropius (1883-1969) Franz Kafka (1883-1924) John Maynard Keynes (1883-1946) José Ortega y Gasset (1883-1955) Maurice Utrillo (1883-1955)
1884	Birkhoff, George David (1884-1944) Denjoy, Arnaud (1884-1974) Falkenburg (h. 1884) Fischer, Charles Albert (1884-1922) Helly, Eduard (1884-1943) Lefschetz, Solomon (1884-1972) Sarton, George (1884-1956) Weatherburn, Charles Ernest (1884-1974)	Frege publica <i>Fundamentos de la aritmética</i> Fuchs descubre los puntos singulares movibles en las ecuaciones diferenciales no lineales Stolz propone una definición de contenido Volterra inicia sus artículos sobre las llamadas “ecuaciones integrales”, diseñando una teoría general sobre ellas	León Felipe (1884-1968) Amedeo Modigliani (1884-1920) Auguste Piccard (1884-1962) Reveriano Soutullo (1884-1932)
1885	Blaschke, Wilhelm Johann Eugen (1885-1962) Bohr, Niels Henrik David (1885-1962) Haar, Alfred (1885-1933) Hain, E. (h. 1885) Littlewood, John Edensor (1885-1977) Minorsky, Nicholas (1885-1970) Schnee, Walter (1885-1958) Speiser, Andreas (1885-1970) Tonelli, Leonida (1885-1946) Weyl, Claus Hugo Hermann (1885-1955)		Regencia de María Cristina de España (1885-1902) Vacuna de Pasteur contra la rabia María Barrientos (1885-1946) Alban Berg (1885-1935) Niels Bohr (1885-1962) Américo Castro (1885-1972) Sinclair Lewis (1885-1951) François Mauriac (1885-1970) Anna Pavlova (1885-1931) Ezra Pound (1885-1972)
1886	Bieberbach, Ludwig Georg Elias Moses (1886-1980) Ford, Lester Randolph (1886-1967) Lévy, Paul Pierre (1886-1971) Riesz, Marcel (1886-1969) Rodríguez Annoni, Rafael (1886-1958) Seelhoff, P. (h. 1886) Voronoi, Georgi Feodosevich (1886-1908)	Stieltjes estudia las series semiconvergentes, que Poincaré llama asintóticas Stolz publica <i>Lecciones sobre aritmética general</i>	Carlos Arniches (1886-1943) Pierre Benoit (1886-1962) Michael Curtiz (1886-1962) Padre Donostia (1886-1956) Óscar Esplá (1886-1976) Wilhelm Furtwängler (1886-1954) Manuel García Morente (1886-1942) Juan Gris (1886-1927) Jasús Guridi (1886-1961)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1886	Watson, George Neville (1886-1965)		José Gutiérrez Solana (1886-1945) Oskar Kokoschka (1886-1980) Salvador de Madariaga (1886-1978) Alfonso Rodríguez Castelao (1886-1950)
1887	Bohr, Harald August (1887-1951) Dubnov, Yakov Semenovich (1887-1957) Johann Karl August (1887-1956) Pólya, George (1887-1985) Radon, Johann Karl August (1887-1956) Ramanujan, Srinivasa Aaiyengar (1887-1920) Servais, Ch. (h. 1887) Skolem, Albert Thoralf (1887-1963) Subnikov, Alexei Vasilievich (1887-1970) Weibull, W. (1887-1979)	Darboux comienza la publicación de <i>Lecciones sobre la teoría general de las superficies y las aplicaciones geométricas del cálculo infinitesimal</i> Galton, en sus investigaciones sobre la herencia, inaugura la aplicación de los métodos estadísticos a la biología Volterra organiza la teoría de “funciones de línea”	Descubrimiento de las ondas herzianas Lejzer Zamenhof crea el esperanto Francisco Alonso (1887-1948) Marc Chagall (1887-1985) Le Corbusier (1887-1965) Hipólito Lázaro (1887-1974) Victorio Macho (1887-1966) Gregorio Marañón (1887-1960) Edwin Schrödinger (1887-1961) José María Usandizaga (1887-1915)
1888	Alexander, James Waddell (1888-1971) Bernays, Paul Isaak (1888-1977) Courant, Richard (1888-1972) Datta, Bibhutibhusan (1888-1965) Friedmann, Aleksandr Aleksandrovich (1888-1925) Graustein, Willian Caspar (1888-1941) Mordell, Louis-Joel (1888-1972) Niggli, Paul (1888-1953) Rey Pastor, Julio (1888-1962)	Bois-Reymond introduce la denominación de ecuación integral Dedekind presenta un sistema completo de axiomas sobre los que fundar la aritmética Comienza la American Mathematical Society	Heinrich Hertz descubre las ondas electromagnéticas Fundación del Institute Pasteur Creación de la UGT en Barcelona Vicki Baum (1888-1960) Irving Berlin (1888-1989) Georges Bernanos (1888-1948) Giorgio de Chirico (1888-1978) Thomas Stearns Eliot (1888-1965) Ramón Gómez de la Serna (1888-1963) Raquel Meller (1888-1962) Eugene Gladstone O'Neill (1888-1953) Giuseppe Ungaretti (1888-1970)
1889	Brillouin, León (1889-1969) Forder, Henry George (1889-1981) Neville, Eric Harold (1889-1961) Wittgenstein, Ludwig (1889-1951)	Peano publica <i>Los principios de la aritmética expuestos según un nuevo método</i> , donde funda axiomáticamente la aritmética	Eastman crea la película fotográfica Alexandre Gustave Eiffel diseña su torre Guillermo II, el Káiser (1889-1918) Charlie Chaplin (Charlot) (1889-1977) Jean Cocteau (1889-1964) Martin Heidegger (1889-1976) Ernest Hemingway (1889-1961) Adolf Hitler (1889-1945) Paul Nash (1889-1946) José Padilla (1889-1960) Pastora Imperio (1889-1979) Arnold Toynbee (1899-1075)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1890	Barinaga Mata, José (1890-1965) Boutin, Pierre (h. 1890) Fisher, Ronald Aylmer (1890-1962) Vernam, Gilbert Sandford (1890-1960)	Peano presenta la curva que lleva su nombre Schröder comienza la publicación de <i>Álgebra de la lógica</i> (1890-1905)	Modernismo-Art Nouveau Pruebas del submarino de Isaac Peral Charles De Gaulle (1890-1970) Beniamino Gigli (1890-1957) Groucho Marx (1890-1977) Boris Pasternak (1890-1960)
1891	Carnap, Rudolf (1891-1970) Fraenkel, Adolf Abraham Halevi (1891-1965) Friedman, William Frederick (1891-1969) Heffter, L. (h. 1891) Hill, Lester S. (1891-1961) Jeffreys, Harold (1891-1989) Kline, John Robert (1891-1955) Orts y Aracil, José M ^a (n. 1891) Palacios Martínez, Julio (1891-1970) Reichenbach, H. (1891-1953) Shewhart, Walter Andrew (1891-1967) Vázquez Prada, Manuel (h. 1891) Vietoris, Leopold (1891-2002) Vinogradov, Ivan Matveyevich (1891-1983)	Goursat publica <i>Lecciones de integración de ecuaciones en derivadas parciales de primer orden</i> Ocagne da a conocer sus nomogramas Veronese publica <i>Fundamentos de geometría</i> , construyendo una geometría no arquimediana	Encíclica <i>Rerum Novarum</i> Primer automóvil eléctrico Se encuentra el fósil de <i>Pithecanthropus erectus</i> Gaspar Cassadó (1891-1966) Agatha Christie (1891-1976) Iliá Ehrenburg (1891-1967) Max Ernst (1891-1976) Ángel Ferrant (1891-1961) Lauritz Melchior (1891-1973) Federico Moreno Torroba (1891-1982) Serguéi Prokofiev (1891-1953) Pedro Salinas (1891-1951) Conchita Supervía (1891-1936)
1892	Banach, Stefan (1892-1945) Carleman, Tage Gills Torsten (1892-1949) Menshov, Dmitri Evgenevich (1892-1988) Morse, Marston (1892-1977) Rademacher, Hans Adolph (1892-1969)	Ball publica <i>Matemáticas recreativas y problemas de los tiempos pasados y presentes</i> Liapunov publica <i>Problema general sobre la estabilidad del movimiento</i> Poincaré publica varias notas en las <i>Comptes Rendus</i> de 1892 y 1893 sobre un estudio sistemático del <i>analysis situ</i> de figuras <i>n</i> -dimensionales	Juan Belmonte (1892-1962) Vicente Escudero (1892-1981) Francisco Franco (1892-1975) Mary Pickford (1892-1979) John Tolkien (1892-1973) César Vallejo (1892-1938)
1893	Cech, Eduard (1893-1960) Julia, Gaston (1893-1978) Lachlan, Robert (h. 1893) Loewner, Charles (1893-1968) Mahalanobis, Prasanta Chandra (1893-1972) Mandart, H. (h. 1893) Ostrowski, Alexander Markovich (1893-1986)	Frege comienza la publicación (1893-1903) de <i>Leyes básicas de la geometría</i> Stolz da a conocer el criterio que lleva su nombre	Miguel Fleta (1893-1938) Jorge Guillén (1893-1984) Vicente Huidobro (1893-1948) Mao Tse-Tung (1893-1976) Rafael Millán (1893-1946) Joan Miró (1893-1983) Federico Mompou (1893-1987) Cole Porter (1893-1964) Marcos Redondo (1893-1976) Claudio Sánchez Albornoz (1893-1984)
1894	Bose, Satyendra Nath (1894-1974) Finsler, Paul (1894-1970) Hopf, Heinz (1894-1971) Kramers, Hendrik Anthony (1894-1952) Lenard-Jones, John Edward (1894-1954)	Stieltjes proporciona una extensión de la integral definida	Coubertin crea el comité para las Olimpiadas Emanuel Lasker campeón mundial de ajedrez (1894-1921) José Cubiles (1894-1971) John Ford (1894-1973) Aldous Huxley (1894-1963)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1894	Münger, Fritz (h. 1894) Neyman, Jerzy (1894-1981) Rogosinski, Werner Wolfgang (1894-1964) Struik, Dirk Jan (1894-2000) Suslin, Mijail Yakovlevich (1894-1919) Weaver, Warren (1894-1978) Wiener, Norbert (1894-1964)		Alfred Charles Kinsey (1894-1956) Benito Perojo (1894-1974) Florián Rey (1894-1962) Andrés Segovia (1894-1987)
1895	Aubry, Leon Jean Reginald (h. 1895) Brahana, Henry Roy (1895-1972) Brownell, William A. (1895-1977) Cierva y Codorniu, Juan de la (1895-1936) Hogben, Lancelot Thomas (1895-1975) Hotelling, Harol (1895-1973) Malba-Tahan (Julio César de Mello y Souza) (1895-1974) Nevanlinna, Rolf Herman (1895-1980) Pearson, Egon Sharpe (1895-1980) Radó, Tibor (1895-1965)	Klein acuña la expresión “aritmización del análisis” Poincaré publica un trabajo básico sobre <i>analysis situ</i> , seguido por otros cinco largos suplementos en varias revistas, hasta 1904 Torres Quevedo presenta su memoria <i>Sur les machines algebriques</i> Weber establece la noción de grupo abstracto	Licuefacción del aire por Linde Primeras películas de Lumière Marconi inventa la radiotelegrafía Roentgen descubre los rayos X José Bergamín (1895-1983) Robert Graves (1895-1985) Jacinto Guerrero (1895-1951) José Iturbi (1896-1980) Juan Domingo Perón (1895-1974) Eduardo Toldrá (1895-1962)
1896	Ackermann, Wilhelm (1896-1962) Alexandrov, Pavel (1896-1962) Egorov, D. F. (1896-1931) Piaget, Jean (1896-1980) Siegel, Carl Ludwig (1896-1981)	Hadamard y La Vallée Poussin, de forma independiente, demuestran el teorema de los números primos Minkowski publica <i>Geometría de los números</i>	Becquerel descubre la radiactividad Gerardo Diego (1896-1987) John Dos Passos (1896-1970) G. T. Lampedusa (1896-1957) Regino Sainz de la Maza (1896-1981)
1897	Babini, José (1897-1984) Douglas, Jesse (1897-1965) Millás Vallicrosa, José María (1897-1970) Newman, Maxwell Herman Alexander (1897-1984)	Burali-Forti anuncia una de las primeras paradojas suscitadas por la teoría de conjuntos Klein y Fricke publican <i>Lecciones sobre la teoría de las funciones automorfas</i> Picard publica, con Simart, <i>Teoría de las funciones algebraicas de dos variables independientes</i> Russell publica <i>Ensayo sobre los fundamentos de la geometría</i>	Thomson descubre el electrón Louis Aragon (1897-1992) Arturo Barea (1897-1957) Frank Capra (1897-1991) William Faulkner (1897-1962) Miguel Fleta (1897-1938) Joseph Pla (1897-1981) Pablo Sorozábal (1897-1988)
1898	Artin, Emil (1898-1962) Escher, Maurits Cornelis (1898-1972) Heyting, Arend (1898-1980) Kerékjártó, Béla (1898-1946) Köter, Ernst (h. 1898) Urysohn, Paul Samuilovich (1898-1924) Wentzel, Gregor (1898-1978)	Borel publica <i>Teoría de funciones</i> Hurwitz demuestra importantes características de las álgebras lineales asociativas Whitehead publica <i>Tratado de álgebra universal</i>	Guerra de España y EE.UU. Fin del dominio español en Cuba, Puerto Rico y Filipinas Marie Curie descubre el radio Dirigible Zeppelin Vicente Aleixandre (1898-1984) Dámaso Alonso (1898-1990) La Argentinita (1898-1945) Bertolt Brecht (1898-1956) Serguéi Eisenstein (1898-1948)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1898			Federico García Lorca (1898-1936) Ernest Hemingway (1898-1961) René Magritte (1898-1867) Herbert Marcuse (1898-1979) Henry Moore (1898-1986) José María Pemán (1898-1981) Erich Maria Remarque (1898-1970) David Siqueiros (1898-1974) Xavier Zubiri (1898-1983)
1899	Liustérnik, Lazar Aronovich (1899-1981) Neugebauer, Otto Eduard (1899-1990) Ripert (h. 1899) Schauder, Juliusz Pawel (1899-1943) Titchmarsh, Edward Charles (1899-1963) Zariski, Oscar (1899-1986)	Bertrand publica <i>Cálculo de probabilidades</i> (1899), donde introduce la paradoja que lleva su nombre Hilbert publica <i>Fundamentos de geometría</i> Torroja publica <i>Tratado de geometría de la posición y sus aplicaciones a la geometría de la medida</i>	Aspirina de Bayer Primera grabación magnética del sonido Fred Astaire (1899-1987) Miguel Ángel Asturias (1899-1974) Humphrey Bogart (1899-1957) Jorge Luis Borges (1899-1986) Mercedes Capsir (1899-1968) George Cukor (1899-2003) Duke Ellington (1899-1974) Charles Laughton (1899-1962) Vladimir Nabokov (1899-1977) Edgar Neville (1899-1967) Leopoldo Querol (1899-1985) Manuel Quiroga (1899-1988) Eduardo Torroja (1899-1961)
1900	Brückner, M. (h. 1900) Cox, Gertrude Mary (1900-1978) Deming, William Edwards (1900-1993) Hofmann, Joseph Ehrenfried (1900-1973) Needham, Joseph Terence Montgomery (1900-1995) Puig Adam, Pedro (1900-1960) Rosenblueth, Steams Arturo (1900-1970) Zwicker, Cornelis (1900-1985) Zygmund, Antoni Szczepan (1900-1992)	Fredholm, en su trabajo <i>Sobre un nuevo método de resolución del problema de Dirichlet</i> , expone las “ecuaciones integrales” y las “integro-diferenciales” En el II Congreso internacional de matemáticas, Hilbert presenta su ponencia sobre los “problemas de las matemáticas” Planck obtiene la ley matemática de la radiación térmica de un cuerpo negro Ricci-Curbastro y Levi-Civita publican <i>Métodos de cálculo diferencial absoluto</i> (cálculo tensorial)	Insurrección de los boxers Freud escribe <i>Interpretación de los sueños</i> Plank formula la teoría cuántica Louis Armstrong (1900-1971) Luis Buñuel (1900-1983) Xavier Cugat (1900-1990) Juan Gorostidi (1900-1968) Rodolfo Halffter (1900-1987) Leopoldo Marechal (1900-1970) Margaret Mitchel (1900-1949) Ofelia Nieto (1900-1931) Benjamín Palencia (1900-1980) Antoine de Saint Exupéry (1900-1944) Norma Shearer (1900-1983) Spencer Tracy (1900-1967)
s. XX			
1901	Alba Clares, Luis de (h. 1901) Andronov, Alexander A. (1901-1952) Bernal, John Desmond (1901-1971) Bertalanfly, Ludwig von (1901-1972) Brauer, Richard Dagobert (1901-1977) Friedrichs, Kurt O. (1901-1982)	Dehn encuentra un invariante que se conserva en los procesos de corte y ensamblaje para poliedros K. Pearson, Galton y Weldon fundan la revista <i>Biometrika</i>	Teoría cuántica de Plank Gary Cooper (1901-1961) Marlene Dietrich (1901-1992) Enrico Fermi (1901-1954) Clark Gable (1901-1960) André Malraux (1901-1976) Charles Morris (1901-1979) Vitorio de Sica (1901-1974) Juan Antonio Zunzunegui (1901-1982)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1901	Heisenberg, Werner Karl (1901-1976) Nagel, Ernest (1901-1985) Petrovski, Ivan Georgievich (1901-1973) Schering, Otto (1901-1929) Singh, Avadesh Narayan (1901-1962)		
1902	Cohn-Vossen, Stephan E. (1902-1936) Dirac, Paul Adrien Maurice (1902-1984) Hopf, Eberhard Frederich Ferdinand (1902-1983) Karamata, Jovan (1902-1967) Menger, Karl (1902-1985) Morgenstern, Oskar (1902-1977) Tarski, Alfred (1902-1983) Wald, Abraham (1902-1950)	Lebesgue presenta en su tesis doctoral <i>Integral, longitud, área</i> , la integral que lleva su nombre Huntington establece la noción de suficiencia, hoy llamada categoricidad Schur publica su geometría proyectiva	EE.UU. adquiere a perpetuidad el canal de Panamá Reinado de Alfonso XIII de España (1902-1931) Altos Hornos de Vizcaya Paulov descubre los reflejos condicionados Rafael Alberti (1902-2000) Jesús Arámbarri (1902-1960) Luis Cernuda (1902-1963) Georges Friedmann (1902-1977) Joaquín Rodrigo (1902-2000) Joseph Lluis Sert (1902-1983) John Ernst Steinbeck (1902-1968)
1903	Buenger, Martin Julian (1903-1986) Church, Alonzo (1903-1995) Delsarte, Jean (1903-1968) Hilton, Harold (h. 1903) Kolmogórov, Andréi Nikoláievich (1903-1987) Markov, A. A. (1903-1980) Neumann, Johann Ludwig von (1903-1957) Stone, Marshall Harvey (1903-1989) Val, Patrick Du (1903-1987) Waerden, Bartel Leinden van der (1903-1996)	Hadamard publica <i>Lecciones sobre la propagación de ondas</i> Russell publica la primera edición de <i>Principios de matemáticas</i>	Pontificado de San Pío X (1903-1914) Cuba arrienda a EE.UU. la base de Guantánamo Los hermanos Wright realizan el primer vuelo a motor Alejandro Casona (1903-1965) Aub Max (1903-1972) George Orwell (1903-1950) Georges Simenon (1903-1989)
1904	Cartan, Henry Paul (1904-2008) Chudakov, Nikolai Grigorevich (1904-1986) Hurewicz, Witold (1904-1956) Lange, Oskar Richard (1904-1965) Lewy, Hans (1904-1988) Skinner, Burrhus Frederic (1904-1990)	H. von Koch publica <i>Sobre una curva continua, sin tangente, obtenida por medio de una construcción geométrica elemental</i> Zermelo demuestra que a todo conjunto se le puede dar una buena ordenación, utilizando el axioma de las infinitas opciones arbitrarias, hoy llamado axioma de elección	Guerra ruso-japonesa Separación Iglesia-Estado en Francia Teoría de la radiactividad de Rutherford y Soddy Primera célula fotoeléctrica Bovery descubre los cromosomas José Echegaray, premio Nobel Alejo Carpentier (1904-1980) Bing Crosby (1904-1977) Salvador Dalí (1904-1989) Cary Grant (1904-1986) Graham Green (1904-1991) Pablo Neruda (1904-1973)
1905	Borsuk, Karol (1905-1982) Busemann, Herbert (1905-1994) Dempster, Wilfrid Taylor (1905-1965)	En un intercambio epistolar entre Borel, Baire, Hadamard y Lebesgue, se desarrollaron y discutieron críticas a la	Einstein formula la teoría especial de la relatividad Noruega, independiente Se funda el Club Rotario

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1905	Freudenthal, Hans (1905-1990) Hein, Piet (1905-1996) Koestler, Arthur (1905-1983) Stoker, James Johnston (1905-1992) Tucker, Albert William (1905-1995)	situación lógica de la matemática Fréchet elabora su teoría sobre los espacios abstractos	Se encuentra el diamante Cullinan Raymond Aron (1905-1983) Joaquín Calvo Sotelo (1905-1993) Elias Canetti (1905-1994) Henry Fonda (1905-1982) Celia Gámez (1905-1992) Greta Garbo (1905-1990) Ernesto Halffter (1905-1989) Miguel Mihura (1905-1977) Severo Ochoa (1905-1993) Jean-Paul Sartre (1905-1980) Mijail Sholojov (1905-1984)
1906	Bol, Gerrit (1906-1989) Bouleau, Charles (n. 1906) Boyer, Carl B. (1906-1976) Dieudonné, Jean Alexandre Eugène (1906-1992) Gödel, Kurt (1906-1978) Goluzin, Gennadii Mikhailovich (1906-1952) Guelfond, Alexander Osipovich (1906-1968) Kähler, Erich Ernst (1906-2000) Leontiev, Wassily (1906-1999) Leray, Jean (1906-1998) Robinson, Gilbert de Beauregard (1906-1992) Tihonov, Andrei Nikolaievitch (1906-1993) Weil, André (1906-1998) Wright, Edward Maitland (1906-2005) Yushkevich, Adolf-Andrei Pavlovich (1906-1993)	Fréchet elabora el cálculo funcional Thorndike publica <i>Principios de la enseñanza basada en la psicología</i>	Ramón y Cajal, premio Nobel por su trabajo sobre las células nerviosas Imperio Argentina (1906-2003) Francisco Ayala (1906-2009) Samuel Beckett (1906-1989) John Huston (1906-1987) Roberto Rossellini (1906-1977) Dmitri Shostakovich (1906-1975) Luchino Visconti (1906-1976) Billy Wilder (1906-2002)
1907	Ahlfors, Lars Valerian (1907-1996) Coxeter, Harold Scott Macdonald (1907-2003) Davenport, Harold (1907-1969) Magnus, Wilhelm (1907-1990) Newman, James Roy (1907-1966) Nöbeling, August Georg (1907-2008) Petrie, John Flinders (1907-1972) Pi Calleja, Pere (1907-1986) Szeminska, Alina (1907-1986) Whitney, Hassler (1907-1989)	Brouwer funda el intuicionismo E. S. Fischer introduce el concepto de convergencia en media A. E. Noether presenta su tesis doctoral <i>Sobre sistemas completos de invariantes para las formas bicuadráticas ternarias</i>	Se funda el movimiento Boy Scout Katharine Hepburn (1907-2003) Daphne du Maurier (1907-1989) Alberto Moravia (1907-1990) Laurence Olivier (1907-1989) Luis Felipe Vivanco (1907-1975) John Wayne (1907-1979) Nicanor Zabaleta (1907-1993) María Zambrano (1907-1991)
1908	Alfvén, Hannes (1908-1995) Beth, Evert W. (1908-1964) Branford, Benchara (h. 1908) Kline, Morris (1908-1992) Markushévich, A. I. (n. 1908) Pontriagin, Lev S. (1908-1988)	Hensel crea los cuerpos p -ádicos Vitali demuestra su teorema de recubrimiento Weyl realiza el primer trabajo importante sobre ecuaciones integrales singulares	Bulgaria, independiente Ford presenta el modelo T Haber sintetiza el amoníaco Se inventa la bakelita Licuefacción del helio Angelillo (Ángel Sampedro)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1908	Quine, Willard Van Orman (1908-2000) San Juan Llosá, Ricardo (1908-1969) Vagner, Victor Vladimirovich (1908-1981)	Zermelo axiomatiza la teoría de conjuntos	(1908-1973) Balthus (1908-2001) Simone de Beauvoir (1908-1986) Bette Davis (1908-1989) John Kenneth Galbraith (1908-2006) Giovanni Guareschi (1908-1968) Enrique Jordá (1908-1996) Pedro Laín Entralgo (1908-2001) Claude Lévi-Strauss (1908-2009) Ana Magnani (1908-1973) Jorge Oteiza (1908-2003) Cesare Pavese (1908-1950) Concha Piquer (1908-1990) Mercé Rodoreda (1908-1983) William Saroyan (1908-1981) James Stewart (1908-1997)
1909	Bachmann, Friedrich (1909-1982) Chevalley, Claude (1909-1984) Cochran, William Gemmell (1909-1980) Gentzen, Gerhard (1909-1945) Gould, Sydney Henry (1909-1986) Kleene, Stephen Cole (1909-1994) Laptev, German Fedorovich (1909-1973) MacLane, Saunders (1909-2005) Naimark, Mark Aronovich (1909-1978) Naraniengar, Avergal M. T. (h. 1909) Ulam, Stanislaw Marcin (1909-1984)	Borel publica <i>Elementos de la teoría de probabilidades</i> Caratheodory y Study solucionan geoméricamente problemas de máximos y mínimos W. Young desarrolla una teoría de la medida análoga a la de Lebesgue	Bleriot cruza el canal de la Mancha <i>Manifiesto futurista</i> de Marinetti Robert Edwin Peary en el Polo Norte Félix Aranguren (1909-1996) Francis Bacon (1909-1992) Manolo Caracol (1909-1973) Errol Flynn (1909-1959) Eugène Ionesco (1909-1994) Elia Kazan (1909-2003) James Mason (1909-1984) La Niña de la Puebla (1909-1999) Juan Carlos Onetti (1909-1994) Leopoldo Panero (1909-1962)
1910	John, Fritz (1910-1994) Koopmans, Tjalling Charles (1910-1985) Merton, Robert King (1910-2003) Pedoe, Daniel (1910-1998)	La referencia más antigua al análisis de las ondículas se debe a Haar Russell y Whitehead publican la segunda edición de <i>Principios de matemáticas</i> Steinitz escribe <i>Teoría algebraica de los cuerpos</i> , impresa en 1930	Sudáfrica, independiente Se definen los grupos sanguíneos Jean Anouilh (1910-1987) Miguel Hernández (1910-1942) David Niven (1910-1983) Luis Rosales (1910-1992) Pablo Serrano (1910-1985) Gonzalo Torrente Ballester (1910-1999) Vicéns Vives (1910-1960)
1911	Araujo García, Roberto (h. 1911) Ayza, R. (h. 1911) Birkhoff, Garret (1911-1996) Dörrie, Heinrich (1911-1983) Eves, Howard W. (1911-2004)	Brower demuestra su teorema de la invariancia topológica de la dimensión	República China Rutherford descubre el núcleo del átomo Roald Amundsen en el Polo Sur Gabriel Celaya (1911-1991) José Ferrater Mora (1911-1991)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1911	Gattegno, Caleb (1911-1988) Robinson, Raphael Mitchel (1911-1995) Santaló Sors, Luis Antonio (1911-2001)		Ginger Rogers (1911-1995) Ernesto Sábato (n. 1911) Antonio Tovar (1911-1985) Tennessee Williams (1911-1983)
1912	Alexandrov, Aleksandr Danilovich (1912-1999) Balanzat, Manuel (1912-1994) Kantoróvich, Leonid Vitaliéovich (1912-1986) Kempner, A. J. (h. 1912) Moreno, P. (h. 1912) Powers, R. E. (h. 1912) Revuz, André (1912-2008) Turing, Alan Mathison (1912-1954)		Albania, independiente Difracción de los rayos X Se inventa el celofán Robert Scott en el Polo Sur Hundimiento del Titanic Michelangelo Antonioni (1912-2007) Lawrence Durrell (1912-1990) Francisco Escudero (1912-2002) Xavier Montsalvatge (1912-2002) Jackson Pollock (1912-1956)
1913	Castelnuovo, Emma (n. 1913) Cundy, Henry Martin (1913-2005) Eilenberg, Samuel (n. 1913) Erdős, Paul (1913-1996) Gel'fand, Izrail Moiseyevich (1913-2009) Inhelder, Bärbel (1913-1997) Ríos García, Sixto (1913-2008)	N. H. D. Bohr construye un formalismo que permite explicar el espectro del átomo de hidrógeno Radon desarrolla su extensión de la idea de integral Richardson aplica técnicas matemáticas para predecir el tiempo	Bohr formula su modelo atómico Contador Geiger Petroquímica del carbón Carmen Amaya (1913-1963) Ataúlfo Argenta (1913-1958) Albert Camus (1913-1960) Salvador Esprú (1913-1985) Miguel Fisac (1913-2006) Burt Lancaster (1913-1994) Vivien Leigh (1913-1967) Claude Simon (1913-2005)
1914	Chiang, Chin Lang (n. 1914) Dantzig, George Bernard (n. 1914) Gardner, Martin (1914-2010) Linés Escardó, Enrique (1914-1988)	H. A. Bohr formula el teorema sobre las condiciones bajo las cuales la función zeta es igual a cero Hausdorff escribe <i>Fundamentos de la teoría de conjuntos</i>	Primera Guerra Mundial (1914-1918) Apertura del canal de Panamá Pontificado de Benedicto XV (1914-1922) Julio Caro Baroja (1914-1995) Pietro Germi (1914-1974) Alex Guinness (1914-2000) Alberto Lattuada (1914-2005) Julián Marías (1914-2005) Octavio Paz (1914-1998) Luis Sagi-Vela (n. 1914)
1915	Abramowitz, Milton (1915-1958) Baratech Montes, Benigno (h. 1915) Bruner, Jerome Seymour (n. 1915) Dou Mas de Xaxas, Alberto (1915-2009) Hoyle, Fred de (n. 1915) Kodaira, Kunihiko (1915-1997) Linnik, Juri Vladimirovich (1915-1972) May, Kenneth O. (1915-1973) Robbins, Herbert E. (1915-2001)	G. D. Birkhoff, demuestra el "último teorema de Poincaré" Enriques publica <i>Teoría geométrica de las ecuaciones</i> Luzin publica <i>Integral y serie trigonométrica</i>	Wegener expone su teoría de la deriva de los continentes Ingrid Bergman (1915-1982) Arthur Miller (1915-2005) Paul Samuelson (1915-2009) Frank Sinatra (1915-1998) Orson Welles (1915-1985)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1915	Schwartz, Laurent (1915-2000) Tukey, John Wilder (1915-2000)		
1916	Dienes, Zoltan Pal (n. 1916) Mosteller, Charles Frederick (1916-2006) Shannon, Claude Edwood (1916-2001) Simon, Herbert Alexander (1916-2001) Smidt, O. Ju. (h. 1916)		Einstein expone la teoría general de la relatividad Antonio Buero Vallejo (1916-2000) Camilo José Cela (1916-2002) Olivia de Havilland (n. 1916) Blas de Otero (1916-1979) Gregory Peck (1916-2003) Edith Piaf (1916-1963)
1917	Kaplansky, Irving (1917-2006) Lorenz, Edward Norton (1917-2008) Mendelsohn, Nathan Saul (1917-2006) Sánchez Vázquez, Gonzalo (1917-1996) Selberg, Atle (1917-2007)	Dudeney comienza a publicar sus puzzles matemáticos Hardy realiza aportaciones importantes en teoría de números Kline proporciona una base axiomática para la geometría doblemente elíptica Ramanujan trabaja en el problema de las “particiones” de la teoría de números	Revolución Rusa Finlandia, independencia Telescopio del monte Wilson Anthony Burgess (1917-1993) José María Gironella (1917-2003) Manolete (Manuel Rodríguez) (1917-1947) Mariemma (Guillermina Martínez) (1917-2008) Fernando Rey (1917-1994) Augusto Roa Bastos (1917-2005) Juan Rulfo (1917-1986) José Luis Sampedro (n. 1917) Giuseppe De Santis (1917-1997) Federico Sopeña (1917-1991)
1918	Feynman, Richard Phillips (1918-1988) García Ardura, Manuel (h. 1918) Robinson, Abraham (1918-1974) Szmielew, Wanda (1918-1976)	Weyl introduce las geometrías que se conocen como espacios con una conexión afín	Serbia, Croacia y Eslovenia crean el reino de Yugoslavia Polonia, independiente Excavaciones en Babilonia Rita Hayworth (1918-1987) Alexandr Solzhenitsyn (1918-2008) Jorn Utzon (1918-2008)
1919	Box, George Edward Pelham (n. 1919) Milin, Isaak Moiseevich (1919-1992) Pineda A. (h. 1919) Pogorelov, Aleksei Vasilevich (1919-2002) Ringel, Gerhard (1919-2008) Robinson, Julia (1919-1985) Skemp, Richard R. (1919-1995) Stegun, Irene A. (1919-2008) Toranzos, Fausto (1919-1986)	Ramanujan publica <i>Algunas propiedades de $p(n)$, número de particiones de n</i>	Se crea la Sociedad de Naciones Se funda en Moscú la Tercera Internacional Mussolini crea el fascismo Afganistán, independiente Gandhi comienza las campañas de desobediencia civil Asesinato de Emiliano Zapata Eddington comprueba la desviación de la luz por la masa solar Espectrógrafo de masas Manuel Ausensi (1919-2005) Jerome David Salinger (1919-2010) José (Manuel) Viola (1919-1987)
1920	Asimov, Isaac (1920-1992) Aubert, Pierre (h. 1920) Budyko, Mikhail I. (1920-2009)	Durante los años 1920 a 1922, Hahn, Banach, Helly y Wiener llevan a cabo la definición	Guerra grecoturca Comienzo de la radio Miguel Delibes (1920-2010)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1920	Calderón, Alberto (1920-1998) Fischbein, Efraim (1920-1998) Kuiper, Nicolaas (1920-1994) Massey, William Schumacher (n. 1920) Papelier, Guillaume (h. 1920) Primrose, Eric J. F. (1920-1998)	general de los espacios normados	Federico Fellini (1920-1993)
1921	Arrow, Keneth Joseph (n. 1921) Godement, Roger (n. 1921) Postnikov, Aleksei Georgievich (1921-1995) Rényi, Alfréd (1921-1970) Rudin, Walter (1921-2010) Yaglom, Isaak Moiseevich (1921-1988) Zadeh, Lofti Asker (n. 1921)	Blaschke comienza la publicación de <i>Lecciones de geometría diferencial</i> donde construye la teoría de la geometría diferencial afin y de la geometría diferencial topológica Se publica la obra de Wittgenstein <i>Tratado lógico-filosófico</i>	Se aísla la insulina Desastre de Annual Capablanca campeón mundial de ajedrez (1921-1927) Fernando Fernán Gómez (1921-2007) Lola Flores (1921-1995) Luis García Berlanga (1921-2010) Carmen Laforet (1921-2004) Giulietta Masina (1921-1994) Elena Quiroga (1921-1995) Peter Ustinov (1921-2004)
1922	Kreyszig, Erwin (1922-2008) Kuhn, Thomas Samuel (1922-1996) Rubinstein, H. (h. 1922) Ventrís, Michael George Francis (1922-1956)	Banach estudia los espacios abstractos dotados de norma R. A. Fisher publica <i>Sobre los fundamentos matemáticos de la estadística teórica</i> En su estudio sobre los fundamentos de las matemáticas (1922-1930), Hilbert y su escuela crean la “metamatemática”, que comprende una “teoría de la demostración” Lévy publica <i>Lecciones de análisis funcional</i> Rubinstein obtiene un algoritmo con relación a la conjetura de Poincaré Veblen y Eisenhart crean la geometría de los caminos	Se constituye la URSS, bajo el comunismo (1922-1991) Stalin, secretario general Fin del Imperio Otomano Egipto, independiente Pontificado de Pío XI (1922-1939) Juan de la Cierva inventa el autogiro Se descubren las ondas cerebrales Juan Antonio Bardem (1922-2002) Jacinto Benavente, premio Nobel Ava Gardner (1922-1990) José Hierro (1922-2002) Jack Kerouac (1922-1969) Néstor Luján (1922-1995) Lauro Olmo (1922-1994) Pier Paolo Pasolini (1922-1975) José Saramago (1922-2010)
1923	Davis, Philip J. (n. 1923) Gorenstein, Daniel E. (1923-1992) Lauwerier, Hans (1923-1997) Morawetz, Cathleen Synge (n. 1923) Shafarievich, Igor Rastislavovich (n. 1923) Thom, René (n. 1923) Vernet Ginés, Juan (n. 1923)	Menger y Urysohn definen el concepto de dimensión Mordell plantea la conjetura que lleva su nombre Weyl descubre, a partir de 1923, que la teoría espectral del espacio de Hilbert era el instrumento matemático adecuado a la mecánica cuántica	Kemal Atatürk, presidente Asesinato de Pancho Villa Rusia adopta el calendario gregoriano Broglie sienta las bases de la mecánica cuántica Carnavan descubre la tumba de Tutankamón Victoria de los Ángeles (1923-2005) Carlos Bousoño (n. 1923) María Callas (1923-1977) Alicia Larrocha (1923-2009) Roy Lichtenstein (1923-1997) Marcel Marceau (1923-2007)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1923			Jorge Semprún (1923-2012) Antonio Tapies (1923-2012)
1924	Mandelbrot, Benoît B. (1924-2010)	Hilbert y Courant publican <i>Métodos de la física matemática</i>	Abolición del califato Mecánica cuántica de Heisenberg <i>Manifiesto del surrealismo</i> de Breton Compañía Telefónica de España Radio Barcelona Marlon Brando (1924-2004) Truman Capote (1924-1984) Eduardo Chillida (1924-2002) Luis Martín Santos (1924-1964)
1925	Boltianski, Vladimir Grigorevich (n. 1925) Rodríguez-Salinas Palero, Baltasar (1925-2007) Roth, Klaus Friedrich (n. 1925) Zeeman, Erik Christopher (n. 1925)	Brouwer publica <i>Sobre los fundamentos de la matemática intuicionista</i> Lotka publica <i>Elementos de biología física</i>	Hitler publica <i>Mein Kampf</i> Desembarco de Alhucemas Se aísla la vitamina B Pauli expone el principio de exclusión Primeros ensayos de televisión Ignacio Aldecoa (1925-1969) Odón Alonso (1925-2011) Martín Gaité (1925-2000) Jack Lemmon (1925-2001) Paul Newman (1925-2008)
1926	Nemyski, V. V. (h. 1926) Putnam, Hilary Whitehall (n. 1926) Serre, Jean Pierre (n. 1926) Sitnikov, Kirill Aleksandrovich (n. 1926)	Heisenberg y Born desarrollan la formulación matemática de la teoría cuántica Schrödinger presenta su teoría cuántica	Se crea la Commonwealth CAMPSA IBERIA Jesús Fernández Santos (1926-1988) Ana María Matute (1926-2001) Manuel Millares (1926-1972) Marilyn Monroe (1926-1962) Alfonso Sastre (n. 1926) Alfredo Di Stefano (n. 1926) José María Valverde (1926-1996)
1927	Akaike, Hirotugo (1927-2009) Hersch, Reuben (n. 1927) Kervaire, Michel André (1927-2007) Lamaire, J. (h. 1927) Newell, Allen (1927-1992) Nielsen, Jacob (h. 1927) Taniyama, Yutaka (1927-1958) Wallace, Andrew H. (1927-2008)		Mohamed V, sultán de Marruecos (1927-1961) Heisenberg enuncia el principio de indeterminación Lindbergh cruza a vuelo el Atlántico Alexander Alekhine campeón mundial de ajedrez (1927-1935) Juan Benet (1927-1993) Gabriel García Márquez (n. 1927) Günter Grass (n. 1927) Alfredo Kraus (1927-1999) Gina Lollobrigida (n. 1927) Rafael Sánchez Ferlosio (n. 1927) Joseph Maria Subirachs (n. 1927) Narciso Yepes (1927-1997)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1928	Bentabol y Ureta, Horacio (m. 1928) Carleson, Lennart Axel Edvard (n. 1928) Carmo, Manfredo Perdigao do (n. 1928) Chomsky, A. Noam(n. 1928) Davis, Martin (n. 1928) Giorgi, Ennio de (1928-1996) Grothendieck, Alexandre (n. 1928) Haken, Wolfgang (n. 1928) Lions, Jacques-Louis (1928-2001) Malgrange, Bernard (n. 1928) Nash, John Forbes (n. 1928) Steiner, Hans Georg (1928-2004)	Neyman y E. S. Pearson formulan una teoría general de la decisión	Dirac descubre el electrón Baird construye el televisor en color Fleming descubre la penicilina Trasplante de glándulas de Voronov Carlos Barral (1928-1989) José Agustín Goytisolo (1928-1999) Antonio Molina (1928-1992) Andy Warhol (1928-1987)
1929	Atiyah, Michael Francis (n. 1929) Dobrushin, Roland Lvovich (1929-1995) Fedenko, Anatoly Semenovich (n. 1929) Gell-Mann, Murray (n. 1929) Holland, Henry John (n. 1929) Johnson, R. A. (h. 1929) Landau, E. (h. 1929)	El Círculo de Viena, creado en torno a Schlick, publica su manifiesto <i>Concepción científica del mundo: el Círculo de Viena</i> En el Congreso de Praga organizado por el Círculo de Viena, se analiza la “crisis de los fundamentos” con sus tres tendencias: logicista (encabezada por Russell), formalista (Hilbert), intuicionista (Brouwer) J. L. von Neumann presenta un tratamiento axiomático del espacio de Hilbert	Planes Quinquenales soviéticos (1929-1955) Viernes Negro de la Bolsa de Nueva York Lawrence proyecta el ciclotrón Primer encefalograma Guillermo Cabrera Infante (1929-2005) Frank Gehry (n. 1929) Audrey Hepburn (1929-1993) Grace Kelly (1929-1982) Milan Kundera (n. 1929) Pilar Lorengar (1829-1996) Lucio Muñoz (1929-1998) John Osborne (1929-1994) José Ángel Valente (1929-2000)
1930	Feit, Walter (1930-2004) Morley, Michael Darwin (n. 1930) Pereira, M. (h. 1930) Sellers, William D. (1930-2010) Shimura, Goro (n. 1930) Smale, Stephen (n. 1930) Tits, Jacques (n. 1930)	Erdős y Rényi comienzan sus investigaciones en común Flexner funda el Institute for Advanced Study en Princeton Volterra publica <i>Teoría de los funcionales y de las ecuaciones integrales e integro-diferenciales</i> Van der Waerden publica <i>Álgebra moderna</i>	Se descubre el neutrón Se descubre Plutón Claude Chabrol (1930-2010) Clint Eastwood (n. 1930) Juan Genovés (n. 1930) Cristóbal Halffter (n. 1930) Pedro Lavirgen (n. 1930) Luis de Pablo (n. 1930) Antonio Saura (1930-1998) Gary Snyder (n. 1930)
1931	Hajnal, András (n. 1931) Hironaka, Heisuki (n. 1931) Hörmander, Lars V. (n. 1931) Milnor, John Willard (n. 1931)	Artin publica <i>Introducción a la geometría y álgebra analíticas</i> , introduciendo el concepto de “geometría ordenada” Gödel publica <i>Sobre proposiciones formalmente indecidibles</i> , donde expone el teorema que lleva su nombre Mahalanobis reconoce la gravedad de varios errores estadísticos Shewhart publica <i>Control de</i>	Segunda República Española (1931-1939) Se descubren el neutrino y el positrón Primer emisor de televisión en Nueva York James Dean (1931-1955) Juan Goytisolo (n. 1931) John Le Carré (n. 1931)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1931		<i>calidad económico del producto manufacturado</i> Volterra publica <i>Lecciones sobre la teoría matemática de la lucha por la vida</i>	
1932	Ambrosio, Ubiratan d' (n. 1932) Appel, Kewnneth (n. 1932) Branges de Bourcia, Louis de (n. 1932) Herrera Cabello, Félix (1932-2002) Olabarrieta, Luciano de (h. 1932) Thompson, John Griggs (n. 1932)	Banach publica <i>Teoría de las operaciones lineales</i> J. L. von Neumann publica <i>Fundamentos matemáticos de la mecánica cuántica</i> Stone publica <i>Transformaciones lineales en el espacio de Hilbert</i>	Guerra del Chaco Se inventa la sulfamida Microscopio electrónico Joaquín Achúcarro (n. 1932) Fernando Arrabal (n. 1932) Gerard Richter (n. 1932) Carlos Saura (n. 1932) Elisabeth Taylor (1932-2011) Francisco Umbral (1932-2007) John Updike (1932-2009)
1933	Askey, Richard A. (n. 1933) Brousseau, Guy (h. 1933) Chen-Jing-Run (1933-1996) Frolík, Zdenk (1933-1989) Grinten, Paulus Mattheus Eugenius Maria van der (n. 1933) Vergnaud, Gérard (n. 1933)	J. W. Alexander estudia las variedades tridimensionales Cartan publica <i>Sobre la estructura de los grupos de transformaciones finitos y continuos</i> Kolmogórov publica <i>Fundamentos de la teoría de la probabilidad</i>	EE.UU. pone en marcha el proyecto económico New Deal F. Roosevelt, presidente EE.UU. Hitler, canciller alemán Miguel Berrocal (1933-2006) Montserrat Caballé (n. 1933) Rafael Frühbeck de Burgos (n. 1933) Antón García Abril (n. 1933) Juan Marsé (n. 1933)
1934	Cohen, Paul J. (n. 1934) Lappo-Danilevski, I. A. (h. 1934) Youngs, J. W. Theodore (Ted) (n. 1934)	Guelfond resuelve el séptimo problema que Hilbert presentó en el II Congreso internacional de matemáticas de 1900 Riesz obtiene la representación de cualquier forma lineal continua para un espacio de Hilbert abstracto	Tercer Reich alemán, bajo el nazismo (1934-1945) La "Larga Marcha" de China (1934-1935) Fermi fisiona el uranio Primeros ensayos de resonancia magnética Sofía Loren (n. 1934) Carl Sagan (1934-1996)
1935	Ado, I. D. (h. 1935) Bourbaki, Nicolás (1935) Furstenberg, Hillel (Harry) (n. 1935) Ruelle, David Pierre (n. 1935) Sinai, Y. G. (n. 1935) Stallings, John Robert (1935-2008)	Comienza la publicación de <i>Elementos de matemáticas</i> de Bourbaki Neugebauer y Thureau-Dangin dan a conocer la matemática sexagesimal sumeria	Italia invade Abisinia Coche Volkswagen Woody Allen (n. 1935) Luis Goytisolo (n. 1935) Elvis Presley (1935-1977) Françoise Sagan (1935-2004)
1936	Guzmán Ozámiz, Miguel de (1936-2004) May, Robert McCredie (n. 1936) Vere-Jones, David (n. 1936)	Hurewicz inicia el álgebra homológica partiendo de la topología algebraica Julia publica <i>Elementos de geometría infinitesimal</i> Se comienzan a entregar las medallas Fields	Guerra Civil Española (1936-1939) Régimen de Franco en España (1936-1975) Teresa Berganza (n. 1936) Antonio Gala (n. 1936) Antonio López (n. 1936) Mario Vargas Llosa (n. 1936)
1937	Arnold, Vladimir I. (1937-2010) Mumford, David B. (n. 1937)	Pólya resuelve el problema general del cual el problema del collar es un caso particular Turing introduce la máquina teórica que lleva su nombre,	Japón invade China Se ensaya el turborreactor Patente del nylon Kodachrome en el mercado Desastre del Hindenburg

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1937		en su artículo <i>Números contables</i>	Eduardo Arroyo (n. 1937) Enrique García Asensio (n. 1937) David Hockney (n. 1937) Rafael Moneo (n. 1937) Jack Nicholson (n. 1937) Vicente Sardinero (1937-2002) Erich Segal (1937-2010)
1938	Baudoin, P. (h. 1938) Black, Fischer (1938-1995) Hartshorne, Cupe Robin (n. 1938) Horn, C. E. van (h. 1938) Navarro Borrás, Francisco (h. 1938) Novikov, Serge Petrovich (n. 1938) Solovay, Robert Martin (n. 1938)	Carnap, Neurath y Morris fundan la <i>Enciclopedia internacional de ciencias unificadas</i> Hardy y Wright publican <i>Introducción a la teoría de números</i> Skinner publica <i>Conducta de los organismos</i>	Guerra ruso-japonesa Bolígrafo de Biro Se inventa el electroscopio Antonio Ros Marbá (n. 1938) Agencia EFE ONCE Georg Baselitz (n. 1938) Lucero Tena (n. 1938)
1939	Baker, Alan (n. 1939) Butchart, J. H. (h. 1939) Gray, Alfred (1939-1998) Heaslet, M. A. (h. 1939) López de la Rica, Antonio (n. 1939) Meyer, Yves (n. 1939) Outerelo Domínguez, Enrique (n. 1939) Stark, Harold Mead (n. 1939)	Wittgenstein imparte el curso sobre fundamentos de las matemáticas que se publicó en 1975 con el título <i>Lecciones sobre los fundamentos de las matemáticas, 1939</i>	Segunda Guerra Mundial (1939-1945) Pontificado de Pío XII (1939-1958) Síntesis del DDT Se inventa el polietileno Helicóptero Sikorsky Aviones a reacción Jaume Aragall (n. 1939) Ricardo Bofill (n. 1939) Ángeles Gulín (1939-2002) Pelé (n. 1940)
1940	Bombieri, Enrico (n. 1940) Drasin, David (n. 1940) Lanford, Oscar Erasmus (n. 1940) Patterson, B. C. (h. 1940) Quillen, Daniel Gray (n. 1940) Rasevski, P. K. (h. 1940) Robson, A. (h. 1940) Szemerédi, Endre (n. 1940) Temme, Nico M. (n. 1940)	A. D. Alexandrov comienza a desarrollar la teoría de curvas y superficies generales, que incluye tanto las superficies regulares de la geometría diferencial clásica como superficies no lisas como poliedros, conjuntos convexos arbitrarios y otras Quine publica <i>Lógica matemática</i>	Churchill, primer ministro Valle de los Caídos en Cuelgamuros (Madrid) (1940-1958) Víctor Erice (n. 1940) Jesús López Cobos (n. 1940)
1941	Gallavotti, Giovanni (n. 1941) Scholes, Myron Samuel (n. 1941) Steen, Lynn Arthur (n. 1941)	H. Hopf define las álgebras que llevan su nombre MacLane y Birkhoff publican <i>Examen del álgebra moderna</i>	Proyecto Manhattan La División Azul parte a Rusia Se crean RENFE e INI Plácido Domingo (n. 1941) Luis Antonio García Navarro (1941-2001)
1942	Blum, Lenore (n. 1942) Stillwell, John (n. 1942)		Fermi fisiona el átomo Se inventa el magnetófono NO-DO Higini Inglés descubre la clave de la notación musical de las Cantigas de Alfonso X Terenci Moix (1942-2003) Enrique Morente (1942-2010)

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1943	Casson, Andrew John (n. 1943) Chenciner, Alain (n. 1943)		Waksman descubre la estreptomina
1944	Deligne, Pierre R. (n. 1944) Diffie, Whitfield (n. 1944) Felgenbaum Jay, Mitchell (n. 1944) Frey, Gerhard (n. 1944) Rubik, Ernő (n. 1944)	Hadamard publica <i>Psicología de la invención en el campo matemático</i> Morgenstern y Von Neumann publican <i>Teoría de juegos y comportamiento económico</i> Watson publica <i>Tratado sobre la teoría de las funciones de Bessel</i>	Guerra de misiles: cohetes y bombas V1 y V2 Islandia, independiente Reactor de uranio Primera máquina de calcular a gran escala con fichas perforadas José Luis Garci (n. 1944) Miguel Roa (n. 1944)
1945	Adleman, Leonard Max (n. 1945) Ibarrola Solano, José (h. 1945) Montesinos Sirera, José L. (n. 1945) Paulos, John Allen (n. 1945)		Primera bomba atómica Truman, presidente EE. UU. Tito, presidente de Yugoslavia Monopolio de Tabacalera Rainer Werner Fassbinder (1945-1982)
1946	Alfonseca Moreno, Manuel (n. 1946) Margulis, Gregori Aleksandrovich (n. 1946) Rico Romero, Luis (n. 1946) Thurston, William Paul (n. 1946)	Weil publica <i>Fundamentos de la geometría algebraica</i>	Época de la guerra fría, de la descolonización y de la creación del Tercer Mundo (1946-1961) <i>Telón de acero</i> , expresión de Churchill Francia aprueba el voto femenino República italiana Perón, presidente de Argentina Datación por radiocarbono Discos de plástico Se da a conocer el <i>Diario</i> de Ana Frank José Carreras (n. 1946) Juan Pons (n. 1946)
1947	Chaitin, Gregory J. (n. 1947) Connes, Alain (n. 1947) Deshouillers, Jean Marc (n. 1947) Godino, Juan Díaz (n. 1947) Matijasevich, Yuri Vladimirovich (n. 1947) Pacheco Castelao, José Miguel (n. 1947) Ribet, Kenneth Alan (n. 1947) Rivest, Ronald L. (n. 1947) Vasilyev, N. B. (1947-2004)	Robinson publica <i>Definibilidad y problemas de decisión en aritmética</i> Wald publica <i>Análisis secuencial</i>	Se crea el Benelux India y Pakistán, independientes Guerra India-Pakistán Invención del transistor Teoría de la información de Shannon Cámara Polaroid Se supera la velocidad del sonido Paco de Lucía (n. 1947)
1948	Álvarez Pérez, José Manuel (n. 1948) Caffarelli, Luis A. (n. 1948) Corbalán Yuste, Fernando (n. 1948) Laczkovich, Miklós (h. 1948) Peña Sánchez de Rivera, Daniel (n. 1948)	Kaplansky plantea una conjetura cuya certeza depende de la de la hipótesis del continuo	Estado de Israel. Guerra árabe-israelí Bomba de hidrógeno Telescopio de Monte Palomar Batiscafo de Piccard
1949	Batanero Bernabeu, Carmen (n. 1949) Córdoba Barba, Antonio (n. 1949)	Erdős y Selberg realizan una demostración elemental del teorema de los números primos	Se crean la República Federal Alemana y la República Democrática Alemana Adenauer, canciller alemán

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1949	Coullet, Pierre (n. 1949) Fefferman, Charles Louis (n. 1949) Gallier, Jean H. (n. 1949) Méndez Pérez, José Manuel (n. 1949) Recio Muñiz, Tomás Jesús (n. 1949) Rubio de Francia, José Luis (1949-1988) Sánchez Ron, José Manuel (n. 1949) Yau, Shing-Tung (n. 1949)	Lefschetz publica <i>Introducción a la topología</i> Pogorelov demuestra que ninguna superficie convexa cerrada se puede deformar como un todo conservando su convexidad Shannon publica <i>La teoría matemática de la comunicación</i>	(1949-1963) Mao Tse Tung proclama la República Popular China Indonesia, independiente Primer avión a reacción de pasajeros Pedro Almodóvar (n. 1949) Miguel Ángel Gómez Martínez (n. 1949)
1950	Apéry, François (n. 1950) Bastero Elizalde, Jesús (n. 1950) Choquet, Jean (h. 1950) Díaz Díaz, Jesús Ildefonso (n. 1950) Mataix, M. (h. 1950) Shashkin, Yu. (s. XX) Shor, L. A. (s. XX) Villarroya, Florencio (n. 1950) Walker, R. J. (h. 1950)	Schwartz publica <i>Teoría de las distribuciones</i> Shimura, Taniyama y Weil enuncian su conjetura (entre los años 1950 y 1960)	Guerra de Corea Desarrollo de la metalurgia del titanio Deshidratación y congelación de alimentos Emisión de televisión en color Funcionamiento del Talgo SEAT Expedición de la Kon-Tiki Camarón de la Isla (1950-1992)
1951	Freedman, Michael Hartley (n. 1951) Gómez Alfonso, Bernardo (n. 1951) Hartley, Miles C. (h. 1951) Mori, Shigefumi (n. 1951) Witten, Edward (n. 1951)	Puig Adam publica <i>Ecuaciones diferenciales</i>	China conquista el Tíbet Se fabrica el Biscúter Santiago Calatrava (n. 1951)
1952	Alsina Catalá, Claudi (n. 1952) Jones, Vaughan Frederick Randal (n. 1952) Shamir, Adi. (n. 1952) Smirnov, Ju. M. (h. 1952) Trejo, César Anselmo (h. 1952)	Calderón y Zygmund publican <i>Sobre la existencia de ciertas integrales singulares</i> Kenneth May publica <i>Conjunto de condiciones independientes, necesarias y suficientes para decisión por simple mayoría</i>	Isabel II, reina del Reino Unido
1953	Deaux, R. (h. 1953) Gutiérrez Dávila, Marcos (n. 1953) León, Manuel de (1953) Tóth, L. Fejes (h. 1953) Wiles, Andrew John (n. 1953)	Ahlfors publica <i>Análisis de variable compleja</i> Santaló publica <i>Introducción a la geometría integral</i> Se publican póstumas las <i>Investigaciones filosóficas</i> de Wittgenstein	Stalin muere. Kruschew, secretario del PCUS Eisenhower, presidente EE. UU. Egipto, república Píldora anticonceptiva Primer ordenador comercial IBM Horno microondas Cinemascope Hillary y Tensing ascienden al Everest
1954	Bourgain, Jean (n. 1954) Daubechies, Ingrid (n. 1954) Drinfeld, Gershonovich Vladimir (n. 1954) Faltings, Gerd (n. 1954) Velázquez Manuel, Fidela (n. 1954)	Chiang publica <i>Competición y otras interacciones entre especies</i>	Francia abandona Indochina El canal de Suez, evacuado Vacuna contra la poliomielitis Avión de despegue vertical Lentes de contacto Se inventa el máser

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1955	James, R. C. (h. 1955) Romanov, N. P. (h. 1955) Vera López, Antonio (n. 1955) Zelmanov, Efim Isaakovich (n. 1955)	Eilenberg y Henry Cartan escriben el primer libro sobre álgebra homológica Dieudonné publica <i>Geometría de los grupos clásicos</i> Rey Pastor publica <i>Los problemas lineales de la física</i>	Pacto de Varsovia Marruecos, independiente Perón, depuesto Ochoa y Kornberg definen la estructura de los ácidos nucleicos Se descubre el antiprotón José Mercé (n. 1955) Fernando Trueba (n. 1955)
1956	Fernández Pérez, José Luis (n. 1956) Laurentiev, M. A. (h. 1956) Lions, Pierre-Louis (n. 1956) Saavedra Santana, Pedro (n. 1956) Sadarangani, Kishin B. (n. 1956)		Independencia de Marruecos y Túnez Segunda guerra árabe-israelí Se descubre el antineutrón Grabación en video Juan Ramón Jiménez, premio Nobel TVE Antonio Muñoz Molina (n. 1956)
1957	Donaldson, Simon (n. 1957) González Ortiz, Manuel José (n. 1957) Hiele, Pierre van (h. 1957) Hiele, Dina van (h. 1957) Llave, Rafael de la (n. 1957) Reeve, John Edmund (h. 1957) Sicilia Rodríguez, Joaquín (n. 1957) Yoccoz, Jean-Christophe (n. 1957)	Artin introduce la denominación de “Geometría ordenada” Giorgi publica <i>Sobre la diferenciabilidad y la analiticidad de las integrales múltiples regulares</i>	Guerra de Vietnam (1957-1975) Malasia, independiente Tratado de Roma Satélites Sputnik I y II Construcción de Brasilia con diseños de Niemeyer Seat 600 en el mercado Miquel Barceló (n. 1957)
1958	Hales, Thomas Callister (n. 1958) McMullen, Curtis Tracy (n. 1958) Moreno Pérez, José Andrés (n. 1958) Moser, W. O. J. (h. 1958) Rogers, C. A. (h. 1958) Scott, D. (h. 1958)	Rogers publica <i>Empaquetado de esferas iguales</i> Scott obtiene cuatro rectángulos formados por los doce pentaminos	Pontificado de Juan XXIII (1958-1963) Invención del láser Satélites Explorer y Sputnik III Cinturones de radiación de Van Allen Rayo láser Boeing 707 Keith Haring (1958-1990)
1959	Lindsay, J. H. Jr. (h. 1959) Quirós Gracián, Adolfo (n. 1959) Strogatz, Steven Henry (n. 1959)		Cuba: Castro en el poder El Lunik I llega a la Luna Se inventa el hovercraft Ochoa recibe el Premio Nobel de Fisiología y Medicina por la síntesis del ácido ribonucleico
1960	Arthurs, Arnold M. (h. 1960) Saviólov, A. A. (h. 1960) Zatsiorsky, Vladimir M. (h. 1960)	Atiyah y Grothendieck exponen que el estudio de los haces de vectores puede contemplarse como el estudio de la teoría de la cohomología (h. 1960) Bruner publica <i>El proceso de la educación</i> Lorenz acuña el término <i>efecto mariposa</i>	Independencia de varias naciones africanas Sputnik IV con dos perros Marcapasos cardíacos Síntesis de la clorofila Piccard alcanza 10.911 m de profundidad Jean Michel Basquiat (1960-1988)
1961	Jeong, Kim H. (n. 1961)	Milnor demuestra la <i>conjetura principal</i> de Poincaré	Muro de Berlín Kennedy, presidente EE. UU.

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1961			Hassan II (1929-1999) rey de Marruecos Gagarin orbita la Tierra Titov la orbita siete veces
1962	Arrieta Usunáriz, Javier (n. 1962) Taylor, Richard Lawrence (n. 1962)	Mosteller (como también Tukey en 1968) desarrolla el análisis exploratorio de datos	Nuevas potencias políticas y económicas (1962-1981) Argelia, independiente Crisis de los misiles Concilio Vaticano II (1962-1965) Glenn tripula el Mercury V El Mariner 2 hacia Venus Satélite Telstar Movimiento hippy
1963	Etayo Miqueo, José Javier (h. 1963) Gowers, W. Timothy (n. 1963)	Arrow publica la demostración correcta de su teorema de imposibilidad Chomsky y Schutzenberger publican <i>Teoría algebraica de los lenguajes independientes del contexto</i> Cohen publica <i>Independencia de la hipótesis del continuo</i> J. G. Thompson y Feit obtienen que todos los grupos finitos de orden impar son resolubles	Asesinato de Kennedy Pontificado de Pablo VI (1963-1978) Valentina Tereshkova en el Vostok VI Película en color Polaroid Diodos emisores de luz
1964	Acosta Sánchez, Leopoldo (n. 1964) Diamond, Fred (n. 1964) Kontsevich, Maxim L. (n. 1964) Sánchez Naranjo, María Jesús (n. 1964) Usunáriz Sala, Ignacio (n. 1964)		
1965	Marrero González, Juan Carlos (n. 1965)	Zadeh publica <i>Conjuntos borrosos</i> , sentando las bases de la lógica borrosa	Aleksei Leonov da el primer paseo por el espacio Ed White pasea por el espacio El Reino Unido adopta el sistema métrico decimal
1966	Bernkopf, Michael (h. 1966) González-Alcón, Carlos (n. 1966) Lafforgue, Laurent (n. 1966) Voevodski, Vladimir V. (n. 1966)	Carleson publica <i>Sobre la convergencia y crecimiento de las sumas parciales de las series de Fourier</i> M. H. A. Newman demuestra en toda su generalidad la conjetura de Poincaré Robinson publica <i>Análisis no estándar</i> Se celebra en Moscú el 15º Congreso internacional de matemáticas	Revolución cultural china Se salva el templo de Abu Simbel Carlos Álvarez (n. 1966)
1967	Barabási, Albert Laszlo (n. 1967) Greenberg, Marvin Jay (h. 1967) Hunt, Richard (h. 1967)	Baker estudia la resolubilidad de las ecuaciones diofánticas Sierpinski publica <i>La inducción incompleta en teoría de números</i>	Guerra de los seis días Primera crisis del petróleo Barnard trasplanta un corazón humano Fabricación de hornos de

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1967	Lawden Derek F. (h. 1967) Porti, Joan (n. 1967) Rubia Rincón, Luis de la (h. 1967)		microondas Se descubren siete nuevos mesones
1968	Caballero Gil, Pino (n. 1968) Mather, John (h. 1968) Sierra Vázquez, Modesto (n. 1968) Werner, Wendelin (n. 1968)	Bertalanffy publica <i>Teoría general de sistemas: fundamentos, desarrollo y aplicaciones</i> Piaget (et al.) publica <i>La enseñanza de las matemáticas</i>	Primavera de Praga Mayo francés Represión de la plaza de las Tres Culturas (México) Asesinato de Luther King Guinea Ecuatorial independiente Vuelo tripulado alrededor de la Luna
1969	Bishop, Alan J. (h. 1969) Clauser, C. E. (h. 1969) Okounkov, Andrei Y. (n. 1969) Rodríguez Vidal, Rafael (h. 1969) Weisstein, Eric W. (n. 1969) Wolsey, Laurence A. (h. 1969)	Budyko y Sellers introducen en el estudio del clima los modelos difusivos unidimensionales Clauser, McConville y Young publican <i>Peso, volumen, centro de masas de segmentos del cuerpo humano</i> Thom publica el artículo fundacional de la teoría de catástrofes, <i>Modelos topológicos en biología</i>	Nixon, presidente EE. UU. Gadafi presidente de Libia Amstrong pisa la Luna Primer vuelo del Concorde
1970	Castrigiano, Domenico P. L. (h. 1970) Conrad, Brian (n. 1970) Estévez Damas, J. I. (n. 1970) Hayes, Sandra Ann (h. 1970) Jones, James (h. 1970) Kilpatrick, Jeremy (h. 1970) Lindenstrauss, Elon (n. 1970) Nemhauser, George L. (h. 1970) Smirnov, Stanislav (n. 1970)	Castrigiano y Hayes escriben <i>Teoría de catástrofes</i> Matijasevich demuestra que no puede existir un algoritmo general que pueda decidir sobre la solubilidad de las ecuaciones diofánticas	Crisis bursátil en EE.UU.
1971	Abdel Aziz, Y. J. (h. 1971) Karara, H. M. (h. 1971) Kleinberg, Jon Michael (n. 1971) Lorenzo, Javier de (h. 1971) Robertson, M. (h. 1971) Watts, Duncan J (n. 1971) Yates, Robert C. (h. 1971)	Abdel Aziz y Karara desarrollan algoritmos aplicables al análisis matemático del gesto deportivo mediante fotogrametría tridimensional Dienes publica <i>Las seis etapas del aprendizaje de las matemáticas</i> Solovay prueba que la existencia de conjuntos no medibles sólo se puede deducir si se usa el axioma de elección Se funda la "Comisión internacional de historia de la matemática", que en 1974 comienza la publicación de <i>Historia matemática</i>	Independencia de los Emiratos árabes Se orbita Marte Se ponen en órbita seis estaciones tripuladas (Salyut) Se inaugura la presa de Assuán
1972	Chau Bao, Ngo (n. 1972) Lawrence, J. Dennis (h. 1972) Nisbett, Richard E. (h. 1972)	Thom publica <i>Estabilidad estructural y morfogénesis</i>	Nixon visita China Escándalo Watergate Tomografía axial computarizada (TAC) Estudio de la superconductividad

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1973	Gaspar, G. (h. 1973) Goloviná, L. I. (h. 1973) Villani, Cédric (n. 1973)	Myron Scholes y Fischer Black enuncian su teoría sobre el comportamiento de cobertura en el mercado de capitales	EE.UU. abandona Vietnam Golpe de estado de Pinochet Guerra del Yom Kippur República griega Perón, presidente Segunda crisis del petróleo Se implanta un gen artificial
1974	Álvarez Díez, J. (h. 1974) Vasyunin, Vasily Ivanovich (h. 1974)	Deligne demuestra una de las conjeturas de Ramanujan Zeeman publica <i>Niveles de estructura en la teoría de catástrofes, ilustrados con aplicaciones en las ciencias sociales y biológicas</i>	Revolución de los claveles
1975	Chatfield, Chris (h. 1975) Jean, R. (h. 1975) Rutter, John W. (h. 1975) Tao, Terence (n. 1975)	Fischbein publica <i>Fuentes intuitivas del pensamiento probabilístico en los niños</i> Mandelbrot generaliza el concepto de dimensión Rubik construye su "Cubo"	Reinado de Juan Carlos I de España Reapertura del canal de Suez, cerrado desde 1967 Sahara: la marcha verde Acoplamiento espacial de Soyuz y Apolo Video doméstico
1976	Dales, H. Garth (h. 1976) Esterle, Jean (h. 1976) Hellman, M. E. (h. 1976) Koch, J. (h. 1976) Kogan, Boris Yu. (h. 1976) Xambó, Sebastián (h. 1976)	Appel y Haken resuelven el problema de los cuatro colores Dales y Esterle estudian la conjetura de Kaplansky Diffie y Hellman idean el cifrado de clave pública	Adolfo Suárez, presidente de España (1976-1981)
1977	Kulata, Gina (h. 1977) Kuros, Alexander G. (h. 1977) O'Brien, P. C. (h. 1977)	Tukey publica <i>Análisis exploratorio de datos</i>	Fibra óptica en telefonía Juegos electrónicos programables Aleixandre, premio Nobel
1978	Izquierdo Asensi, Fernando (h. 1978) Janvier, Claude (h. 1978) Lyúbich, I. Yu. (h. 1978) Sussman, Hector J. (h. 1978)	Janvier publica <i>Interpretación de los grafos complejos cartesianos que representan situaciones, estudios y experimentos en la enseñanza</i> Sussman y Zahler publican <i>Teoría de catástrofes aplicada a las ciencias sociales y biológicas: una crítica</i>	Constitución española Pontificado de Juan Pablo I Pontificado de Juan Pablo II (1978-2005) Primer bebé probeta Aparece la enfermedad del SIDA
1979	Jennings, L. S. (h. 1979) Wood, J. A. (h. 1979)	Wood y Jennings publican <i>Sobre el uso de las funciones spline para ajustar datos</i>	Thatcher, primera ministra del Reino Unido República islámica iraní URSS invade Afganistán Nueva crisis del petróleo Se erradica la viruela
1980	Gutenmacher, Victor (h. 1980) Hatze, H. (h. 1980) Higginson, William (h. 1980) Kostovski, A. N. (h. 1980) Moreno Ruiz, Lorenzo (h. 1980) Nesetril, Jarik (h. 1980)	Calderón y Stromberg estudian las ondículas	Guerra irano-iraquí Tito (Josip Broz) muere Comienza la era de los ordenadores personales
1981	Carrega, Jean-Claude (h. 1981) Rosen, Michael (h. 1981)		Ronald Reagan, presidente EE.UU. Leopoldo Calvo Sotelo,

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1981			presidente de España (1981-1982) El Guernica en España
1982	Romo Santos, María Concepción (h. 1982) Smogorzhevski, A. S. (h. 1982)		Crecimiento económico y crisis, fin de la guerra fría, terrorismo (1982-2002) Guerra de las Malvinas Israel invade Líbano Felipe González, presidente de España (1982-1996) Rotura de la presa de Tous
1983	Jiang, Bin (h. 1983) Hernández Guarch, Fernando (h. 1983) Strömberg, Jan-Olov (h. 1983)	Brousseau publica <i>Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas</i> Mandelbrot publica <i>Geometría fractal de la naturaleza</i> Rodríguez Vidal publica <i>Diversiones matemáticas</i>	
1984	Hamilton, Richard (h. 1984)	Branges demuestra la conjetura de Bieberbach	
1985	Eckmann, Jean Pierre (h. 1985) Sánchez Navarro, Jesús (h. 1985) Schoenfeld, Alan H. (h. 1985) Seluyanov, V. (h. 1985) Sierpinski, Anna (h. 1985) Yeadon, Fred M. R. (h. 1985)	Schoenfeld publica <i>Resolviendo problemas matemáticos</i> Seluyanov y Zatsiorsky publican <i>Estimación de las características de masa e inercia del cuerpo humano por medio de ecuaciones</i> Sierpinski publica <i>Obstáculos epistemológicos relativos a la noción de límite</i>	Derrota del terrorismo de Sendero luminoso El SIDA se convierte en epidemia
1986	Balasubramanian, R. (h. 1986) Briescom, E. (h. 1986) Cucker, J. Felipe (h. 1986) Dress, François (h. 1986) Knörrer, Horst (h. 1986) Mallat, Stéphane G. (h. 1986)	Mallat crea el análisis multirresolución	Bombardeo de Trípoli Guerrillas colombianas Catástrofe de Chernóbil
1987	Field, J. V. (h. 1987) Ruiz Sancho, Jesús M ^a (h. 1987)		Perestroika y glasnost Inicio de la intifada
1988			Base española en la Antártida
1989	Mason, John (h. 1989) Reshetniak, Yuri Grigorievich (h. 1989) Rollet, A. P. (h. 1989) Seco, Luis (h. 1989) Winter Althaus, Gabriel (h. 1989)		Caída del muro de Berlín Matanza de Tiananmen Bush, presidente U.S.A. Cela, premio Nobel
1990	Bowen (h. 1990) Chevallard, Yves (h. 1990) Deulofeu Piquet, Jordi (h. 1990) Epstein, J. (h. 1990) Gibson, Chris G. (h. 1990) Sánchez García, María Victoria (h. 1990) Tresser, Charles P. (h. 1990) Tymocko, S. (h. 1990)	Couillet, Feigenbaum y Tresser descubren leyes de escala universales en el momento en que empieza el caos en algunos sistemas Laczkovich resuelve el problema de Tarski, que éste planteó en 1925 Paulos publica <i>El hombre</i>	Desintegración de la URSS Walesa, presidente polaco Finaliza el régimen de Pinochet El telescopio Hubble en órbita

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1990		<i>anumérico</i> H. G. Steiner da sentido al término “educación matemática” Yeadon publica <i>Modelo matemático del cuerpo humano</i>	
1991	Cornu, Bernard (h. 1991) Giménez Rodríguez, Joaquín (h. 1991) Metsaenkylae T. (h. 1991) Parry, C. F. (h. 1991)		Guerra Serbia-Croacia Guerra del Golfo Ilegalización del PC en Rusia
1992	Grouws, D. A. (h. 1992) Nikolskii, N. K. (h. 1992) Seggern, David H. von (h. 1992)	Nikolskii y Vasyunin publican <i>Progreso en la teoría de la aproximación</i>	Se crea la Unión Europea Independencia de Croacia, Eslovenia, Macedonia y Bosnia-Herzegovina Guerra en Bosnia-Herzegovina El Hispasat en órbita Inauguración del AVE Madrid-Sevilla
1993	Jensen, R. K. (h. 1993)		Clinton, presidente Checoslovaquia se escinde en dos naciones Pedro Duque primer astronauta español
1994	Callejo de la Vega, María Luz (h. 1994)	Gorenstein concluye que la clasificación de los grupos finitos simples se puede dar por terminada Wiles resuelve el gran teorema de Fermat	Mandela, presidente Incendio del Teatro del Liceo de Barcelona
1995	Baum, Paul Frank (h. 1995) Navarro de Zuillaga, Javier (h. 1995) Ökinghaus, E. (h. 1995) Peralta Coronado, Francisco Javier (h. 1995) Shikin, Eugene V. (h. 1995)		Acoplamiento del transbordador Discovery a la estación Mir
1996	Leva, P. de (h. 1996) Robertson, Neit (h. 1996)		Afganistán: los talibanes en el poder José María Aznar, presidente de España (1996-2004)
1997	Barnett, Vic (h. 1997) Keitel, Christine (h. 1997)	Vere-Jones publica <i>Mayoría de edad de la educación estadística</i>	Inglaterra pierde Hong Kong Homo antecessor en Atapuerca Museo Guggenheim en Bilbao Miguel Ángel Blanco asesinado
1998	Gianikellis, Kostas Y. (h. 1998) Rodríguez Sanjurjo, José Manuel (h. 1998)	Hales anuncia la prueba de la conjetura de Kepler Smale prepara a finales del siglo XX, una lista de 18 grandes problemas matemáticos para el siglo XXI Strogatz y Watts publican <i>Dinámica colectiva de redes small-world</i>	
1999	Albert, Reka (h. 1999) Breuil, Christophe (h. 1999)	Albert, Jeong y Barbási, descubren la ley que cumple la	Chaves, presidente de Venezuela

AÑOS	MATEMÁTICOS	OBRAS MATEMÁTICAS	HECHOS HISTÓRICOS
1999	Sabina de Lis, José Claudio (h. 1999) Socas Robayna, Martín Manuel (h. 1999)	probabilidad del número de enlaces de entrada y salida de una página en la web Breuil, Conrad, Diamond y Taylor demuestran la conjetura de Taniyama-Shimura-Weil Kleinberg, Kumar, Vagaban, Rajagoplan y Tomkins publican <i>La web como un grafo: mediciones, modelos y métodos</i>	Mohamed VI (n. 1963), rey de Marruecos Se forman el BBVA y el BSCH
2000	Izydorek, Marek (h. 2000) McGough, Nancy (h. 2000) Sánchez García, Miguel (h. 2000)		
S. XXI			
2001		Ubiratan d'Ambrosio publica <i>Etnomatemática, entre la tradición y la modernidad</i>	Bush jr, presidente Hundimiento de las Torres Gemelas de Nueva York EE.UU. invade Afganistán
2002		Grigori Perelmán resuelve la conjetura de Poincaré para la dimensión 3 W. Tucker resuelve el problema del atractor de Lorenz	Se crea la Zona Euro
2004			José Luis Rodríguez Zapatero, presidente de España
2005			Pontificado de Benedicto XVI
2006	Beltrán Álvarez, Carlos (h. 2006)		
2008		Carlos Beltrán Álvarez resuelve el problema de las ecuaciones polinómicas (problema 17º de Smale)	Gran crisis mundial
2009			Obama, presidente U.S.A.
2010			Mario Vargas Llosa, premio Nobel
2011			Convulsiones sociales en varios países islámicos Se acentúa la crisis financiera Mariano Rajoy, presidente de España

ALGUNOS DE LOS
PROBLEMAS Y CONJETURAS
EXPUESTOS EN EL CUERPO
DEL DICCIONARIO

ALGUNOS DE LOS PROBLEMAS Y CONJETURAS

EXPUESTOS EN EL CUERPO DEL DICCIONARIO

Conjetura de Bertrand

J. L. F. Bertrand (1822-1900) conjeturó que si $n > 3$ hay siempre al menos un número primo entre n y $2n$ (o más exactamente, $2n-2$) inclusive.

En 1850, Chebichev demostró dicha conjetura.

Conjetura de Bieberbach

L. G. Bieberbach (1886-1982), conjeturó que en la teoría de las aplicaciones conformes se cumplía la siguiente hipótesis: Siendo $f(z) = z + \sum a_n z^n$ (para $2 \leq n \leq \infty$, $|z| < 1$), lo que se suele indicar escribiendo: $f \in \mathcal{S}$, entonces $|a_n| \leq n$, (para $n = 2, 3, \dots$), siendo esta cota exacta. Hoy, dicha conjetura es el teorema de Branges.

En 1984, L. Branges presentó en Leningrado un manuscrito original de 385 páginas (G. M. Goluzin había fundado en Leningrado una escuela que durante muchos años fue centro de investigaciones sobre la teoría de funciones analíticas) sobre la demostración de la conjetura de Bieberbach, que fue aceptada por los matemáticos de Leningrado. Tras las discusiones que tuvieron lugar, Branges publicó una demostración de 16 páginas en *Acta Matemática*.

Previamente al trabajo de Branges, R. A. Askey, G. Gaspar, I. M. Milin y M. Robertson, entre otros matemáticos, dieron pasos importantes hacia la demostración de la conjetura.

Posteriormente a la demostración de Branges, V. I. Vasyunin y N. K. Nikolskii publicaron en 1992 *Progreso en la teoría de la aproximación*, en donde expusieron la demostración de la citada conjetura.

En dicha obra presentaron también sus interpretaciones de la orientación que les inspiró la solución, e ilustraron cómo los pasos hacia ella correspondían a objetos naturales en el análisis funcional. En 2000, Nikolskii indicó que en dicha demostración “hay ideas importantes que todavía no han sido agotadas”.

Conjetura de Cantor

G. F. Cantor (1845-1918) planteó la conjetura consistente en si el conjunto de todos los subconjuntos de los números racionales es del mismo tamaño que el conjunto de todos los números reales.

P. J. Cohen (n. 1934) resolvió esta conjetura, demostrando que el conjunto de todos los subconjuntos de los números racionales es del mismo tamaño que el conjunto de todos los números reales.

Conjetura de Catalan

E. C. Catalan (1814-1894) conjeturó que la única solución de $x^a - y^b = 1$ es $3^2 - 2^3 = 1$.

En 2002, P. V. Mihailescu resolvió dicha conjetura, lo que también hizo T. Metsaenkylae.

Conjetura de Cayley (también llamada Conjetura de Heawood)

En 1851, F. Guthrie fue el primero en plantear el problema de los cuatro colores. En 1852, A. de Morgan escribía a R. Hamilton: “Un estudiante mío me pidió hoy que le diera una explicación a un hecho que no sabía que lo fuera, y que todavía no lo sé. Afirmaba que si dividimos una figura arbitrariamente y la coloreamos de manera que regiones vecinas llevan colores distintos, entonces cuatro colores son necesarios, pero no más”. Este estudiante era F. Guthrie (que acabaría dedicándose a la física y a la poesía), que le transmitía una observación hecha por su hermano menor Francis, cuando éste se afanaba en colorear un mapa de Inglaterra. Morgan, preocupado por si la cuestión resultaba trivial, se justificaba: “Cuanto más pienso sobre ello, más evidente me parece. Pero si usted me muestra algún caso sencillo que me haga quedar como un animal estúpido...”. La contestación de Hamilton fue: “... no es probable que pueda atender a su problema de los cuatro colores en un futuro próximo...”.

En 1879, A. Cayley publicó el primer artículo sobre la conjetura de que cuatro colores son suficientes para colorear un mapa. En él decía que no había podido demostrarla.

En 1879, A. B. Kempe estudió el problema de los cuatro colores, dando una prueba no correcta aunque sí bastaba para probar que cinco colores eran suficientes.

En 1890, P. H. Heawood lo estudió también.

En 1959, G. Ringel trabajó en la prueba de esta conjetura, escribiendo *Problema del coloreado de mapas*. En 1968, G. Ringel publicó, junto con J. W. T. Youngs, *Solución del problema de Heawood sobre el coloreado de mapas*.

En 1976, K. Appel y W. Haken resolvieron el problema de los cuatro colores. Redujeron el problema al análisis de 1.476 configuraciones, cuyo estudio se llevó a cabo mediante ordenador (en este estudio participaron J. Koch y los hijos de Appel, Laurel, Meter y Andrew, este último profesor hoy en Princeton). Este tipo de demostración levantó importantes controversias entre los matemáticos, pues unos dudaban de su calidad matemática, mientras que otros veían en ella el comienzo de una nueva herramienta matemática con un importante futuro (se ha llamado “matemáticas experimentales” a las que utilizan dicha herramienta en sus demostraciones). La demostración de Appel y Haken es inverificable. Y lo mismo ocurre con otra demostración más reciente del mismo teorema realizada por N. Robertson (y otros) en 1997, en la que se manejaron 633 configuraciones. Además hay que tener en cuenta el posible error tanto en el desarrollo de los programas como en la ejecución por el ordenador. Un cálculo de Lam en 1989 indicaba que el ordenador CRAY producía un error cada mil horas de empleo. Por ello, Lam prefería evitar el uso de la palabra “demostración” y utilizar la expresión “resultado computado”.

Conjetura de Denjoy

A. Denjoy (1884-1974) había conjeturado que el número máximo de valores asintóticos de una función entera está determinado por la rapidez de crecimiento de la función.

Al final de la década de 1920, L. V. Ahlfors, con la ayuda de su maestro R. H. Nevanlinna, demostró que el citado número de valores asintóticos es a lo sumo dos veces el orden de la función.

Unos años antes, T. G. T. Carleman había demostrado dicha conjetura pero con un factor cinco en lugar de dos, que es el mejor posible, tal como lo demostró Ahlfors.

La conjetura de Denjoy se llama hoy teorema de Ahlfors-Carleman.

Problema de Dirichlet

P. G. Dirichlet (1805-1859) planteó el problema que lleva su nombre, consistente en determinar en un recinto una función finita y continua de dos variables reales que satisfaga la ecuación del potencial de Laplace, $(\partial u/\partial x)^2 + (\partial u/\partial y)^2 = 0$, conocidos los valores que toma la función en el contorno. La existencia de esta función, problema importante en termodinámica y electrodinámica, está vinculada con el llamado “principio de Dirichlet” (llamado así por G. F. Riemann), que éste estableció a modo de postulado en sus estudios sobre la teoría del potencial. Este principio dice que una función u que minimiza la integral de Dirichlet, $\iint [(\partial u/\partial x)^2 + (\partial u/\partial y)^2] dx dy$, satisface la ecuación del potencial.

En 1904, D. Hilbert estableció el principio de Dirichlet como un método para probar la existencia de una solución del problema de Dirichlet, haciendo del citado principio una herramienta poderosa en la teoría de funciones.

Conjetura de Eisenstein

F. G. Eisenstein, propuso la siguiente conjetura en teoría de números, todavía no comprobada: Todos los números de la forma $2^2 + 1$, $2^{2E^2} + 1$, etc. (las sucesivas potencias de 2^2 son $1, 2, 2^2, 2^{2E^2}$, etc., es decir, los números de la serie son $2^2 + 1 = 5$, $2^4 + 1 = 17$, $2^{16} + 1 = 65537$, $2^{65536} + 1$, etc.) son primos.

Conjetura de Euler

L. Euler conjeturó sobre la imposibilidad de un cuadrado grecolatino de 6×6 .

G. Tarry (1843-1913), demostró dicha imposibilidad.

Teorema de Fermat

En los márgenes de uno de los ejemplares de la edición greco-latina de la *Aritmética* de Diofanto que Bachet había publicado en 1621, P. Fermat (1601-1665) consignó la proposición, hoy célebre,

consistente en que no es posible encontrar cuatro números naturales x, y, z, n , para $n > 2$, tales que $x^n + y^n = z^n$.

Fermat la enuncia al comentar el problema de Diofanto de descomponer un cuadrado en suma de dos cuadrados, escribiendo en el margen del libro: “Por otro lado, es imposible descomponer un cubo en suma de dos cubos o un bicuadrado en suma de dos bicuadrados, o en general cualquier potencia en suma de dos potencias de igual exponente, con excepción del cuadrado. He encontrado una demostración de esa proposición, realmente maravillosa, pero el margen del libro es demasiado estrecho para contenerla”. Tal demostración no apareció ni en sus papeles ni en su correspondencia (sólo la demostró para los exponentes 3 y 4), por lo que se piensa que no dispuso de ella, y que su hijo, al hacer conocer en 1670 la aludida frase, cometió una indiscreción, que a la postre ha servido para que durante siglos los matemáticos hayan redoblado sus esfuerzos en pos de la demostración del “gran teorema de Fermat”, consiguiendo importantes avances en la teoría de números.

A. M. Legendre (1752-1833) resolvió para $n < 197$ el gran teorema de Fermat, con determinadas condiciones para las variables x, y, z .

En 1983, G. Faltings había demostrado que para $n \geq 3$, la ecuación de Fermat tiene como mucho un número finito de soluciones enteras siendo x, y primos entre sí.

En 1995, A. J. Wiles resolvió el gran teorema de Fermat. En 1993 realizó una primera exposición de su trabajo al respecto, localizándose un error importante cuya corrección le supuso dos años de intenso trabajo con la ayuda de R. Taylor.

Otro teorema de Fermat

En 1729, Goldbach preguntaba a Euler, en una carta que le dirigió el 1 de diciembre de dicho año: “¿Conoces la observación de Fermat acerca de que todos los números de la forma $2E2^{n-1} + 1$ (es decir, 2 elevado a la potencia 2^{n-1} , más 1), más precisamente 3, 5, 17, etc. son primos? Además él mismo, según reconoce, no pudo demostrarlo y, por lo que yo sé, después de él nadie lo ha demostrado”.

Para los valores $n = 1$ hasta $n = 5$, se obtienen los números primos 3, 5, 17, 257, 65537. Para $n = 6$, Euler demostró que era compuesto, siendo uno de sus factores 641.

Conjetura de Galois

E. Galois (1811-1832) expresó la conjetura de que el grupo simple más pequeño cuyo orden es un número compuesto, es un grupo de orden 60.

Conjetura de Girard

A. Girard (1595-1632) conjeturó el teorema fundamental del álgebra consistente en que toda ecuación polinómica con coeficientes complejos, tiene al menos una raíz compleja.

D’Alembert (1717-1783) invirtió mucho tiempo y esfuerzo intentando demostrar esta conjetura, conocida hoy como el teorema fundamental del álgebra. Sus esfuerzos en este sentido fueron tan persistentes que aún hoy en día en Francia el teorema se conoce a menudo como “teorema de D’Alembert”.

Conjetura de Goldbach

En 1742, C. Goldbach formuló en una carta dirigida a L. Euler, la llamada conjetura que lleva su nombre, según la cual todo número par mayor que 3 puede expresarse como suma de dos números primos (todo número impar suficientemente grande es representable como suma de tres primos). A pesar de las numerosas investigaciones realizadas sobre ella, aún está pendiente su demostración completa.

En 1742, Euler reconoció, sin demostrarla, la verdad de dicha conjetura.

En 1855, A. H. Desboves verificó la conjetura de Goldbach para todos los números hasta el 10.000.

J. E. Littlewood, así como I. M. Vinogradov, han estudiado dicha conjetura, logrando importantes resultados, aunque sin llegar a resolverla.

Problemas y conjetura de Hilbert

D. Hilbert, en su ponencia sobre los “problemas de la matemática”, presentada en el II Congreso internacional de matemáticas celebrado en París en 1900, expuso 23 problemas pendientes de resolución, cuya solución consideraba fundamental para el progreso de las matemáticas. La mayor

parte de estos problemas se han resuelto, quedando problemas sin resolver. Las soluciones dadas a algunos se han descrito en unos términos nuevos en los que Hilbert no podía sospechar. Otros han sido resueltos en un plazo bastante menor del que Hilbert pensaba. El estudio de muchos de estos problemas han dejado tras de sí nuevos problemas. En resumen, estos problemas han marcado de alguna forma la investigación matemática del siglo XX. Los problemas son los siguientes, indicándose en algunos casos su situación actual:

1) ¿Hay algún cardinal transfinito entre el cardinal de un conjunto numerable y el cardinal del continuo? ¿Puede considerarse el continuo numérico como un conjunto bien ordenado?

Sobre este problema, G. F. Cantor definió los números transfinitos \aleph_0 , c y \aleph_1 , demostrando que $\aleph_0 < \aleph_1$ y que $\aleph_1 \leq c$, pero está pendiente la hipótesis del continuo consistente en saber si $\aleph_1 = c$. En 1938, K. Gödel probó, en el marco de los axiomas de Zermelo-Fraenkel de la teoría de conjuntos, que la hipótesis del continuo no puede ser rebatida. En 1963, P. J. Cohen demostró que dichos axiomas no son suficientes para probar la hipótesis del continuo. Es decir, los matemáticos han probado que el problema no se puede resolver utilizando los axiomas de la teoría de conjuntos.

2) ¿Se puede demostrar que los axiomas de la aritmética son consistentes?

En relación con este problema, K. Gödel expuso el teorema de incompletitud de la aritmética (teorema de Gödel), que establece que todo sistema formal deductivo que añada, cuando menos, al aparato de la lógica elemental los principios y reglas de la aritmética, se enfrentará fatalmente con proposiciones bien construidas que no podrá ni demostrar ni refutar y que, por tanto, son indecidibles.

3) Dos tetraedros de igual volumen ¿se pueden descomponer en partes mutuamente congruentes?, o de otra forma, ¿todos los poliedros, o tetraedros, pueden diseccionarse para formar un cubo?

En cuanto a este problema, M. W. Dehn demostró el mismo año 1900, que un tetraedro regular no puede descomponerse en un cubo de igual volumen.

4) Problema de la línea recta como la mínima distancia entre dos puntos, o bien, ¿en qué geometrías las líneas ordinarias son las curvas más cortas?

Este cuarto problema, que involucra los fundamentos de la geometría, el cálculo de variaciones y la geometría diferencial, aún está abierto, a pesar de su aparente simplicidad.

5) Concepto de Lie de un grupo continuo de transformaciones sin el supuesto de la diferenciabilidad de las funciones que definen el grupo.

6) Tratamiento matemático de los axiomas de la física (axiomatizar la física matemática).

J. L. von Neumann y otros axiomatizaron la mecánica cuántica, por lo que el problema sexto puede considerarse parcialmente resuelto, aunque C. H. Weyl estableció que “el laberinto de los hechos experimentales que los físicos deben tener en cuenta es demasiado variado, su desarrollo demasiado rápido y su aspecto y peso relativo demasiado cambiante para poder encontrar un método axiomático suficientemente firme”.

7) Si en un triángulo isósceles la razón de la base a uno de los lados iguales es trascendente ¿se sabe si la razón del ángulo opuesto a la base al ángulo en la base es algebraica e irracional?

Este problema trata de la demostración de la existencia de determinados números trascendentes, especialmente la trascendencia de 2 elevado a $2^{1/2}$ (V. Gelfond). Hilbert obtuvo demostraciones de la trascendencia de e y π .

8) Demostrar la conjetura de Riemann de que los ceros no triviales de la función zeta tienen todos su parte real igual a $1/2$.

Se ha probado que el primer 1,5 billón de ceros de la función zeta de Riemann, tienen su parte real igual a $1/2$. Pero la demostración completa está pendiente, aun teniendo en cuenta la demostración de P. R. Deligne quien estableció la solución para la hipótesis generalizada de Riemann.

9) Demostración general de la ley de reciprocidad en cualquier campo de números.

10) Determinar las condiciones de resolubilidad de una ecuación diofántica.

En 1970, Y. V. Matijasevich respondió negativamente a la cuestión planteada. J. Jones encontró un ejemplo que no podía solucionarse por ningún algoritmo, consistente en un sistema de 18 ecuaciones de grado máximo 560 en 33 variables. En 1972, C. L. Siegel encontró un algoritmo para ecuaciones de segundo grado. Se ha probado que para ecuaciones de cuarto grado no existe ningún algoritmo. Está abierto el problema con relación a las ecuaciones cúbicas.

11) Formas cuadráticas con coeficientes numéricos algebraicos cualesquiera.

12) Extensión del teorema de L. Kronecker sobre los espacios abelianos para cualquier cuerpo de irracionalidad.

13) Imposibilidad de la solución de la ecuación general de séptimo grado mediante las funciones de solo dos argumentos.

Esta conjetura se ha probado si se asume que todas las funciones son continuamente diferenciables. El caso general no está resuelto.

14) Demostración de la finitud de ciertos sistemas completos de funciones.

15) Fundamento riguroso del cálculo enumerativo de Schubert.

16) Problema de la topología de curvas y superficies algebraicas.

Esta cuestión más que un problema es un llamamiento a la investigación de curvas algebraicas y superficies. Ciertos aspectos sobre curvas algebraicas y campos vectoriales están aún abiertos.

17) Expresión de formas definidas por cuadrados.

18) Construcción del espacio mediante poliedros congruentes.

En cuanto al teselado del plano, Bieberbach demostró en 1910, que el número de posibilidades en dos dimensiones es finito. Posteriormente se demostró que solo hay 17 formas simples de cubrir un plano.

En cuanto al espacio, solo se han dado algunos pasos intermedios.

19) Las soluciones de los problemas regulares del cálculo de variaciones ¿son siempre necesariamente analíticas?

20) Problema general de los valores de contorno.

21) Demostración de la existencia de ecuaciones diferenciales lineales que poseen un grupo monodrómico prefijado.

En 1970, P. R. Deligne resolvió completamente este problema.

22) Uniformización de las ecuaciones analíticas mediante funciones automorfas.

En 1907, P. Koebe y H. Poincaré, entre otros, proporcionaron una solución.

23) Desarrollo ulterior de los métodos del cálculo de variaciones.

Conjetura de Kaplansky

En 1948, I. Kaplansky conjeturó que toda norma que hace álgebra normada al espacio $C(K)$ de las funciones complejas continuas en un compacto K , es equivalente a la norma del supremo. Anteriormente había probado que el resultado es cierto si $C(K)$ es completo con esa norma.

Se obtuvieron muchos resultados parciales sobre esta conjetura, hasta que en 1976, H. G. Dales y J. Esterle, de forma independiente, demostraron, utilizando la hipótesis del continuo, que la conjetura de Kaplansky era falsa.

Posteriormente, en 1987, H. G. Dales, en su obra *Introducción a la independencia de los analistas* (escrita con W. Woodin), hizo una exposición del método que P. J. Cohen había seguido en su trabajo sobre el axioma de elección y la hipótesis del continuo. Como aplicación, demostró la conjetura de Kaplansky suponiendo que la hipótesis del continuo fuera falsa, demostrando de paso, que esta hipótesis es independiente de los axiomas de la teoría de conjuntos usual. Se pensó que el uso de la hipótesis del continuo era accidental, pero poco después, R. M. Solovay probó que dicha conjetura es cierta a partir de una negación de la hipótesis del continuo.

Éste es uno de los ejemplos de que la solución de problemas de diversas ramas de las matemáticas depende de que se admita o no la hipótesis del continuo.

Conjetura de Kepler

¿Cuál es la manera más eficiente de apilar esferas en el espacio? J. Kepler conjeturó en 1611, que la máxima densidad que puede alcanzar un empaquetamiento de esferas en el espacio es $\pi/3 \cdot 2^{1/2}$ (esta densidad corresponde al empaquetamiento de naranjas en una caja).

En 1998, T. C. Hales anunció la prueba de dicha conjetura: La demostración de Hales se basa en reducir el problema al estudio de grafos planos. Tras una búsqueda por ordenador se encuentran unos 5.000 grafos que hay que tratar individualmente, lo que significa la resolución aproximada de 100.000 problemas de optimización lineal, cada uno de ellos con unas 200 variables y 2.000 restricciones. La prueba es larga (282 páginas) y el cálculo por ordenador es también largo. Un grupo de doce matemáticos estudiaron la prueba y no pusieron objeciones a la misma, pero nadie ha hecho una escrupulosa comprobación.

En 1953, L. F. Tóth había estudiado esta conjetura, reduciéndola a un enorme cálculo que involucraba muchos casos específicos.

En 1958, C. A. Rogers publicó *Empaquetado de esferas iguales* (1958), donde dijo que la conjetura de Kepler es un resultado “que muchos matemáticos creen y todos los físicos saben”, señalando así la distancia que hay entre observación experimental y prueba, y cómo para un matemático la intuición es necesaria pero no suficiente.

Conjetura de Lagrange

Al descubrir que una resolvente de una ecuación quintica, lejos de ser de grado menor que 5, era de grado 6, J. L. Lagrange conjeturó que las ecuaciones polinómicas de grado mayor que 4 no serían resolubles por radicales en el sentido usual. Así dice: “El problema de resolver (por radicales) ecuaciones de grado mayor que cuatro es uno de aquellos problemas que no han sido resueltos, aunque nada demuestra la imposibilidad de su resolución.... Por nuestro razonamiento vemos que es muy dudoso que los métodos que hemos considerado puedan dar una solución completa de las ecuaciones de quinto grado”.

En 1832, E. Galois resolvió esta conjetura.

Conjetura de Legendre

En 1797, A. M. Legendre publicó *Ensayo sobre la teoría de los números*, primer tratado dedicado exclusivamente a dicha teoría, donde estudió la teoría de los números primos, las ecuaciones indeterminadas y los restos potenciales. Dio como muy probable la proposición que dice que el número de números primos menores que una cantidad dada x se va aproximando al siguiente cociente: $x : (\ln x - 1.08366)$, según va creciendo x indefinidamente.

En 1896, J. S. Hadamard y C. G. de la Vallée Poussin demostraron que dicho número tiende a $x / \ln x$.

Conjetura de Lobachevski

En 1829, N. I. Lobachevski fue el primero en publicar una geometría no euclídea, haciéndolo en el *Heraldo de Kazán*, con el título *Sobre los fundamentos de la geometría*. En 1835-1837 apareció un nuevo ensayo titulado *Nuevos fundamentos de la geometría con una teoría completa de las paralelas*, donde dice: “Es bien sabido que, en geometría, la teoría de las rectas paralelas ha permanecido hasta ahora incompleta. Los inútiles esfuerzos realizados desde los tiempos de Euclides a lo largo de dos mil años me han inducido a sospechar que los conceptos no contienen la verdad que queríamos probar, sino que, al igual que otras leyes básicas, solamente pueden ser verificados mediante experimentos, tales como observaciones astronómicas. Convencido por fin de la verdad de mi conjetura y considerando que este difícil problema está completamente resuelto, expuse mis argumentos en 1826”. Se puede resumir la solución de Lobachevski al problema del quinto postulado de Euclides del siguiente modo: 1) El postulado no se puede probar; 2) Añadiendo a las proposiciones básicas de la geometría el axioma opuesto, se puede desarrollar una geometría extensa y lógicamente perfecta; 3) La verdad de los resultados de cualquier geometría lógicamente concebible, lo que atañe a sus aplicaciones al espacio real, solo se puede verificar empíricamente; una geometría lógicamente concebible debe ser desarrollada no solo como un esquema lógico arbitrario, sino como una teoría que abra nuevos caminos y métodos para las teorías físicas.

Conjetura de Luzin

N. N. Luzin (1883-1950) enunció su conjetura sobre la convergencia puntual de las series trigonométricas en el espacio.

En 1965, L. A. E. Carleson demostró esta conjetura y enunció el teorema que lleva su nombre sobre la convergencia de las series trigonométricas, que puede ser considerado como una culminación del proyecto de análisis armónico lineal emprendido por J. B. J. Fourier. En la demostración de este teorema utilizó las técnicas de A. Calderón-A. S. Zygmund junto a las descomposiciones, microlocalizaciones, ingeniosas de las funciones. A diferencia de las integrales singulares, cuyos núcleos tienen la singularidad localizada en el origen y en el infinito, el operador de Carleson extiende sus singularidades por todo el intervalo, lo que convierte su acotación en un gran logro del análisis armónico. El enunciado del teorema es el siguiente: dada la función: $f \in L^2 [-\pi, \pi]$, se verifica que $\lim_{N \rightarrow \infty} S_N f(x) = f(x)$ para casi todo x .

En 1966, Carleson escribió *Sobre la convergencia y crecimiento de las sumas parciales de las series de Fourier*.

En 1967, R. Hunt trabajó sobre esta demostración de Carleson.

Conjetura de Mordell

En 1923, L. J. Mordell planteó la llamada conjetura de Mordell o teorema de Mordell, sobre determinadas ecuaciones diofánticas: casi todas las ecuaciones polinómicas que definen curvas tienen múltiples raíces racionales.

En 1983, G. Faltings resolvió dicha conjetura, que tiene importantes repercusiones en la demostración del gran teorema de Fermat.

Conjeturas de Poincaré

a) H. Poincaré (1854-1912) dejó algunas conjeturas importantes. Por ejemplo, en su segundo suplemento al fundamental trabajo de 1895 sobre topología, afirma que dos variedades cerradas cualesquiera que tengan los mismos números de Betti y los mismos coeficientes de torsión deben ser homeomorfas. Sin embargo en el quinto suplemento (1904) al citado trabajo, dio un ejemplo de una variedad tridimensional que tenía los mismos números de Betti y coeficiente de torsión que la esfera tridimensional (la superficie de una esfera sólida cuatridimensional) pero que no era simplemente conexa. En vista de ello, añadió la conexión simple como una condición más, demostrando que hay variedades tridimensionales con los mismos números de Betti y coeficientes de torsión, pero que tienen grupos fundamentales diferentes. En el citado quinto suplemento, Poincaré enunció una conjetura algo más restringida, consistente en que toda variedad tridimensional cerrada, orientable y simplemente conexa es homeomorfa a la esfera de la misma dimensión, conjetura que fue generalizada de la siguiente forma: Toda variedad n -dimensional cerrada y simplemente conexa que tenga los mismos números de Betti y los mismos coeficientes de torsión que la esfera n -dimensional, es homeomorfa a ella. La pregunta o conjetura de Poincaré, dice: ¿Es la esfera tridimensional la única variedad cerrada de dimensión tres tal que todo lazo se contrae? O bien, equivalentemente: ¿Es la esfera tridimensional S^3 la única variedad cerrada de dimensión tres con grupo fundamental trivial?

En 1919, J. W. Alexander, demostró que dos variedades de dimensión tres pueden tener los mismos números de Betti, coeficientes de torsión y grupo fundamental sin ser por ello homeomorfas.

En 1960, S. Smale y J. R. Stallings, así como E. C. Zeeman, en 1961 y M. H. A. Newman en 1966, demostraron la conjetura generalizada de Poincaré, para $n \geq 5$. Zeeman y Stallings lo hicieron adaptando la demostración de Smale con sus propios trabajos y los de J. H. C. Whitehead y A. H. Wallace, cuyos trabajos sobre esta demostración fueron importantes (la demostración de Smale se refería a variedades diferenciables, las de Stallings y Zeeman a variedades combinatorias, mientras que Newman completó la demostración en toda su generalidad).

En los trabajos de topología dirigidos a encontrar un contraejemplo de la conjetura de Poincaré, se pensó en la década de 1970, que el invariante de Roklin construido a partir de cobordismo, permitiría distinguir un contraejemplo, pero A. J. Casson demostró que dependía del grupo fundamental. En la demostración de la citada conjetura generalizada en dimensión cuatro, M. H. Friedmann utilizó las llamadas ansas de Casson.

En 1984, R. Hamilton obtuvo que Σ^3 , una variedad cerrada de dimensión tres con grupo fundamental trivial, tiene una métrica con curvatura seccional no negativa. Este resultado, como otros obtenidos por Bing, Smith, etc., no demostraron la citada conjetura, pero permitieron afirmar que un hipotético contraejemplo sería bastante complicado.

En 1992, H. Rubinstein obtuvo un algoritmo que permite reconocer la esfera S^3 , es decir, dada una variedad cerrada triangulada, dicho algoritmo indica si esta variedad es la esfera o no.

En 2002, G. Perelmán, resolvió la conjetura de Poincaré para la dimensión 3 con lo que dicha conjetura pasó a ser un teorema. En consecuencia, el Instituto de Matemáticas Clay anunció (2010) que Perelmán cumplía todos los requisitos para recibir el primer premio de los llamados problemas del milenio, dotado con un millón de dólares, por la resolución de la conjetura de Poincaré. Perelmán rechazó este premio y declaró que “No quiero estar en exposición como un animal en el zoológico. No soy un héroe de las matemáticas. Ni siquiera soy tan exitoso. Por eso no quiero que todo el mundo me esté mirando”.

Tras la resolución de la conjetura por Perelmán, convirtiéndose en teorema, Hamilton dijo: “Ahora miro hacia atrás y me pregunto cómo no fui capaz de resolverlo”.

En 2010, C. Huaidong, junto con Z. Xiping, con la dirección de S. T. Yau, han resuelto la conjetura de Poincaré, según la publicación *Asian Journal of Mathematics*, revista estadounidense que informa sobre el desarrollo de esta ciencia en Asia. La Academia China de Ciencias afirmó que Perelmán estableció las líneas generales para probar la conjetura, pero no dijo específicamente cómo resolverla.

b) La *conjetura principal* de Poincaré afirma que si T_1 y T_2 son subdivisiones simpliciales de una misma 3-variedad, entonces T_1 y T_2 tienen subdivisiones isomorfas. En 1961, J. W. Milnor la demostró para complejos simpliciales finitos (que son más generales que las variedades) de dimensión menor que 3, que es falsa para los de dimensión mayor que 5, y es correcta para variedades de dimensión menor o igual que 3 y está abierta para variedades de dimensión igual o mayor que 4.

c) Poco antes de su muerte en 1912, Poincaré demostró que existirían órbitas periódicas en un cierto problema restringido de los tres cuerpos, siempre que se verifique un cierto teorema topológico que afirma que existen al menos dos puntos fijos en una región anular contenida entre dos circunferencias, cuando se somete dicha región a una transformación topológica que transforma cada circunferencia en sí misma moviendo una en una dirección y la otra en la dirección opuesta, y que conserva el área. Este teorema lo demostró G. Birkhoff en 1913. ◻

Conjetura de Ramanujan

En 1916, S. A. Ramanujan planteó la siguiente conjetura en la que interviene su función τ : $|\tau(p)| \leq 2p^{11/2}$, para todo primo p .

En 1974, P. R. Deligne demostró esta conjetura. Obtuvo su demostración haciendo uso de las propiedades de la estructura algebraica asociada a la serie infinita $\sum \tau(n)q^n$.

Conjetura de Riemann

En 1859, G. F. Riemann presentó un trabajo sobre la función $\zeta(s)$ (función zeta) de Euler para valores complejos de la variable $s = \sigma + i\tau$, tomando en este caso el nombre de Riemann, que demostró que esta función definida en el semiplano $\sigma > 1$ por la serie $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} (1/n^s)$, tiene la propiedad de que $\zeta(s) - 1/(s-1)$ es una función entera trascendente (para $\sigma \leq 1$ la serie deja de ser convergente, pero los valores de $\zeta(s)$ en el semiplano $\sigma \leq 1$ están definidos por prolongación analítica). Riemann dio seis propiedades de esta función, sin demostrarlas. De ellas queda por demostrar la conjetura que lleva su nombre, consistente en que todos los ceros de la función $\zeta(s)$ tienen por parte real $1/2$.

En 1974, P. R. Deligne estableció la solución para la hipótesis generalizada de Riemann respecto a los ceros de la función zeta (problema 8º de Hilbert), aunque la hipótesis sigue sin resolverse completamente.

Conjetura de Taniyama-Shimura-Weil

Entre los años 1950 y 1960, Y. Taniyama, G. Shimura y A. Weil enunciaron la siguiente conjetura: Todas las curvas elípticas de ecuación $y^2 = x^3 + Ax^2 + Bx + C$, con coeficientes racionales y discriminante no nulo, son modulares, es decir, que existen dos funciones modulares $x(z)$, $y(z)$, definidas en el plano superior complejo con propiedades especiales de periodicidad, que la parametrizan: al ir tomando z distintos valores complejos con su parte imaginaria mayor que cero, el par $x(z)$, $y(z)$ va recorriendo los puntos de la curva.

En 1994, A. J. Wiles demostró esta conjetura para algunas de las curvas elípticas.

En 1999, R. L. Taylor, C. Breuil, B. Conrad y F. Diamond, demostraron la citada conjetura para todas las curvas elípticas. Esta demostración tiene una aplicación de interés en el Programa Langlands consistente en asociar a una estructura algebraica (en este caso, una curva elíptica), un tipo específico de serie infinita construida a partir de datos concretos de la estructura y estudiar la información que la una brinda sobre la otra.

Conjetura de Waring

En 1770, E. Waring enunció en *Meditaciones algebraicas*, el problema que lleva su nombre, consistente en que todo número natural puede ser expresado como suma de no más de 4 cuadrados, o de no más de 9 cubos, o de no más de 19 cuartas potencias. En la tercera edición de dicho libro (1782), sugirió que una propiedad similar debería ser cierta para potencias superiores, es decir, que cada entero positivo puede expresarse como la suma de, a lo más, $g(k)$ potencias k -ésimas, es decir, que $g(k)$ es el número mínimo de sumandos necesarios para expresar todo entero como suma de potencias k -ésimas, dependiendo g de k .

En 1770, Lagrange demostró que $g(2) = 4$.

En 1859, J. Liouville obtuvo que $g(4) \leq 53$.

En 1909, Wieferich obtuvo $g(3) = 9$. En 1912, A. J. Kempner perfeccionó la demostración de Wieferich.

En 1909, D. Hilbert demostró que $g(k)$ es finito para todo entero k .

En 1917, S. A. Ramanujan y G. H. Hardy abrieron una nueva vía en el tratamiento del problema, con el llamado “método del círculo”.

En 1925, G. H. Hardy y E. Littlewood hallaron otra demostración para el resultado de Hilbert, y demostraron que $g(4) \geq 14$ para enteros suficientemente grandes.

En la década de 1930, Dickin y Pillai demostraron que $g(7) = 147$, $g(8) = 279$, $g(9) = 548$,...

En 1964, Chen-Jing-Run demostró que $g(5) = 37$.

En 1986, J. M. Deshouillers, R. Balasubramanian y F. Dress, obtuvieron que $g(4) = 19$.

I. M. Vinogradov (1891-1983) había obtenido que, para k grande, $g(k) \leq 3k(\ln k + 11)$.

Nota complementaria

Tras la lista de problemas planteados por Hilbert en 1900, expuesta más arriba, se han publicado otras listas de problemas a resolver, de las que se exponen seguidamente dos de ellas: la elaborada por S. Smale (1997) y la llamada “Problemas del milenio” (2000).

Lista de problemas de Smale

A petición de V. I. Arnold, y con ocasión del sexagésimo cumpleaños de éste, Smale preparó en 1997 una lista de 18 grandes problemas matemáticos para el siglo XXI, presentándola en una conferencia que dictó en el Instituto Fields de Toronto. Para prepararla, utilizó los tres criterios siguientes: enunciado simple (preferiblemente matemáticamente preciso y mejor si exige una respuesta de sí o no), conocimiento personal del problema y, por último, el deseo de que la cuestión tenga gran importancia para las matemáticas y su futuro desarrollo. Estos 18 problemas son los siguientes, enunciados de forma muy concisa: 1.- Conjetura de Riemann (problema nº 8 de la lista de Hilbert). 2.- Conjetura de Poincaré (problema resuelto en 2002 por Perelman). 3.- Problema P versus NP. 4.- Ceros enteros de un polinomio. 5.- Cotas sobre la altura de curvas diofánticas. 6.- Finitud del número de equilibrios relativos en mecánica celeste. 7.- Distribución de puntos sobre la esfera bidimensional. 8.- Introducción de la dinámica en la teoría económica. 9.- El problema de programación lineal. 10.- El “closing lemma”. 11.- ¿Son los sistemas dinámicos unidimensionales generalmente hiperbólicos? 12.- Centralizadores de difeomorfismos. 13.- Problema de la topología de curvas y superficies algebraicas (problema nº 16 de Hilbert). 14.- El atractor de Lorenz (resuelto en 2002 por Warwick Tucker). 15.- Las ecuaciones de Navier-Stokes. 16.- La conjetura del jacobiano. 17.- Resolución de ecuaciones polinómicas complejas, en promedio, por medio de un algoritmo uniforme en tiempo polinómico (resuelto en 2008 por Carlos Beltrán Álvarez y Luis Miguel Pardo, así como también en 2010, por Felipe Juan Cucker Farkas y Peter Bürgisser). 18.- Los límites de la inteligencia.

Smale indicó que los tres primeros de su lista son los problemas abiertos más importantes de las matemáticas.

Problemas del milenio

En el año 2000, a las puertas del tercer milenio d.C., el Instituto de Matemáticas Clay (Cambridge, Massachusetts, EE.UU.), con el asesoramiento de ilustres matemáticos, definió siete problemas llamados del milenio, y para los que la Fundación Clay estableció siete premios, dotados cada uno de ellos con un millón de dólares. Estos problemas son:

- 1.- Resolución de la conjetura de Poincaré (problema nº 2 de la lista de Smale y resuelto en 2002 por G. Perelmán, quien rechazó el premio. Ver más arriba el epígrafe Conjeturas de Poincaré).
- 2.- Conjetura de Riemann (problema nº 8 de la lista de Hilbert y nº 1 de la de Smale. Ver más arriba el epígrafe Conjetura de Riemann).
- 3.- Ecuaciones de Navier-Stokes (problema nº 15 de la lista de Smale). Estas ecuaciones describen el movimiento de un fluido y su solución está pendiente, habiéndose resuelto sólo bajo ciertas restricciones a las condiciones iniciales.
- 4.- Conjetura de Hodge, presentada por W. Hodge en 1950. Esta conjetura afirma que ciertos objetos algebraicos, con una definición compleja, pueden obtenerse por medio de combinaciones de componentes elementales. Más concretamente, esta conjetura afirma que para ciertos espacios particulares denominados Variedades Proyectivas Algebraicas, las partes llamadas Ciclos de Hodge son realmente combinaciones de Ciclos Algebraicos.
- 5.- Problema P versus NP (problema nº 3 de la lista de Smale). Este problema fue planteado de manera independiente en 1971 por Stephen Cook y Leonid Levin. Son problemas P (difícil de encontrar) los resolubles de manera determinista mediante algoritmos polinómicos y en un tiempo polinomial. Son problemas NP (fácil de verificar) los que pueden resolverse de forma indeterminista, probando una solución conjeturada, siendo esta comprobación de gran rapidez en comparación con el tiempo polinomial necesario por lo general para la resolución determinista de los problemas P. Es evidente que todo problema P es también NP, ¿pero existen problemas NP que no sean P? Es decir, ¿existen problemas que admiten una comprobación de solución conjeturada, o de no solución, y en cambio, no admiten en tiempo polinomial una resolución algorítmica?
- 6.- Conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer, expuesta de forma independiente en 1965 por ambos científicos. Se refiere al conjunto de puntos con coordenadas racionales de una curva elíptica. Esta conjetura afirma que en el caso de las soluciones de las ecuaciones diofánticas generales, cuando éstas son los puntos de una variedad abeliana, el conjunto de los puntos que son soluciones racionales de las mismas depende de la función zeta asociada, de modo que si $z(1) = 0$, hay infinitas soluciones, y si $z(1) \neq 0$, el número de soluciones es finito.
- 7.- Existencia de Yang Mills y del salto de masa. En la década de 1950 se planteó esta teoría referente a la mecánica cuántica. Está relacionada con la solución de las ecuaciones que describen las interacciones de las fuerzas débil y fuerte a escala atómica, y la existencia de una masa positiva para las partículas elementales.

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

- Aleksandrov, A. D., Kolmogorov, A. N., Laurentiev, M. A. y otros: La matemática: su contenido, métodos y significado
- Ball, Walter William Rouse: Resumen de historia de las matemáticas
- Baudet, Jean: Nuevo compendio de historia de las matemáticas
- Bourbaki, Nicolas: Historia de las matemáticas
- Boyer, Carl B.: Historia de la matemática
- Cajori, Florian: Historia de las matemáticas
- Cattell: Hombres y mujeres de ciencia americanos
- Colección “La matemática en sus personajes”, de Nivola, libros, ediciones
- Cooke, Roger: Historia de las matemáticas
- Coulston Gillispie, Charles (ed.): Diccionario de biografías científicas
- Dieudonné, Jean: Compendio de historia de las matemáticas
- Enciclopedia Espasa
- Enciclopedia italiana di science, lettere ed arti
- Enciclopedia Larousse
- Encyclopaedia Británica
- Encyclopaedia universalis
- Eves, Howard: Introducción a la historia de las matemáticas
- Grattan-Guinness, I. (ed): Historia y filosofía de las ciencias matemáticas
- Kline, Morris: El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días
- Martinón, Antonio (ed): Las matemáticas del siglo XX
- Noretta Koertge, Noretta (ed): Nuevo diccionario de biografías científicas
- Peralta, Javier: La matemática española y la crisis de finales del siglo XIX
- Rey Pastor, Julio y Babini, José: Historia de la matemática
- Ribnikov, K.: Historia de las matemáticas

Smith, David Eugene: Historia de las matemáticas

Stillwell, John: Matemáticas y su historia

Vera, Francisco: Científicos griegos (selección y anotaciones)

Wieleitner, Heinrich Karl: Historia de las matemáticas

Wikipedia, la enciclopedia libre

Wussing H. y Arnold W.: Biografías de grandes matemáticos